建筑结构静力计算手册

（第二版）

《建筑结构静力计算手册》编写组

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

建筑结构静力计算手册/《建筑结构静力计算手册》编写组编.—北京:中国建筑工业出版社,1998
ISBN 7-112-01596-0

Ⅰ.建… Ⅱ.建… Ⅲ.建筑结构-结构静力学-计算方法-手册 Ⅳ.TU311.1-62

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第26621号

本书汇集了建筑结构设计常用的静力计算公式和数据等有关资料,目的是供手算时查用,但为了扩大参考面,也列出了一些杆件计算结构力学的内容,供应用计算机计算时参考。全书内容包括:一般计算资料、单跨梁、连续梁、板、桁架、拱、等截面刚架、变截面刚架、井字梁、阳台梁、排架,以及平面杆系计算结构力学、求解矩阵位移法方程的广义平方根法、考虑剪切变形杆件的截面的形状系数等。

本书可供土木建筑结构设计、科研、教学人员使用参考。

建筑结构静力计算手册
(第二版)
《建筑结构静力计算手册》编写组
*
中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)
新 华 书 店 经 销
北京建筑工业印刷厂印刷
*
开本:787×1092毫米 1/16 印张:38½ 字数:984千字
1998年9月第二版 2001年3月第十三次印刷
印数:309,521—311,520册 定价:55.00元
ISBN 7-112-01596-0
TU·1200(8674)

出版者的话

本书是在1965年北京市土建技术交流会组织汇编的建筑结构计算手册，以及后来修编出版的建筑结构设计静力计算手册和建筑结构排架计算手册等的基础上，又再次重新修编出版的。

建筑结构设计静力计算手册原参加编制和修编单位有：原第一机械工业部第八设计院、原煤炭工业部煤矿设计研究院、冶金工业部有色金属设计研究总院，冶金工业部北京钢铁设计研究院、原第五机械工业部第五设计院、铁道部专业设计院。

1969年修编出版后因错误较多，又请了原重庆建筑工程学院及原第四机械工业部第十设计院等单位派人参加共同修编校正。1991年因单位制更改及各方面的需要，我社正式邀请原手册的编制及修编单位再次修编，但因人事变迁，各单位大部分未派出人员参加，最后由我社委托在前一版修编中工作量最大的电子工业部第十设计研究院（中国电子工程设计院）承担主要修编任务。此后，主持修编单位委派刘传春同志负责组织修编工作。

这次修编基本上是在原手册的基础上进行的，除了将原有章节内容作了部分调整外，还将黄石市设计院陈一马同志等编制的折梁公式及数表经过改编后纳人，并将原排架计算手册部分内容编入；排架的计算公式在与原编制单位机械工业部设计总院和主编人胡祖成同志联系前曾请北京建筑工程学院庞德海老师等组织水专91班同学进行校核一次；此外，主持修编单位又补充了有关附录的杆件计算结构力学介绍等内容。

在本次修编中，主持修编单位对排架的计算公式作了校核，还对增加与修改的全部公式及表格数据作了推导与计算。

这次修编时间拖得较长，又未充分征求原编写单位和个人的意见，有不合适之处，望提出指正，以便今后再次修编时将修编工作做得更好。

目　　录

第一章　一般计算资料

第一节　常用数学公式及常用数表

一、代　　数

(一) 恒等式及因式分解

1. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
2. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
3. $(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots\cdots + \frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}b^r + \cdots\cdots + nab^{n-1} + b^n$
4. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
5. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
6. $a^3 \mp b^3 = (a \mp b)(a^2 \pm ab + b^2)$
7. $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots\cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$
8. $a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \cdots\cdots + ab^{n-2} - b^{n-1})$，$n =$ 偶数
9. $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \cdots\cdots - ab^{n-2} + b^{n-1})$，$n =$ 奇数

(二) 指数

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$　　2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$.　　3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $(ab)^m = a^m b^m$　　5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$　　6. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

7. $a^0 = 1$　　8. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

(三) 一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

它的根：

$$\left.\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}\right\} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(四)行列式

1. $|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$

2. $|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$

$$= a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - a_2(b_1c_3 - b_3c_1) + a_3(b_1c_2 - b_2c_1)$$

(五)多元一次方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3; \end{cases}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, (\Delta \neq 0);$$

式中 $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$,

$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$, $\Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$

(六) 以 10 为底的普通对数

1. $\lg 1 = 0$　　2. $\lg(N_1N_2) = \lg N_1 + \lg N_2$

3. $\lg\frac{N_1}{N_2} = \lg N_1 - \lg N_2$　　4. $\lg(N^n) = n\lg N$

5. $\lg\sqrt[n]{N} = \frac{1}{n}\lg N$

注:以 e 为底的自然对数或以任何数为底的对数,均符合上述公式的规律。

6. 以 e 为底的自然对数(即 $\ln N$)与以 10 为底的普通对数(即 $\lg N$)间的关系:

$$\ln N = \ln 10 \lg N = 2.30258509 \lg N$$
$$\lg N = \lg e \ln N = 0.434294482 \ln N$$

二、平 面 三 角

(一) 三角函数的基本公式

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$　　2. $\sec^2\alpha - \mathrm{tg}^2\alpha = 1$

3. $\csc^2\alpha - \mathrm{ctg}^2\alpha = 1$　　4. $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

(二) 两角和及差的三角函数

1. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$　　2. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

3. $\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta}{1 \mp \mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$

(三) 半角及倍角的三角函数

1. $\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$　　2. $\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$　　3. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

4. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$　　5. $\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$

(四) 负角的三角函数

1. $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$　　2. $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

(五) 三角函数的和及差

1. $\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$　　2. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$

3. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$　　4. $\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

(六) 三角函数的乘积

1. $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$

2. $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$

3. $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$

(七) 三角函数的象限换算表

表 1-1

函数	换算角（度）						
	$90-\alpha$	$90+\alpha$	$180-\alpha$	$180+\alpha$	$270-\alpha$	$270+\alpha$	$360-\alpha$
sin	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
cos	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
tg	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$

(八) 特殊角三角函数和三角函数表

特殊角三角函数表　　表 1-2

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	
0°	0	1	0	∞	90°
15°	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$	75°
18°	$\frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}(5+\sqrt{5})}$	$\sqrt{1-\frac{2}{5}\sqrt{5}}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	72°
$22\frac{1}{2}$°	$\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}+1$	$67\frac{1}{2}$°
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	60°
36°	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}(5-\sqrt{5})}$	$\frac{1}{4}(\sqrt{5}+1)$	$\sqrt{5-2\sqrt{5}}$	$\sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}}$	54°
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	45°
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	α

三角函数表 表 1-3

α = 0°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α = 1°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.00000	1.0000	0.00000	∞	60′	0′	0.01745	0.99985	0.01746	57.290	60′
1	00029	0000	00029	3437.7	59	1	01774	99984	01775	56.351	59
2	00058	0000	00058	1718.9	58	2	01803	99984	01804	55.442	58
3	00087	0000	00087	1145.9	57	3	01832	99983	01833	54.561	57
4	00116	0000	00116	859.44	56	4	01862	99983	01862	53.709	56
5	0.00145	1.0000	0.00145	687.55	55	5	0.01891	0.99982	0.01891	52.882	55
6	00175	0000	00175	572.96	54	6	01920	99982	01920	52.081	54
7	00204	0000	00204	491.11	53	7	01949	99981	01949	51.303	53
8	00233	0000	00233	429.72	52	8	01978	99980	01978	50.549	52
9	00262	0000	00262	381.97	51	9	02007	99980	02007	49.816	51
10	0.00291	1.0000	0.00291	343.77	50	10	0.02036	0.99979	0.02036	49.104	50
11	00320	0.99999	00320	312.52	49	11	02065	99979	02066	48.412	49
12	00349	99999	00349	286.48	48	12	02094	99978	02095	47.740	48
13	00378	99999	00378	264.44	47	13	02123	99977	02124	47.085	47
14	00407	99999	00407	245.55	46	14	02152	99977	02153	46.449	46
15	0.00436	0.99999	0.00436	229.18	45	15	0.02181	0.99976	0.02182	45.829	45
16	00465	99999	00465	214.86	44	16	02211	99976	02211	45.226	44
17	00495	99999	00495	202.22	43	17	02240	99975	02240	44.639	43
18	00524	99999	00524	190.98	42	18	02269	99974	02269	44.066	42
19	00553	99998	00553	180.93	41	19	02298	99974	02298	43.508	41
20	0.00582	0.99998	0.00582	171.89	40	20	0.02327	0.99973	0.02328	42.964	40
21	00611	99998	00611	163.70	39	21	02356	99972	02357	42.433	39
22	00640	99998	00640	156.26	38	22	02385	99972	02386	41.916	38
23	00669	99998	00669	149.47	37	23	02414	99971	02415	41.411	37
24	00698	99998	00698	143.24	36	24	02443	99970	02444	40.917	36
25	0.00727	0.99997	0.00727	137.51	35	25	0.02472	0.99969	0.02473	40.436	35
26	00756	99997	00756	132.22	34	26	02501	99969	02502	39.965	34
27	00785	99997	00785	127.32	33	27	02530	99968	02531	39.506	33
28	00814	99997	00815	122.77	32	28	02560	99967	02560	39.057	32
29	00844	99996	00844	118.54	31	29	02589	99966	02589	38.618	31
30	0.00873	0.99996	0.00873	114.59	30	30	0.02618	0.99966	0.02619	38.188	30
31	00902	99996	00902	110.89	29	31	02647	99965	02648	37.769	29
32	00931	99996	00931	107.43	28	32	02676	99964	02677	37.358	28
33	00960	99995	00960	104.17	27	33	02705	99963	02706	36.956	27
34	00989	99995	00989	101.11	26	34	02734	99963	02735	36.563	26
35	0.01018	0.99995	0.01018	98.218	25	35	0.02763	0.99962	0.02764	36.178	25
36	01047	99995	01047	95.489	24	36	02792	99961	02793	35.801	24
37	01076	99994	01076	92.908	23	37	02821	99960	02822	35.431	23
38	01105	99994	01105	90.463	22	38	02850	99959	02851	35.070	22
39	01134	99994	01135	88.144	21	39	02879	99959	02881	34.715	21
40	0.01164	0.99993	0.01164	85.940	20	40	0.02908	0.99958	0.02910	34.368	20
41	01193	99993	01193	83.844	19	41	02938	99957	02939	34.027	19
42	01222	99993	01222	81.847	18	42	02967	99956	02968	33.694	18
43	01251	99992	01251	79.943	17	43	02996	99955	02997	33.366	17
44	01280	99992	01280	78.126	16	44	03025	99954	03026	33.045	16
45	0.01309	0.99991	0.01309	76.390	15	45	0.03054	0.99953	0.03055	32.730	15
46	01338	99991	01338	74.729	14	46	03083	99952	03084	32.421	14
47	01367	99991	01367	73.139	13	47	03112	99952	03114	32.118	13
48	01396	99990	01396	71.615	12	48	03141	99951	03143	31.821	12
49	01425	99990	01425	70.153	11	49	03170	99950	03172	31.528	11
50	0.01454	0.99989	0.01455	68.750	10	50	0.03199	0.99949	0.03201	31.242	10
51	01483	99989	01484	67.402	9	51	03228	99948	03230	30.960	9
52	01513	99989	01513	66.105	8	52	03257	99947	03259	30.683	8
53	01542	99988	01542	64.858	7	53	03286	99946	03288	30.412	7
54	01571	99988	01571	63.657	6	54	03316	99945	03317	30.145	6
55	0.01600	0.99987	0.01600	62.499	5	55	0.03345	0.99944	0.03346	29.882	5
56	01629	99987	01629	61.383	4	56	03374	99943	03376	29.624	4
57	01658	99986	01658	60.306	3	57	03403	99942	03405	29.371	3
58	01687	99986	01687	59.266	2	58	03432	99941	03434	29.122	2
59	01716	99985	01716	58.261	1	59	03461	99940	03463	28.877	1
60′	0.01745	0.99985	0.01746	57.290	0′	60′	0.03490	0.99939	0.03492	28.636	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 89°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 88°

续表

$\alpha=2°$	sinα	cosα	tgα	ctgα		$\alpha=3°$	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.03490	0.99939	0.03492	28.636	60′	0′	0.05234	0.99863	0.05241	19.081	60′
1	03519	99938	03521	399	59	1	05263	99861	05270	18.976	59
2	03548	99937	03550	166	58	2	05292	99860	05299	871	58
3	03577	99936	03579	27.937	57	3	05321	99858	05328	768	57
4	03606	99935	03609	712	56	4	05350	99857	05357	666	56
5	0.03635	0.99934	0.03638	27.490	55	5	0.05379	0.99855	0.05387	18.564	55
6	03664	99933	03667	271	54	6	05408	99854	05416	464	54
7	03693	99932	03696	057	53	7	05437	99852	05445	366	53
8	03723	99931	03725	26.845	52	8	05466	99851	05474	268	52
9	03752	99930	03754	637	51	9	05495	99849	05503	171	51
10	0.03781	0.99929	0.03783	26.432	50	10	0.05524	0.99847	0.05533	18.075	50
11	03810	99927	03812	230	49	11	05553	99846	05562	17.980	49
12	03839	99926	03842	031	48	12	05582	99844	05591	886	48
13	03868	99925	03871	25.835	47	13	05611	99842	05620	793	47
14	03897	99924	03900	642	46	14	05640	99841	05649	702	46
15	0.03926	0.99923	0.03929	25.452	45	15	0.05669	0.99839	0.05678	17.611	45
16	03955	99922	03958	264	44	16	05698	99838	05708	521	44
17	03984	99921	03987	080	43	17	05727	99836	05737	431	43
18	04013	99919	04016	24.898	42	18	05756	99834	05766	343	42
19	04042	99918	04046	719	41	19	05785	99833	05795	256	41
20	0.04071	0.99917	0.04075	24.542	40	20	0.05814	0.99831	0.05824	17.169	40
21	04100	99916	04104	368	39	21	05844	99829	05854	084	39
22	04129	99915	04133	196	38	22	05873	99827	05883	16.999	38
23	04159	99913	04162	026	37	23	05902	99826	05912	915	37
24	04188	99912	04191	23.859	36	24	05931	99824	05941	832	36
25	0.04217	0.99911	0.04220	23.695	35	25	0.05960	0.99822	0.05970	16.750	35
26	04246	99910	04250	532	34	26	05989	99821	05999	668	34
27	04275	99909	04279	372	33	27	06018	99819	06029	587	33
28	04304	99907	04308	214	32	28	06047	99817	06058	507	32
29	04333	99906	04337	058	31	29	06076	99815	06087	428	31
30	0.04362	0.99905	0.04366	22.904	30	30	0.06105	0.99813	0.06116	16.350	30
31	04391	99904	04395	752	29	31	06134	99812	06145	272	29
32	04420	99902	04424	602	28	32	06163	99810	06175	195	28
33	04449	99901	04454	454	27	33	06192	99808	06204	119	27
34	04478	99900	04483	308	26	34	06221	99806	06233	043	26
35	0.04507	0.99898	0.04512	22.164	25	35	0.06250	0.99804	0.06262	15.969	25
36	04536	99897	04541	022	24	36	06279	99803	06291	895	24
37	04565	99896	04570	21.881	23	37	06308	99801	06321	821	23
38	04594	99894	04599	743	22	38	06337	99799	06350	748	22
39	04623	99893	04628	606	21	39	06366	99797	06379	676	21
40	0.04653	0.99892	0.04658	21.470	20	40	0.06395	0.99795	0.06408	15.605	20
41	04682	99890	04687	337	19	41	06424	99793	06437	534	19
42	04711	99889	04716	205	18	42	06453	99792	06467	464	18
43	04740	99888	04745	075	17	43	06482	99790	06496	394	17
44	04769	99886	04774	20.946	16	44	06511	99788	06525	325	16
45	0.04798	0.99885	0.04803	20.819	15	45	0.06540	0.99786	0.06554	15.257	15
46	04827	99883	04833	693	14	46	06569	99784	06584	189	14
47	04856	99882	04862	569	13	47	06598	99782	06613	122	13
48	04885	99881	04891	446	12	48	06627	99780	06642	056	12
49	04914	99879	04920	325	11	49	06656	99778	06671	14.990	11
50	0.04943	0.99878	0.04949	20.206	10	50	0.06685	0.99776	0.06700	14.924	10
51	04972	99876	04978	087	9	51	06714	99774	06730	860	9
52	05001	99875	05007	19.970	8	52	06743	99772	06759	795	8
53	05030	99873	05037	855	7	53	06773	99770	06788	732	7
54	05059	99872	05066	740	6	54	06802	99768	06817	669	6
55	0.05088	0.99870	0.05095	19.627	5	55	0.06831	0.99766	0.06847	14.606	5
56	05117	99869	05124	516	4	56	06860	99764	06876	544	4
57	05146	99867	05153	405	3	57	06889	99762	06905	482	3
58	05175	99866	05182	296	2	58	06918	99760	06934	421	2
59	05205	99864	05212	188	1	59	06947	99758	06963	361	1
60′	0.05234	0.99863	0.05241	19.081	0′	60′	0.06976	0.99756	0.06993	14.301	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	$\alpha=87°$		cosα	sinα	ctgα	tgα	$\alpha=86°$

续表

$\alpha=4°$	sinα	cosα	tgα	ctgα		$\alpha=5°$	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.06976	0.99756	0.06993	14.301	60′	0′	0.08716	0.99619	0.08749	11.430	60′
1	07005	99754	07022	241	59	1	08745	99617	08778	392	59
2	07034	99752	07051	182	58	2	08774	99614	08807	354	58
3	07063	99750	07080	124	57	3	08803	99612	08837	316	57
4	07092	99748	07110	065	56	4	08831	99609	08866	279	56
5	0.07121	0.99746	0.07139	14.008	55	5	0.08860	0.99607	0.08895	11.242	55
6	07150	99744	07168	13.951	54	6	08889	99604	08925	205	54
7	07179	99742	07197	894	53	7	08918	99602	08954	168	53
8	07208	99740	07227	838	52	8	08947	99599	08983	132	52
9	07237	99738	07256	782	51	9	08976	99596	09013	095	51
10	0.07266	0.99736	0.07285	13.727	50	10	0.09005	0.99594	0.09042	11.059	50
11	07295	99734	07314	672	49	11	09034	99591	09071	024	49
12	07324	99731	07344	617	48	12	09063	99588	09101	10.988	48
13	07353	99729	07373	563	47	13	09092	99586	09130	953	47
14	07382	99727	07402	510	46	14	09121	99583	09159	918	46
15	0.07411	0.99725	0.07431	13.457	45	15	0.09150	0.99580	0.09189	10.883	45
16	07440	99723	07461	404	44	16	09179	99578	09218	848	44
17	07469	99721	07490	352	43	17	09208	99575	09247	814	43
18	07498	99719	07519	300	42	18	09237	99572	09277	780	42
19	07527	99716	07548	248	41	19	09266	99570	09306	746	41
20	0.07556	0.99714	0.07578	13.197	40	20	0.09295	0.99567	0.09335	10.712	40
21	07585	99712	07607	146	39	21	09324	99564	09365	678	39
22	07614	99710	07636	096	38	22	09353	99562	09394	645	38
23	07643	99708	07665	046	37	23	09382	99559	09423	612	37
24	07672	99705	07695	12.996	36	24	09411	99556	09453	579	36
25	0.07701	0.99703	0.07724	12.947	35	25	0.09440	0.99553	0.09482	10.546	35
26	07730	99701	07753	898	34	26	09469	99551	09511	514	34
27	07759	99699	07782	850	33	27	09498	99548	09541	481	33
28	07788	99696	07812	801	32	28	09527	99545	09570	449	32
29	07817	99694	07841	754	31	29	09556	99542	09600	417	31
30	0.07846	0.99692	0.07870	12.706	30	30	0.09585	0.99540	0.09629	10.385	30
31	07875	99689	07899	659	29	31	09614	99537	09658	354	29
32	07904	99687	07929	612	28	32	09642	99534	09688	322	28
33	07933	99685	07958	566	27	33	09671	99531	09717	291	27
34	07962	99683	07987	520	26	34	09700	99528	09746	260	26
35	0.07991	0.99680	0.08017	12.474	25	35	0.09729	0.99526	0.09776	10.229	25
36	08020	99678	08046	429	24	36	09758	99523	09805	199	24
37	08049	99676	08075	384	23	37	09787	99520	09834	168	23
38	08078	99673	08104	339	22	38	09816	99517	09864	138	22
39	08107	99671	08134	295	21	39	09845	99514	09893	108	21
40	0.08136	0.99668	0.08163	12.251	20	40	0.09874	0.99511	0.09923	10.078	20
41	08165	99666	08192	207	19	41	09903	99508	09952	048	19
42	08194	99664	08221	163	18	42	09932	99506	09981	019	18
43	08223	99661	08251	120	17	43	09961	99503	10011	9.9893	17
44	08252	99659	08280	077	16	44	09990	99500	10040	9601	16
45	0.08281	0.99657	0.08309	12.035	15	45	0.10019	0.99497	0.10069	9.9310	15
46	08310	99654	08339	11.992	14	46	10048	99494	10099	9021	14
47	08339	99652	08368	950	13	47	10077	99491	10128	8734	13
48	08368	99649	08397	909	12	48	10106	99488	10158	8448	12
49	08397	99647	08427	867	11	49	10135	99485	10187	8164	11
50	0.08426	0.99644	0.08456	11.826	10	50	0.10164	0.99482	0.10216	9.7882	10
51	08455	99642	08485	785	9	51	10192	99479	10246	7601	9
52	08484	99639	08514	745	8	52	10221	99476	10275	7322	8
53	08513	99637	08544	705	7	53	10250	99473	10305	7044	7
54	08542	99635	08573	664	6	54	10279	99470	10334	6768	6
55	0.08571	0.99632	0.08602	11.625	5	55	0.10308	0.99467	0.10363	9.6493	5
56	08600	99630	08632	585	4	56	10337	99464	10393	6220	4
57	08629	99627	08661	546	3	57	10366	99461	10422	5949	3
58	08658	99625	08690	507	2	58	10395	99458	10452	5679	2
59	08687	99622	08720	468	1	59	10424	99455	10481	5411	1
60′	0.08716	0.99619	0.08749	11.430	0′	60′	0.10453	0.99452	0.10510	9.5144	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	$\alpha=85°$		cosα	sinα	ctgα	tgα	$\alpha=84°$

续表

$\alpha=6°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$	
0′	0.10453	0.99452	0.10510	9.5144	60′
1	10482	99449	10540	4878	59
2	10511	99446	10569	4614	58
3	10540	99443	10599	4352	57
4	10569	99440	10628	4090	56
5	0.10597	0.99437	0.10657	9.3831	55
6	10626	99434	10687	3572	54
7	10655	99431	10716	3315	53
8	10684	99428	10746	3060	52
9	10713	99424	10775	2806	51
10	0.10742	0.99421	0.10805	9.2553	50
11	10771	99418	10834	2302	49
12	10800	99415	10863	2052	48
13	10829	99412	10893	1803	47
14	10858	99409	10922	1555	46
15	0.10887	0.99406	0.10952	9.1309	45
16	10916	99402	10981	1065	44
17	10945	99399	11011	0821	43
18	10973	99396	11040	0579	42
19	11002	99393	11070	0338	41
20	0.11031	0.99390	0.11099	9.0098	40
21	11060	99386	11128	8.9860	39
22	11089	99383	11158	9623	38
23	11118	99380	11187	9387	37
24	11147	99377	11217	9152	36
25	0.11176	0.99374	0.11246	8.8919	35
26	11205	99370	11276	8686	34
27	11234	99367	11305	8455	33
28	11263	99364	11335	8225	32
29	11291	99360	11364	7996	31
30	0.11320	0.99357	0.11394	8.7769	30
31	11349	99354	11423	7542	29
32	11378	99351	11452	7317	28
33	11407	99347	11482	7093	27
34	11436	99344	11511	6870	26
35	0.11465	0.99341	0.11541	8.6648	25
36	11494	99337	11570	6427	24
37	11523	99334	11600	6208	23
38	11552	99331	11629	5989	22
39	11580	99327	11659	5772	21
40	0.11609	0.99324	0.11688	8.5555	20
41	11638	99320	11718	5340	19
42	11667	99317	11747	5126	18
43	11696	99314	11777	4913	17
44	11725	99310	11806	4701	16
45	0.11754	0.99307	0.11836	8.4490	15
46	11783	99303	11865	4280	14
47	11812	99300	11895	4071	13
48	11840	99297	11924	3863	12
49	11869	99293	11954	3656	11
50	0.11898	0.99290	0.11983	8.3450	10
51	11927	99286	12013	3245	9
52	11956	99283	12042	3041	8
53	11985	99279	12072	2838	7
54	12014	99276	12101	2636	6
55	0.12043	0.99272	0.12131	8.2434	5
56	12071	99269	12160	2234	4
57	12100	99265	12190	2035	3
58	12129	99262	12219	1837	2
59	12158	99258	12249	1640	1
60′	0.12187	0.99255	0.12278	8.1443	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$\alpha=83°$

$\alpha=7°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$	
0′	0.12187	0.99255	0.12278	8.1443	60′
1	12216	99251	12308	1248	59
2	12245	99248	12338	1054	58
3	12274	99244	12367	0860	57
4	12302	99240	12397	0667	56
5	0.12331	0.99237	0.12426	8.0476	55
6	12360	99233	12456	0285	54
7	12389	99230	12485	0095	53
8	12418	99226	12515	7.9906	52
9	12447	99222	12544	9718	51
10	0.12476	0.99219	0.12574	7.9530	50
11	12504	99215	12603	9344	49
12	12533	99211	12633	9158	48
13	12562	99208	12662	8973	47
14	12591	99204	12692	8789	46
15	0.12620	0.99200	0.12722	7.8606	45
16	12649	99197	12751	8424	44
17	12678	99193	12781	8243	43
18	12706	99189	12810	8062	42
19	12735	99186	12840	7882	41
20	0.12764	0.99182	0.12869	7.7704	40
21	12793	99178	12899	7525	39
22	12822	99175	12929	7348	38
23	12851	99171	12958	7171	37
24	12880	99167	12988	6996	36
25	0.12908	0.99163	0.13017	7.6821	35
26	12937	99160	13047	6647	34
27	12966	99156	13076	6473	33
28	12995	99152	13106	6301	32
29	13024	99148	13136	6129	31
30	0.13053	0.99144	0.13165	7.5958	30
31	13081	99141	13195	5787	29
32	13110	99137	13224	5618	28
33	13139	99133	13254	5449	27
34	13168	99129	13284	5281	26
35	0.13197	0.99125	0.13313	7.5113	25
36	13226	99122	13343	4947	24
37	13254	99118	13372	4781	23
38	13283	99114	13402	4615	22
39	13312	99110	13432	4451	21
40	0.13341	0.99106	0.13461	7.4287	20
41	13370	99102	13491	4124	19
42	13399	99098	13521	3962	18
43	13427	99094	13550	3800	17
44	13456	99091	13580	3639	16
45	0.13485	0.99087	0.13609	7.3479	15
46	13514	99083	13639	3319	14
47	13543	99079	13669	3160	13
48	13572	99075	13698	3002	12
49	13600	99071	13728	2844	11
50	0.13629	0.99067	0.13758	7.2687	10
51	13658	99063	13787	2531	9
52	13687	99059	13817	2375	8
53	13716	99055	13846	2220	7
54	13744	99051	13876	2066	6
55	0.13773	0.99047	0.13906	7.1912	5
56	13802	99043	13935	1759	4
57	13831	99039	13965	1607	3
58	13860	99035	13995	1455	2
59	13889	99031	14024	1304	1
60′	0.13917	0.99027	0.14054	7.1154	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$\alpha=82°$

续表

α=8°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α=9°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.13917	0.99027	0.14054	7.1154	60′	0′	0.15643	0.98769	0.15838	6.3138	60′
1	13946	99023	14084	1004	59	1	15672	98764	15868	3019	59
2	13975	99019	14113	0855	58	2	15701	98760	15898	2901	58
3	14004	99015	14143	0706	57	3	15730	98755	15928	2783	57
4	14033	99011	14173	0558	56	4	15758	98751	15958	2666	56
5	0.14061	0.99006	0.14202	7.0410	55	5	0.15787	0.98746	0.15988	6.2549	55
6	14090	99002	14232	0264	54	6	15816	98741	16017	2432	54
7	14119	98998	14262	0117	53	7	15845	98737	16047	2316	53
8	14148	98994	14291	6.9972	52	8	15873	98732	16077	2200	52
9	14177	98990	14321	9827	51	9	15902	98728	16107	2085	51
10	0.14205	0.98986	0.14351	6.9682	50	10	0.15931	0.98723	0.16137	6.1970	50
11	14234	98982	14381	9538	49	11	15959	98718	16167	1856	49
12	14263	98978	14410	9395	48	12	15988	98714	16196	1742	48
13	14292	98973	14440	9252	47	13	16017	98709	16226	1628	47
14	14320	98969	14470	9110	46	14	16046	98704	16256	1515	46
15	0.14349	0.98965	0.14499	6.8969	45	15	0.16074	0.98700	0.16286	6.1402	45
16	14378	98961	14529	8828	44	16	16103	98695	16316	1290	44
17	14407	98957	14559	8687	43	17	16132	98690	16346	1178	43
18	14436	98953	14588	8548	42	18	16160	98686	16376	1066	42
19	14464	98948	14618	8408	41	19	16189	98681	16405	0955	41
20	0.14493	0.98944	0.14648	6.8269	40	20	0.16218	0.98676	0.16435	6.0844	40
21	14522	98940	14678	8131	39	21	16246	98671	16465	0734	39
22	14551	98936	14707	7994	38	22	16275	98667	16495	0624	38
23	14580	98931	14737	7856	37	23	16304	98662	16525	0514	37
24	14608	98927	14767	7720	36	24	16333	98657	16555	0405	36
25	0.14637	0.98923	0.14796	6.7584	35	25	0.16361	0.98652	0.16585	6.0296	35
26	14666	98919	14826	7448	34	26	16390	98648	16615	0188	34
27	14695	98914	14856	7313	33	27	16419	98643	16645	0080	33
28	14723	98910	14886	7179	32	28	16447	98638	16674	5.9972	32
29	14752	98906	14915	7045	31	29	16476	98633	16704	9865	31
30	0.14781	0.98902	0.14945	6.6912	30	30	0.16505	0.98629	0.16734	5.9758	30
31	14810	98897	14975	6779	29	31	16533	98624	16764	9651	29
32	14838	98893	15005	6646	28	32	16562	98619	16794	9545	28
33	14867	98889	15034	6514	27	33	16591	98614	16824	9439	27
34	14896	98884	15064	6383	26	34	16620	98609	16854	9333	26
35	0.14925	0.98880	0.15094	6.6252	25	35	0.16648	0.98604	0.16884	5.9228	25
36	14954	98876	15124	6122	24	36	16677	98600	16914	9124	24
37	14982	98871	15153	5992	23	37	16706	98595	16944	9019	23
38	15011	98867	15183	5863	22	38	16734	98590	16974	8915	22
39	15040	98863	15213	5734	21	39	16763	98585	17004	8811	21
40	0.15069	0.98858	0.15243	6.5606	20	40	0.16792	0.98580	0.17033	5.8708	20
41	15097	98854	15272	5478	19	41	16820	98575	17063	8605	19
42	15126	98849	15302	5350	18	42	16849	98570	17093	8502	18
43	15155	98845	15332	5223	17	43	16878	98565	17123	8400	17
44	15184	98841	15362	5097	16	44	16906	98561	17153	8298	16
45	0.15212	0.98836	0.15391	6.4971	15	45	0.16935	0.98556	0.17183	5.8197	15
46	15241	98832	15421	4846	14	46	16964	98551	17213	8095	14
47	15270	98827	15451	4721	13	47	16992	98546	17243	7994	13
48	15299	98823	15481	4596	12	48	17021	98541	17273	7894	12
49	15327	98818	15511	4472	11	49	17050	98536	17303	7794	11
50	0.15356	0.98814	0.15540	6.4348	10	50	0.17078	0.98531	0.17333	5.7694	10
51	15385	98809	15570	4225	9	51	17107	98526	17363	7594	9
52	15414	98805	15600	4103	8	52	17136	98521	17393	7495	8
53	15442	98800	15630	3980	7	53	17164	98516	17423	7396	7
54	15471	98796	15660	3859	6	54	17193	98511	17453	7297	6
55	0.15500	0.98791	0.15689	6.3737	5	55	0.17222	0.98506	0.17483	5.7199	5
56	15529	98787	15719	3616	4	56	17250	98501	17513	7101	4
57	15557	98782	15749	3496	3	57	17279	98496	17543	7004	3
58	15586	98778	15779	3376	2	58	17308	98491	17573	6906	2
59	15615	98773	15809	3257	1	59	17336	98486	17603	6809	1
60′	0.15643	0.98769	0.15838	6.3138	0′	60′	0.17365	0.98481	0.17633	5.6713	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=81°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α=80°

续表

α = 10°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α = 11°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.17365	0.98481	0.17633	5.6713	60′	0′	0.19081	0.98163	0.19438	5.1446	60′
1	17393	98476	17663	6617	59	1	19109	98157	19468	1366	59
2	17422	98471	17693	6521	58	2	19138	98152	19498	1286	58
3	17451	98466	17723	6425	57	3	19167	98146	19529	1207	57
4	17479	98461	17753	6329	56	4	19195	98140	19559	1128	56
5	0.17508	0.98455	0.17783	5.6234	55	5	0.19224	0.98135	0.19589	5.1049	55
6	17537	98450	17813	6140	54	6	19252	98129	19619	0970	54
7	17565	98445	17843	6045	53	7	19281	98124	19649	0892	53
8	17594	98440	17873	5951	52	8	19309	98118	19680	0814	52
9	17623	98435	17903	5857	51	9	19338	98112	19710	0736	51
10	0.17651	0.98430	0.17933	5.5764	50	10	0.19366	0.98107	0.19740	5.0658	50
11	17680	98425	17963	5671	49	11	19395	98101	19770	0581	49
12	17708	98420	17993	5578	48	12	19423	98096	19801	0504	48
13	17737	98414	18023	5485	47	13	19452	98090	19831	0427	47
14	17766	98409	18053	5393	46	14	19481	98084	19861	0350	46
15	0.17794	0.98404	0.18083	5.5301	45	15	0.19509	0.98079	0.19891	5.0273	45
16	17823	98399	18113	5209	44	16	19538	98073	19921	0197	44
17	17852	98394	18143	5118	43	17	19566	98067	19952	0121	43
18	17880	98389	18173	5026	42	18	19595	98061	19982	0045	42
19	17909	98383	18203	4936	41	19	19623	98056	20012	4.9969	41
20	0.17937	0.98378	0.18233	5.4845	40	20	0.19652	0.98050	0.20042	4.9894	40
21	17966	98373	18263	4755	39	21	19680	98044	20073	9819	39
22	17995	98368	18293	4665	38	22	19709	98039	20103	9744	38
23	18023	98362	18323	4575	37	23	19737	98033	20133	9669	37
24	18052	98357	18353	4486	36	24	19766	98027	20164	9594	36
25	0.18081	0.98352	0.18384	5.4397	35	25	0.19794	0.98021	0.20194	4.9520	35
26	18109	98347	18414	4308	34	26	19823	98016	20224	9446	34
27	18138	98341	18444	4219	33	27	19851	98010	20254	9372	33
28	18166	98336	18474	4131	32	28	19880	98004	20285	9298	32
29	18195	98331	18504	4043	31	29	19908	97998	20315	9225	31
30	0.18224	0.98325	0.18534	5.3955	30	30	0.19937	0.97992	0.20345	4.9152	30
31	18252	98320	18564	3868	29	31	19965	97987	20376	9078	29
32	18281	98315	18594	3781	28	32	19994	97981	20406	9006	28
33	18309	98310	18624	3694	27	33	20022	97975	20436	8933	27
34	18338	98304	18654	3607	26	34	20051	97969	20466	8860	26
35	0.18367	0.98299	0.18684	5.3521	25	35	0.20079	0.97963	0.20497	4.8788	25
36	18395	98294	18714	3435	24	36	20108	97958	20527	8716	24
37	18424	98288	18745	3349	23	37	20136	97952	20557	8644	23
38	18452	98283	18775	3263	22	38	20165	97946	20588	8573	22
39	18481	98277	18805	3178	21	39	20193	97940	20618	8501	21
40	0.18509	0.98272	0.18835	5.3093	20	40	0.20222	0.97934	0.20648	4.8430	20
41	18538	98267	18865	3008	19	41	20250	97928	20679	8359	19
42	18567	98261	18895	2924	18	42	20279	97922	20709	8288	18
43	18595	98256	18925	2839	17	43	20307	97916	20739	8218	17
44	18624	98250	18955	2755	16	44	20336	97910	20770	8147	16
45	0.18652	0.98245	0.18986	5.2672	15	45	0.20364	0.97905	0.20800	4.8077	15
46	18681	98240	19016	2588	14	46	20393	97899	20830	8007	14
47	18710	98234	19046	2505	13	47	20421	97893	20861	7937	13
48	18738	98229	19076	2422	12	48	20450	97887	20891	7867	12
49	18767	98223	19106	2339	11	49	20478	97881	20921	7798	11
50	0.18795	0.98218	0.19136	5.2257	10	50	0.20507	0.97875	0.20952	4.7729	10
51	18824	98212	19166	2174	9	51	20535	97869	20982	7659	9
52	18852	98207	19197	2092	8	52	20563	97863	21013	7591	8
53	18881	98201	19227	2011	7	53	20592	97857	21043	7522	7
54	18910	98196	19257	1929	6	54	20620	97851	21073	7453	6
55	0.18938	0.98190	0.19287	5.1848	5	55	0.20649	0.97845	0.21104	4.7385	5
56	18967	98185	19317	1767	4	56	20677	97839	21134	7317	4
57	18995	98179	19347	1686	3	57	20706	97833	21164	7249	3
58	19024	98174	19378	1606	2	58	20734	97827	21195	7181	2
59	19052	98168	19408	1526	1	59	20763	97821	21225	7114	1
60′	0.19081	0.98163	0.19438	5.1446	0′	60′	0.20791	0.97815	0.21256	4.7046	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 79°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 78°

续表

$\alpha=12°$	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.20791	0.97815	0.21256	4.7046	60′
1	20820	97809	21286	6979	59
2	20848	97803	21316	6912	58
3	20877	97797	21347	6845	57
4	20905	97791	21377	6779	56
5	0.20933	0.97784	0.21408	4.6712	55
6	20962	97778	21438	6646	54
7	20990	97772	21469	6580	53
8	21019	97766	21499	6514	52
9	21047	97760	21529	6448	51
10	0.21076	0.97754	0.21560	4.6382	50
11	21104	97748	21590	6317	49
12	21132	97742	21621	6252	48
13	21161	97735	21651	6187	47
14	21189	97729	21682	6122	46
15	0.21218	0.97723	0.21712	4.6057	45
16	21246	97717	21743	5993	44
17	21275	97711	21773	5928	43
18	21303	97705	21804	5864	42
19	21331	97698	21834	5800	41
20	0.21360	0.97692	0.21864	4.5736	40
21	21388	97686	21895	5673	39
22	21417	97680	21925	5609	38
23	21445	97673	21956	5546	37
24	21474	97667	21986	5483	36
25	0.21502	0.97661	0.22017	4.5420	35
26	21530	97655	22047	5357	34
27	21559	97648	22078	5294	33
28	21587	97642	22108	5232	32
29	21616	97636	22139	5169	31
30	0.21644	0.97630	0.22169	4.5107	30
31	21672	97623	22200	5045	29
32	21701	97617	22231	4983	28
33	21729	97611	22261	4922	27
34	21758	97604	22292	4860	26
35	0.21786	0.97598	0.22322	4.4799	25
36	21814	97592	22353	4737	24
37	21843	97585	22383	4676	23
38	21871	97579	22414	4615	22
39	21899	97573	22444	4555	21
40	0.21928	0.97566	0.22475	4.4494	20
41	21956	97560	22505	4434	19
42	21985	97553	22536	4373	18
43	22013	97547	22567	4313	17
44	22041	97541	22597	4253	16
45	0.22070	0.97534	0.22628	4.4194	15
46	22098	97528	22658	4134	14
47	22126	97521	22689	4075	13
48	22155	97515	22719	4015	12
49	22183	97508	22750	3956	11
50	0.22212	0.97502	0.22781	4.3897	10
51	22240	97496	22811	3838	9
52	22268	97489	22842	3779	8
53	22297	97483	22872	3721	7
54	22325	97476	22903	3662	6
55	0.22353	0.97470	0.22934	4.3604	5
56	22382	97463	22964	3546	4
57	22410	97457	22995	3488	3
58	22438	97450	23026	3430	2
59	22467	97444	23056	3372	1
60′	0.22495	0.97437	0.23087	4.3315	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	$\alpha=77°$

$\alpha=13°$	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.22495	0.97437	0.23087	4.3315	60′
1	22523	97430	23117	3257	59
2	22552	97424	23148	3200	58
3	22580	97417	23179	3143	57
4	22608	97411	23209	3086	56
5	0.22637	0.97404	0.23240	4.3029	55
6	22665	97398	23271	2972	54
7	22693	97391	23301	2916	53
8	22722	97384	23332	2859	52
9	22750	97378	23363	2803	51
10	0.22778	0.97371	0.23393	4.2747	50
11	22807	97365	23424	2691	49
12	22835	97358	23455	2635	48
13	22863	97351	23485	2579	47
14	22892	97345	23516	2524	46
15	0.22920	0.97338	0.23547	4.2468	45
16	22948	97331	23578	2413	44
17	22977	97325	23608	2358	43
18	23005	97318	23639	2303	42
19	23033	97311	23670	2248	41
20	0.23062	0.97304	0.23700	4.2193	40
21	23090	97298	23731	2139	39
22	23118	97291	23762	2084	38
23	23146	97284	23793	2030	37
24	23175	97278	23823	1976	36
25	0.23203	0.97271	0.23854	4.1922	35
26	23231	97264	23885	1868	34
27	23260	97257	23916	1814	33
28	23288	97251	23946	1760	32
29	23316	97244	23977	1706	31
30	0.23345	0.97237	0.24008	4.1653	30
31	23373	97230	24039	1600	29
32	23401	97223	24069	1547	28
33	23429	97217	24100	1493	27
34	23458	97210	24131	1441	26
35	0.23486	0.97203	0.24162	4.1388	25
36	23514	97196	24193	1335	24
37	23542	97189	24223	1282	23
38	23571	97182	24254	1230	22
39	23599	97176	24285	1178	21
40	0.23627	0.97169	0.24316	4.1126	20
41	23656	97162	24347	1074	19
42	23684	97155	24377	1022	18
43	23712	97148	24408	0970	17
44	23740	97141	24439	0918	16
45	0.23769	0.97134	0.24470	4.0867	15
46	23797	97127	24501	0815	14
47	23825	97120	24532	0764	13
48	23853	97113	24562	0713	12
49	23882	97106	24593	0662	11
50	0.23910	0.97100	0.24624	4.0611	10
51	23938	97093	24655	0560	9
52	23966	97086	24686	0509	8
53	23995	97079	24717	0459	7
54	24023	97072	24747	0408	6
55	0.24051	0.97065	0.24778	4.0358	5
56	24079	97058	24809	0308	4
57	24108	97051	24840	0257	3
58	24136	97044	24871	0207	2
59	24164	97037	24902	0158	1
60′	0.24192	0.97030	0.24933	4.0108	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	$\alpha=76°$

续表

α = 14°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α = 15°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.24192	0.97030	0.24933	4.0108	60′	0′	0.25882	0.96593	0.26795	3.7321	60′
1	24220	97023	24964	0058	59	1	25910	96585	26826	7277	59
2	24249	97015	24995	0009	58	2	25938	96578	26857	7234	58
3	24277	97008	25026	3.9959	57	3	25966	96570	26888	7191	57
4	24305	97001	25056	9910	56	4	25994	96562	26920	7148	56
5	0.24333	0.96994	0.25087	3.9861	55	5	0.26022	0.96555	0.26951	3.7105	55
6	24362	96987	25118	9812	54	6	26050	96547	26982	7062	54
7	24390	96980	25149	9763	53	7	26079	96540	27013	7019	53
8	24418	96973	25180	9714	52	8	26107	96532	27044	6976	52
9	24446	96966	25211	9665	51	9	26135	96524	27076	6933	51
10	0.24474	0.96959	0.25242	3.9617	50	10	0.26163	0.96517	0.27107	3.6891	50
11	24503	96952	25273	9568	49	11	26191	96509	27138	6848	49
12	24531	96945	25304	9520	48	12	26219	96502	27169	6806	48
13	24559	96937	25335	9471	47	13	26247	96494	27201	6764	47
14	24587	96930	25366	9423	46	14	26275	96486	27232	6722	46
15	0.24615	0.96923	0.25397	3.9375	45	15	0.26303	0.96479	0.27263	3.6680	45
16	24644	96916	25428	9327	44	16	26331	96471	27294	6638	44
17	24672	96909	25459	9279	43	17	26359	96463	27326	6596	43
18	24700	96902	25490	9232	42	18	26387	96456	27357	6554	42
19	24728	96894	25521	9184	41	19	26415	96448	27388	6512	41
20	0.24756	0.96887	0.25552	3.9136	40	20	0.26443	0.96440	0.27419	3.6470	40
21	24784	96880	25583	9089	39	21	26471	96433	27451	6429	39
22	24813	96873	25614	9042	38	22	26500	96425	27482	6387	38
23	24841	96866	25645	8995	37	23	26528	96417	27513	6346	37
24	24869	96858	25676	8947	36	24	26556	96410	27545	6305	36
25	0.24897	0.96851	0.25707	3.8900	35	25	0.26584	0.96402	0.27576	3.6264	35
26	24925	96844	25738	8854	34	26	26612	96394	27607	6222	34
27	24954	96837	25769	8807	33	27	26640	96386	27639	6181	33
28	24982	96829	25800	8760	32	28	26668	96379	27670	6140	32
29	25010	96822	25831	8714	31	29	26696	96371	27701	6100	31
30	0.25038	0.96815	0.25862	3.8667	30	30	0.26724	0.96363	0.27732	3.6059	30
31	25066	96807	25893	8621	29	31	26752	96355	27764	6018	29
32	25094	96800	25924	8575	28	32	26780	96347	27795	5978	28
33	25122	96793	25955	8528	27	33	26808	96340	27826	5937	27
34	25151	96786	25986	8482	26	34	26836	96332	27858	5897	26
35	0.25179	0.96778	0.26017	3.8436	25	35	0.26864	0.96324	0.27889	3.5856	25
36	25207	96771	26048	8391	24	36	26892	96316	27921	5816	24
37	25235	96764	26079	8345	23	37	26920	96308	27952	5776	23
38	25263	96756	26110	8299	22	38	26948	96301	27983	5736	22
39	25291	96749	26141	8254	21	39	26976	96293	28015	5696	21
40	0.25320	0.96742	0.26172	3.8208	20	40	0.27004	0.96285	0.28046	3.5656	20
41	25348	96734	26203	8163	19	41	27032	96277	28077	5616	19
42	25376	96727	26235	8118	18	42	27060	96269	28109	5576	18
43	25404	96719	26266	8073	17	43	27088	96261	28140	5536	17
44	25432	96712	26297	8028	16	44	27116	96253	28172	5497	16
45	0.25460	0.96705	0.26328	3.7983	15	45	0.27144	0.96246	0.28203	3.5457	15
46	25488	96697	26359	7938	14	46	27172	96238	28234	5418	14
47	25516	96690	26390	7893	13	47	27200	96230	28266	5379	13
48	25545	96682	26421	7848	12	48	27228	96222	28297	5339	12
49	25573	96675	26452	7804	11	49	27256	96214	28329	5300	11
50	0.25601	0.96667	0.26483	3.7760	10	50	0.27284	0.96206	0.28360	3.5261	10
51	25629	96660	26515	7715	9	51	27312	96198	28391	5222	9
52	25657	96653	26546	7671	8	52	27340	96190	28423	5183	8
53	25685	96645	26577	7627	7	53	27368	96182	28454	5144	7
54	25713	96638	26608	7583	6	54	27396	96174	28486	5105	6
55	0.25741	0.96630	0.26639	3.7539	5	55	0.27424	0.96166	0.28517	3.5067	5
56	25769	96623	26670	7495	4	56	27452	96158	28549	5028	4
57	25798	96615	26701	7451	3	57	27480	96150	28580	4989	3
58	25826	96608	26733	7408	2	58	27508	96142	28612	4951	2
59	25854	96600	26764	7364	1	59	27536	96134	28643	4912	1
60′	0.25882	0.96593	0.26795	3.7321	0′	60′	0.27564	0.96126	0.28675	3.4874	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 75°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 74°

续表

$\alpha=16°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$		$\alpha=17°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$	
0′	0.27564	0.96126	0.28675	3.4874	60′	0′	0.29237	0.95630	0.30573	3.2709	60′
1	27592	96118	28706	4836	59	1	29265	95622	30605	2675	59
2	27620	96110	28738	4798	58	2	29293	95613	30637	2641	58
3	27648	96102	28769	4760	57	3	29321	95605	30669	2607	57
4	27676	96094	28801	4722	56	4	29348	95596	30700	2573	56
5	0.27704	0.96086	0.28832	3.4684	55	5	0.29376	0.95588	0.30732	3.2539	55
6	27731	96078	28864	4646	54	6	29404	95579	30764	2506	54
7	27759	96070	28895	4608	53	7	29432	95571	30796	2472	53
8	27787	96062	28927	4570	52	8	29460	95562	30828	2438	52
9	27815	96054	28958	4533	51	9	29487	95554	30860	2405	51
10	0.27843	0.96046	0.28990	3.4495	50	10	0.29515	0.95545	0.30891	3.2371	50
11	27871	96037	29021	4458	49	11	29543	95536	30923	2338	49
12	27899	96029	29053	4420	48	12	29571	95528	30955	2305	48
13	27927	96021	29084	4383	47	13	29599	95519	30987	2272	47
14	27955	96013	29116	4346	46	14	29626	95511	31019	2238	46
15	0.27983	0.96005	0.29147	3.4308	45	15	0.29654	0.95502	0.31051	3.2205	45
16	28011	95997	29179	4271	44	16	29682	95493	31083	2172	44
17	28039	95989	29210	4234	43	17	29710	95485	31115	2139	43
18	28067	95981	29242	4197	42	18	29737	95476	31147	2106	42
19	28095	95972	29274	4160	41	19	29765	95467	31178	2073	41
20	0.28123	0.95964	0.29305	3.4124	40	20	0.29793	0.95459	0.31210	3.2041	40
21	28150	95956	29337	4087	39	21	29821	95450	31242	2008	39
22	28178	95948	29368	4050	38	22	29849	95441	31274	1975	38
23	28206	95940	29400	4014	37	23	29876	95433	31306	1943	37
24	28234	95931	29432	3977	36	24	29904	95424	31338	1910	36
25	0.28262	0.95923	0.29463	3.3941	35	25	0.29932	0.95415	0.31370	3.1878	35
26	28290	95915	29495	3904	34	26	29960	95407	31402	1845	34
27	28318	95907	29526	3868	33	27	29987	95398	31434	1813	33
28	28346	95898	29558	3832	32	28	30015	95389	31466	1780	32
29	28374	95890	29590	3796	31	29	30043	95380	31498	1748	31
30	0.28402	0.95882	0.29621	3.3759	30	30	0.30071	0.95372	0.31530	3.1716	30
31	28429	95874	29653	3723	29	31	30098	95363	31562	1684	29
32	28457	95865	29685	3687	28	32	30126	95354	31594	1652	28
33	28485	95857	29716	3652	27	33	30154	95345	31626	1620	27
34	28513	95849	29748	3616	26	34	30182	95337	31658	1588	26
35	0.28541	0.95841	0.29780	3.3580	25	35	0.30209	0.95328	0.31690	3.1556	25
36	28569	95832	29811	3544	24	36	30237	95319	31722	1524	24
37	28597	95824	29843	3509	23	37	30265	95310	31754	1492	23
38	28625	95816	29875	3473	22	38	30292	95301	31786	1460	22
39	28652	95807	29906	3438	21	39	30320	95293	31818	1429	21
40	0.28680	0.95799	0.29938	3.3402	20	40	0.30348	0.95284	0.31850	3.1397	20
41	28708	95791	29970	3367	19	41	30376	95275	31882	1366	19
42	28736	95782	30001	3332	18	42	30403	95266	31914	1334	18
43	28764	95774	30033	3297	17	43	30431	95257	31946	1303	17
44	28792	95766	30065	3261	16	44	30459	95248	31978	1271	16
45	0.28820	0.95757	0.30097	3.3226	15	45	0.30486	0.95240	0.32010	3.1240	15
46	28847	95749	30128	3191	14	46	30514	95231	32042	1209	14
47	28875	95740	30160	3156	13	47	30542	95222	32074	1178	13
48	28903	95732	30192	3122	12	48	30570	95213	32106	1146	12
49	28931	95724	30224	3087	11	49	30597	95204	32139	1115	11
50	0.28959	0.95715	0.30255	3.3052	10	50	0.30625	0.95195	0.32171	3.1084	10
51	28987	95707	30287	3017	9	51	30653	95186	32203	1053	9
52	29015	95698	30319	2983	8	52	30680	95177	32235	1022	8
53	29042	95690	30351	2948	7	53	30708	95168	32267	0991	7
54	29070	95681	30382	2914	6	54	30736	95159	32299	0961	6
55	0.29098	0.95673	0.30414	3.2879	5	55	0.30763	0.95150	0.32331	3.0930	5
56	29126	95664	30446	2845	4	56	30791	95142	32363	0899	4
57	29154	95656	30478	2811	3	57	30819	95133	32396	0868	3
58	29182	95647	30509	2777	2	58	30846	95124	32428	0838	2
59	29209	95639	30541	2743	1	59	30874	95115	32460	0807	1
60′	0.29237	0.95630	0.30573	3.2709	0′	60′	0.30902	0.95106	0.32492	3.0777	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$\alpha=73°$		$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$\alpha=72°$

续表

$\alpha=18°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$		$\alpha=19°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	
0′	0.30902	0.95106	0.32492	3.0777	60′	0′	0.32557	0.94552	0.34433	2.9042	60′
1	30929	95097	32524	0746	59	1	32584	94542	34465	9015	59
2	30957	95088	32556	0716	58	2	32612	94533	34498	8987	58
3	30985	95079	32588	0686	57	3	32639	94523	34530	8960	57
4	31012	95070	32621	0655	56	4	32667	94514	34563	8933	56
5	0.31040	0.95061	0.32653	3.0625	55	5	0.32694	0.94504	0.34596	2.8905	55
6	31068	95052	32685	0595	54	6	32722	94495	34628	8878	54
7	31095	95043	32717	0565	53	7	32749	94485	34661	8851	53
8	31123	95033	32749	0535	52	8	32777	94476	34693	8824	52
9	31151	95024	32782	0505	51	9	32804	94466	34726	8797	51
10	0.31178	0.95015	0.32814	3.0475	50	10	0.32832	0.94457	0.34758	2.8770	50
11	31206	95006	32846	0445	49	11	32859	94447	34791	8743	49
12	31233	94997	32878	0415	48	12	32887	94438	34824	8716	48
13	31261	94988	32911	0385	47	13	32914	94428	34856	8689	47
14	31289	94979	32943	0356	46	14	32942	94418	34889	8662	46
15	0.31316	0.94970	0.32975	3.0326	45	15	0.32969	0.94409	0.34922	2.8636	45
16	31344	94961	33007	0296	44	16	32997	94399	34954	8609	44
17	31372	94952	33040	0267	43	17	33024	94390	34987	8582	43
18	31399	94943	33072	0237	42	18	33051	94380	35020	8556	42
19	31427	94933	33104	0208	41	19	33079	94370	35052	8529	41
20	0.31454	0.94924	0.33136	3.0178	40	20	0.33106	0.94361	0.35085	2.8502	40
21	31482	94915	33169	0149	39	21	33134	94351	35118	8476	39
22	31510	94906	33201	0120	38	22	33161	94342	35150	8449	38
23	31537	94897	33233	0090	37	23	33189	94332	35183	8423	37
24	31565	94888	33266	0061	36	24	33216	94322	35216	8397	36
25	0.31593	0.94878	0.33298	3.0032	35	25	0.33244	0.94313	0.35248	2.8370	35
26	31620	94869	33330	0003	34	26	33271	94303	35281	8344	34
27	31648	94860	33363	2.9974	33	27	33298	94293	35314	8318	33
28	31675	94851	33395	9945	32	28	33326	94284	35346	8291	32
29	31703	94842	33427	9916	31	29	33353	94274	35379	8265	31
30	0.31730	0.94832	0.33460	2.9887	30	30	0.33381	0.94264	0.35412	2.8239	30
31	31758	94823	33492	9858	29	31	33408	94254	35445	8213	29
32	31786	94814	33524	9829	28	32	33436	94245	35477	8187	28
33	31813	94805	33557	9800	27	33	33463	94235	35510	8161	27
34	31841	94795	33589	9772	26	34	33490	94225	35543	8135	26
35	0.31868	0.94786	0.33621	2.9743	25	35	0.33518	0.94216	0.35576	2.8109	25
36	31896	94777	33654	9714	24	36	33545	94206	35608	8083	24
37	31923	94768	33686	9686	23	37	33573	94196	35641	8057	23
38	31951	94758	33718	9657	22	38	33600	94186	35674	8032	22
39	31979	94749	33751	9629	21	39	33627	94176	35707	8006	21
40	0.32006	0.94740	0.33783	2.9600	20	40	0.33655	0.94167	0.35740	2.7980	20
41	32034	94730	33816	9572	19	41	33682	94157	35772	7955	19
42	32061	94721	33848	9544	18	42	33710	94147	35805	7929	18
43	32089	94712	33881	9515	17	43	33737	94137	35838	7903	17
44	32116	94702	33913	9487	16	44	33764	94127	35871	7878	16
45	0.32144	0.94693	0.33945	2.9459	15	45	0.33792	0.94118	0.35904	2.7852	15
46	32171	94684	33978	9431	14	46	33819	94108	35937	7827	14
47	32199	94674	34010	9403	13	47	33846	94098	35969	7801	13
48	32227	94665	34043	9375	12	48	33874	94088	36002	7776	12
49	32254	94656	34075	9347	11	49	33901	94078	36035	7751	11
50	0.32282	0.94646	0.34108	2.9319	10	50	0.33929	0.94068	0.36068	2.7725	10
51	32309	94637	34140	9291	9	51	33956	94058	36101	7700	9
52	32337	94627	34173	9263	8	52	33983	94049	36134	7675	8
53	32364	94618	34205	9235	7	53	34011	94039	36167	7650	7
54	32392	94609	34238	9208	6	54	34038	94029	36199	7625	6
55	0.32419	0.94599	0.34270	2.9180	5	55	0.34065	0.94019	0.36232	2.7600	5
56	32447	94590	34303	9152	4	56	34093	94009	36265	7575	4
57	32474	94580	34335	9125	3	57	34120	93999	36298	7550	3
58	32502	94571	34368	9097	2	58	34147	93989	36331	7525	2
59	32529	94561	34400	9070	1	59	34175	93979	36364	7500	1
60′	0.32557	0.94552	0.34433	2.9042	0′	60′	0.34202	0.93969	0.36397	2.7475	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\alpha=71°$		$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\alpha=70°$

续表

$\alpha=20^\circ$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$		$\alpha=21^\circ$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	
0′	0.34202	0.93969	0.36397	2.7475	60′	0′	0.35837	0.93358	0.38386	2.6051	60′
1	34229	93959	36430	7450	59	1	35864	93348	38420	6028	59
2	34257	93949	36463	7425	58	2	35891	93337	38453	6006	58
3	34284	93939	36496	7400	57	3	35918	93327	38487	5983	57
4	34311	93929	36529	7376	56	4	35945	93316	38520	5961	56
5	0.34339	0.93919	0.36562	2.7351	55	5	0.35973	0.93306	0.38553	2.5938	55
6	34366	93909	36595	7326	54	6	36000	93295	38587	5916	54
7	34393	93899	36628	7302	53	7	36027	93285	38620	5893	53
8	34421	93889	36661	7277	52	8	36054	93274	38654	5871	52
9	34448	93879	36694	7253	51	9	36081	93264	38687	5848	51
10	0.34475	0.93869	0.36727	2.7228	50	10	0.36108	0.93253	0.38721	2.5826	50
11	34503	93859	36760	7204	49	11	36135	93243	38754	5804	49
12	34530	93849	36793	7179	48	12	36162	93232	38787	5782	48
13	34557	93839	36826	7155	47	13	36190	93222	38821	5759	47
14	34584	93829	36859	7130	46	14	36217	93211	38854	5737	46
15	0.34612	0.93819	0.36892	2.7106	45	15	0.36244	0.93201	0.38888	2.5715	45
16	34639	93809	36925	7082	44	16	36271	93190	38921	5693	44
17	34666	93799	36958	7058	43	17	36298	93180	38955	5671	43
18	34694	93789	36991	7034	42	18	36325	93169	38988	5649	42
19	34721	93779	37024	7009	41	19	36352	93159	39022	5627	41
20	0.34748	0.93769	0.37057	2.6985	40	20	0.36379	0.93148	0.39055	2.5605	40
21	34775	93759	37090	6961	39	21	36406	93137	39089	5583	39
22	34803	93748	37123	6937	38	22	36434	93127	39122	5561	38
23	34830	93738	37157	6913	37	23	36461	93116	39156	5539	37
24	34857	93728	37190	6889	36	24	36488	93106	39190	5517	36
25	0.34884	0.93718	0.37223	2.6865	35	25	0.36515	0.93095	0.39223	2.5495	35
26	34912	93708	37256	6841	34	26	36542	93084	39257	5473	34
27	34939	93698	37289	6818	33	27	36569	93074	39290	5452	33
28	34966	93688	37322	6794	32	28	36596	93063	39324	5430	32
29	34993	93677	37355	6770	31	29	36623	93052	39357	5408	31
30	0.35021	0.93667	0.37388	2.6746	30	30	0.36650	0.93042	0.39391	2.5386	30
31	35048	93657	37422	6723	29	31	36677	93031	39425	5365	29
32	35075	93647	37455	6699	28	32	36704	93020	39458	5343	28
33	35102	93637	37488	6675	27	33	36731	93010	39492	5322	27
34	35130	93626	37521	6652	26	34	36758	92999	39526	5300	26
35	0.35157	0.93616	0.37554	2.6628	25	35	0.36785	0.92988	0.39559	2.5279	25
36	35184	93606	37588	6605	24	36	36812	92978	39593	5257	24
37	35211	93596	37621	6581	23	37	36840	92967	39626	5236	23
38	35239	93585	37654	6558	22	38	36867	92956	39660	5214	22
39	35266	93575	37687	6534	21	39	36894	92945	39694	5193	21
40	0.35293	0.93565	0.37720	2.6511	20	40	0.36921	0.92935	0.39727	2.5172	20
41	35320	93555	37754	6488	19	41	36948	92924	39761	5150	19
42	35347	93544	37787	6464	18	42	36975	92913	39795	5129	18
43	35375	93534	37820	6441	17	43	37002	92902	39829	5108	17
44	35402	93524	37853	6418	16	44	37029	92892	39862	5086	16
45	0.35429	0.93514	0.37887	2.6395	15	45	0.37056	0.92881	0.39896	2.5065	15
46	35456	93503	37920	6371	14	46	37083	92870	39930	5044	14
47	35484	93493	37953	6348	13	47	37110	92859	39963	5023	13
48	35511	93483	37986	6325	12	48	37137	92849	39997	5002	12
49	35538	93472	38020	6302	11	49	37164	92838	40031	4981	11
50	0.35565	0.93462	0.38053	2.6279	10	50	0.37191	0.92827	0.40065	2.4960	10
51	35592	93452	38086	6256	9	51	37218	92816	40098	4939	9
52	35619	93441	38120	6233	8	52	37245	92805	40132	4918	8
53	35647	93431	38153	6210	7	53	37272	92794	40166	4897	7
54	35674	93420	38186	6187	6	54	37299	92784	40200	4876	6
55	0.35701	0.93410	0.38220	2.6165	5	55	0.37326	0.92773	0.40234	2.4855	5
56	35728	93400	38253	6142	4	56	37353	92762	40267	4834	4
57	35755	93389	38286	6119	3	57	37380	92751	40301	4813	3
58	35782	93379	38320	6096	2	58	37407	92740	40335	4792	2
59	35810	93368	38353	6074	1	59	37434	92729	40369	4772	1
60′	0.35837	0.93358	0.38386	2.6051	0′	60′	0.37461	0.92718	0.40403	2.4751	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\alpha=69^\circ$		$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\alpha=68^\circ$

续表

$\alpha=22°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$		$\alpha=23°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	
0′	0.37461	0.92718	0.40403	2.4751	60′	0′	0.39073	0.92050	0.42447	2.3559	60′
1	37488	92707	40436	4730	59	1	39100	92039	42482	3539	59
2	37515	92697	40470	4709	58	2	39127	92028	42516	3520	58
3	37542	92686	40504	4689	57	3	39153	92016	42551	3501	57
4	37569	92675	40538	4668	56	4	39180	92005	42585	3483	56
5	0.37595	0.92664	0.40572	2.4648	55	5	0.39207	0.91994	0.42619	2.3464	55
6	37622	92653	40606	4627	54	6	39234	91982	42654	3445	54
7	37649	92642	40640	4606	53	7	39260	91971	42688	3426	53
8	37676	92631	40674	4586	52	8	39287	91959	42722	3407	52
9	37703	92620	40707	4566	51	9	39314	91948	42757	3388	51
10	0.37730	0.92609	0.40741	2.4545	50	10	0.39341	0.91936	0.42791	2.3369	50
11	37757	92598	40775	4525	49	11	39367	91925	42826	3351	49
12	37784	92587	40809	4504	48	12	39394	91914	42860	3332	48
13	37811	92576	40843	4484	47	13	39421	91902	42894	3313	47
14	37838	92565	40877	4464	46	14	39448	91891	42929	3294	46
15	0.37865	0.92554	0.40911	2.4443	45	15	0.39474	0.91879	0.42963	2.3276	45
16	37892	92543	40945	4423	44	16	39501	91868	42998	3257	44
17	37919	92532	40979	4403	43	17	39528	91856	43032	3238	43
18	37946	92521	41013	4383	42	18	39555	91845	43067	3220	42
19	37973	92510	41047	4362	41	19	39581	91833	43101	3201	41
20	0.37999	0.92499	0.41081	2.4342	40	20	0.39608	0.91822	0.43136	2.3183	40
21	38026	92488	41115	4322	39	21	39635	91810	43170	3164	39
22	38053	92477	41149	4302	38	22	39661	91799	43205	3146	38
23	38080	92466	41183	4282	37	23	39688	91787	43239	3127	37
24	38107	92455	41217	4262	36	24	39715	91775	43274	3109	36
25	0.38134	0.92444	0.41251	2.4242	35	25	0.39741	0.91764	0.43308	2.3090	35
26	38161	92432	41285	4222	34	26	39768	91752	43343	3072	34
27	38188	92421	41319	4202	33	27	39795	91741	43378	3053	33
28	38215	92410	41353	4182	32	28	39822	91729	43412	3035	32
29	38241	92399	41387	4162	31	29	39848	91718	43447	3017	31
30	0.38268	0.92388	0.41421	2.4142	30	30	0.39875	0.91706	0.43481	2.2998	30
31	38295	92377	41455	4122	29	31	39902	91694	43516	2980	29
32	38322	92366	41490	4102	28	32	39928	91683	43550	2962	28
33	38349	92355	41524	4083	27	33	39955	91671	43585	2944	27
34	38376	92343	41558	4063	26	34	39982	91660	43620	2925	26
35	0.38403	0.92332	0.41592	2.4043	25	35	0.40008	0.91648	0.43654	2.2907	25
36	38430	92321	41626	4023	24	36	40035	91636	43689	2889	24
37	38456	92310	41660	4004	23	37	40062	91625	43724	2871	23
38	38483	92299	41694	3984	22	38	40088	91613	43758	2853	22
39	38510	92287	41728	3964	21	39	40115	91601	43793	2835	21
40	0.38537	0.92276	0.41763	2.3945	20	40	0.40142	0.91590	0.43828	2.2817	20
41	38564	92265	41797	3925	19	41	40168	91578	43862	2799	19
42	38591	92254	41831	3906	18	42	40195	91566	43897	2781	18
43	38617	92243	41865	3886	17	43	40221	91555	43932	2763	17
44	38644	92231	41899	3867	16	44	40248	91543	43966	2745	16
45	0.38671	0.92220	0.41933	2.3847	15	45	0.40275	0.91531	0.44001	2.2727	15
46	38698	92209	41968	3828	14	46	40301	91519	44036	2709	14
47	38725	92198	42002	3808	13	47	40328	91508	44071	2691	13
48	38752	92186	42036	3789	12	48	40355	91496	44105	2673	12
49	38778	92175	42070	3770	11	49	40381	91484	44140	2655	11
50	0.38805	0.92164	0.42105	2.3750	10	50	0.40408	0.91472	0.44175	2.2637	10
51	38832	92152	42139	3731	9	51	40434	91461	44210	2620	9
52	38859	92141	42173	3712	8	52	40461	91449	44244	2602	8
53	38886	92130	42207	3693	7	53	40488	91437	44279	2584	7
54	38912	92119	42242	3673	6	54	40514	91425	44314	2566	6
55	0.38939	0.92107	0.42276	2.3654	5	55	0.40541	0.91414	0.44349	2.2549	5
56	38966	92096	42310	3635	4	56	40567	91402	44384	2531	4
57	38993	92085	42345	3616	3	57	40594	91390	44418	2513	3
58	39020	92073	42379	3597	2	58	40621	91378	44453	2496	2
59	39046	92062	42413	3578	1	59	40647	91366	44488	2478	1
60′	0.39073	0.92050	0.42447	2.3559	0′	60′	0.40674	0.91355	0.44523	2.2460	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\alpha=67°$		$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\alpha=66°$

续表

α=24°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α=25°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.40674	0.91355	0.44523	2.2460	60′	0′	0.42262	0.90631	0.46631	2.1445	60′
1	40700	91343	44558	2443	59	1	42288	90618	46666	1429	59
2	40727	91331	44593	2425	58	2	42315	90606	46702	1413	58
3	40753	91319	44627	2408	57	3	42341	90594	46737	1396	57
4	40780	91307	44662	2390	56	4	42367	90582	46773	1380	56
5	0.40806	0.91295	0.44697	2.2373	55	5	0.42394	0.90569	0.46808	2.1364	55
6	40833	91283	44732	2355	54	6	42420	90557	46843	1348	54
7	40860	91272	44767	2338	53	7	42446	90545	46879	1332	53
8	40886	91260	44802	2320	52	8	42473	90532	46914	1315	52
9	40913	91248	44837	2303	51	9	42499	90520	46950	1299	51
10	0.40939	0.91236	0.44872	2.2286	50	10	0.42525	0.90507	0.46985	2.1283	50
11	40966	91224	44907	2268	49	11	42552	90495	47021	1267	49
12	40992	91212	44942	2251	48	12	42578	90483	47056	1251	48
13	41019	91200	44977	2234	47	13	42604	90470	47092	1235	47
14	41045	91188	45012	2216	46	14	42631	90458	47128	1219	46
15	0.41072	0.91176	0.45047	2.2199	45	15	0.42657	0.90446	0.47163	2.1203	45
16	41098	91164	45082	2182	44	16	42683	90433	47199	1187	44
17	41125	91152	45117	2165	43	17	42709	90421	47234	1171	43
18	41151	91140	45152	2148	42	18	42736	90408	47270	1155	42
19	41178	91128	45187	2130	41	19	42762	90396	47305	1139	41
20	0.41204	0.91116	0.45222	2.2113	40	20	0.42788	0.90383	0.47341	2.1123	40
21	41231	91104	45257	2096	39	21	42815	90371	47377	1107	39
22	41257	91092	45292	2079	38	22	42841	90358	47412	1092	38
23	41284	91080	45327	2062	37	23	42867	90346	47448	1076	37
24	41310	91068	45362	2045	36	24	42894	90334	47483	1060	36
25	0.41337	0.91056	0.45397	2.2028	35	25	0.42920	0.90321	0.47519	2.1044	35
26	41363	91044	45432	2011	34	26	42946	90309	47555	1028	34
27	41390	91032	45467	1994	33	27	42972	90296	47590	1013	33
28	41416	91020	45502	1977	32	28	42999	90284	47626	0997	32
29	41443	91008	45538	1960	31	29	43025	90271	47662	0981	31
30	0.41469	0.90996	0.45573	2.1943	30	30	0.43051	0.90259	0.47698	2.0965	30
31	41496	90984	45608	1926	29	31	43077	90246	47733	0950	29
32	41522	90972	45643	1909	28	32	43104	90233	47769	0934	28
33	41549	90960	45678	1892	27	33	43130	90221	47805	0918	27
34	41575	90948	45713	1876	26	34	43156	90208	47840	0903	26
35	0.41602	0.90936	0.45748	2.1859	25	35	0.43182	0.90196	0.47876	2.0887	25
36	41628	90924	45784	1842	24	36	43209	90183	47912	0872	24
37	41655	90911	45819	1825	23	37	43235	90171	47948	0856	23
38	41681	90899	45854	1808	22	38	43261	90158	47984	0840	22
39	41707	90887	45889	1792	21	39	43287	90146	48019	0825	21
40	0.41734	0.90875	0.45924	2.1775	20	40	0.43313	0.90133	0.48055	2.0809	20
41	41760	90863	45960	1758	19	41	43340	90120	48091	0794	19
42	41787	90851	45995	1742	18	42	43366	90108	48127	0778	18
43	41813	90839	46030	1725	17	43	43392	90095	48163	0763	17
44	41840	90826	46065	1708	16	44	43418	90082	48198	0748	16
45	0.41866	0.90814	0.46101	2.1692	15	45	0.43445	0.90070	0.48234	2.0732	15
46	41892	90802	46136	1675	14	46	43471	90057	48270	0717	14
47	41919	90790	46171	1659	13	47	43497	90045	48306	0701	13
48	41945	90778	46206	1642	12	48	43523	90032	48342	0686	12
49	41972	90766	46242	1625	11	49	43549	90019	48378	0671	11
50	0.41998	0.90753	0.46277	2.1609	10	50	0.43575	0.90007	0.48414	2.0655	10
51	42024	90741	46312	1592	9	51	43602	89994	48450	0640	9
52	42051	90729	46348	1576	8	52	43628	89981	48486	0625	8
53	42077	90717	46383	1560	7	53	43654	89968	48521	0609	7
54	42104	90704	46418	1543	6	54	43680	89956	48557	0594	6
55	0.42130	0.90692	0.46454	2.1527	5	55	0.43706	0.89943	0.48593	2.0579	5
56	42156	90680	46489	1510	4	56	43733	89930	48629	0564	4
57	42183	90668	46525	1494	3	57	43759	89918	48665	0549	3
58	42209	90655	46560	1478	2	58	43785	89905	48701	0533	2
59	42235	90643	46595	1461	1	59	43811	89892	48737	0518	1
60′	0.42262	0.90631	0.46631	2.1445	0′	60′	0.43837	0.89879	0.48773	2.0503	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=65°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α=64°

续表

α=26°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α=27°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.43837	0.89879	0.48773	2.0503	60′	0′	0.45399	0.89101	0.50953	1.9626	60′
1	43863	89867	48809	0488	59	1	45425	89087	50989	9612	59
2	43889	89854	48845	0473	58	2	45451	89074	51026	9598	58
3	43916	89841	48881	0458	57	3	45477	89061	51063	9584	57
4	43942	89828	48917	0443	56	4	45503	89048	51099	9570	56
5	0.43968	0.89816	0.48953	2.0428	55	5	0.45529	0.89035	0.51136	1.9556	55
6	43994	89803	48989	0413	54	6	45554	89021	51173	9542	54
7	44020	89790	49026	0398	53	7	45580	89008	51209	9528	53
8	44046	89777	49062	0383	52	8	45606	88995	51246	9514	52
9	44072	89764	49098	0368	51	9	45632	88981	51283	9500	51
10	0.44098	0.89752	0.49134	2.0353	50	10	0.45658	0.88968	0.51319	1.9486	50
11	44124	89739	49170	0338	49	11	45684	88955	51356	9472	49
12	44151	89726	49206	0323	48	12	45710	88942	51393	9458	48
13	44177	89713	49242	0308	47	13	45736	88928	51430	9444	47
14	44203	89700	49278	0293	46	14	45762	88915	51467	9430	46
15	0.44229	0.89687	0.49315	2.0278	45	15	0.45787	0.88902	0.51503	1.9416	45
16	44255	89674	49351	0263	44	16	45813	88888	51540	9402	44
17	44281	89662	49387	0248	43	17	45839	88875	51577	9388	43
18	44307	89649	49423	0233	42	18	45865	88862	51614	9375	42
19	44333	89636	49459	0219	41	19	45891	88848	51651	9361	41
20	0.44359	0.89623	0.49495	2.0204	40	20	0.45917	0.88835	0.51688	1.9347	40
21	44385	89610	49532	0189	39	21	45942	88822	51724	9333	39
22	44411	89597	49568	0174	38	22	45968	88808	51761	9319	38
23	44437	89584	49604	0160	37	23	45994	88795	51798	9306	37
24	44464	89571	49640	0145	36	24	46020	88782	51835	9292	36
25	0.44490	0.89558	0.49677	2.0130	35	25	0.46046	0.88768	0.51872	1.9278	35
26	44516	89545	49713	0115	34	26	46072	88755	51909	9265	34
27	44542	89532	49749	0101	33	27	46097	88741	51946	9251	33
28	44568	89519	49786	0086	32	28	46123	88728	51983	9237	32
29	44594	89506	49822	0072	31	29	46149	88715	52020	9223	31
30	0.44620	0.89493	0.49858	2.0057	30	30	0.46175	0.88701	0.52057	1.9210	30
31	44646	89480	49894	0042	29	31	46201	88688	52094	9196	29
32	44672	89467	49931	0028	28	32	46226	88674	52131	9183	28
33	44698	89454	49967	0013	27	33	46252	88661	52168	9169	27
34	44724	89441	50004	1.9999	26	34	46278	88647	52205	9155	26
35	0.44750	0.89428	0.50040	1.9984	25	35	0.46304	0.88634	0.52242	1.9142	25
36	44776	89415	50076	9970	24	36	46330	88620	52279	9128	24
37	44802	89402	50113	9955	23	37	46355	88607	52316	9115	23
38	44828	89389	50149	9941	22	38	46381	88593	52353	9101	22
39	44854	89376	50185	9926	21	39	46407	88580	52390	9088	21
40	0.44880	0.89363	0.50222	1.9912	20	40	0.46433	0.88566	0.52427	1.9074	20
41	44906	89350	50258	9897	19	41	46458	88553	52464	9061	19
42	44932	89337	50295	9883	18	42	46484	88539	52501	9047	18
43	44958	89324	50331	9868	17	43	46510	88526	52538	9034	17
44	44984	89311	50368	9854	16	44	46536	88512	52575	9020	16
45	0.45010	0.89298	0.50404	1.9840	15	45	0.46561	0.88499	0.52613	1.9007	15
46	45036	89285	50441	9825	14	46	46587	88485	52650	8993	14
47	45062	89272	50477	9811	13	47	46613	88472	52687	8980	13
48	45088	89259	50514	9797	12	48	46639	88458	52724	8967	12
49	45114	89245	50550	9782	11	49	46664	88445	52761	8953	11
50	0.45140	0.89232	0.50587	1.9768	10	50	0.46690	0.88431	0.52798	1.8940	10
51	45166	89219	50623	9754	9	51	46716	88417	52836	8927	9
52	45192	89206	50660	9740	8	52	46742	88404	52873	8913	8
53	45218	89193	50696	9725	7	53	46767	88390	52910	8900	7
54	45243	89180	50733	9711	6	54	46793	88377	52947	8887	6
55	0.45269	0.89167	0.50769	1.9697	5	55	0.46819	0.88363	0.52985	1.8873	5
56	45295	89153	50806	9683	4	56	46844	88349	53022	8860	4
57	45321	89140	50843	9669	3	57	46870	88336	53059	8847	3
58	45347	89127	50879	9654	2	58	46896	88322	53096	8834	2
59	45373	89114	50916	9640	1	59	46921	88308	53134	8820	1
60′	0.45399	0.89101	0.50953	1.9626	0′	60′	0.46947	0.88295	0.53171	1.8807	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=63°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α=62°

续表

α = 28°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α = 29°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.46947	0.88295	0.53171	1.8807	60′	0′	0.48481	0.87462	0.55431	1.8040	60′
1	46973	88281	53208	8794	59	1	48506	87448	55469	8028	59
2	46999	88267	53246	8781	58	2	48532	87434	55507	8016	58
3	47024	88254	53283	8768	57	3	48557	87420	55545	8003	57
4	47050	88240	53320	8755	56	4	48583	87406	55583	7991	56
5	0.47076	0.88226	0.53358	1.8741	55	5	0.48608	0.87391	0.55621	1.7979	55
6	47101	88213	53395	8728	54	6	48634	87377	55659	7966	54
7	47127	88199	53432	8715	53	7	48659	87363	55697	7954	53
8	47153	88185	53470	8702	52	8	48684	87349	55736	7942	52
9	47178	88172	53507	8689	51	9	48710	87335	55774	7930	51
10	0.47204	0.88158	0.53545	1.8676	50	10	0.48735	0.87321	0.55812	1.7917	50
11	47229	88144	53582	8663	49	11	48761	87306	55850	7905	49
12	47255	88130	53620	8650	48	12	48786	87292	55888	7893	48
13	47281	88117	53657	8637	47	13	48811	87278	55926	7881	47
14	47306	88103	53694	8624	46	14	48837	87264	55964	7868	46
15	0.47332	0.88089	0.53732	1.8611	45	15	0.48862	0.87250	0.56003	1.7856	45
16	47358	88075	53769	8598	44	16	48888	87235	56041	7844	44
17	47383	88062	53807	8585	43	17	48913	87221	56079	7832	43
18	47409	88048	53844	8572	42	18	48938	87207	56117	7820	42
19	47434	88034	53882	8559	41	19	48964	87193	56156	7808	41
20	0.47460	0.88020	0.53920	1.8546	40	20	0.48989	0.87178	0.56194	1.7796	40
21	47486	88006	53957	8533	39	21	49014	87164	56232	7783	39
22	47511	87993	53995	8520	38	22	49040	87150	56270	7771	38
23	47537	87979	54032	8507	37	23	49065	87136	56309	7759	37
24	47562	87965	54070	8495	36	24	49090	87121	56347	7747	36
25	0.47588	0.87951	0.54107	1.8482	35	25	0.49116	0.87107	0.56385	1.7735	35
26	47614	87937	54145	8469	34	26	49141	87093	56424	7723	34
27	47639	87923	54183	8456	33	27	49166	87079	56462	7711	33
28	47665	87909	54220	8443	32	28	49192	87064	56501	7699	32
29	47690	87896	54258	8430	31	29	49217	87050	56539	7687	31
30	0.47716	0.87882	0.54296	1.8418	30	30	0.49242	0.87036	0.56577	1.7675	30
31	47741	87868	54333	8405	29	31	49268	87021	56616	7663	29
32	47767	87854	54371	8392	28	32	49293	87007	56654	7651	28
33	47793	87840	54409	8379	27	33	49318	86993	56693	7639	27
34	47818	87826	54446	8367	26	34	49344	86978	56731	7627	26
35	0.47844	0.87812	0.54484	1.8354	25	35	0.49369	0.86964	0.56769	1.7615	25
36	47869	87798	54522	8341	24	36	49394	86949	56808	7603	24
37	47895	87784	54560	8329	23	37	49419	86935	56846	7591	23
38	47920	87770	54597	8316	22	38	49445	86921	56885	7579	22
39	47946	87756	54635	8303	21	39	49470	86906	56923	7567	21
40	0.47971	0.87743	0.54673	1.8291	20	40	0.49495	0.86892	0.56962	1.7556	20
41	47997	87729	54711	8278	19	41	49521	86878	57000	7544	19
42	48022	87715	54748	8265	18	42	49546	86863	57039	7532	18
43	48048	87701	54786	8253	17	43	49571	86849	57078	7520	17
44	48073	87687	54824	8240	16	44	49596	86834	57116	7508	16
45	0.48099	0.87673	0.54862	1.8228	15	45	0.49622	0.86820	0.57155	1.7496	15
46	48124	87659	54900	8215	14	46	49647	86805	57193	7485	14
47	48150	87645	54938	8202	13	47	49672	86791	57232	7473	13
48	48175	87631	54975	8190	12	48	49697	86777	57271	7461	12
49	48201	87617	55013	8177	11	49	49723	86762	57309	7449	11
50	0.48226	0.87603	0.55051	1.8165	10	50	0.49748	0.86748	0.57348	1.7437	10
51	48252	87589	55089	8152	9	51	49773	86733	57386	7426	9
52	48277	87575	55127	8140	8	52	49798	86719	57425	7414	8
53	48303	87561	55165	8127	7	53	49824	86704	57464	7402	7
54	48328	87546	55203	8115	6	54	49849	86690	57503	7391	6
55	0.48354	0.87532	0.55241	1.8103	5	55	0.49874	0.86675	0.57541	1.7379	5
56	48379	87518	55279	8090	4	56	49899	86661	57580	7367	4
57	48405	87504	55317	8078	3	57	49924	86646	57619	7355	3
58	48430	87490	55355	8065	2	58	49950	86632	57657	7344	2
59	48456	87476	55393	8053	1	59	49975	86617	57696	7332	1
60′	0.48481	0.87462	0.55431	1.8040	0′	60′	0.50000	0.86603	0.57735	1.7321	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 61°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 60°

续表

α＝30°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.50000	0.86603	0.57735	1.7321	60′
1	50025	86588	57774	7309	59
2	50050	86573	57813	7297	58
3	50076	86559	57851	7286	57
4	50101	86544	57890	7274	56
5	0.50126	0.86530	0.57929	1.7262	55
6	50151	86515	57968	7251	54
7	50176	86501	58007	7239	53
8	50201	86486	58046	7228	52
9	50227	86471	58085	7216	51
10	0.50252	0.86457	0.58124	1.7205	50
11	50277	86442	58162	7193	49
12	50302	86427	58201	7182	48
13	50327	86413	58240	7170	47
14	50352	86398	58279	7159	46
15	0.50377	0.86384	0.58318	1.7147	45
16	50403	86369	58357	7136	44
17	50428	86354	58396	7124	43
18	50453	86340	58435	7113	42
19	50478	86325	58474	7102	41
20	0.50503	0.86310	0.58513	1.7090	40
21	50528	86295	58552	7079	39
22	50553	86281	58591	7067	38
23	50578	86266	58631	7056	37
24	50603	86251	58670	7045	36
25	0.50628	0.86237	0.58709	1.7033	35
26	50654	86222	58748	7022	34
27	50679	86207	58787	7011	33
28	50704	86192	58826	6999	32
29	50729	86178	58865	6988	31
30	0.50754	0.86163	0.58905	1.6977	30
31	50779	86148	58944	6965	29
32	50804	86133	58983	6954	28
33	50829	86119	59022	6943	27
34	50854	86104	59061	6932	26
35	0.50879	0.86089	0.59101	1.6920	25
36	50904	86074	59140	6909	24
37	50929	86059	59179	6898	23
38	50954	86045	59218	6887	22
39	50979	86030	59258	6875	21
40	0.51004	0.86015	0.59297	1.6864	20
41	51029	86000	59336	6853	19
42	51054	85985	59376	6842	18
43	51079	85970	59415	6831	17
44	51104	85956	59454	6820	16
45	0.51129	0.85941	0.59494	1.6808	15
46	51154	85926	59533	6797	14
47	51179	85911	59573	6786	13
48	51204	85896	59612	6775	12
49	51229	85881	59651	6764	11
50	0.51254	0.85866	0.59691	1.6753	10
51	51279	85851	59730	6742	9
52	51304	85836	59770	6731	8
53	51329	85821	59809	6720	7
54	51354	85806	59849	6709	6
55	0.51379	0.85792	0.59888	1.6698	5
56	51404	85777	59928	6687	4
57	51429	85762	59967	6676	3
58	51454	85747	60007	6665	2
59	51479	85732	60046	6654	1
60′	0.51504	0.85717	0.60086	1.6643	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α＝59°

α＝31°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.51504	0.85717	0.60086	1.6643	60′
1	51529	85702	60126	6632	59
2	51554	85687	60165	6621	58
3	51579	85672	60205	6610	57
4	51604	85657	60245	6599	56
5	0.51628	0.85642	0.60284	1.6588	55
6	51653	85627	60324	6577	54
7	51678	85612	60364	6566	53
8	51703	85597	60403	6555	52
9	51728	85582	60443	6545	51
10	0.51753	0.85567	0.60483	1.6534	50
11	51778	85551	60522	6523	49
12	51803	85536	60562	6512	48
13	51828	85521	60602	6501	47
14	51852	85506	60642	6490	46
15	0.51877	0.85491	0.60681	1.6479	45
16	51902	85476	60721	6469	44
17	51927	85461	60761	6458	43
18	51952	85446	60801	6447	42
19	51977	85431	60841	6436	41
20	0.52002	0.85416	0.60881	1.6426	40
21	52026	85401	60921	6415	39
22	52051	85385	60960	6404	38
23	52076	85370	61000	6393	37
24	52101	85355	61040	6383	36
25	0.52126	0.85340	0.61080	1.6372	35
26	52151	85325	61120	6361	34
27	52175	85310	61160	6351	33
28	52200	85294	61200	6340	32
29	52225	85279	61240	6329	31
30	0.52250	0.85264	0.61280	1.6319	30
31	52275	85249	61320	6308	29
32	52299	85234	61360	6297	28
33	52324	85218	61400	6287	27
34	52349	85203	61440	6276	26
35	0.52374	0.85188	0.61480	1.6265	25
36	52399	85173	61520	6255	24
37	52423	85157	61561	6244	23
38	52448	85142	61601	6234	22
39	52473	85127	61641	6223	21
40	0.52498	0.85112	0.61681	1.6212	20
41	52522	85096	61721	6202	19
42	52547	85081	61761	6191	18
43	52572	85066	61801	6181	17
44	52597	85051	61842	6170	16
45	0.52621	0.85035	0.61882	1.6160	15
46	52646	85020	61922	6149	14
47	52671	85005	61962	6139	13
48	52696	84989	62003	6128	12
49	52720	84974	62043	6118	11
50	0.52745	0.84959	0.62083	1.6107	10
51	52770	84943	62124	6097	9
52	52794	84928	62164	6087	8
53	52819	84913	62204	6076	7
54	52844	84897	62245	6066	6
55	0.52869	0.84882	0.62285	1.6055	5
56	52893	84866	62325	6045	4
57	52918	84851	62366	6034	3
58	52943	84836	62406	6024	2
59	52967	84820	62446	6014	1
60′	0.52992	0.84805	0.62487	1.6003	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α＝58°

续表

$\alpha=32^\circ$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	
0′	0.52992	0.84805	0.62487	1.6003	60′
1	53017	84789	62527	5993	59
2	53041	84774	62568	5983	58
3	53066	84759	62608	5972	57
4	53091	84743	62649	5962	56
5	0.53115	0.84728	0.62689	1.5952	55
6	53140	84712	62730	5941	54
7	53164	84697	62770	5931	53
8	53189	84681	62811	5921	52
9	53214	84666	62852	5911	51
10	0.53238	0.84650	0.62892	1.5900	50
11	53263	84635	62933	5890	49
12	53288	84619	62973	5880	48
13	53312	84604	63014	5869	47
14	53337	84588	63055	5859	46
15	0.53361	0.84573	0.63095	1.5849	45
16	53386	84557	63136	5839	44
17	53411	84542	63177	5829	43
18	53435	84526	63217	5818	42
19	53460	84511	63258	5808	41
20	0.53484	0.84495	0.63299	1.5798	40
21	53509	84480	63340	5788	39
22	53534	84464	63380	5778	38
23	53558	84448	63421	5768	37
24	53583	84433	63462	5757	36
25	0.53607	0.84417	0.63503	1.5747	35
26	53632	84402	63544	5737	34
27	53656	84386	63584	5727	33
28	53681	84370	63625	5717	32
29	53705	84355	63666	5707	31
30	0.53730	0.84339	0.63707	1.5697	30
31	53754	84324	63748	5687	29
32	53779	84308	63789	5677	28
33	53804	84292	63830	5667	27
34	53828	84277	63871	5657	26
35	0.53853	0.84261	0.63912	1.5647	25
36	53877	84245	63953	5637	24
37	53902	84230	63994	5627	23
38	53926	84214	64035	5617	22
39	53951	84198	64076	5607	21
40	0.53975	0.84182	0.64117	1.5597	20
41	54000	84167	64158	5587	19
42	54024	84151	64199	5577	18
43	54049	84135	64240	5567	17
44	54073	84120	64281	5557	16
45	0.54097	0.84104	0.64322	1.5547	15
46	54122	84088	64363	5537	14
47	54146	84072	64404	5527	13
48	54171	84057	64446	5517	12
49	54195	84041	64487	5507	11
50	0.54220	0.84025	0.64528	1.5497	10
51	54244	84009	64569	5487	9
52	54269	83994	64610	5477	8
53	54293	83978	64652	5468	7
54	54317	83962	64693	5458	6
55	0.54342	0.83946	0.64734	1.5448	5
56	54366	83930	64775	5438	4
57	54391	83915	64817	5428	3
58	54415	83899	64858	5418	2
59	54440	83883	64899	5408	1
60′	0.54464	0.83867	0.64941	1.5399	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\alpha=57^\circ$

$\alpha=33^\circ$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	
0′	0.54464	0.83867	0.64941	1.5399	60′
1	54488	83851	64982	5389	59
2	54513	83835	65024	5379	58
3	54537	83819	65065	5369	57
4	54561	83804	65106	5359	56
5	0.54586	0.83788	0.65148	1.5350	55
6	54610	83772	65189	5340	54
7	54635	83756	65231	5330	53
8	54659	83740	65272	5320	52
9	54683	83724	65314	5311	51
10	0.54708	0.83708	0.65355	1.5301	50
11	54732	83692	65397	5291	49
12	54756	83676	65438	5282	48
13	54781	83661	65480	5272	47
14	54805	83645	65521	5262	46
15	0.54829	0.83629	0.65563	1.5253	45
16	54854	83613	65604	5243	44
17	54878	83597	65646	5233	43
18	54902	83581	65688	5224	42
19	54927	83565	65729	5214	41
20	0.54951	0.83549	0.65771	1.5204	40
21	54975	83533	65813	5195	39
22	54999	83517	65854	5185	38
23	55024	83501	65896	5175	37
24	55048	83485	65938	5166	36
25	0.55072	0.83469	0.65980	1.5156	35
26	55097	83453	66021	5147	34
27	55121	83437	66063	5137	33
28	55145	83421	66105	5127	32
29	55169	83405	66147	5118	31
30	0.55194	0.83389	0.66189	1.5108	30
31	55218	83373	66230	5099	29
32	55242	83356	66272	5089	28
33	55266	83340	66314	5080	27
34	55291	83324	66356	5070	26
35	0.55315	0.83308	0.66398	1.5061	25
36	55339	83292	66440	5051	24
37	55363	83276	66482	5042	23
38	55388	83260	66524	5032	22
39	55412	83244	66566	5023	21
40	0.55436	0.83228	0.66608	1.5013	20
41	55460	83212	66650	5004	19
42	55484	83195	66692	4994	18
43	55509	83179	66734	4985	17
44	55533	83163	66776	4975	16
45	0.55557	0.83147	0.66818	1.4966	15
46	55581	83131	66860	4957	14
47	55605	83115	66902	4947	13
48	55630	83098	66944	4938	12
49	55654	83082	66986	4928	11
50	0.55678	0.83066	0.67028	1.4919	10
51	55702	83050	67071	4910	9
52	55726	83034	67113	4900	8
53	55750	83017	67155	4891	7
54	55775	83001	67197	4882	6
55	0.55799	0.82985	0.67239	1.4872	5
56	55823	82969	67282	4863	4
57	55847	82953	67324	4854	3
58	55871	82936	67366	4844	2
59	55895	82920	67409	4835	1
60′	0.55919	0.82904	0.67451	1.4826	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\alpha=56^\circ$

续表

α=34°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α=35°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.55919	0.82904	0.67451	1.4826	60′	0′	0.57358	0.81915	0.70021	1.4281	60′
1	55943	82887	67493	4816	59	1	57381	81899	70064	4273	59
2	55968	82871	67536	4807	58	2	57405	81882	70107	4264	58
3	55992	82855	67578	4798	57	3	57429	81865	70151	4255	57
4	56016	82839	67620	4788	56	4	57453	81848	70194	4246	56
5	0.56040	0.82822	0.67663	1.4779	55	5	0.57477	0.81832	0.70238	1.4237	55
6	56064	82806	67705	4770	54	6	57501	81815	70281	4229	54
7	56088	82790	67748	4761	53	7	57524	81798	70325	4220	53
8	56112	82773	67790	4751	52	8	57548	81782	70368	4211	52
9	56136	82757	67832	4742	51	9	57572	81765	70412	4202	51
10	0.56160	0.82741	0.67875	1.4733	50	10	0.57596	0.81748	0.70455	1.4193	50
11	56184	82724	67917	4724	49	11	57619	81731	70499	4185	49
12	56208	82708	67960	4715	48	12	57643	81714	70542	4176	48
13	56232	82692	68002	4705	47	13	57667	81698	70586	4167	47
14	56256	82675	68045	4696	46	14	57691	81681	70629	4158	46
15	0.56280	0.82659	0.68088	1.4687	45	15	0.57715	0.81664	0.70673	1.4150	45
16	56305	82643	68130	4678	44	16	57738	81647	70717	4141	44
17	56329	82626	68173	4669	43	17	57762	81631	70760	4132	43
18	56353	82610	68215	4659	42	18	57786	81614	70804	4124	42
19	56377	82593	68258	4650	41	19	57810	81597	70848	4115	41
20	0.56401	0.82577	0.68301	1.4641	40	20	0.57833	0.81580	0.70891	1.4106	40
21	56425	82561	68343	4632	39	21	57857	81563	70935	4097	39
22	56449	82544	68386	4623	38	22	57881	81546	70979	4089	38
23	56473	82528	68429	4614	37	23	57904	81530	71023	4080	37
24	56497	82511	68471	4605	36	24	57928	81513	71066	4071	36
25	0.56521	0.82495	0.68514	1.4596	35	25	0.57952	0.81496	0.71110	1.4063	35
26	56545	82478	68557	4586	34	26	57976	81479	71154	4054	34
27	56569	82462	68600	4577	33	27	57999	81462	71198	4045	33
28	56593	82446	68642	4568	32	28	58023	81445	71242	4037	32
29	56617	82429	68685	4559	31	29	58047	81428	71285	4028	31
30	0.56641	0.82413	0.68728	1.4550	30	30	0.58070	0.81412	0.71329	1.4019	30
31	56665	82396	68771	4541	29	31	58094	81395	71373	4011	29
32	56689	82380	68814	4532	28	32	58118	81378	71417	4002	28
33	56713	82363	68857	4523	27	33	58141	81361	71461	3994	27
34	56736	82347	68900	4514	26	34	58165	81344	71505	3985	26
35	0.56760	0.82330	0.68942	1.4505	25	35	0.58189	0.81327	0.71549	1.3976	25
36	56784	82314	68985	4496	24	36	58212	81310	71593	3968	24
37	56808	82297	69028	4487	23	37	58236	81293	71637	3959	23
38	56832	82281	69071	4478	22	38	58260	81276	71681	3951	22
39	56856	82264	69114	4469	21	39	58283	81259	71725	3942	21
40	0.56880	0.82248	0.69157	1.4460	20	40	0.58307	0.81242	0.71769	1.3934	20
41	56904	82231	69200	4451	19	41	58331	81225	71813	3925	19
42	56928	82214	69243	4442	18	42	58354	81208	71857	3916	18
43	56952	82198	69286	4433	17	43	58378	81191	71901	3908	17
44	56976	82181	69329	4424	16	44	58401	81174	71946	3899	16
45	0.57000	0.82165	0.69372	1.4415	15	45	0.58425	0.81157	0.71990	1.3891	15
46	57024	82148	69416	4406	14	46	58449	81140	72034	3882	14
47	57047	82132	69459	4397	13	47	58472	81123	72078	3874	13
48	57071	82115	69502	4388	12	48	58496	81106	72122	3865	12
49	57095	82098	69545	4379	11	49	58519	81089	72167	3857	11
50	0.57119	0.82082	0.69588	1.4370	10	50	0.58543	0.81072	0.72211	1.3848	10
51	57143	82065	69631	4361	9	51	58567	81055	72255	3840	9
52	57167	82048	69675	4352	8	52	58590	81038	72299	3831	8
53	57191	82032	69718	4344	7	53	58614	81021	72344	3823	7
54	57215	82015	69761	4335	6	54	58637	81004	72388	3814	6
55	0.57238	0.81999	0.69804	1.4326	5	55	0.58661	0.80987	0.72432	1.3806	5
56	57262	81982	69847	4317	4	56	58684	80970	72477	3798	4
57	57286	81965	69891	4308	3	57	58708	80953	72521	3789	3
58	57310	81949	69934	4299	2	58	58731	80936	72565	3781	2
59	57334	81932	69977	4290	1	59	58755	80919	72610	3772	1
60′	0.57358	0.81915	0.70021	1.4281	0′	60′	0.58779	0.80902	0.72654	1.3764	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=55°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α=54°

续表

α = 36°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.58779	0.80902	0.72654	1.3764	60′
1	58802	80885	72699	3755	59
2	58826	80867	72743	3747	58
3	58849	80850	72788	3739	57
4	58873	80833	72832	3730	56
5	0.58896	0.80816	0.72877	1.3722	55
6	58920	80799	72921	3713	54
7	58943	80782	72966	3705	53
8	58967	80765	73010	3697	52
9	58990	80748	73055	3688	51
10	0.59014	0.80730	0.73100	1.3680	50
11	59037	80713	73144	3672	49
12	59061	80696	73189	3663	48
13	59084	80679	73234	3655	47
14	59108	80662	73278	3647	46
15	0.59131	0.80644	0.73323	1.3638	45
16	59154	80627	73368	3630	44
17	59178	80610	73413	3622	43
18	59201	80593	73457	3613	42
19	59225	80576	73502	3605	41
20	0.59248	0.80558	0.73547	1.3597	40
21	59272	80541	73592	3588	39
22	59295	80524	73637	3580	38
23	59318	80507	73681	3572	37
24	59342	80489	73726	3564	36
25	0.59365	0.80472	0.73771	1.3555	35
26	59389	80455	73816	3547	34
27	59412	80438	73861	3539	33
28	59436	80420	73906	3531	32
29	59459	80403	73951	3522	31
30	0.59482	0.80386	0.73996	1.3514	30
31	59506	80368	74041	3506	29
32	59529	80351	74086	3498	28
33	59552	80334	74131	3490	27
34	59576	80316	74176	3481	26
35	0.59599	0.80299	0.74221	1.3473	25
36	59622	80282	74267	3465	24
37	59646	80264	74312	3457	23
38	59669	80247	74357	3449	22
39	59693	80230	74402	3440	21
40	0.59716	0.80212	0.74447	1.3432	20
41	59739	80195	74492	3424	19
42	59763	80178	74538	3416	18
43	59786	80160	74583	3408	17
44	59809	80143	74628	3400	16
45	0.59832	0.80125	0.74674	1.3392	15
46	59856	80108	74719	3384	14
47	59879	80091	74764	3375	13
48	59902	80073	74810	3367	12
49	59926	80056	74855	3359	11
50	0.59949	0.80038	0.74900	1.3351	10
51	59972	80021	74946	3343	9
52	59995	80003	74991	3335	8
53	60019	79986	75037	3327	7
54	60042	79968	75082	3319	6
55	0.60065	0.79951	0.75128	1.3311	5
56	60089	79934	75173	3303	4
57	60112	79916	75219	3295	3
58	60135	79899	75264	3287	2
59	60158	79881	75310	3278	1
60′	0.60182	0.79864	0.75355	1.3270	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 53°

α = 37°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.60182	0.79864	0.75355	1.3270	60′
1	60205	79846	75401	3262	59
2	60228	79829	75447	3254	58
3	60251	79811	75492	3246	57
4	60274	79793	75538	3238	56
5	0.60298	0.79776	0.75584	1.3230	55
6	60321	79758	75629	3222	54
7	60344	79741	75675	3214	53
8	60367	79723	75721	3206	52
9	60390	79706	75767	3198	51
10	0.60414	0.79688	0.75812	1.3190	50
11	60437	79671	75858	3182	49
12	60460	79653	75904	3175	48
13	60483	79635	75950	3167	47
14	60506	79618	75996	3159	46
15	0.60529	0.79600	0.76042	1.3151	45
16	60553	79583	76088	3143	44
17	60576	79565	76134	3135	43
18	60599	79547	76180	3127	42
19	60622	79530	76226	3119	41
20	0.60645	0.79512	0.76272	1.3111	40
21	60668	79494	76318	3103	39
22	60691	79477	76364	3095	38
23	60714	79459	76410	3087	37
24	60738	79441	76456	3079	36
25	0.60761	0.79424	0.76502	1.3072	35
26	60784	79406	76548	3064	34
27	60807	79388	76594	3056	33
28	60830	79371	76640	3048	32
29	60853	79353	76686	3040	31
30	0.60876	0.79335	0.76733	1.3032	30
31	60899	79318	76779	3024	29
32	60922	79300	76825	3017	28
33	60945	79282	76871	3009	27
34	60968	79264	76918	3001	26
35	0.60991	0.79247	0.76964	1.2993	25
36	61015	79229	77010	2985	24
37	61038	79211	77057	2977	23
38	61061	79193	77103	2970	22
39	61084	79176	77149	2962	21
40	0.61107	0.79158	0.77196	1.2954	20
41	61130	79140	77242	2946	19
42	61153	79122	77289	2938	18
43	61176	79105	77335	2931	17
44	61199	79087	77382	2923	16
45	0.61222	0.79069	0.77428	1.2915	15
46	61245	79051	77475	2907	14
47	61268	79033	77521	2900	13
48	61291	79015	77568	2892	12
49	61314	78998	77615	2884	11
50	0.61337	0.78980	0.77661	1.2876	10
51	61360	78962	77708	2869	9
52	61383	78944	77754	2861	8
53	61406	78926	77801	2853	7
54	61429	78908	77848	2846	6
55	0.61451	0.78891	0.77895	1.2838	5
56	61474	78873	77941	2830	4
57	61497	78855	77988	2822	3
58	61520	78837	78035	2815	2
59	61543	78819	78082	2807	1
60′	0.61566	0.78801	0.78129	1.2799	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 52°

续表

$\alpha=38°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$		$\alpha=39°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$	
0′	0.61566	0.78801	0.78129	1.2799	60′	0′	0.62932	0.77715	0.80978	1.2349	60′
1	61589	78783	78175	2792	59	1	62955	77696	81027	2342	59
2	61612	78765	78222	2784	58	2	62977	77678	81075	2334	58
3	61635	78747	78269	2776	57	3	63000	77660	81123	2327	57
4	61658	78729	78316	2769	56	4	63022	77641	81171	2320	56
5	0.61681	0.78711	0.78363	1.2761	55	5	0.63045	0.77623	0.81220	1.2312	55
6	61704	78694	78410	2753	54	6	63068	77605	81268	2305	54
7	61726	78676	78457	2746	53	7	63090	77586	81316	2298	53
8	61749	78658	78504	2738	52	8	63113	77568	81364	2290	52
9	61772	78640	78551	2731	51	9	63135	77550	81413	2283	51
10	0.61795	0.78622	0.78598	1.2723	50	10	0.63158	0.77531	0.81461	1.2276	50
11	61818	78604	78645	2715	49	11	63180	77513	81510	2268	49
12	61841	78586	78692	2708	48	12	63203	77494	81558	2261	48
13	61864	78568	78739	2700	47	13	63225	77476	81606	2254	47
14	61887	78550	78786	2693	46	14	63248	77458	81655	2247	46
15	0.61909	0.78532	0.78834	1.2685	45	15	0.63271	0.77439	0.81703	1.2239	45
16	61932	78514	78881	2677	44	16	63293	77421	81752	2232	44
17	61955	78496	78928	2670	43	17	63316	77402	81800	2225	43
18	61978	78478	78975	2662	42	18	63338	77384	81849	2218	42
19	62001	78460	79022	2655	41	19	63361	77366	81898	2210	41
20	0.62024	0.78442	0.79070	1.2647	40	20	0.63383	0.77347	0.81946	1.2203	40
21	62046	78424	79117	2640	39	21	63406	77329	81995	2196	39
22	62069	78405	79164	2632	38	22	63428	77310	82044	2189	38
23	62092	78387	79212	2624	37	23	63451	77292	82092	2181	37
24	62115	78369	79259	2617	36	24	63473	77273	82141	2174	36
25	0.62138	0.78351	0.79306	1.2609	35	25	0.63496	0.77255	0.82190	1.2167	35
26	62160	78333	79354	2602	34	26	63518	77236	82238	2160	34
27	62183	78315	79401	2594	33	27	63540	77218	82287	2153	33
28	62206	78297	79449	2587	32	28	63563	77199	82336	2145	32
29	62229	78279	79496	2579	31	29	63585	77181	82385	2138	31
30	0.62251	0.78261	0.79544	1.2572	30	30	0.63608	0.77162	0.82434	1.2131	30
31	62274	78243	79591	2564	29	31	63630	77144	82483	2124	29
32	62297	78225	79639	2557	28	32	63653	77125	82531	2117	28
33	62320	78206	79686	2549	27	33	63675	77107	82580	2109	27
34	62342	78188	79734	2542	26	34	63698	77088	82629	2102	26
35	0.62365	0.78170	0.79781	1.2534	25	35	0.63720	0.77070	0.82678	1.2095	25
36	62388	78152	79829	2527	24	36	63742	77051	82727	2088	24
37	62411	78134	79877	2519	23	37	63765	77033	82776	2081	23
38	62433	78116	79924	2512	22	38	63787	77014	82825	2074	22
39	62456	78098	79972	2504	21	39	63810	76996	82874	2066	21
40	0.62479	0.78079	0.80020	1.2497	20	40	0.63832	0.76977	0.82923	1.2059	20
41	62502	78061	80067	2489	19	41	63854	76959	82972	2052	19
42	62524	78043	80115	2482	18	42	63877	76940	83022	2045	18
43	62547	78025	80163	2475	17	43	63899	76921	83071	2038	17
44	62570	78007	80211	2467	16	44	63922	76903	83120	2031	16
45	0.62592	0.77988	0.80258	1.2460	15	45	0.63944	0.76884	0.83169	1.2024	15
46	62615	77970	80306	2452	14	46	63966	76866	83218	2017	14
47	62638	77952	80354	2445	13	47	63989	76847	83268	2009	13
48	62660	77934	80402	2437	12	48	64011	76828	83317	2002	12
49	62683	77916	80450	2430	11	49	64033	76810	83366	1995	11
50	0.62706	0.77897	0.80498	1.2423	10	50	0.64056	0.76791	0.83415	1.1988	10
51	62728	77879	80546	2415	9	51	64078	76772	83465	1981	9
52	62751	77861	80594	2408	8	52	64100	76754	83514	1974	8
53	62774	77843	80642	2401	7	53	64123	76735	83564	1967	7
54	62796	77824	80690	2393	6	54	64145	76717	83613	1960	6
55	0.62819	0.77806	0.80738	1.2386	5	55	0.64167	0.76698	0.83662	1.1953	5
56	62842	77788	80786	2378	4	56	64190	76679	83712	1946	4
57	62864	77769	80834	2371	3	57	64212	76661	83761	1939	3
58	62887	77751	80882	2364	2	58	64234	76642	83811	1932	2
59	62909	77733	80930	2356	1	59	64256	76623	83860	1925	1
60′	0.62932	0.77715	0.80978	1.2349	0′	60′	0.64279	0.76604	0.83910	1.1918	0′
	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$\alpha=51°$		$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$\alpha=50°$

续表

α=40°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.64279	0.76604	0.83910	1.1918	60′
1	64301	76586	83960	1910	59
2	64323	76567	84009	1903	58
3	64346	76548	84059	1896	57
4	64368	76530	84108	1889	56
5	0.64390	0.76511	0.84158	1.1882	55
6	64412	76492	84208	1875	54
7	64435	76473	84258	1868	53
8	64457	76455	84307	1861	52
9	64479	76436	84357	1854	51
10	0.64501	0.76417	0.84407	1.1847	50
11	64524	76398	84457	1840	49
12	64546	76380	84507	1833	48
13	64568	76361	84556	1826	47
14	64590	76342	84606	1819	46
15	0.64612	0.76323	0.84656	1.1812	45
16	64635	76304	84706	1806	44
17	64657	76286	84756	1799	43
18	64679	76267	84806	1792	42
19	64701	76248	84856	1785	41
20	0.64723	0.76229	0.84906	1.1778	40
21	64746	76210	84956	1771	39
22	64768	76192	85006	1764	38
23	64790	76173	85057	1757	37
24	64812	76154	85107	1750	36
25	0.64834	0.76135	0.85157	1.1743	35
26	64856	76116	85207	1736	34
27	64878	76097	85257	1729	33
28	64901	76078	85308	1722	32
29	64923	76059	85358	1715	31
30	0.64945	0.76041	0.85408	1.1708	30
31	64967	76022	85458	1702	29
32	64989	76003	85509	1695	28
33	65011	75984	85559	1688	27
34	65033	75965	85610	1681	26
35	0.65055	0.75946	0.85660	1.1674	25
36	65077	75927	85710	1667	24
37	65100	75908	85761	1660	23
38	65122	75889	85811	1653	22
39	65144	75870	85862	1647	21
40	0.65166	0.75851	0.85912	1.1640	20
41	65188	75832	85963	1633	19
42	65210	75813	86014	1626	18
43	65232	75794	86064	1619	17
44	65254	75775	86115	1612	16
45	0.65276	0.75756	0.86166	1.1606	15
46	65298	75738	86216	1599	14
47	65320	75719	86267	1592	13
48	65342	75700	86318	1585	12
49	65364	75680	86368	1578	11
50	0.65386	0.75661	0.86419	1.1571	10
51	65408	75642	86470	1565	9
52	65430	75623	86521	1558	8
53	65452	75604	86572	1551	7
54	65474	75585	86623	1544	6
55	0.65496	0.75566	0.86674	1.1538	5
56	65518	75547	86725	1531	4
57	65540	75528	86776	1524	3
58	65562	75509	86827	1517	2
59	65584	75490	86878	1510	1
60′	0.65606	0.75471	0.86929	1.1504	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=49°

α=41°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.65606	0.75471	0.86929	1.1504	60′
1	65628	75452	86980	1497	59
2	65650	75433	87031	1490	58
3	65672	75414	87082	1483	57
4	65694	75395	87133	1477	56
5	0.65716	0.75375	0.87184	1.1470	55
6	65738	75356	87236	1463	54
7	65759	75337	87287	1456	53
8	65781	75318	87338	1450	52
9	65803	75299	87389	1443	51
10	0.65825	0.75280	0.87441	1.1436	50
11	65847	75261	87492	1430	49
12	65869	75241	87543	1423	48
13	65891	75222	87595	1416	47
14	65913	75203	87646	1410	46
15	0.65935	0.75184	0.87698	1.1403	45
16	65956	75165	87749	1396	44
17	65978	75146	87801	1389	43
18	66000	75126	87852	1383	42
19	66022	75107	87904	1376	41
20	0.66044	0.75088	0.87955	1.1369	40
21	66066	75069	88007	1363	39
22	66088	75050	88059	1356	38
23	66109	75030	88110	1349	37
24	66131	75011	88162	1343	36
25	0.66153	0.74992	0.88214	1.1336	35
26	66175	74973	88265	1329	34
27	66197	74953	88317	1323	33
28	66218	74934	88369	1316	32
29	66240	74915	88421	1310	31
30	0.66262	0.74896	0.88473	1.1303	30
31	66284	74876	88524	1296	29
32	66306	74857	88576	1290	28
33	66327	74838	88628	1283	27
34	66349	74818	88680	1276	26
35	0.66371	0.74799	0.88732	1.1270	25
36	66393	74780	88784	1263	24
37	66414	74760	88836	1257	23
38	66436	74741	88888	1250	22
39	66458	74722	88940	1243	21
40	0.66480	0.74703	0.88992	1.1237	20
41	66501	74683	89045	1230	19
42	66523	74664	89097	1224	18
43	66545	74644	89149	1217	17
44	66566	74625	89201	1211	16
45	0.66588	0.74606	0.89253	1.1204	15
46	66610	74586	89306	1197	14
47	66632	74567	89358	1191	13
48	66653	74548	89410	1184	12
49	66675	74528	89463	1178	11
50	0.66697	0.74509	0.89515	1.1171	10
51	66718	74489	89567	1165	9
52	66740	74470	89620	1158	8
53	66762	74451	89672	1152	7
54	66783	74431	89725	1145	6
55	0.66805	0.74412	0.89777	1.1139	5
56	66827	74392	89830	1132	4
57	66848	74373	89883	1126	3
58	66870	74353	89935	1119	2
59	66891	74334	89988	1113	1
60′	0.66913	0.74314	0.90040	1.1106	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=48°

续表

α = 42°	sinα	cosα	tgα	ctgα		α = 43°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.66913	0.74314	0.90040	1.1106	60′	0′	0.68200	0.73135	0.93252	1.0724	60′
1	66935	74295	90093	1100	59	1	68221	73116	93306	0717	59
2	66956	74276	90146	1093	58	2	68242	73096	93360	0711	58
3	66978	74256	90199	1087	57	3	68264	73076	93415	0705	57
4	66999	74237	90251	1080	56	4	68285	73056	93469	0699	56
5	0.67021	0.74217	0.90304	1.1074	55	5	0.68306	0.73036	0.93524	1.0692	55
6	67043	74198	90357	1067	54	6	68327	73016	93578	0686	54
7	67064	74178	90410	1061	53	7	68349	72996	93633	0680	53
8	67086	74159	90463	1054	52	8	68370	72976	93688	0674	52
9	67107	74139	90516	1048	51	9	68391	72957	93742	0668	51
10	0.67129	0.74120	0.90569	1.1041	50	10	0.68412	0.72937	0.93797	1.0661	50
11	67151	74100	90621	1035	49	11	68434	72917	93852	0655	49
12	67172	74080	90674	1028	48	12	68455	72897	93906	0649	48
13	67194	74061	90727	1022	47	13	68476	72877	93961	0643	47
14	67215	74041	90781	1016	46	14	68497	72857	94016	0637	46
15	0.67237	0.74022	0.90834	1.1009	45	15	0.68518	0.72837	0.94071	1.0630	45
16	67258	74002	90887	1003	44	16	68539	72817	94125	0624	44
17	67280	73983	90940	0996	43	17	68561	72797	94180	0618	43
18	67301	73963	90993	0990	42	18	68582	72777	94235	0612	42
19	67323	73944	91046	0983	41	19	68603	72757	94290	0606	41
20	0.67344	0.73924	0.91099	1.0977	40	20	0.68624	0.72737	0.94345	1.0599	40
21	67366	73904	91153	0971	39	21	68645	72717	94400	0593	39
22	67387	73885	91206	0964	38	22	68666	72697	94455	0587	38
23	67409	73865	91259	0958	37	23	68688	72677	94510	0581	37
24	67430	73846	91313	0951	36	24	68709	72657	94565	0575	36
25	0.67452	0.73826	0.91366	1.0945	35	25	0.68730	0.72637	0.94620	1.0569	35
26	67473	73806	91419	0939	34	26	68751	72617	94676	0562	34
27	67495	73787	91473	0932	33	27	68772	72597	94731	0556	33
28	67516	73767	91526	0926	32	28	68793	72577	94786	0550	32
29	67538	73747	91580	0919	31	29	68814	72557	94841	0544	31
30	0.67559	0.73728	0.91633	1.0913	30	30	0.68835	0.72537	0.94896	1.0538	30
31	67580	73708	91687	0907	29	31	68857	72517	94952	0532	29
32	67602	73688	91740	0900	28	32	68878	72497	95007	0526	28
33	67623	73669	91794	0894	27	33	68899	72477	95062	0519	27
34	67645	73649	91847	0888	26	34	68920	72457	95118	0513	26
35	0.67666	0.73629	0.91901	1.0881	25	35	0.68941	0.72437	0.95173	1.0507	25
36	67688	73610	91955	0875	24	36	68962	72417	95229	0501	24
37	67709	73590	92008	0869	23	37	68983	72397	95284	0495	23
38	67730	73570	92062	0862	22	38	69004	72377	95340	0489	22
39	67752	73551	92116	0856	21	39	69025	72357	95395	0483	21
40	0.67773	0.73531	0.92170	1.0850	20	40	0.69046	0.72337	0.95451	1.0477	20
41	67795	73511	92224	0843	19	41	69067	72317	95506	0470	19
42	67816	73491	92277	0837	18	42	69088	72297	95562	0464	18
43	67837	73472	92331	0831	17	43	69109	72277	95618	0458	17
44	67859	73452	92385	0824	16	44	69130	72257	95673	0452	16
45	0.67880	0.73432	0.92439	1.0818	15	45	0.69151	0.72236	0.95729	1.0446	15
46	67901	73413	92493	0812	14	46	69172	72216	95785	0440	14
47	67923	73393	92547	0805	13	47	69193	72196	95841	0434	13
48	67944	73373	92601	0799	12	48	69214	72176	95897	0428	12
49	67965	73353	92655	0793	11	49	69235	72156	95952	0422	11
50	0.67987	0.73333	0.92709	1.0786	10	50	0.69256	0.72136	0.96008	1.0416	10
51	68008	73314	92763	0780	9	51	69277	72116	96064	0410	9
52	68029	73294	92817	0774	8	52	69298	72095	96120	0404	8
53	68051	73274	92872	0768	7	53	69319	72075	96176	0398	7
54	68072	73254	92926	0761	6	54	69340	72055	96232	0392	6
55	0.68093	0.73234	0.92980	1.0755	5	55	0.69361	0.72035	0.96288	1.0385	5
56	68115	73215	93034	0749	4	56	69382	72015	96344	0379	4
57	68136	73195	93088	0742	3	57	69403	71995	96400	0373	3
58	68157	73175	93143	0736	2	58	69424	71974	96457	0367	2
59	68179	73155	93197	0730	1	59	69445	71954	96513	0361	1
60′	0.68200	0.73135	0.93252	1.0724	0′	60′	0.69466	0.71934	0.96569	1.0355	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 47°		cosα	sinα	ctgα	tgα	α = 46°

续表

α=44°	sinα	cosα	tgα	ctgα	
0′	0.69466	0.71934	0.96569	1.0355	60′
1	69487	71914	96625	0349	59
2	69508	71894	96681	0343	58
3	69529	71873	96738	0337	57
4	69549	71853	96794	0331	56
5	0.69570	0.71833	0.96850	1.0325	55
6	69591	71813	96907	0319	54
7	69612	71792	96963	0313	53
8	69633	71772	97020	0307	52
9	69654	71752	97076	0301	51
10	0.69675	0.71732	0.97133	1.0295	50
11	69696	71711	97189	0289	49
12	69717	71691	97246	0283	48
13	69737	71671	97302	0277	47
14	69758	71650	97359	0271	46
15	0.69779	0.71630	0.97416	1.0265	45
16	69800	71610	97472	0259	44
17	69821	71590	97529	0253	43
18	69842	71569	97586	0247	42
19	69862	71549	97643	0241	41
20	0.69883	0.71529	0.97700	1.0235	40
21	69904	71508	97756	0230	39
22	69925	71488	97813	0224	38
23	69946	71468	97870	0218	37
24	69966	71447	97927	0212	36
25	0.69987	0.71427	0.97984	1.0206	35
26	70008	71407	98041	0200	34
27	70029	71386	98098	0194	33
28	70049	71366	98155	0188	32
29	70070	71345	98213	0182	31
30	0.70091	0.71325	0.98270	1.0176	30
31	70112	71305	98327	0170	29
32	70132	71284	98384	0164	28
33	70153	71264	98441	0158	27
34	70174	71243	98499	0152	26
35	0.70195	0.71223	0.98556	1.0147	25
36	70215	71203	98613	0141	24
37	70236	71182	98671	0135	23
38	70257	71162	98728	0129	22
39	70277	71141	98786	0123	21
40	0.70298	0.71121	0.98843	1.0117	20
41	70319	71100	98901	0111	19
42	70339	71080	98958	0105	18
43	70360	71059	99016	0099	17
44	70381	71039	99073	0094	16
45	0.70401	0.71019	0.99131	1.0088	15
46	70422	70998	99189	0082	14
47	70443	70978	99247	0076	13
48	70463	70957	99304	0070	12
49	70484	70937	99362	0064	11
50	0.70505	0.70916	0.99420	1.0058	10
51	70525	70896	99478	0052	9
52	70546	70875	99536	0047	8
53	70567	70855	99594	0041	7
54	70587	70834	99652	0035	6
55	0.70608	0.70813	0.99710	1.0029	5
56	70628	70793	99768	0023	4
57	70649	70772	99826	0017	3
58	70670	70752	99884	0012	2
59	70690	70731	99942	0006	1
60′	0.70711	0.70711	1.0000	1.0000	0′
	cosα	sinα	ctgα	tgα	α=45°

分和秒转化成度			
分	度	秒	度
1′	0.016667	1″	0.000278
2	0.033333	2	0.000556
3	0.050000	3	0.000833
4	0.066667	4	0.001111
5	0.083333	5	0.001389
6	0.100000	6	0.001667
7	0.116667	7	0.001944
8	0.133333	8	0.002222
9	0.150000	9	0.002500
10	0.166667	10	0.002778
11	0.183333	11	0.003056
12	0.200000	12	0.003333
13	0.216667	13	0.003611
14	0.233333	14	0.003889
15	0.250000	15	0.004167
16	0.266667	16	0.004444
17	0.283333	17	0.004722
18	0.300000	18	0.005000
19	0.316667	19	0.005278
20	0.333333	20	0.005556
21	0.350000	21	0.005833
22	0.366667	22	0.006111
23	0.383333	23	0.006389
24	0.400000	24	0.006667
25	0.416667	25	0.006944
26	0.433333	26	0.007222
27	0.450000	27	0.007500
28	0.466667	28	0.007778
29	0.483333	29	0.008056
30	0.500000	30	0.008333
31	0.516667	31	0.008611
32	0.533333	32	0.008889
33	0.550000	33	0.009167
34	0.566667	34	0.009444
35	0.583333	35	0.009722
36	0.600000	36	0.010000
37	0.616667	37	0.010278
38	0.633333	38	0.010556
39	0.650000	39	0.010833
40	0.666667	40	0.011111
41	0.683333	41	0.011389
42	0.700000	42	0.011667
43	0.716667	43	0.011944
44	0.733333	44	0.012222
45	0.750000	45	0.012500
46	0.766667	46	0.012778
47	0.783333	47	0.013056
48	0.800000	48	0.013333
49	0.816667	49	0.013611
50	0.833333	50	0.013889
51	0.850000	51	0.014167
52	0.866667	52	0.014444
53	0.883333	53	0.014722
54	0.900000	54	0.015000
55	0.916667	55	0.015278
56	0.933333	56	0.015556
57	0.950000	57	0.015833
58	0.966667	58	0.016111
59	0.983333	59	0.016389
60′	1.000000	60″	0.016667

三、双曲线函数

$$\mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2},\quad \mathrm{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2},\quad \mathrm{th}x=\frac{\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}x}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}},$$

$$\mathrm{sh}(-x)=-\mathrm{sh}x,\quad \mathrm{ch}(-x)=\mathrm{ch}x,\quad \mathrm{th}(-x)=-\mathrm{th}x,$$

$$\mathrm{ch}^2x-\mathrm{sh}^2x=1,\quad \mathrm{sh}(x\pm y)=\mathrm{sh}x\mathrm{ch}y\pm\mathrm{ch}x\mathrm{sh}y,$$

$$\mathrm{ch}(x\pm y)=\mathrm{ch}x\mathrm{ch}y\pm\mathrm{sh}x\mathrm{sh}y,\quad \mathrm{th}(x\pm y)=\frac{\mathrm{th}x\pm\mathrm{th}y}{1\pm\mathrm{th}x\mathrm{th}y},$$

$$\mathrm{sh}x\pm\mathrm{sh}y=2\mathrm{sh}\frac{x\pm y}{2}\mathrm{ch}\frac{x\mp y}{2},\quad \mathrm{ch}x+\mathrm{ch}y=2\mathrm{ch}\frac{x+y}{2}\mathrm{ch}\frac{x-y}{2},$$

$$\mathrm{ch}x-\mathrm{ch}y=2\mathrm{sh}\frac{x+y}{2}\mathrm{sh}\frac{x-y}{2},\quad \mathrm{ch}x\pm\mathrm{sh}x=\frac{1\pm\mathrm{th}\left(\frac{x}{2}\right)}{1\mp\mathrm{th}\left(\frac{x}{2}\right)},$$

$$\mathrm{th}x\pm\mathrm{th}y=\frac{\mathrm{sh}(x\pm y)}{\mathrm{ch}x\mathrm{ch}y},$$

$$\mathrm{sh}2x=2\mathrm{sh}x\mathrm{ch}x,\quad \mathrm{ch}2x=\mathrm{ch}^2x+\mathrm{sh}^2x,\quad \mathrm{th}2x=\frac{2\mathrm{th}x}{1+\mathrm{th}^2x},$$

$$\mathrm{sh}\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{\mathrm{ch}x-1}{2}},\quad \mathrm{ch}\frac{x}{2}=\sqrt{\frac{\mathrm{ch}x+1}{2}},\quad \mathrm{th}\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{\mathrm{ch}x-1}{\mathrm{ch}x+1}}.$$

$$\mathrm{sh}x=-i\sin ix,\quad \mathrm{ch}x=\cos ix,\quad \mathrm{th}x=-i\,\mathrm{tg}ix,$$

$$\sin x=-i\,\mathrm{sh}ix,\quad \cos x=\mathrm{ch}ix,\quad \mathrm{tg}x=-i\,\mathrm{th}ix.$$

式中 $i=\sqrt{-1}$.

双曲线函数互换式 表 1-4

	sh$x$	ch$x$	th$x$
sh$x$	—	$\sqrt{\mathrm{ch}^2x-1}$	$\frac{\mathrm{th}x}{\sqrt{1-\mathrm{th}^2x}}$
ch$x$	$\sqrt{\mathrm{sh}^2x+1}$	—	$\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{th}^2x}}$
th$x$	$\frac{\mathrm{sh}x}{\sqrt{\mathrm{sh}^2x+1}}$	$\frac{\sqrt{\mathrm{ch}^2x-1}}{\mathrm{ch}x}$	—

双曲线函数表 表 1-5

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
0.00	1.00000	1.00000	0.00000	1.00000	0.00000
0.01	1005	0.99005	1000	0005	1000
0.02	2020	8020	2000	0020	2000
0.03	3045	7045	3000	0045	2999
0.04	4081	6079	4001	0080	3998
0.05	1.05127	0.95123	0.05002	1.00125	0.04996
0.06	6184	4176	6004	0180	5993
0.07	7251	3239	7006	0245	6989
0.08	8329	2312	8009	0320	7983
0.09	9417	1393	9012	0405	8976

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
0.10	1.10517	0.90484	0.10017	1.00500	0.09967
0.11	1628	0.89583	1022	0606	0.10956
0.12	2750	8692	2029	0721	1943
0.13	3883	7810	3037	0846	2927
0.14	5027	6936	4046	0982	3909
0.15	1.16183	0.86071	0.15056	1.01127	0.14889
0.16	7351	5214	6068	1283	5865
0.17	8530	4366	7082	1448	6838
0.18	9722	3527	8097	1624	7808
0.19	1.20925	2696	9115	1810	8775
0.20	1.22140	0.81873	0.20134	1.02007	0.19738
0.21	3368	1058	1155	2213	0.20697
0.22	4608	0252	2178	2430	1652
0.23	5860	0.79453	3203	2657	2603
0.24	7125	8663	4231	2894	3550
0.25	1.28403	0.77880	0.25261	1.03141	0.24492
0.26	9693	7105	6294	3399	5430
0.27	1.30996	6338	7329	3667	6362
0.28	2313	5578	8367	3946	7291
0.29	3643	4826	9408	4235	8213
0.30	1.34986	0.74082	0.30452	1.04534	0.29131
0.31	6343	3345	1499	4844	0.30044
0.32	7713	2615	2549	5164	0951
0.33	9097	1892	3602	5495	1852
0.34	1.40495	1177	4659	5836	2748
0.35	1.41907	0.70469	0.35719	1.06188	0.33638
0.36	3333	0.69768	6783	6550	4521
0.37	4773	9073	7850	6923	5399
0.38	6228	8386	8921	7307	6271
0.39	7698	7706	9996	7702	7136
0.40	1.49182	0.67032	0.41075	1.08107	0.37995
0.41	1.50682	6365	2158	8523	8847
0.42	2196	5705	3246	8950	9693
0.43	3726	5051	4337	9388	0.40532
0.44	5271	4404	5434	9837	1364
0.45	1.56831	0.63763	0.46534	1.10297	0.42190
0.46	8407	3128	7640	0768	3008
0.47	9999	2500	8750	1250	3820
0.48	1.61607	1878	9865	1743	4624
0.49	3232	1263	0.50984	2247	5422

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
0.50	1.64872	0.60653	0.52110	1.12763	0.46212
0.51	6529	0050	3240	3289	6995
0.52	8203	0.59452	4375	3827	7770
0.53	9893	8860	5516	4377	8538
0.54	1.71601	8275	6663	4938	9299
0.55	1.73325	0.57695	0.57815	1.15510	0.50052
0.56	5067	7121	8973	6094	0798
0.57	6827	6553	0.60137	6690	1536
0.58	8604	5990	1307	7297	2267
0.59	1.80399	5433	2483	7916	2990
0.60	1.82212	0.54881	0.63665	1.18547	0.53705
0.61	4043	4335	4854	9189	4413
0.62	5893	3794	6049	9844	5113
0.63	7761	3259	7251	1.20510	5805
0.64	9648	2729	8459	1189	6490
0.65	1.91554	0.52205	0.69675	1.21879	0.57167
0.66	3479	1685	0.70897	2582	7836
0.67	5424	1171	2126	3297	8498
0.68	7388	0662	3363	4025	9152
0.69	9372	0158	4607	4765	9798
0.70	2.01375	0.49659	0.75858	1.25517	0.60437
0.71	3399	9164	7117	6282	1068
0.72	5443	8675	8384	7059	1691
0.73	7508	8191	9659	7849	2307
0.74	9594	7711	0.80941	8652	2915
0.75	2.11700	0.47237	0.82232	1.29468	0.63515
0.76	3828	6767	3530	1.30297	4108
0.77	5977	6301	4838	1139	4693
0.78	8147	5841	6153	1994	5271
0.79	2.20340	5384	7478	2862	5841
0.80	2.22554	0.44933	0.88811	1.33743	0.66404
0.81	24791	4486	0.90152	4638	6959
0.82	27050	4043	1503	5547	7507
0.83	29332	3605	2863	6468	8048
0.84	31637	3171	4233	7404	8581
0.85	2.33965	0.42741	0.95612	1.38353	0.69107
0.86	36316	2316	7000	9316	9626
0.87	38691	1895	8398	1.40293	0.70137
0.88	41090	1478	9806	1284	0642
0.89	43513	1066	1.01224	2289	1139

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
0.90	2.45960	0.40657	1.02652	1.43309	0.71630
0.91	48432	0252	4090	4342	2113
0.92	50929	0.39852	5539	5390	2590
0.93	53451	9455	6998	6453	3059
0.94	55998	9063	8468	7530	3522
0.95	2.58571	0.38674	1.09948	1.48623	0.73978
0.96	61170	8289	1.11440	9729	4428
0.97	63794	7908	2943	1.50851	4870
0.98	66446	7531	4457	1988	5307
0.99	69123	7158	5983	3141	5736
1.00	2.71828	0.36788	1.17520	1.54308	0.76159
1.01	74560	6422	9069	5491	6576
1.02	77319	6059	1.20630	6689	6987
1.03	80107	5701	2203	7904	7391
1.04	82922	5345	3788	9134	7789
1.05	2.85765	0.34994	1.25386	1.60379	0.78181
1.06	88637	4646	6996	1641	8566
1.07	91538	4301	8619	2919	8946
1.08	94468	3960	1.30254	4214	9320
1.09	97427	3622	1903	5525	9688
1.10	3.00417	0.33287	1.33565	1.66852	0.80050
1.11	03436	2956	5240	8196	0406
1.12	06485	2628	6929	9557	0757
1.13	09566	2303	8631	1.70934	1102
1.14	12677	1982	1.40347	2329	1441
1.15	3.15819	0.31664	1.42078	1.73741	0.81775
1.16	18993	1349	3822	5171	2104
1.17	22199	1037	5581	6618	2427
1.18	25437	0728	7355	8083	2745
1.19	28708	0422	9143	9565	3058
1.20	3.32012	0.30119	1.50946	1.81066	0.83365
1.21	35348	0.29820	2764	2584	3668
1.22	38719	9523	4598	4121	3965
1.23	42123	9229	6447	5676	4258
1.24	45561	8938	8311	7250	4546
1.25	3.49034	0.28650	1.60192	1.88842	0.84828
1.26	52542	8365	2088	1.90454	5106
1.27	56085	8083	4001	2084	5380
1.28	59664	7804	5930	3734	5648
1.29	63279	7527	7876	5403	5913

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
1.30	3.66930	0.27253	1.69838	1.97091	0.86172
1.31	70617	6982	1.71818	8800	6428
1.32	74342	6714	3814	2.00528	6678
1.33	78104	6448	5828	2276	6925
1.34	81904	6185	7860	4044	7167
1.35	3.85743	0.25924	1.79909	2.05833	0.87405
1.36	89619	5666	1.81977	7643	7639
1.37	93535	5411	4062	9473	7869
1.38	97490	5158	6166	2.11324	8095
1.39	4.01485	4908	8289	3196	8317
1.40	4.05520	0.24660	1.90430	2.15090	0.88535
1.41	09596	4414	2591	7005	8749
1.42	13712	4171	4770	8942	8960
1.43	17870	3931	6970	2.20900	9167
1.44	22070	3693	9188	2881	9370
1.45	4.26311	0.23457	2.01427	2.24884	0.89569
1.46	30596	3224	3686	6910	9765
1.47	34924	2993	5965	8958	9958
1.48	39295	2764	8265	2.31029	0.90147
1.49	43710	2537	2.10586	3123	0332
1.50	4.48169	0.22313	2.12928	2.35241	0.90515
1.51	52673	2091	5291	7382	0694
1.52	57223	1871	7676	9547	0870
1.53	61818	1654	2.20082	2.41736	1042
1.54	66459	1438	2510	3949	1212
1.55	4.71147	0.21225	2.24961	2.46186	0.91379
1.56	75882	1014	7434	8448	1542
1.57	80665	0805	9930	2.50735	1703
1.58	85496	0598	2.32449	3047	1860
1.59	90375	0393	4991	5384	2015
1.60	4.95303	0.20190	2.37557	2.57746	0.92167
1.61	5.00281	0.19989	2.40146	2.60135	316
1.62	05309	9790	2760	2549	462
1.63	10387	9593	5397	4990	606
1.64	15517	9398	8059	7457	747
1.65	5.20698	0.19205	2.50746	2.69951	0.92886
1.66	25931	9014	3459	2.72472	0.93022
1.67	31217	8825	6196	5021	155
1.68	36556	8637	8959	7596	286
1.69	41948	8452	2.61748	2.80200	415

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
1.70	5.47395	0.18268	2.64563	2.82832	0.93541
1.71	52896	8087	7405	5491	665
1.72	58453	7907	2.70273	8180	786
1.73	64065	7728	3168	2.90897	906
1.74	69734	7552	6091	3643	0.94023
1.75	5.75460	0.17377	2.79041	2.96419	0.94138
1.76	81244	7204	2.82020	9224	250
1.77	87085	7033	5026	3.02059	361
1.78	92986	6864	8061	4925	470
1.79	98945	6696	2.91125	7821	576
1.80	6.04965	0.16530	2.94217	3.10747	0.94681
1.81	11045	6365	7340	3705	783
1.82	17186	6203	3.00492	6694	884
1.83	23389	6041	3674	9715	983
1.84	29654	5882	6886	3.22768	0.95080
1.85	6.35982	0.15724	3.10129	3.25853	0.95175
1.86	42374	5567	3403	8970	268
1.87	48830	5412	6709	3.32121	359
1.88	55350	5259	3.20046	5305	449
1.89	61937	5107	3415	8522	537
1.90	6.68589	0.14957	3.26816	3.41773	0.95624
1.91	75309	4808	3.30250	5058	709
1.92	82096	4661	3718	8378	792
1.93	88951	4515	7218	3.51733	873
1.94	95875	4370	3.40752	5123	953
1.95	7.02869	0.14227	3.44321	3.58548	0.96032
1.96	09933	4086	7923	3.62009	109
1.97	17068	3946	3.51561	5507	185
1.98	24274	3807	5234	9041	259
1.99	31553	3670	8942	3.72611	331
2.00	7.38906	0.13534	3.62686	3.76220	0.96403
2.01	46332	3399	66466	79865	473
2.02	53832	3266	70283	83549	541
2.03	61409	3134	74138	87271	609
2.04	69061	3003	78029	91032	675
2.05	7.76790	0.12873	3.81958	3.94832	0.96740
2.06	84597	2745	85926	98671	803
2.07	92482	2619	89932	4.02550	865
2.08	8.00447	2493	93977	06470	926
2.09	08492	2369	98061	10430	986

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
2.10	8.16617	0.12246	4.02186	4.14431	0.97045
2.11	24824	2124	06350	18474	103
2.12	33114	2003	10555	22558	159
2.13	41487	1884	14801	26685	215
2.14	49944	1765	19089	30855	269
2.15	8.58486	0.11648	4.23419	4.35067	0.97323
2.16	67114	1533	27791	39323	375
2.17	75828	1418	32205	43623	426
2.18	84631	1304	36663	47967	477
2.19	93521	1192	41165	52356	526
2.20	9.02501	0.11080	4.45711	4.56791	0.97574
2.21	11572	0970	50301	61271	622
2.22	20733	0861	54936	65797	668
2.23	29987	0753	59617	70370	714
2.24	39333	0646	64344	74989	759
2.25	9.48774	0.10540	4.69117	4.79657	0.97803
2.26	58309	0435	73937	84372	846
2.27	67940	0331	78804	89136	888
2.28	77668	0228	83720	93948	929
2.29	87494	0127	88684	98810	970
2.30	9.97418	0.10026	4.93696	5.03722	0.98010
2.31	10.07442	0.09926	98758	08684	049
2.32	17567	9827	5.03870	13697	087
2.33	27794	9730	09032	18762	124
2.34	38124	9633	14245	23878	161
2.35	10.48557	0.09537	5.19510	5.29047	0.98197
2.36	59095	9442	24827	34269	233
2.37	69739	9348	30196	39544	267
2.38	80490	9255	35618	44873	301
2.39	91349	9163	41093	50256	335
2.40	11.02318	0.09072	5.46623	5.55695	0.98367
2.41	13396	8982	52207	61189	400
2.42	24586	8892	57847	66739	431
2.43	35888	8804	63542	72346	462
2.44	47304	8716	69294	78010	492
2.45	11.58835	0.08629	5.75103	5.83732	0.98522
2.46	70481	8543	80969	89512	551
2.47	82245	8458	86893	95352	579
2.48	94126	8374	92876	6.01250	607
2.49	12.06128	8291	98918	07209	635

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
2.50	12.18249	0.08209	6.05020	6.13229	0.98661
2.51	30493	8127	11183	19310	688
2.52	42860	8046	17407	25453	714
2.53	55351	7966	23692	31658	739
2.54	67967	7887	30040	37927	764
2.55	12.80710	0.07808	6.36451	6.44259	0.98788
2.56	93582	7730	42926	50656	812
2.57	13.06582	7654	49464	57118	835
2.58	19714	7577	56068	63646	858
2.59	32977	7502	62738	70240	881
2.60	13.46374	0.07427	6.69473	6.76901	0.98903
2.61	59905	7353	76276	83629	924
2.62	73572	7280	83146	90426	946
2.63	87377	7208	90085	97292	966
2.64	14.01320	7136	97092	7.04228	987
2.65	14.15404	0.07065	7.04169	7.11234	0.99007
2.66	29629	6995	11317	18312	026
2.67	43997	6925	18536	25461	045
2.68	58509	6856	25826	32683	064
2.69	73168	6788	33190	39978	083
2.70	14.87973	0.06721	7.40626	7.47347	0.99101
2.71	15.02927	6654	48137	54791	118
2.72	18032	6587	55722	62310	136
2.73	33289	6522	63383	69905	153
2.74	48698	6457	71121	77578	170
2.75	15.64263	0.06393	7.78935	7.85328	0.99186
2.76	79984	6329	86828	93157	202
2.77	95863	6266	94799	8.01065	218
2.78	16.11902	6204	8.02849	09053	233
2.79	28102	6142	10980	17122	248
2.80	16.44464	0.06081	8.19192	8.25273	0.99263
2.81	60992	6020	27486	33506	278
2.82	77685	5961	35862	41823	292
2.83	94546	5901	44322	50224	306
2.84	17.11576	5843	52867	58710	320
2.85	17.28778	0.05784	8.61497	8.67281	0.99333
2.86	46152	5727	70213	75940	346
2.87	63702	5670	79016	84686	359
2.88	81427	5613	87907	93520	372
2.89	99331	5558	96887	9.02444	384

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
2.90	18.17414	0.05502	9.05956	9.11458	0.99396
2.91	35680	5448	15116	20564	408
2.92	54129	5393	24368	29761	420
2.93	72763	5340	33712	39051	431
2.94	91585	5287	43149	48435	443
2.95	19.10595	0.05234	9.52681	9.57915	0.99454
2.96	29797	182	62308	67489	464
2.97	49192	130	72031	77161	475
2.98	68781	079	81851	86930	485
2.99	88568	029	91770	96798	496
3.00	20.08554	0.04979	10.01787	10.06766	0.99505
3.05	21.11534	736	10.53399	10.58135	552
3.10	22.19795	505	11.07645	11.12150	595
3.15	23.33606	285	11.64661	11.68946	633
3.20	24.53253	076	12.24588	12.28665	668
3.25	25.79034	0.03877	12.87578	12.91456	0.99700
3.30	27.11264	688	13.53788	13.57476	728
3.35	28.50273	508	14.23382	14.26891	754
3.40	29.96410	337	14.96536	14.99874	777
3.45	31.50039	175	15.73432	15.76607	799
3.50	33.11545	0.03020	16.54263	16.57282	0.99818
3.55	34.81332	0.02872	17.39230	17.42102	835
3.60	36.59823	732	18.28545	18.31278	851
3.65	38.47466	599	19.22434	19.25033	865
3.70	40.44730	472	20.21129	20.23601	878
3.75	42.52108	0.02352	21.24878	21.27230	0.99889
3.80	44.70118	237	22.33941	22.36178	900
3.85	46.99306	128	23.48589	23.50717	909
3.90	49.40245	024	24.69110	24.71134	918
3.95	51.93536	0.01925	25.95806	25.97731	926
4.00	54.59815	0.01832	27.28992	27.30823	0.99933
4.05	57.39745	742	28.69002	28.70744	939
4.10	60.34029	657	30.16186	30.17843	945
4.15	63.43400	576	31.70912	31.72488	950
4.20	66.68633	500	33.33567	33.35066	955
4.25	70.10541	0.01426	35.04557	35.05984	0.99959
4.30	73.69979	357	36.84311	36.85668	963
4.35	77.47846	291	38.73278	38.74568	967
4.40	81.45087	228	40.71930	40.73157	970
4.45	85.62694	168	42.80763	42.81931	973

续表

x	e^x	e^{-x}	sh$x$	ch$x$	th$x$
4.50	90.01713	0.01111	45.00301	45.01412	0.99975
4.55	94.63240	057	47.31092	47.32149	978
4.60	99.48431	005	49.73713	49.74718	980
4.65	104.5850	0.00956	52.28771	52.29727	982
4.70	109.9472	910	54.96904	54.97813	983
4.75	115.5843	0.00865	57.78782	57.79647	0.99985
4.80	121.5104	823	60.75109	60.75932	986
4.85	127.7404	783	63.86628	63.87411	988
4.90	134.2898	745	67.14117	67.14861	989
4.95	141.1750	708	70.58394	70.59102	990
5.00	148.4131	0.00674	74.20321	74.20995	0.99991
5.10	164.0219	0.00610	82.00790	82.01400	0.99993
5.20	181.2722	0.00552	90.63336	90.63888	0.99994
5.30	200.3368	0.00499	100.1659	100.1709	0.99995
5.40	221.4064	0.00452	110.7009	110.7055	0.99996
5.50	244.6919	0.00409	122.3439	122.3480	0.99997
5.60	270.4264	0.00370	135.2113	135.2150	0.99997
5.70	298.8674	0.00335	149.4320	149.4354	0.99998
5.80	330.2996	0.00303	165.1483	165.1513	0.99998
5.90	365.0374	0.00274	182.5174	182.5201	0.99998
6.00	403.4288	0.00248	201.7132	201.7156	0.99999
6.30	544.5719	0.00184	272.2850	272.2869	0.99999
$\pi/4$	2.19328	0.45594	0.86867	1.32461	0.65579
$\pi/2$	4.81048	0.20788	2.30130	2.50918	0.91715
$3\pi/4$	10.55072	0.09478	5.22797	5.32275	0.98219
π	23.14069	0.04321	11.54874	11.59195	0.99627

四、微　分

(一) 微分的一般定理

y、u、v 等均为 x 的函数，n 为常数。

1. $y = f(x)$，　$y' = f'(x) = \dfrac{dy}{dx}$，　$\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{df'(x)}{dx}$
2. $y = c$，　$y' = 0$
3. $y = cf(x)$，　$y' = cf'(x)$
4. $y = u + v - w$，　$y' = u' + v' - w'$
5. $y = uv$，　$y' = uv' + vu'$
6. $y = \dfrac{u}{v}$，　$y' = \dfrac{vu' - uv'}{v^2}$

7. $y=\ln u$, $y'=\frac{u'}{u}$.

8. $y=u^n$, $y'=nu^{n-1}u'$

9. $y=u^v$, $y'=vu^{v-1}u'+u^v v'\ln u$

10. $y=f(u)$, $u=\varphi(x)$,

$y'=f'(u)u'=f'(u)\varphi'(x)$

11. $y=f(u)$, $u=\varphi(v)$, $v=\psi(x)$,

$y'=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dv}\times\frac{dv}{dx}$

12. $f(x,y)=0$, $y'=\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$

(二) 导数的几何意义(图 1-1)

$y=f(x)$, $f'(x_0)=\text{tg}\alpha$

(三) 函数的极大及极小值

在函数曲线极值点所作的切线必与 x 轴平行。当求 $y=f(x)$ 的极大或极小值时(图 1-1),令 $\frac{dy}{dx}=0$,解出 x,然后将 x 值代入 $y=f(x)$ 式则可得极大或极小值。

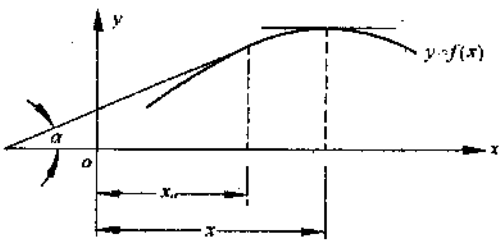


图 1-1

(四) 基本函数的导数

1. $y=x^n$, $y'=nx^{n-1}$

2. $y=e^x$, $y'=e^x$.

3. $y=a^x$, $y'=a^x\ln a$

4. $y=\ln x$, $y'=\frac{1}{x}$

5. $y=\sin x$, $y'=\cos x$

6. $y=\cos x$, $y'=-\sin x$,

7. $y=\text{tg}x$, $y'=\frac{1}{\cos^2 x}$

8. $y=\text{ctg}x$, $y'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

9. $y=\text{sh}x$, $y'=\text{ch}x$

10. $y=\text{ch}x$, $y'=\text{sh}x$

五、积　　分

(一) 积分的一般原理

不定积分:

1. $\int F(x)dx=f(x)+c$

2. $\int aF(x)dx=a\int F(x)dx$

3. $\int(u+v-w)dx=\int u dx+\int v dx-\int w dx$

4. $\int F(x)dx$, $x=\varphi(t)$, $dx=\varphi'(t)dt$,

$\int F(x)dx=\int F[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$

5. $\int u\mathrm{d}v = uv - \int v\mathrm{d}u$

定积分：

6. $\int_a^b F(x)\mathrm{d}x = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$

(二) 基本函数的积分公式

1. $\int x^n\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

2. $\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln x + c$

3. $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + c$

4. $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + c$

5. $\int \mathrm{tg}x\mathrm{d}x = -\ln\cos x + c$

6. $\int \mathrm{ctg}x\mathrm{d}x = \ln\sin x + c$

7. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x} = \mathrm{tg}x + c$

8. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x} = -\mathrm{ctg}x + c$

9. $\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \mathrm{arctg}x + c$

10. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$

11. $\int e^x\mathrm{d}x = e^x + c$

12. $\int a^x\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + c$

13. $\int \mathrm{sh}x\mathrm{d}x = \mathrm{ch}x + c$

14. $\int \mathrm{ch}x\mathrm{d}x = \mathrm{sh}x + c$

(三) 辛普生数值积分公式

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \frac{b-a}{3n}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \cdots\cdots + 4y_{n-3} + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n)$$

式中 n——积分区间的等分段数，n 为偶数；

$y_0, y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n$——$y = f(x)$ 在相应的等分点(共 $n+1$ 个点) 上的函数值。

六、函数展开式

1. 泰勒级数：

$$f(x)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\cdots\cdots$$

2. 当 $x_0=0$ 时,泰勒级数称为麦克劳林级数:

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots\cdots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\cdots\cdots$$

3. $\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\cdots\cdots,(-\infty<x<\infty)$

4. $\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\cdots\cdots,(-\infty<x<\infty)$

5. $\mathrm{tg}x=x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{3\times5}+\frac{17x^7}{3^2\times5\times7}+\frac{62x^9}{3^2\times5\times7\times9}+\cdots\cdots$

$=x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\frac{17x^7}{315}+\frac{62x^9}{2835}+\cdots\cdots,$

$\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$

6. $\arcsin x=x+\frac{x^3}{2\times3}+\frac{3x^5}{2\times4\times5}+\frac{3\times5x^7}{2\times4\times6\times7}+\cdots\cdots,$

$(-1<x<1)$

7. $\mathrm{arctg}x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\cdots\cdots,$

$(-1\leqslant x\leqslant1)$

8. $\mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+\cdots\cdots,$

$(-\infty<x<\infty)$

9. $\mathrm{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+\cdots\cdots,$

$(-\infty<x<\infty)$

10. $\mathrm{th}x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}-\frac{17x^7}{315}+\cdots\cdots,$

$\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$

七、矩　阵

(一) 矩阵的概念

在结构计算中,常遇到下列形式的线性代数方程组:

$$\left.\begin{array}{l}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+\cdots+a_{1n}x_n=b_1\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+\cdots+a_{2n}x_n=b_2\\a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3+\cdots+a_{3n}x_n=b_3\\\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+a_{m3}x_3+\cdots+a_{mn}x_n=b_m\end{array}\right\}\tag{1-1}$$

将方程组(1-1)中 $m\times n$ 个系数 a_{ij} 按照原来的顺序排在一起，写成下列形式的数组(表格)：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

这样的数组称为 m 行 n 列的矩阵，或称 $m\times n$ 阶矩阵，记作〔A〕。数组中任一数 a_{ij} 称为该矩阵〔A〕的元素，前一脚标表示元素所在的行，后一脚标表示元素所在的列。

矩阵〔A〕的记法与行列式 $|A|$ 的记法相近，但意义完全不同。行列式 $|A|$ 代表一个数或一个代数式，而矩阵〔A〕是若干数排成的表格，它不能展开，但可按一定的规则作加、减、乘等各种运算。

公式(1-1)中 n 个未知量 x_i 和 m 个常数 b_i，也可按顺序排成矩阵形式：

$$[X]=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix};\qquad [B]=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

矩阵只有一行时，称为行矩阵。矩阵只有一列时，称为列矩阵。上面的矩阵〔X〕及〔B〕均为列矩阵。

当矩阵的行数和列数相等时（即 $m=n$），称为方阵。方阵中左上角至右下角的连线称为主对角线。如果一个方阵除主对角线外的所有元素均为零，则称为对角线矩阵。

若在一方阵中，对称于主对角线的元素两两相等，则该方阵称为对称矩阵。方阵〔A〕成为对称矩阵的条件是 $a_{ij}=a_{ji}$。

当方阵的主对角线元素均为1，其余元素均为零时，称该方阵为单位矩阵，记作〔I〕。下面举例列出一个四阶单位矩阵：

$$[I]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

当矩阵中所有元素均为零时，称为零矩阵，记作〔0〕。

(二) 矩阵的初等运算

要进行矩阵的运算，则需知道矩阵相等的概念：当两个矩阵的行数相同，列数相同，并且对应行和列中的所有元素两两相等时，称为两矩阵相等。例如，由

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 & -4 & -1 \\ 0 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

可知：$x_{11}=7, x_{12}=-4, x_{13}=-1, x_{21}=0, x_{22}=2, x_{23}=-5$

注意：两个行数或列数不同的矩阵谈不上相等。

1．矩阵的加法和减法

两个矩阵只有在行数和列数相同时，才能相加或相减，所得的矩阵仍为一个具有相同行数和列数的矩阵。

矩阵的相加或相减，就是矩阵中对应元素的相加或相减。例如：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} \end{bmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-(-5) & -7-1 \\ 0-3 & -3-(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

2．数与矩阵的乘法

一个数与矩阵的乘积，就是将矩阵的所有元素都与该数相乘后所得的矩阵。例如：

$$k\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx_{11} & kx_{12} & kx_{13} \\ kx_{21} & kx_{22} & kx_{23} \end{pmatrix}$$

3．矩阵的乘法

两个矩阵只有在前一个矩阵的列数与后一个矩阵的行数相同时，才能相乘。

第一个矩阵第 i 行中各元素，分别乘以第二个矩阵中第 j 列相应的各元素，将各乘积的和作为新矩阵的第 i 行第 j 列相交处的元素。这个新矩阵就是第一个矩阵与第二个矩阵的乘积。

设 $m\times r$ 阶矩阵〔A〕与 $r\times n$ 阶矩阵〔B〕相乘，得一矩阵〔C〕。〔C〕必为 $m\times n$ 阶矩阵，且〔C〕中的元素与〔A〕及〔B〕中相应元素的关系由下式决定：

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots\cdots + a_{ir}b_{rj} = \sum_{s=1}^{r} a_{is}b_{sj}$$
$$(1\leqslant i\leqslant m, 1\leqslant j\leqslant n)$$

例如：

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 & f_1 \\ e_2 & f_2 \\ e_3 & f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3 & a_1f_1+a_2f_2+a_3f_3 \\ b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3 & b_1f_1+b_2f_2+b_3f_3 \\ c_1e_1+c_2e_2+c_3e_3 & c_1f_1+c_2f_2+c_3f_3 \\ d_1e_1+d_2e_2+d_3e_3 & d_1f_1+d_2f_2+d_3f_3 \end{bmatrix}$$

4．矩阵基本运算的性质

只要矩阵的阶数满足前面所说的相加、相减或相乘的条件，则矩阵的运算就有下列性质：

(1) $[A]+([B]+[C])=([A]+[B])+[C]$；

(2) $[A]+[B]=[B]+[A]$；

(3) $[A]+[0]=[A]$；

(4) $[A]+(-[B])=[A]-[B]$，

$[A]+(-[A])=[0]$；

(5) $K([A][B])=(K[A])[B]=[A](K[B])$；

(6) $([A][B])[C]=[A]([B][C])$；

(7) $([A]+[B])[C]=[A][C]+[B][C]$,

$[A]+([B]+[C])=[A][B]+[A][C]$;

(8) $[A][I]=[A],[I][B]=[B]$

5. 矩阵的运算与数的运算有以下几个不同之处,需特别注意

(1) 在一般情况下,$[A][B]\neq[B][A]$。例如:

$$[A][B]=\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2\\2 & 0\end{pmatrix};$$

$$[B][A]=\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & -2\end{pmatrix}$$

因此,在矩阵运算中,在等式 $[A]=[C]$ 两边同乘以某矩阵 $[B]$ 时,必须区别“左乘”与“右乘”,不能任意调换位置。

当两边左乘矩阵 $[B]$ 时:$[B][A]=[B][C]$;

当两边右乘矩阵 $[B]$ 时:$[A][B]=[C][B]$。

(2) 已知 $[A][B]=[0]$,并不能肯定 $[A]$ 与 $[B]$ 中必有一零矩阵。例如:

$$\begin{pmatrix}3 & -2\\-3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 2\\3 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}$$

可见,两个矩阵都不是零矩阵,但乘积可能是零矩阵。

(3) 已知 $[A][C]=[B][C]$,并不能肯定 $[A]=[B]$。例如,设:

$$[A]=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{pmatrix},[B]=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\1 & 2 & 0\end{pmatrix},[C]=\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$$

显然 $[A]\neq[B]$,但

$$[A][C]=[B][C]=\begin{pmatrix}2 & -1\\-1 & 1\end{pmatrix}$$

如果矩阵 $[C]$ 的元素 c_{ij} 取任意值时,下列等式均成立,

$$[A][C]=[B][C],$$

则可以断定 $[A]=[B]$。

如果矩阵 $[C]$ 有逆矩阵,则当 $[A][C]=[B][C]$ 时,也可断定 $[A]=[B]$

6. 转置矩阵与逆矩阵

(1) 转置矩阵:用一个矩阵的第一行组成另一个矩阵的第一列(保持行与列的元素顺序不变,下同),第二行组成另一矩阵的第二列,依次类推,则这两个矩阵互为转置矩阵。矩阵 $[A]$ 的转置矩阵记作 $[A]^T$。例如:

$$\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14}\\a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}\end{pmatrix}^T=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{21}\\a_{12} & a_{22}\\a_{13} & a_{23}\\a_{14} & a_{24}\end{bmatrix}$$

显然,对称矩阵的转置矩阵就是它自己。

两向量的数量积,可写成矩阵运算形式。若已知:

$$[A]=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{bmatrix},\qquad [B]=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\\vdots\\b_n\end{bmatrix}$$

则数量积 $[C]=[A]^T[B]=[B]^T[A]=\sum_{i=1}^{n}a_ib_i$

显然，行矩阵与同阶的列矩阵相乘，乘积是一个数。

转置矩阵运算的性质：

$$(k[A])^T=k[A]^T;$$

$$([A]+[B])^T=[A]^T+[B]^T;$$

$$([A][B][C]\cdots[Y][Z])^T=[Z]^T[Y]^T\cdots[C]^T[B]^T[A]^T$$

(2) 逆矩阵：对于一个 n 阶方阵$[A]$，如果能够找到另一个 n 阶方阵$[B]$，使得

$$[A][B]=[I]$$

则称 $[B]$ 为$[A]$ 的逆矩阵，记为$[A]^{-1}$。若方阵$[A]$ 不存在相应的逆矩阵，则称$[A]$ 为奇异矩阵。

当所讨论矩阵均为同阶方阵时，逆矩阵具有下列性质：

$$[A][A]^{-1}=[A]^{-1}[A]=[I];$$

$$([A]^{-1})^{-1}=[A];$$

$$([A]^{-1})^T=([A]^T)^{-1}$$

对若干同阶的方阵，有：

$$([A][B][C]\cdots[Y][Z])^{-1}=[Z]^{-1}[Y]^{-1}\cdots[C]^{-1}[B]^{-1}[A]^{-1};$$

对于公式(1-1)所示代数方程组，其矩阵表达式为 $[A][X]=[B]$。

当 $m=n$ 时，由矩阵运算的性质可得：

$$[A]^{-1}[A][X]=[A]^{-1}[B],$$

$$[I][X]=[A]^{-1}[B],$$

$$[X]=[A]^{-1}[B]。$$

如果通过某种方式(例如用电子计算机)，求得矩阵 $[A]$ 的逆矩阵$[A]^{-1}$，则由上面的最后一个公式，用矩阵乘法即可求得未知量$[X]$。

7. 分块矩阵

矩阵 $[A]$ 可用贯穿矩阵的纵线和横线分割成若干块：

$$[A]=\left[\begin{array}{cc:c:cc}a_{11}&a_{12}&a_{13}&a_{14}&a_{15}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&a_{24}&a_{25}\\\hdashline a_{31}&a_{32}&a_{33}&a_{34}&a_{35}\end{array}\right]$$

这样的矩阵$[A]$称为分块矩阵。其中的每一块均为$[A]$的子矩阵。当子矩阵的阶数满足矩阵运算的条件时，分块矩阵的运算可按与普通矩阵相似的运算规则进行。下面举例表示分块矩阵的乘法：

$$\begin{pmatrix}[A_{11}]&[A_{12}]\\[A_{21}]&[A_{22}]\end{pmatrix}\begin{pmatrix}[B_{11}]&[B_{12}]\\[B_{21}]&[B_{22}]\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}[A_{11}][B_{11}]+[A_{12}][B_{21}]&[A_{11}][B_{12}]+[A_{12}][B_{22}]\\[A_{21}][B_{11}]+[A_{22}][B_{21}]&[A_{21}][B_{12}]+[A_{22}][B_{22}]\end{pmatrix}$$

（三）对称矩阵与三角矩阵

1．对称矩阵

当矩阵〔A〕为方阵且对于任意脚标 i 与 j 恒有 $a_{ij}=a_{ji}$ 时，称矩阵〔A〕为对称矩阵。

2．上三角矩阵

当矩阵〔B〕为方阵且主对角线左下方所有的元素均为零时，称矩阵〔B〕为上三角矩阵。下面举例列出一个四阶上三角矩阵：

$$[B]=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ 0 & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \end{bmatrix}$$

3．下三角矩阵

当矩阵〔B〕为方阵且主对角线右上方所有的元素均为零时，称矩阵〔B〕为下三角矩阵。下面举例列出一个四阶下三角矩阵：

$$[B]=\begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

4．三角矩阵的转置

上三角矩阵〔B〕的转置矩阵〔B〕^{T} 是下三角矩阵。反之，下三角矩阵〔B〕的转置矩阵〔B〕^{T} 是上三角矩阵。

5．对称矩阵的一些性质

（1）若方阵〔A〕=〔A〕^{T}，则〔A〕为对称矩阵。

（2）若〔B〕为上（下）三角矩阵且〔A〕=〔B〕^{T}〔B〕，则〔A〕为对称矩阵。

（3）若〔B〕为上（下）三角矩阵，〔A〕为对称矩阵，且〔C〕=〔B〕^{T}〔A〕〔B〕，则〔C〕为对称矩阵。

第二节　截面的力学特性

一、截面力学特性的计算公式

（一）截面惯性矩的计算公式

1．截面对任一轴的惯性矩：等于各微面积 dA 与它到该轴距离平方的乘积的总和（图 1-2），即

$$\left.\begin{aligned} I_x &= \int_A y^2 \mathrm{d}A \\ I_y &= \int_A x^2 \mathrm{d}A \end{aligned}\right\} \qquad (1-2)$$

2．截面对 x 轴及 y 轴的惯性积：等于各微面积 dA 与它到两轴距离的乘积的总和（图 1-2），即

$$I_{xy} = \int_A xy\mathrm{d}A \tag{1-3}$$

3．平行轴惯性矩间的关系（图 1-3）：

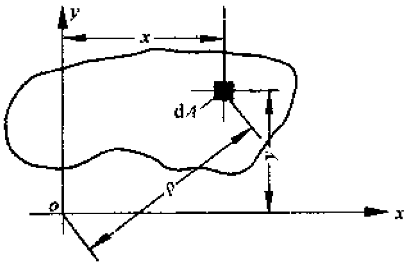


图 1-2

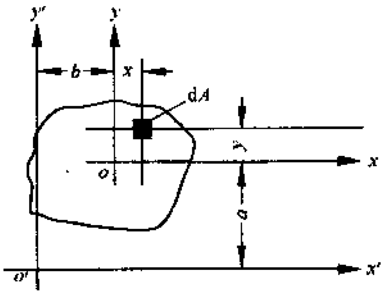


图 1-3

设 O 点为截面的形心，x 和 y 轴为截面的形心轴。截面对平行于形心轴 x 和 y 而相距 a 和 b 的 x' 和 y' 轴的惯性矩和惯性积分别为：

$$\left.\begin{aligned} I_{x'} &= I_x + a^2A \\ I_{y'} &= I_y + b^2A \end{aligned}\right\} \tag{1-4}$$

$$I_{x'y'} = I_{xy} + abA \tag{1-5}$$

式中　A 为截面积。

4．两轴（通过任一点 O）旋转 α 角（以逆时针方向为正）后惯性矩的关系（图 1-4）：

$$\left.\begin{aligned} I_{x'} &= I_x\cos^2\alpha + I_y\sin^2\alpha - I_{xy}\sin2\alpha \\ I_{y'} &= I_x\sin^2\alpha + I_y\cos^2\alpha + I_{xy}\sin2\alpha \end{aligned}\right\} \tag{1-6}$$

$$I_{x'y'} = \frac{1}{2}(I_x - I_y)\sin2\alpha + I_{xy}\cos2\alpha \tag{1-7}$$

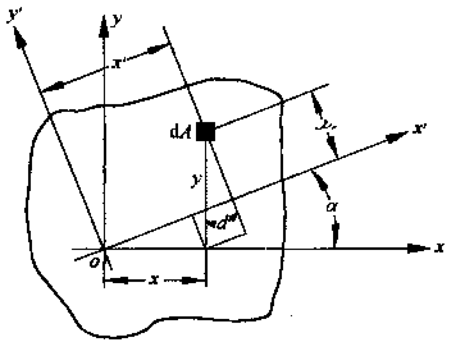


图 1-4

5．截面的主形心轴和主形心惯性矩：

通过截面形心并且有一定方位角 α_0（图 1-5）的两个互相垂直的轴 x_0 和 y_0 称为主形心轴。此时，截面对主形心轴 x_0 和 y_0 的主形心惯性矩，一个为最大，另一个为最小，而且惯性积必等于零。当截面对通过形心 O 的某一对坐标轴的 I_x、I_y 和 I_{xy} 为已知时，则主形心轴的方位角 α_0 和主形心惯性矩可按下式求得：

$$\mathrm{tg}2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}; \tag{1-8}$$

$$\left.\begin{aligned} I_{x_0} &= I_x\cos^2\alpha_0 + I_y\sin^2\alpha_0 - I_{xy}\sin2\alpha_0 \\ I_{y_0} &= I_x\sin^2\alpha_0 + I_y\cos^2\alpha_0 + I_{xy}\sin2\alpha_0 \end{aligned}\right\} \tag{1-9}$$

6．组合截面的惯性矩：等于各组成部分惯性矩的和(图 1-6)：

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + \cdots + I_{xn} = \sum_{i=1}^{n} I_{xi} \tag{1-10}$$

7．截面对任一点 O 的极惯性矩：等于截面各微面积 dA 与它到 O 点距离的平方乘积的总和(图 1-2)，并等于经过该点的互相垂直的任一对轴的惯性矩的总和，即

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = I_x + I_y$$

式中　$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$——微面积 dA 到 O 点的距离。

当轴旋转时，I_ρ 保持为一个常数。

(二) 截面系数的计算公式(图 1-7)

$$\left.\begin{aligned} W_{x_1} &= \frac{I_{x_0}}{y_1} \\ W_{x_2} &= \frac{I_{x_0}}{y_2} \end{aligned}\right\} \tag{1-11}$$

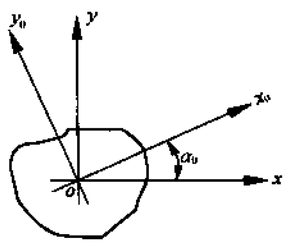


图 1-5

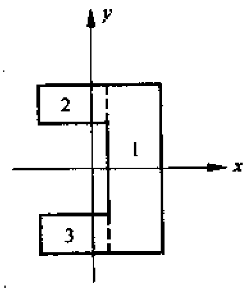


图 1-6

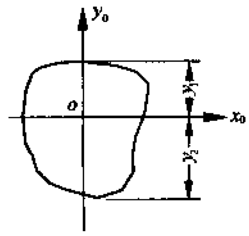


图 1-7

式中　W_{x_1}, W_{x_2}——分别为截面上边缘及下边缘的截面系数；

I_{x_0}——截面对形心轴 x_0 的惯性矩；

y_1, y_2——分别为形心到截面上边缘及下边缘的距离。

(三) 截面的回转半径的计算公式

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \tag{1-12}$$

式中　i_x——截面对 x 轴的回转半径；

I_x——截面对 x 轴的惯性矩；

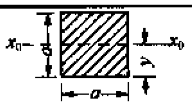
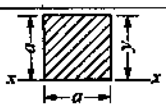
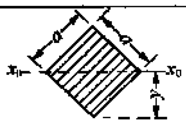
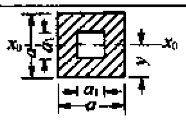
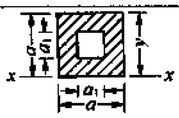
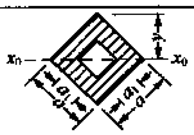
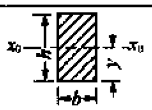
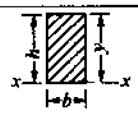
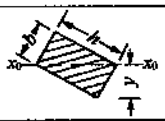
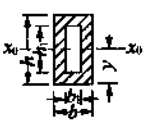
A——截面积。

二、各种截面的力学特性表

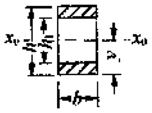
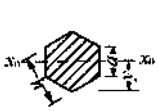
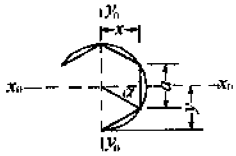
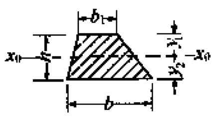
在本表中：1．$x_0 - x_0$ 及 $y_0 - y_0$ 为通过截面形心的轴。

2．角度 α 均按弧度计算。

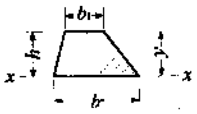
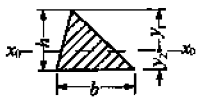
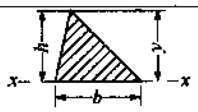
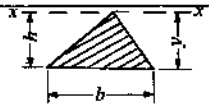
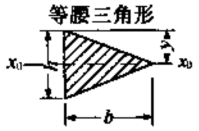
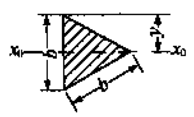
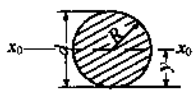
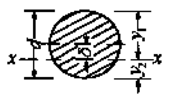
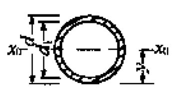
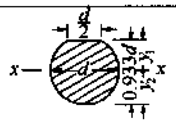
表 1-6

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W 及 i)
	a^2	$y=\frac{a}{2}$	$I_{x_0}=\frac{a^4}{12}$;$W_{x_0}=\frac{a^3}{6}$;$i_{x_0}=0.289a$
	a^2	$y=a$	$I_x=\frac{a^4}{3}$
	a^2	$y=\frac{a}{\sqrt{2}}$	$I_{x_0}=\frac{a^4}{12}$;$W_{x_0}=0.118a^3$;$i_{x_0}=0.289a$
	$a^2-a_1^2$	$y=\frac{a}{2}$	$I_{x_0}=\frac{a^4-a_1^4}{12}$;$W_{x_0}=\frac{a^4-a_1^4}{6a}$; $i_{x_0}=0.289\sqrt{a^2+a_1^2}$
	$a^2-a_1^2$	$y=a$	$I_x=\frac{1}{12}(4a^4-3a_1^2a^2-a_1^4)$
	$a^2-a_1^2$	$y=\frac{a}{\sqrt{2}}$	$I_{x_0}=\frac{a^4-a_1^4}{12}$;$W_{x_0}=0.118\frac{a^4-a_1^4}{a}$; $i_{x_0}=0.289\sqrt{a^2+a_1^2}$
	bh	$y=\frac{h}{2}$	$I_{x_0}=\frac{bh^3}{12}$;$W_{x_0}=\frac{1}{6}bh^2$;$i_{x_0}=0.289h$
	bh	$y=h$	$I_x=\frac{bh^3}{3}$
	bh	$y=\frac{bh}{\sqrt{b^2+h^2}}$	$I_{x_0}=\frac{b^3h^3}{6(b^2+h^2)}$
	bh	$y=\frac{1}{2}(h\cos\alpha+b\sin\alpha)$	$I_{x_0}=\frac{bh}{12}(h^2\cos^2\alpha+b^2\sin^2\alpha)$
	$bh-b_1h_1$	$y=\frac{h}{2}$	$I_{x_0}=\frac{bh^3-b_1h_1^3}{12}$; $W_{x_0}=\frac{bh^3-b_1h_1^3}{6h}$; $i_{x_0}=0.289\sqrt{\frac{bh^3-b_1h_1^3}{bh-b_1h_1}}$

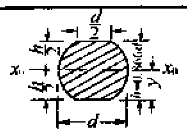
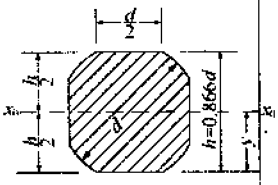
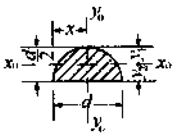
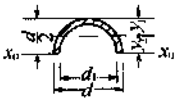
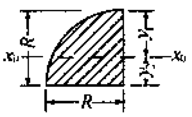
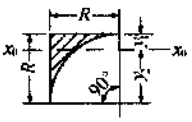
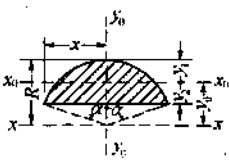
续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W 及 i)
	$b(h-h_1)$	$y=\frac{h}{2}$	$I_{x_0}=\frac{b(h^3-h_1^3)}{12}$; $W_{x_0}=\frac{b(h^3-h_1^3)}{6h}$; $i_{x_0}=0.289\sqrt{h^2+hh_1+h_1^2}$
正六角形 	$\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2=2.598a^2$; $\frac{\sqrt{3}}{2}h^2=0.866h^2$	$y=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ $=0.866a$ $=0.5h$	$I_{x_0}=\frac{5\sqrt{3}}{16}a^4=0.514a^4=0.0601h^4$; $W_{x_0}=\frac{5}{8}a^3=0.120h^3$; $i_{x_0}\doteq0.456a=0.264h$
正六角形 	$\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2=2.598a^2$; $\frac{\sqrt{3}}{2}h^2=0.866h^2$	$y=a=\frac{h}{\sqrt{3}}$ $=0.577h$	$I_{x_0}=\frac{5\sqrt{3}}{16}a^4=0.541a^4=0.0601h^4$; $W_{x_0}=0.541a^3=0.104h^3$; $i_{x_0}=0.456a=0.264h$
正八角形 	$2\sqrt{2}R^2=2.828R^2$; $\frac{2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}h^2=0.828h^2$	$y=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}R$ $=0.924R=0.5h$	$I_{x_0}=\frac{1+2\sqrt{2}}{6}R^4=0.638R^4=0.0547h^4$; $W_{x_0}=0.691R^3=0.109h^3$; $i_{x_0}=0.475R=0.257h$
正八角形 	$2.828R^2$; $3.314R_1^2$; $4.828a^2$	$y=R=1.082R_1$ $=1.307a$	$I_{x_0}=0.638R^4=0.876R_1^4=1.860a^4$; $W_{x_0}=0.638R^3=0.809R_1^3=1.423a^3$; $i_{x_0}=0.475R=0.514R_1=0.621a$
n 边正多角形 $n=2+4K$(K 为正整数) 	$\frac{1}{4}na^2\text{ctg}\alpha$; $\frac{1}{2}ny^2\sin2\alpha$; $nx^2\text{tg}\alpha$	$y=\frac{a}{2\sin\alpha}$ $x=\frac{a}{2\text{tg}\alpha}$	$I_{x_0}=\frac{A(6y^2-a^2)}{24}$ $I_{y_0}=\frac{A(12x^2+a^2)}{48}$
	$\frac{h(b+b_1)}{2}$	$y_1=\frac{h(b_1+2b)}{3(b_1+b)}$; $y_2=\frac{h(b+2b_1)}{3(b+b_1)}$	$I_{x_0}=\frac{h^3(b^2+4bb_1+b_1^2)}{36(b+b_1)}$

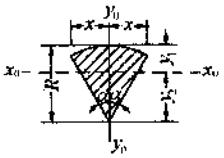
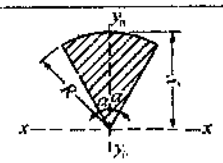
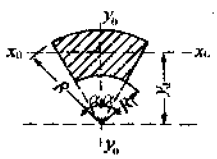
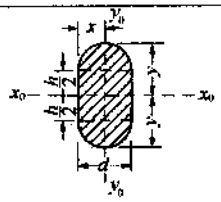
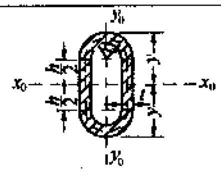
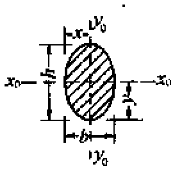
续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y; x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W 及 i)
	$\frac{h(b+b_1)}{2}$	$y = h$	$I_x = \frac{h^3(b+3b_1)}{12}$
	$\frac{bh}{2}$	$y_1 = \frac{2h}{3}$; $y_2 = \frac{h}{3}$	$I_{x_0} = \frac{bh^3}{36}$; $W_{x_0 1} = \frac{bh^2}{24}$; $W_{x_0 2} = \frac{bh^2}{12}$; $i_{x_0} = 0.236h$
	$\frac{bh}{2}$	$y = h$	$I_x = \frac{bh^3}{12}$
	$\frac{bh}{2}$	$y = h$	$I_x = \frac{bh^3}{4}$
等腰三角形 	$\frac{bh}{2}$	$y = \frac{h}{2}$	$I_{x_0} = \frac{bh^3}{48}$; $W_{x_0} = \frac{bh^2}{24}$; $i_{x_0} = 0.204h$
等边三角形 	$\frac{\sqrt{3}b^2}{4} = 0.433b^2$	$y = \frac{b}{2}$	$I_{x_0} = \frac{b^4}{32\sqrt{3}} = 0.018b^4$; $W_{x_0} = 0.0361b^3$; $i_{x_0} = 0.204b$
	$\frac{\pi d^2}{4} = 0.785d^2$; $\pi R^2 = 3.142R^2$	$y = \frac{d}{2} = R$	$I_{x_0} = \frac{\pi d^4}{64} = 0.0491d^4$; $W_{x_0} = 0.0982d^3$; $i_{x_0} = \frac{1}{4}d$
	$\frac{\pi d^2}{4} = 0.785d^2$	$y_1 = \frac{d}{2} + \delta$; $y_2 = \frac{d}{2} - \delta$	$I_x = \frac{\pi d^2}{64}(d^2 + 16\delta^2)$
	$\frac{\pi(d^2 - d_1^2)}{4} = 0.785(d^2 - d_1^2)$	$y = \frac{d}{2}$	$I_{x_0} = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{64} = 0.0491(d^4 - d_1^4)$; $W_{x_0} = 0.0982\frac{d^4 - d_1^4}{d}$; $i_{x_0} = \frac{\sqrt{d^2 + d_1^2}}{4}$
	$0.763d^2$	$y_1 = 0.433d$; $y_2 = \frac{d}{2}$	$I_x = 0.0443d^4$

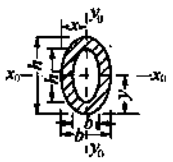
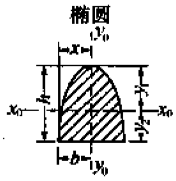
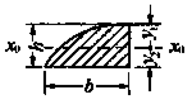
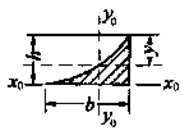
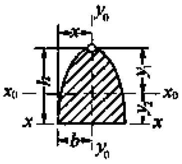
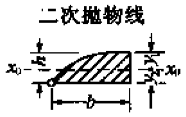
续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W 及 i)
	$0.740d^2$	$y = \frac{h}{2} = 0.433d$	$I_{x_0} = 0.0395d^4$; $W_{x_0} = 0.0912d^3$; $i_{x_0} = 0.231d$
	$0.695d^2$	$y = \frac{h}{2} = 0.433d$	$I_{x_0} = 0.0389d^4$; $W_{x_0} = 0.0898d^3$; $i_{x_0} = 0.237d$
	$\frac{\pi d^2}{8} = 0.393d^2$	$y_1 = \frac{d(3\pi - 4)}{6\pi} = 0.288d$ $y_2 = \frac{2d}{3\pi} = 0.212d$	$I_{x_0} = \frac{d^4(9\pi^2 - 64)}{1152\pi} = 0.00686d^4$
		$x = 0.5d$	$I_{y_0} = 0.0245d^4$
	$\frac{\pi}{8}(d^2 - d_1^2) = 0.393(d^2 - d_1^2)$	$y_1 = \frac{d}{2} - y_2$; $y_2 = \frac{2}{3\pi} \times \frac{(d^3 - d_1^3)}{(d^2 - d_1^2)}$	$I_{x_0} = \frac{9\pi^2(d^4 - d_1^4)(d^2 - d_1^2) - 64(d^3 - d_1^3)^2}{1152\pi(d^2 - d_1^2)}$
	$\frac{\pi}{4}R^2 = 0.785R^2$	$y_1 = \left(1 - \frac{4}{3\pi}\right)R = 0.576R$; $y_2 = \frac{4}{3\pi}R = 0.424R$	$I_{x_0} = \frac{9\pi^2 - 64}{144\pi}R^4 = 0.0549R^4$
	$R^2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 0.215R^2$	$y_1 = 0.223R$; $y_2 = \frac{R}{6\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)} = 0.777R$	$I_{x_0} = R^4\left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16} - \frac{1}{36 - 9\pi}\right) = 0.00755R^4$
	$\frac{R^2}{2}(2\alpha - \sin 2\alpha)$	$y_d = \frac{4R}{3} \times \frac{\sin^3\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$; $y_1 = R - y_d$; $y_2 = R(1 - \cos\alpha) - y_1$	$I_{x_0} = \frac{R^4}{72}\left[18\alpha - 9\sin 2\alpha\cos 2\alpha - \frac{64\sin^6\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}\right]$; $I_x = \frac{R^4}{8}(2\alpha - \sin 2\alpha\cos 2\alpha)$
		$x = R\sin\alpha$	$I_{y_0} = \frac{R^4}{24}[6\alpha - \sin 2\alpha(3 + 2\sin^2\alpha)]$

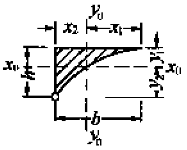
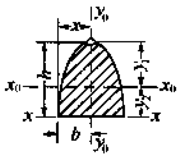
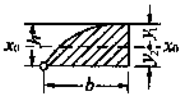
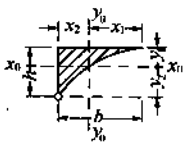
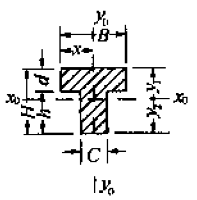
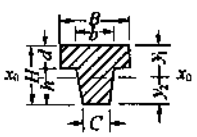
续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W及i)
	αR^2	$y_1 = R - y_2$; $y_2 = \frac{2}{3} \times \frac{R\sin\alpha}{\alpha}$	$I_{x_0} = \frac{R^4}{4}\left(\alpha + \sin\alpha\cos\alpha - \frac{16\sin^2\alpha}{9\alpha}\right)$
		$x = R\sin\alpha$	$I_{y_0} = \frac{R^4}{4}(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)$
	αR^2	$y = R$	$I_x = \frac{R^4}{4}(\alpha + \sin\alpha\cos\alpha)$; $I_{y_0} = \frac{R^4}{4}(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)$
	$\alpha(R^2 - R_1^2)$	$y_0 = \frac{2}{3} \times \frac{R^3 - R_1^3}{R^2 - R_1^2} \times \frac{\sin\alpha}{\alpha}$	$I_{x_0} = \frac{1}{4}\left(\alpha + \sin\alpha\cos\alpha - \frac{16\sin^2\alpha}{9\alpha}\right) \times (R^4 - R_1^4) - \frac{4\sin^2\alpha R^2 R_1^2 (R - R_1)}{9\alpha(R + R_1)}$; $I_{y_0} = \frac{1}{4}(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)(R^4 - R_1^4)$
	$\frac{\pi}{4}d^2 + hd$	$y = \frac{1}{2}(h + d)$	$I_{x_0} = \frac{\pi d^4}{64} + \frac{hd^3}{6} + \frac{\pi h^2 d^2}{16} + \frac{dh^3}{12}$
		$x = \frac{1}{2}d$	$I_{y_0} = \frac{\pi d^4}{64} + \frac{hd^3}{12}$
	$2(\pi R + h)t$	$y = R + \frac{h + t}{2}$	$I_{x_0} = \pi R^3 t + 4R^2 th + \frac{\pi}{2}Rth^2 + \frac{1}{6}th^3 + \left(\frac{\pi R}{4} + \frac{h}{3}\right)t^3$
椭圆 	$\frac{\pi bh}{4} = 0.785bh$	$y = \frac{1}{2}h$	$I_{x_0} = \frac{\pi bh^3}{64} = 0.0491bh^3$; $W_{x_0} = 0.0982bh^2$; $i_{x_0} = \frac{1}{4}h$
		$x = \frac{1}{2}b$	$I_{y_0} = \frac{\pi hb^3}{64} = 0.0491hb^3$; $W_{y_0} = 0.0982hb^2$; $i_{y_0} = \frac{1}{4}b$

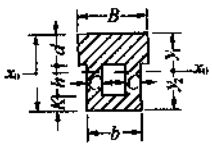
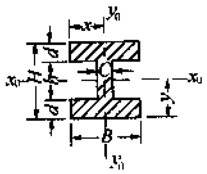
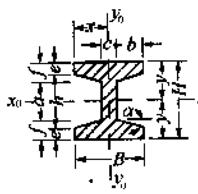
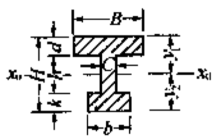
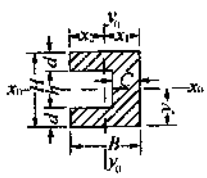
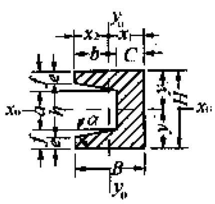
续表

截 面 简 图	截 面 积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W 及 i)
椭圆 	$\frac{\pi(bh-b_1h_1)}{4}$ $=0.785(bh-b_1h_1)$	$y=\frac{1}{2}h$	$I_{x_0}=\frac{\pi(bh^3-b_1h_1^3)}{64}$ $=0.0491(bh^3-b_1h_1^3)$
		$x=\frac{1}{2}b$	$I_{y_0}=\frac{\pi(hb^3-h_1b_1^3)}{64}$ $=0.0491(hb^3-h_1b_1^3)$
椭圆 	$\frac{\pi bh}{2}=1.571bh$	$y_1=h\left(1-\frac{4}{3\pi}\right)$ $=0.576h$; $y_2=\frac{4}{3\pi}h=0.424h$	$I_{x_0}=\frac{9\pi^2-64}{72\pi}bh^3=0.11bh^3$
		$x=b$	$I_{y_0}=\frac{1}{8}\pi hb^3=0.393hb^3$
椭圆 	$\frac{\pi bh}{4}=0.785bh$	$y_1=h\left(1-\frac{4}{3\pi}\right)$ $=0.576h$; $y_2=\frac{4}{3\pi}h=0.424h$	$I_{x_0}=\frac{9\pi^2-64}{144\pi}bh^3=0.0549bh^3$
椭圆 	$bh\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ $=0.215bh$	$y=\frac{h}{6\left(1-\frac{\pi}{4}\right)}$ $=0.777h$	$I_{x_0}=\left(\frac{1}{3}-\frac{\pi}{16}-\frac{1}{36-9\pi}\right)bh^3$ $=0.00755bh^3$
		$x=\frac{b}{6\left(1-\frac{\pi}{4}\right)}$ $=0.777b$	$I_{y_0}=\left(\frac{1}{3}-\frac{\pi}{16}-\frac{1}{36-9\pi}\right)hb^3$ $=0.00755hb^3$
二次抛物线 	$\frac{4}{3}bh$	$y_1=\frac{3}{5}h$; $y_2=\frac{2}{5}h$	$I_{x_0}=\frac{16}{175}bh^3$; $I_x=\frac{32}{105}bh^3$
		$x=b$	$I_{y_0}=\frac{4}{15}hb^3$
二次抛物线 	$\frac{2}{3}bh$	$y_1=\frac{5}{8}h$; $y_2=\frac{3}{8}h$	$I_{x_0}=\frac{19}{480}bh^3$

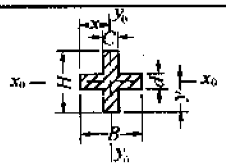
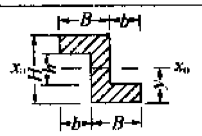
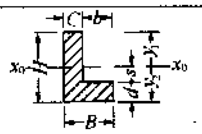
续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 $(y;x)$	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 $(I、W及i)$
二次抛物线 	$\frac{1}{3}bh$	$y_1=\frac{1}{4}h;y_2=\frac{3}{4}h$	$I_{x_0}=\frac{1}{80}bh^3$
		$x_1=\frac{7}{10}b;x_2=\frac{3}{10}b$	$I_{y_0}=\frac{37}{2100}hb^3$
n 次抛物线 	$\frac{2n}{n+1}bh$	$y_1=\frac{n+1}{2n+1}h$; $y_2=\frac{n}{2n+1}h$	$I_{x_0}=\frac{2n^3bh^3}{(3n+1)(2n+1)^2}$; $I_x=\frac{4n^3bh^3}{(n+1)(2n+1)(3n+1)}$
		$x=b$	$I_{y_0}=\frac{2n}{3(n+3)}hb^3$
n 次抛物线 	$\frac{n}{n+1}bh$	$y_1=\frac{n+3}{2(n+2)}h$; $y_2=\frac{n+1}{2(n+2)}h$	$I_{x_0}=\frac{n(n^2+4n+7)bh^3}{12(n+3)(n+2)^2}$;
n 次抛物线 	$\frac{1}{n+1}bh$	$y_1=\frac{1}{n+2}h$; $y_2=\frac{n+1}{n+2}h$	$I_{x_0}=\frac{bh^3}{(n+3)(n+2)^2}$
		$x_1=\frac{3n+1}{2(2n+1)}b$; $x_2=\frac{n+1}{2(2n+1)}b$	$I_{y_0}=\frac{(7n^2+4n+1)}{12(3n+1)(2n+1)^2}hb^3$
	$Bd+hC$	$y_1=\frac{1}{2}\times\frac{CH^2+d^2(B-C)}{Bd+hC}$; $y_2=H-y_1$	$I_{x_0}=\frac{1}{3}[Cy_2^3+By_1^3-(B-C)(y_1-d)^3]$
		$x=\frac{1}{2}B$	$I_{y_0}=\frac{1}{12}(dB^3+hC^3)$
	$Bd+\frac{h}{2}(b+C)$	$y_1=\frac{3d(Bd+bh+Ch)}{6Bd+3h(b+C)}+\frac{h^2(b+2C)}{6Bd+3h(b+C)}$; $y_2=H-y_1$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}[4Bd^3+(b+3C)h^3]-\left[Bd+\frac{h}{2}(b+C)\right](y_1-d)^2$

续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W及i)
	$Bd+2Ch+bK$	$y_1=H-y_2$; $y_2=\frac{1}{2}\times\left[\frac{2CH^2+(b-2C)K^2}{Bd+2Ch+bK}+\frac{(B-2C)(2H-d)d}{Bd+2Ch+bK}\right]$	$I_{x_0}=\frac{1}{3}[by_2^3+By_1^3-(b-2c)(y_2-K)^3-(B-2C)(y_1-d)^3]$
	$Ch+2Bd$	$y=\frac{1}{2}H$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}[BH^3-(B-C)h^3]$
		$x=\frac{1}{2}B$	$I_{y_0}=\frac{1}{12}(hC^3+2dB^3)$
	$CH+2b(e+f)$	$y=\frac{1}{2}H$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}\left[BH^3-\frac{h^4-a^4}{4\text{tg}\alpha}\right]$ 式中 $\text{tg}\alpha=\frac{h-a}{B-C}$
		$x=\frac{1}{2}B$	$I_{y_0}=\frac{1}{12}\left[B^3(H-h)+aC^3+\frac{\text{tg}\alpha}{4}(B^4-C^4)\right]$ 式中 $\text{tg}\alpha=\frac{h-a}{B-C}$
	$Bd+Ch+bK$	$y_1=H-y_2$; $y_2=\frac{1}{2}\times\left[\frac{CH^2+(b-c)K^2}{Bd+Ch+bK}+\frac{(B-C)(2H-d)d}{Bd+Ch+bK}\right]$	$I_{x_0}=\frac{1}{3}[by_2^3+By_1^3-(b-C)(y_2-K)^3-(B-C)(y_1-d)^3]$
	$BH-h(B-C)$	$y=\frac{1}{2}H$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}[BH^2-(B-C)h^3]$
		$x_1=B-x_2$; $x_2=\frac{1}{2}\times\left[\frac{B^2H-h(B-C)^2}{BH-h(B-C)}\right]$	$I_{y_0}=\frac{1}{3}(2B^3d+hC^3)-[BH-h(B-C)]x_1^2$
	$CH+b(e+f)$	$y=\frac{1}{2}H$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}\left(BH^3-\frac{h^4-a^4}{8\text{tg}\alpha}\right)$ 式中 $\text{tg}\alpha=\frac{h-a}{2b}$
		$x_1=\frac{6B^2e+3hC^2}{6[CH+b(e+f)]}+\frac{2b(b+3C)(f-e)}{6[CH+b(e+f)]}$; $x_2=B-x_1$	$I_{y_0}=\frac{1}{3}\left[2eB^3+aC^3+\frac{\text{tg}\alpha}{2}(B^4-C^4)\right]-[CH+b(e+f)]x_1^2$ 式中 $\text{tg}\alpha=\frac{h-a}{2b}$

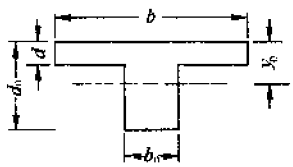
续表

截面简图	截面积 (A)	图示轴线至边缘距离 (y;x)	对于图示轴线的惯性矩、截面系数及回转半径 (I、W 及 i)
	$CH+d(B-C)$	$y=\frac{1}{2}H$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}[CH^3+d^3(B-C)]$
		$x=\frac{1}{2}B$	$I_{y_0}=\frac{1}{12}[dB^3+C^3(H-d)]$
	$BH-bh$	$y=\frac{1}{2}H$	$I_{x_0}=\frac{1}{12}(BH^3-bh^3)$
	$CH+bd$	$y_1=H-y_2$; $y_2=\frac{1}{2}\times\frac{CH^2+bd^2}{CH+bd}$	$I_{x_0}=\frac{1}{3}(By_2^3-bs^3+Cy_1^3)$

注：表中 n 次抛物线的方程为：$y=\|px^n\|$ 或 $x=\|py^n\|$，其坐标原点在抛物线的顶点；图中抛物线的顶点用"—○—"表示。

三、T形截面的形心及惯性矩系数表

表 1-7



$$\alpha=\frac{d}{d_0};\beta=\frac{b_0}{b}.y_0=K_1d_0;I=\frac{bd_0^3}{K_2}\cdot K_1=\frac{\alpha^2+\beta(1-\alpha^2)}{2[\alpha+\beta(1-\alpha)]};$$

$$K_2=\frac{1}{\frac{1}{12}[\alpha^3+\beta(1-\alpha)^3]+\alpha\left(K_1-\frac{\alpha}{2}\right)^2+\beta(1-\alpha)\left(\frac{1+\alpha}{2}-K_1\right)^2}$$

系数	β \ α	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.16	0.18	0.20	0.24	0.28	0.32	0.36
K_1	0.15	0.357	0.346	0.337	0.329	0.322	0.315	0.310	0.300	0.293	0.288	0.281	0.279	0.281	0.285
	0.16	0.364	0.354	0.345	0.337	0.330	0.324	0.318	0.308	0.301	0.295	0.288	0.286	0.287	0.291
	0.17	0.371	0.361	0.352	0.345	0.337	0.331	0.325	0.316	0.308	0.302	0.295	0.292	0.293	0.296
	0.18	0.377	0.368	0.359	0.351	0.344	0.338	0.333	0.323	0.315	0.309	0.302	0.298	0.298	0.301
	0.19	0.383	0.374	0.365	0.358	0.351	0.345	0.339	0.330	0.322	0.316	0.308	0.304	0.304	0.306
	0.20	0.388	0.380	0.371	0.364	0.357	0.351	0.346	0.336	0.328	0.322	0.314	0.310	0.309	0.311
	0.22	0.398	0.390	0.382	0.375	0.369	0.363	0.357	0.348	0.340	0.334	0.325	0.321	0.319	0.321
	0.24	0.407	0.399	0.392	0.385	0.379	0.373	0.368	0.359	0.351	0.345	0.336	0.331	0.329	0.330
	0.26	0.415	0.407	0.400	0.394	0.388	0.383	0.377	0.369	0.361	0.355	0.346	0.340	0.338	0.338
	0.28	0.422	0.414	0.408	0.402	0.396	0.391	0.386	0.378	0.370	0.364	0.355	0.349	0.347	0.346
	0.30	0.428	0.421	0.415	0.409	0.404	0.399	0.394	0.386	0.379	0.373	0.364	0.358	0.355	0.354
	0.32	0.433	0.427	0.421	0.416	0.411	0.406	0.401	0.393	0.387	0.381	0.372	0.366	0.362	0.361
	0.34	0.438	0.432	0.427	0.422	0.417	0.412	0.408	0.400	0.394	0.388	0.379	0.373	0.370	0.368
	0.36	0.443	0.437	0.432	0.427	0.423	0.418	0.414	0.407	0.401	0.395	0.386	0.380	0.377	0.375
	0.38	0.447	0.442	0.437	0.432	0.428	0.424	0.420	0.413	0.407	0.402	0.393	0.387	0.383	0.382
	0.40	0.451	0.446	0.441	0.437	0.433	0.429	0.425	0.419	0.413	0.408	0.399	0.394	0.390	0.388

续表

系数	β \ α	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.16	0.18	0.20	0.24	0.28	0.32	0.36
K_1	0.42	0.454	0.450	0.445	0.441	0.437	0.434	0.430	0.424	0.418	0.413	0.405	0.400	0.396	0.394
	0.44	0.457	0.453	0.449	0.445	0.442	0.438	0.435	0.429	0.424	0.419	0.411	0.405	0.402	0.399
	0.46	0.461	0.457	0.453	0.449	0.446	0.442	0.439	0.434	0.428	0.424	0.416	0.411	0.407	0.405
	0.48	0.463	0.460	0.456	0.453	0.449	0.446	0.443	0.438	0.433	0.429	0.422	0.416	0.412	0.410
	0.50	0.466	0.462	0.459	0.456	0.453	0.450	0.447	0.442	0.437	0.433	0.426	0.421	0.418	0.415
	0.52	0.468	0.465	0.462	0.459	0.456	0.453	0.451	0.446	0.442	0.438	0.431	0.426	0.422	0.420
	0.54	0.471	0.468	0.465	0.462	0.459	0.457	0.454	0.450	0.445	0.442	0.435	0.431	0.427	0.425
	0.56	0.473	0.470	0.467	0.465	0.462	0.460	0.457	0.453	0.449	0.446	0.440	0.435	0.432	0.429
	0.58	0.475	0.472	0.470	0.467	0.465	0.463	0.460	0.456	0.453	0.449	0.444	0.439	0.436	0.434
	0.60	0.477	0.474	0.472	0.470	0.467	0.465	0.463	0.460	0.456	0.453	0.448	0.443	0.440	0.438
K_2	0.15	44.6	43.4	42.4	41.7	41.0	40.5	40.1	39.4	39.0	38.7	38.5	38.5	38.5	38.3
	0.16	42.8	41.6	40.7	40.0	39.3	38.8	38.4	37.7	37.3	37.0	36.8	36.8	36.7	36.6
	0.17	41.1	40.1	39.2	38.4	37.8	37.3	36.9	36.2	35.8	35.5	35.3	35.2	35.2	35.1
	0.18	39.7	38.6	37.8	37.1	36.4	35.9	35.5	34.9	34.4	34.2	33.9	33.8	33.8	33.7
	0.19	38.3	37.3	36.5	35.8	35.2	34.7	34.3	33.7	33.2	32.9	32.6	32.6	32.6	32.5
	0.20	37.1	36.1	35.3	34.7	34.1	33.6	33.2	32.6	32.1	31.8	31.5	31.4	31.4	31.4
	0.22	34.9	34.0	33.3	32.6	32.1	31.6	31.2	30.6	30.2	29.9	29.6	29.4	29.4	29.4
	0.24	33.0	32.2	31.5	30.9	30.4	30.0	29.6	29.0	28.6	28.3	27.9	27.8	27.7	27.7
	0.26	31.3	30.6	29.9	29.4	28.9	28.5	28.1	27.6	27.2	26.8	26.5	26.3	26.3	26.3
	0.28	29.9	29.2	28.6	28.1	27.6	27.2	26.9	26.3	25.9	25.6	25.3	25.1	25.1	25.1
	0.30	28.6	27.9	27.4	26.9	26.5	26.1	25.8	25.2	24.8	24.5	24.2	24.0	24.0	24.0
	0.32	27.4	26.8	26.3	25.8	25.4	25.1	24.8	24.3	23.9	23.6	23.2	23.1	23.0	23.0
	0.34	26.3	25.7	25.3	24.8	24.5	24.1	23.9	23.4	23.0	22.7	22.4	22.2	22.1	22.1
	0.36	25.3	24.8	24.4	24.0	23.6	23.3	23.0	22.6	22.2	22.0	21.6	21.4	21.4	21.3
	0.38	24.4	23.9	23.5	23.2	22.8	22.5	22.3	21.9	21.5	21.3	20.9	20.7	20.6	20.6
	0.40	23.6	23.1	22.8	22.4	22.1	21.8	21.6	21.2	20.9	20.6	20.3	20.1	20.0	20.0
	0.42	22.8	22.4	22.0	21.7	21.4	21.2	21.0	20.6	20.3	20.0	19.7	19.5	19.4	19.4
	0.44	22.1	21.7	21.4	21.1	20.8	20.6	20.4	20.0	19.7	19.5	19.2	19.0	18.9	18.9
	0.46	21.4	21.1	20.8	20.5	20.2	20.0	19.8	19.5	19.2	19.0	18.7	18.5	18.4	18.4
	0.48	20.8	20.5	20.2	19.9	19.7	19.5	19.3	19.0	18.7	18.5	18.2	18.0	18.0	17.9
	0.50	20.2	19.9	19.6	19.4	19.2	19.0	18.8	18.5	18.3	18.1	17.8	17.6	17.5	17.5
	0.52	19.6	19.4	19.1	18.9	18.7	18.5	18.4	18.1	17.9	17.7	17.4	17.2	17.1	17.1
	0.54	19.1	18.9	18.6	18.4	18.3	18.1	17.9	17.7	17.5	17.3	17.0	16.9	16.8	16.7
	0.56	18.6	18.4	18.2	18.0	17.8	17.7	17.5	17.3	17.1	16.9	16.7	16.5	16.4	16.4
	0.58	18.2	18.0	17.8	17.6	17.4	17.3	17.2	16.9	16.7	16.6	16.3	16.2	16.1	16.1
	0.60	17.7	17.5	17.4	17.2	17.0	16.9	16.8	16.6	16.4	16.2	16.0	15.9	15.8	15.8

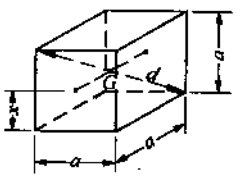
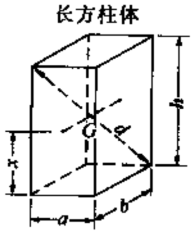
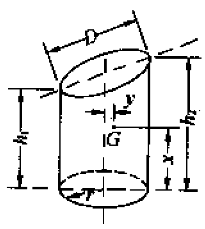
第三节　立体图形计算公式

表 1-8

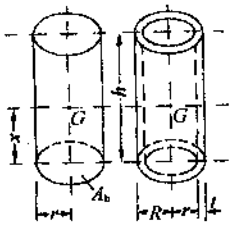
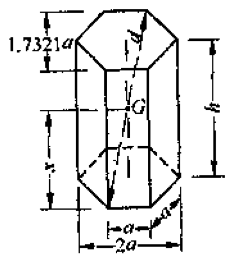
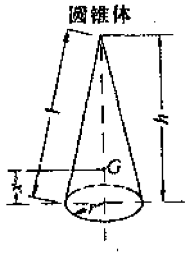
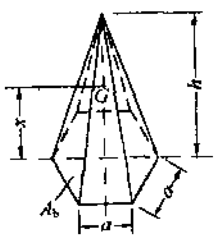
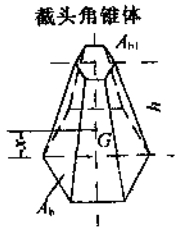
V——容积、体积；　S——表面积；

A_s——侧面积；　A_b——底面积；

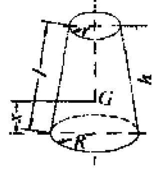
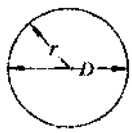
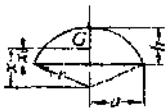
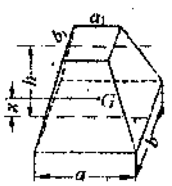
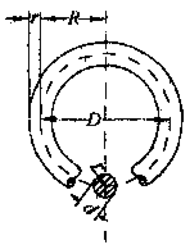
x——形心离底面的距离；　G——形心点。

简　图	容积及有关数值
正方形体 	$V=a^3$; $S=6a^2$; $A_s=4a^2$; $x=\frac{a}{2}$; $d=\sqrt{3}a$
长方柱体 	$V=abh$; $S=2(ab+ah+bh)$; $A_s=2h(a+b)$; $x=\frac{h}{2}$; $d=\sqrt{a^2+b^2+h^2}$
正多角形柱体 a——边长； n——边数； h——高度； A_b——底面积。	$V=A_bh$; $S=2A_b+nha$; $A_s=nha$; $x=\frac{h}{2}$
截头圆柱体 	$V=\pi r^2\frac{h_1+h_2}{2}$; $A_s=\pi r(h_1+h_2)$; $D=\sqrt{4r^2+(h_2-h_1)^2}$; $x=\frac{h_1+h_2}{4}+\frac{(h_2-h_1)^2}{16(h_1+h_2)}$; $y=\frac{r(h_2-h_1)}{4(h_1+h_2)}$

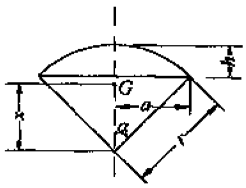
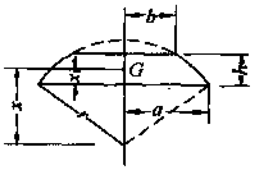
续表

<table>
<tr><th>简　　图</th><th>容积及有关数值</th></tr>
<tr><td>圆柱体　中空圆柱体

</td><td>圆柱体
$V=\pi r^2 h=A_b h$;
$S=2\pi r(r+h)$;
$A_s=2\pi rh$;
$x=\frac{h}{2}$<hr>中空圆柱体
$V=\pi h(R^2-r^2)$
$=\pi ht(2R-t)$
$=\pi ht(2r+t)$;
$x=\frac{h}{2}$</td></tr>
<tr><td>正六角形柱体

</td><td>$V=2.5981a^2h$;
$S=5.1962a^2+6ah$;
$A_s=6ah$;
$x=\frac{h}{2}$;
$d=\sqrt{h^2+4a^2}$</td></tr>
<tr><td>圆锥体

</td><td>$V=\frac{\pi r^2 h}{3}$;
$A_s=\pi rl$;
$l=\sqrt{r^2+h^2}$;
$x=\frac{h}{4}$</td></tr>
<tr><td>角锥体

</td><td>$V=\frac{A_b h}{3}$;
$x=\frac{h}{4}$</td></tr>
<tr><td>截头角锥体

</td><td>$V=\frac{h}{3}(A_b+A_{b1}+\sqrt{A_b A_{b1}})$;
$x=\frac{h}{4}\times\frac{A_b+2\sqrt{A_b A_{b1}}+3A_{b1}}{A_b+\sqrt{A_b A_{b1}}+A_{b1}}$</td></tr>
</table>

续表

简　　图	容积及有关数值
截头圆锥体 	$V=\frac{\pi h}{3}(R^2+Rr+r^2)$ $=\frac{\pi h}{4}\left(a^2+\frac{1}{3}b^2\right)$; $A_x=\pi la$; $a=R+r$; $b=R-r$; $l=\sqrt{b^2+h^2}$; $x=\frac{h}{4}\times\frac{R^2+2Rr+3r^2}{R^2+Rr+r^2}$
圆球体 	$V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{\pi D^3}{6}$; $S=4\pi r^2=\pi D^2$
缺球体 	$V=\frac{\pi h}{6}(3a^2+h^2)=\frac{\pi h^2}{3}(3r-h)$; $A_x=2\pi rh=\pi(a^2+h^2)$; $S=\pi h(4r-h)$; $a^2=h(2r-h)$; $x=\frac{3}{4}\times\frac{(2r-h)^2}{3r-h}$; $x_1=\frac{h}{4}\times\frac{4r-h}{3r-h}$
长方棱台体 	$V=\frac{h}{6}[(2a+a_1)b+(2a_1+a)b_1]$ $=\frac{h}{6}[ab+(a+a_1)(b+b_1)+a_1b_1]$; $x=\frac{h}{2}\times\frac{ab+ab_1+a_1b+3a_1b_1}{2ab+ab_1+a_1b+2a_1b_1}$
圆环体  $D=2R$;$d=2r$	$V=2\pi^2Rr^2=\frac{1}{4}\pi^2Dd^2$; $S=4\pi^2Rr=\pi^2Dd$

续表

简　图	容积及有关数值
球状楔 	$V=\frac{2\pi r^2 h}{3}$； $A_x=a\pi r$； $S=\pi r(2h+a)$； $x=\frac{3}{8}(2r-h)$； $a=r\sin\alpha$； $h=r(1-\cos\alpha)$
球带体 	$V=\frac{\pi h}{6}(3a^2+3b^2+h^2)$； $A_x=2\pi rh$； $r^2=a^2+\left(\frac{a^2-b^2-h^2}{2h}\right)^2$； $x=\frac{3}{2}\times\frac{a^4-b^4}{h(3a^2+3b^2+h^2)}$； $x_1=\frac{h}{2}\times\frac{2a^2+4b^2+h^2}{3a^2+3b^2+h^2}$

第四节　计算受弯构件变形用表

一、图形相乘法

计算结构变位(线变位与角变位)时，在构件为直杆且截面不变的情况下，常用到下面的公式：

$$\Delta_{ik}=\Sigma\frac{1}{EI}\int\overline{M}_iM_k\mathrm{d}x \tag{1-13}$$

公式(1-13)中的积分公式 $\int\overline{M}_iM_k\mathrm{d}x$ 包括两个弯矩图形，即 $\overline{M}_i$ 图及 M_k 图。只要有一个弯矩图形(如 $\overline{M}_i$ 图，见图 1-8)是直线变化的，则积分公式可以简化为：

$$\int\overline{M}_iM_k\mathrm{d}x=\Omega\bar{y} \tag{1-14}$$

式中　Ω——M_k 图的面积；

$\bar{y}$——对应于 M_k 图形心处，在 $\overline{M}_i$ 图上的纵标。

于是积分公式可以用图形相乘来代替，简称为“图乘法”。

如果 $\overline{M}_i$ 图是由几根直线组成时，则必须将 $\overline{M}_i$ 图分成几个直线段，如图 1-9 所示。同时，还须将 M_k 图相应地也分成几段，分别求出各段的 $\Omega\bar{y}$ 值，然后叠加。

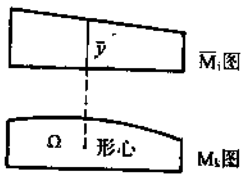


图 1-8

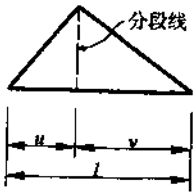


图 1-9

M_k 图可以是直线的或曲线的，如果是直线所组成，则可以和 $\overline{M}_i$ 图互换，结果是相同的。

如果 M_k 图是由几根直线或曲线所组成，或者有正负两部分，为了计算面积与形心位置的方便，宜将它分成几段或几块，根据叠加原理可得结果：

$$\Omega\bar{y} = \Omega_1\bar{y}_1 + \Omega_2\bar{y}_2 + \cdots\cdots, \tag{1-15}$$

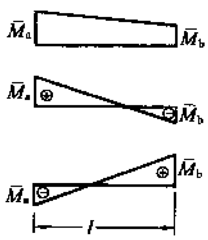
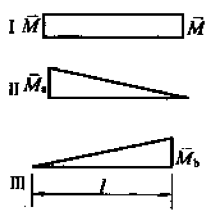
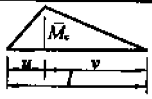
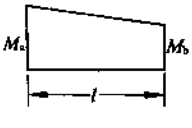
式中 $\Omega_1,\Omega_2,\cdots\cdots$ 为 M_k 图上各段或各块的面积；$\bar{y}_1,\bar{y}_2\cdots\cdots$ 为 M_k 图上各段或各块的形心处对应于 $\overline{M}_i$ 图上的纵标。

图乘法公式亦可推广应用于具有截面惯性矩 $I=\frac{I_0}{\cos\theta}$ 的曲杆（式中 θ 为曲杆轴线的倾斜角，I_0 为 $\theta=0$ 处的截面惯性矩），因为 $\int\frac{\overline{M}_iM_k}{EI}ds=\int\frac{\overline{M}_iM_k}{E\frac{I_0}{\cos\theta}}\frac{dx}{\cos\theta}=\frac{1}{EI_0}\int\overline{M}_iM_kdx$，所得积分公式与直杆相同。

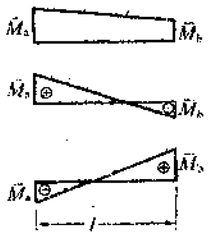
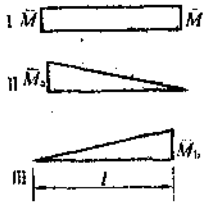
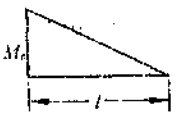
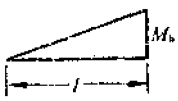
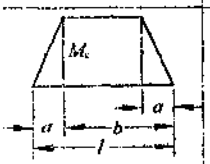
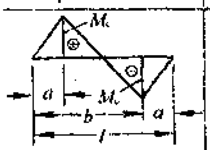
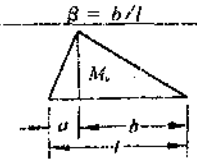
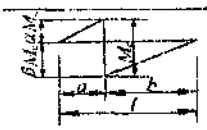
表 1-9 列出了常用的积分公式 $\int\overline{M}_iM_kdx$ 的图乘公式。说明如下：

1. 表中弯矩图以绘于座标轴上侧者为正，图形相乘时必须将相应的正负号代入公式。
2. 表中曲线图形凡未注明者均为二次抛物线。

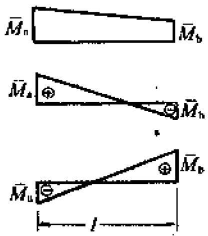
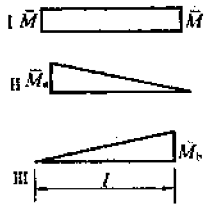
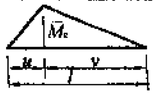
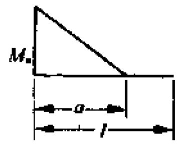
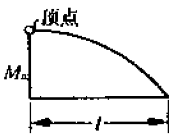
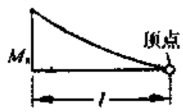
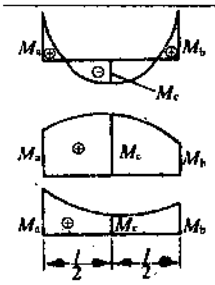
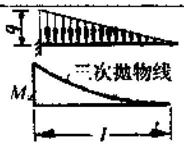
积分公式 $\int\overline{M}_iM_kdx$ 的图乘公式　　表 1-9

$\overline{M}_i$ 图形 / M_k 图形			 $\mu=\frac{u}{l}$；$\nu=\frac{v}{l}$；I $\mu=v=\frac{1}{2}$；II $\mu\neq v$；III $\mu\geqslant\alpha$；IV $\mu\leqslant\alpha$
	$\frac{l}{6}[2(\overline{M}_aM_a+\overline{M}_bM_b)+\overline{M}_aM_b+\overline{M}_bM_a]$	I $\frac{l}{2}\overline{M}(M_a+M_b)$ II $\frac{l}{6}\overline{M}_a(2M_a+M_b)$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_b(M_a+2M_b)$	I $\frac{l}{4}\overline{M}_c(M_a+M_b)$ II $\frac{l}{6}\overline{M}_c[M_a(1+\nu)+M_b(1+\mu)]$

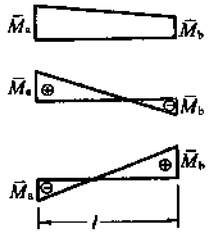
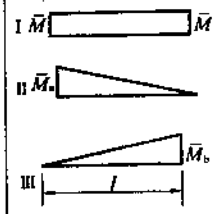
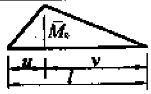
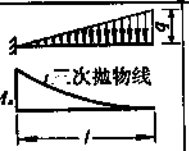
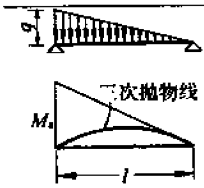
续表

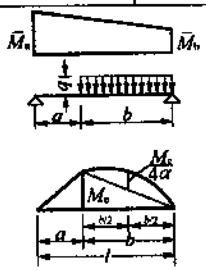
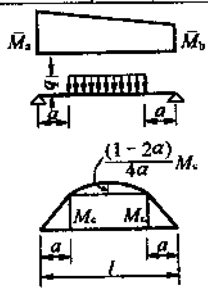
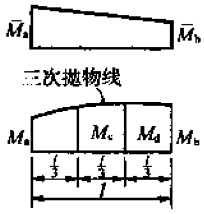
$\overline{M}_i$ 图形 / M_k 图形		 I II III	 $\mu=\frac{u}{l}$; $\nu=\frac{v}{l}$; I $\mu=\nu=\frac{1}{2}$; II $\mu\neq\nu$; III $\mu\geqslant\alpha$; IV $\mu\leqslant\alpha$
	$\frac{l}{6}M_a(2\overline{M}_a+\overline{M}_b)$	I $\frac{l}{2}\overline{M}M_a$ II $\frac{l}{3}\overline{M}_aM_a$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_bM_a$	I $\frac{l}{4}\overline{M}_cM_a$ II $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_a(1+\nu)$
	$\frac{l}{6}M_b(\overline{M}_a+2\overline{M}_b)$	I $\frac{l}{2}\overline{M}M_b$ II $\frac{l}{6}\overline{M}_aM_b$ III $\frac{l}{3}\overline{M}_bM_b$	I $\frac{l}{4}\overline{M}_cM_b$ II $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_b(1+\mu)$
 $\alpha=a/l$ $\beta=b/l$	$\frac{l}{2}M_c(\overline{M}_a+\overline{M}_b)\beta$	I $l\overline{M}M_c\beta$ II $\frac{l}{2}\overline{M}_aM_c\beta$ III $\frac{l}{2}\overline{M}_bM_c\beta$	I $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c(3-4\alpha^2)$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\left(3-\frac{\alpha^2}{\mu\nu}\right)$ IV $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\left(\frac{3\beta}{\nu}-\frac{\mu^2}{\alpha\nu}\right)$
 $\alpha=a/l$ $\beta=b/l$	$\frac{l}{6}M_c(\overline{M}_a-\overline{M}_b)\beta$	I 0 II $\frac{l}{6}\overline{M}_aM_c\beta$ III $-\frac{l}{6}\overline{M}_bM_c\beta$	I 0 III $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\frac{\nu-\mu}{\beta-\alpha}\left(1-\frac{\alpha^2}{\mu\nu}\right)$ IV $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\frac{\beta}{\nu}\left(1-\frac{\mu^2}{\alpha\beta}\right)$
 $\alpha=a/l$ $\beta=b/l$	$\frac{l}{6}M_c[\overline{M}_a(1+\beta)+\overline{M}_b(1+\alpha)]$	I $\frac{l}{2}\overline{M}M_c$ II $\frac{l}{6}\overline{M}_aM_c(1+\beta)$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_bM_c(1+\alpha)$	I 若 $\alpha\leqslant\frac{1}{2}$；$\frac{l}{12}\overline{M}_cM_c\frac{3-4\alpha^2}{\beta}$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\left[2-\frac{(\mu-\alpha)^2}{\mu\beta}\right]$ IV $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\left[2-\frac{(\nu-\beta)^2}{\nu\alpha}\right]$
 $\alpha=\frac{a}{l}$ $\beta=\frac{b}{l}$	$\frac{l}{6}M_c(\overline{M}_b\omega_{M\alpha}-\overline{M}_a\omega_{M\beta})$	I $\frac{l}{2}\overline{M}M_c(\alpha-\beta)$ II $-\frac{l}{6}\overline{M}_aM_c\omega_{M\beta}$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_bM_c\omega_{M\alpha}$	I 若 $\alpha\leqslant\frac{1}{2}$；$-\frac{l}{4}\overline{M}_cM_c(1-4\alpha^2)$ III $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\left(\frac{3\alpha^2}{\mu}-\nu-1\right)$ IV $\frac{l}{6}\overline{M}_cM_c\left(1+\mu-\frac{3\beta^2}{\nu}\right)$

续表

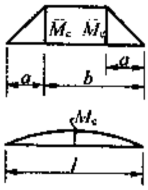
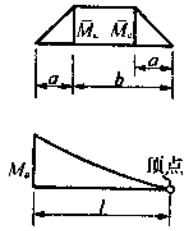
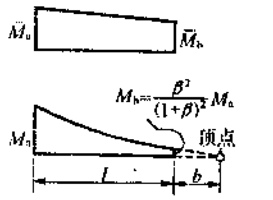
$\overline{M}_i$图形 / M_k图形			 $\mu=\frac{u}{l}$；$\nu=\frac{v}{l}$； Ⅰ　$\mu=\nu=\frac{1}{2}$； Ⅱ　$\mu\neq\nu$；
$\alpha=\frac{a}{l}$ 	$\frac{l}{2}M_a\left[\overline{M}_a-\frac{\alpha}{3}(\overline{M}_a-\overline{M}_b)\right]\alpha$	Ⅰ　$\frac{l}{2}\overline{M}M_a\alpha$ Ⅱ　$\frac{l}{6}\overline{M}_aM_a(3-\alpha)\alpha$ Ⅲ　$\frac{l}{6}\overline{M}_bM_a\alpha^2$	—
	$\frac{l}{3}M_c(\overline{M}_a+\overline{M}_b)$	Ⅰ　$\frac{2l}{3}\overline{M}M_c$ Ⅱ　$\frac{l}{3}\overline{M}_aM_c$ Ⅲ　$\frac{l}{3}\overline{M}_bM_c$	Ⅰ　$\frac{5l}{12}\overline{M}_cM_c$ Ⅱ　$\frac{l}{3}\overline{M}_cM_c(1+\omega_{R\mu})$
	$\frac{l}{12}M_a(5\overline{M}_a+3\overline{M}_b)$	Ⅰ　$\frac{2l}{3}\overline{M}M_a$ Ⅱ　$\frac{5l}{12}\overline{M}_aM_a$ Ⅲ　$\frac{l}{4}\overline{M}_bM_a$	Ⅰ　$\frac{17l}{48}\overline{M}_cM_a$ Ⅱ　$\frac{l}{12}\overline{M}_cM_a(3+3\nu-\nu^2)$
	$\frac{l}{12}M_a(3\overline{M}_a+\overline{M}_b)$	Ⅰ　$\frac{l}{3}\overline{M}M_a$ Ⅱ　$\frac{l}{4}\overline{M}_aM_a$ Ⅲ　$\frac{l}{12}\overline{M}_bM_a$	Ⅰ　$\frac{7l}{48}\overline{M}_cM_a$ Ⅱ　$\frac{l}{12}\overline{M}_cM_a(1+\nu+\nu^2)$
	$\frac{l}{6}[\overline{M}_a(M_a+2M_c)$ $+\overline{M}_b(M_b+2M_c)]$	Ⅰ　$\frac{l}{6}\overline{M}(M_a+4M_c+M_b)$ Ⅱ　$\frac{l}{6}\overline{M}_a(M_a+2M_c)$ Ⅲ　$\frac{l}{6}\overline{M}_b(M_b+2M_c)$	Ⅰ　$\frac{l}{24}\overline{M}_c[M_a+M_b+10M_c]$ Ⅱ　$\frac{l}{6}\overline{M}_c[M_a\nu^2+M_b\mu^2$ $+2M_c(1+\omega_{R\mu})]$
 $M_a=\frac{ql^2}{6}$	$\frac{l}{20}M_a(4\overline{M}_a+\overline{M}_b)$	Ⅰ　$\frac{l}{4}\overline{M}M_a$ Ⅱ　$\frac{l}{5}\overline{M}_aM_a$ Ⅲ　$\frac{l}{20}\overline{M}_bM_a$	Ⅰ　$\frac{3l}{32}\overline{M}_cM_a$ Ⅱ　$\frac{l}{20}\overline{M}_cM_a(1+\nu)(1+\nu^2)$

续表

$\overline{M}_i$ 图形 / M_k 图形			 $\mu=\frac{u}{l}$；$\nu=\frac{v}{l}$；Ⅰ $\mu=\nu=\frac{1}{2}$；Ⅱ $\mu\neq\nu$；
 $M_a=\frac{ql^2}{3}$	$\frac{l}{40}M_a(11\overline{M}_a+4\overline{M}_b)$	Ⅰ $\frac{3l}{8}\overline{M}M_a$ Ⅱ $\frac{11l}{40}\overline{M}_aM_a$ Ⅲ $\frac{l}{10}\overline{M}_bM_a$	Ⅰ $\frac{11l}{64}\overline{M}_cM_a$ Ⅱ $\frac{l}{10}\overline{M}_cM_a\left(1+\nu+\nu^2-\frac{\nu^3}{4}\right)$
 $M_a=\frac{ql^2}{6}$	$\frac{l}{60}M_a(8\overline{M}_a+7\overline{M}_b)$	Ⅰ $\frac{l}{4}\overline{M}M_a$ Ⅱ $\frac{2l}{15}\overline{M}_aM_a$ Ⅲ $\frac{7l}{60}\overline{M}_bM_a$	Ⅰ $\frac{5l}{32}\overline{M}_cM_a$ Ⅱ $\frac{l}{20}\overline{M}_cM_a(1+\nu)\left(\frac{7}{3}-\nu^2\right)$

 $\alpha=\frac{a}{l}$；$\beta=\frac{b}{l}$； $M_c=\frac{\alpha\beta^2}{2}ql^2$ 公式： $\frac{l}{12\alpha}[\overline{M}_a(2-\beta^2)+\overline{M}_b(2-\beta^2)]M_c$ 当 $\overline{M}_b=0$：$\frac{l}{12\alpha}\overline{M}_aM_c(2-\beta^2)$ $\overline{M}_a=0$：$\frac{l}{12\alpha}\overline{M}_bM_c(2-\beta)^2$ $\overline{M}_a=\overline{M}_b=\overline{M}$：$\frac{l}{6\alpha}\overline{M}M_c(1+2\alpha)$	 $\alpha=\frac{a}{l}$； $M_c=\frac{\alpha(1-2\alpha)}{2}ql^2$ 公式：$\frac{l}{12\alpha}M_c(\overline{M}_a+\overline{M}_b)\times(1+2\omega_{R\alpha})$ 当 $\overline{M}_b=0$：$\frac{l}{12\alpha}\overline{M}_aM_c(1+2\omega_{R\alpha})$ $\overline{M}_a=0$：$\frac{l}{12\alpha}\overline{M}_bM_c(1+2\omega_{R\alpha})$ $\overline{M}_a=\overline{M}_b=\overline{M}$：$\frac{l}{6\alpha}\overline{M}M_c(1+2\omega_{R\alpha})$	 公式： $\frac{l}{120}[\overline{M}_a(13M_a+36M_c+9M_d+2M_b)+\overline{M}_b(2M_a+9M_c+36M_d+13M_b)]$ 当 $\overline{M}_b=0$：$\frac{l}{120}\overline{M}_a(13M_a+36M_c+9M_d+2M_b)$ $\overline{M}_a=0$：$\frac{l}{120}\overline{M}_b(2M_a+9M_c+36M_d+13M_b)$ $\overline{M}_a=\overline{M}_b=\overline{M}$：$\frac{l}{8}\overline{M}(M_a+3M_c+3M_d+M_b)$

续表

 $\alpha=\frac{a}{l}$ 公式：$\frac{2}{3}l\overline{M}_cM_c(1-2\alpha^2+\alpha^3)$	 $\beta=\frac{b}{l}$ 公式：$\frac{l}{b}\overline{M}_cM_c(2-\omega_{R\beta})\beta$	 $\beta=\frac{b}{l}$ 公式： $\frac{l}{12}\frac{M_a}{(1+\beta)^2}[\overline{M}_a(3+8\beta+6\beta^2)$ $+\overline{M}_b(1+4\beta+6\beta^2)]$ 当 $\overline{M}_b=0$：$\frac{l}{12}\overline{M}_aM_a\frac{3+8\beta+6\beta^2}{(1+\beta)^2}$ $\overline{M}_a=0$：$\frac{l}{12}\overline{M}_bM_a\frac{1+4\beta+6\beta^2}{(1+\beta)^2}$ $\overline{M}_a=\overline{M}_b=\overline{M}$： $\frac{l}{3}\overline{M}M_a\frac{1+3\beta+3\beta^2}{(1+\beta)^2}$

注：ω值见表1-11。

二、虚梁反力表

图1-10a是梁AB的实际荷载图，简称"实梁荷载"；图1-10b是对应于图1-10a的简支梁弯矩图，也就是虚梁的荷载图，简称"虚荷载"。

表1-10的符号说明如下：

Ω——简支梁弯矩图的面积，即虚荷载的总值；

A^{ϕ}——虚梁左端支座A的虚反力，相应于简支实梁的$EI\theta_A$；

B^{ϕ}——虚梁右端支座B的虚反力，相应于简支实梁的$EI\theta_B$；

$\alpha=\frac{a}{l}$、$\beta=\frac{b}{l}$及$\gamma=\frac{c}{l}$——简支实梁荷载图中分段尺寸与跨度之比。

ω值见表1-11。

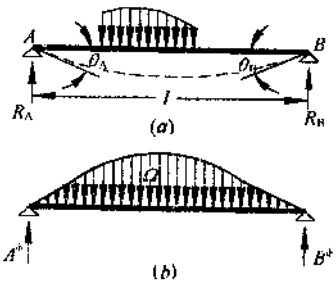
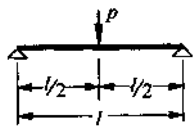
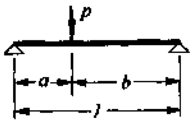
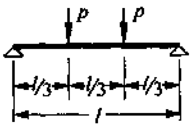
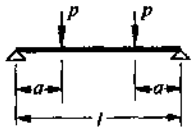
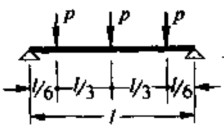
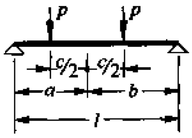
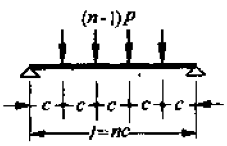
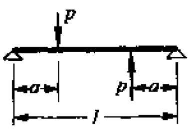
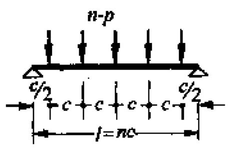
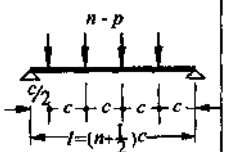
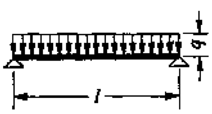
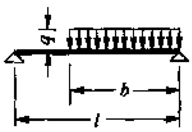
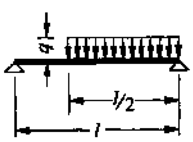
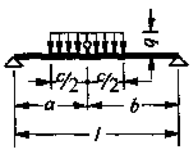
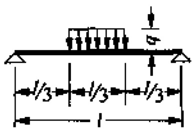
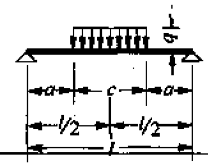
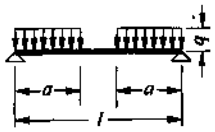
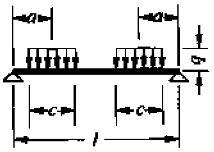
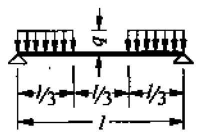
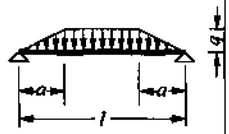
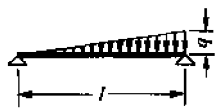
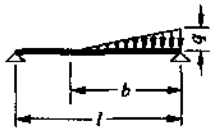
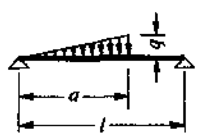
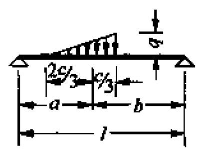
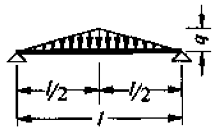
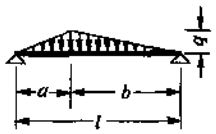
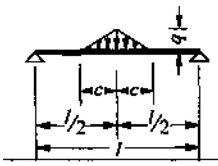
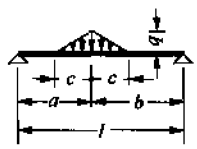
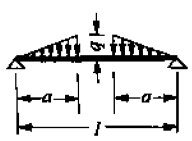
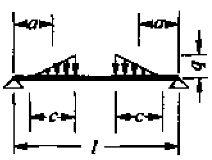


图1-10

表 1-10

实梁荷载图	Ω、A^{ϕ}、B^{ϕ}	实梁荷载图	Ω、A^{ϕ}、B^{ϕ}
	$\Omega = \frac{1}{8}Pl^2$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{1}{16}Pl^2$		$\Omega = \frac{Pab}{2} = \frac{Pl^2}{2}\omega_{R\alpha}$; $A^{\phi} = \frac{Pab}{6}(1+\beta) = \frac{Pl^2}{6}\omega_{D\beta}$; $B^{\phi} = \frac{Pab}{6}(1+\alpha) = \frac{Pl^2}{6}\omega_{D\alpha}$
	$\Omega = \frac{2}{9}Pl^2$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{1}{9}Pl^2$		$\Omega = Pal(1-\alpha) = Pl^2\omega_{R\alpha}$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{Pal}{2}(1-\alpha) = \frac{Pl^2}{2}\omega_{R\alpha}$
	$\Omega = \frac{19}{72}Pl^2$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{19}{144}Pl^2$		$\Omega = \frac{Pl^2}{4}(4\omega_{R\alpha} - \gamma^2)$; $A^{\phi} = \frac{Pl^2}{12}(4\omega_{D\beta} - 3\beta\gamma^2)$; $B^{\phi} = \frac{Pl^2}{12}(4\omega_{D\alpha} - 3\alpha\gamma^2)$.
	$\Omega = \frac{n^2-1}{12n}Pl^2$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{n^2-1}{24n}Pl^2$		$\Omega = 0$; $A^{\phi} = -B^{\phi} = \frac{Pal}{6}(1-3\alpha+2\alpha^2) = -\frac{Pl^2}{6}\omega_{d\alpha}$
	$\Omega = \frac{2n^2+1}{24n}Pl^2$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{2n^2+1}{48n}Pl^2$		$\Omega = \frac{n(n+1)}{6(2n+1)}Pl^2$; $A^{\phi} = \frac{n(n+1)^3 + n^3(n+1)}{6(2n+1)^3}Pl^2$; $B^{\phi} = \frac{n^2(n+1)^2}{3(2n+1)^3}Pl^2$
	$\Omega = \frac{1}{12}ql^3$; $A^{\phi} = B^{\phi} = \frac{1}{24}ql^3$		$\Omega = \frac{qb^2l}{12}(3-2\beta)$; $A^{\phi} = \frac{qb^2l}{24}(2-\beta^2)$; $B^{\phi} = \frac{qb^2l}{24}(2-\beta)^2$
	$\Omega = \frac{1}{24}ql^3$; $A^{\phi} = \frac{7}{384}ql^3$; $B^{\phi} = \frac{9}{384}ql^3$		$\Omega = \frac{qcl^2}{24}(12\omega_{R\alpha} - \gamma^2)$; $A^{\phi} = \frac{qcl^2}{24}(4\omega_{D\beta} - \beta\gamma^2)$; $B^{\phi} = \frac{qcl^2}{24}(4\omega_{D\alpha} - \alpha\gamma^2)$

续表

实梁荷载图	Ω、A^{ϕ}、B^{ϕ}	实梁荷载图	Ω、A^{ϕ}、B^{ϕ}
	$\Omega=\frac{13}{324}ql^3$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{13}{648}ql^3$		$\Omega=\frac{qcl^2}{24}(3-\gamma^2)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qcl^2}{48}(3-\gamma^2)$
	$\Omega=\frac{qa^2l}{6}(3-2\alpha)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qa^2l}{12}(3-2\alpha)$		$\Omega=\frac{qcl^2}{12}(12\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qcl^2}{24}(12\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$
	$\Omega=\frac{7}{162}ql^3$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{7}{324}ql^3$		$\Omega=\frac{ql^3}{12}(1-2\alpha^2+\alpha^3)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{ql^3}{24}(1-2\alpha^2+\alpha^3)$
	$\Omega=\frac{1}{24}ql^3$; $A^{\phi}=\frac{7}{360}ql^3$; $B^{\phi}=\frac{1}{45}ql^3$		$\Omega=\frac{qb^2l}{24}(2-\beta)$; $A^{\phi}=\frac{qb^2l}{360}(10-3\beta^2)$; $B^{\phi}=\frac{qb^2l}{360}(20-15\beta+3\beta^2)$
	$\Omega=\frac{qa^2l}{24}(4-3\alpha)$; $A^{\phi}=\frac{qa^2l}{360}(40-45\alpha+12\alpha^2)$; $B^{\phi}=\frac{qa^2l}{90}(5-3\alpha^2)$		$\Omega=\frac{qcl^2}{72}(18\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$; $A^{\phi}=\frac{qcl^2}{12}\left[\omega_{D\beta}-\frac{\gamma^2}{6}\left(\beta+\frac{2\gamma}{45}\right)\right]$; $B^{\phi}=\frac{qcl^2}{12}\left[\omega_{D\alpha}-\frac{\gamma^2}{6}\left(\alpha-\frac{2\gamma}{45}\right)\right]$
	$\Omega=\frac{5}{96}ql^3$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{5}{192}ql^3$		$\Omega=\frac{ql^3}{24}(1+\omega_{R\alpha})$; $A^{\phi}=\frac{ql^3}{360}(1+\beta)(7-3\beta^2)$; $B^{\phi}=\frac{ql^3}{360}(1+\alpha)(7-3\alpha^2)$
	$\Omega=\frac{qcl^2}{24}(3-2\gamma^2)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qcl^2}{48}(3-2\gamma^2)$		$\Omega=\frac{qcl^2}{12}(6\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$; $A^{\phi}=\frac{qcl^2}{12}(2\omega_{D\beta}-\beta\gamma^2)$; $B^{\phi}=\frac{qcl^2}{12}(2\omega_{D\alpha}-\alpha\gamma^2)$
	$\Omega=\frac{qa^2l}{12}(4-3\alpha)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qa^2l}{24}(4-3\alpha)$		$\Omega=\frac{qcl^2}{36}(18\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$; $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qcl^2}{72}(18\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$

续表

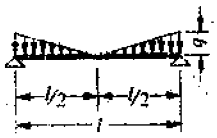
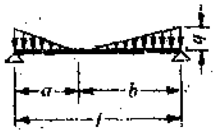
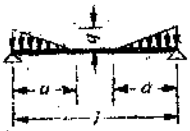
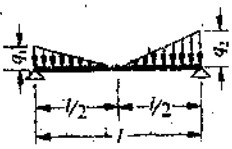
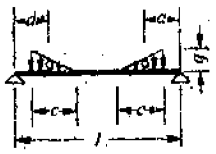
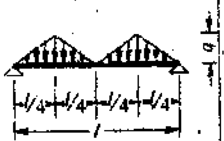
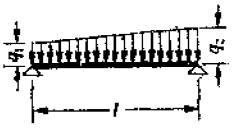
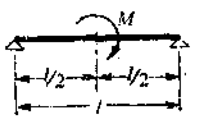
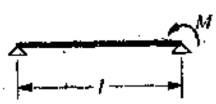
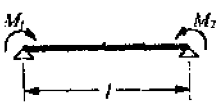
实梁荷载图	Ω、A^{ϕ}、B^{ϕ}	实梁荷载图	Ω、A^{ϕ}、B^{ϕ}
	$\Omega=\frac{1}{32}ql^3$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{1}{64}ql^3$		$\Omega=\frac{ql^3}{24}(1-\omega_{R\alpha})$； $A^{\phi}=\frac{ql^3}{360}[15-(1+\beta)(7-3\beta^2)]$； $B^{\phi}=\frac{ql^3}{360}[15-(1+\alpha)(7-3\alpha^2)]$
	$\Omega=\frac{qa^2l}{12}(2-\alpha)$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qa^2l}{24}(2-\alpha)$		$\Omega=\frac{l^3}{64}(q_1+q_2)$； $A^{\phi}=\frac{l^3}{5760}(53q_1+37q_2)$； $B^{\phi}=\frac{l^3}{5760}(37q_1+53q_2)$
	$\Omega=\frac{qcl^2}{8}(1-2\gamma^2)$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qcl^2}{16}(1-2\gamma^2)$		$\Omega=\frac{qcl^2}{36}(18\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{qcl^2}{72}(18\omega_{R\alpha}-\gamma^2)$
	$\Omega=\frac{17}{384}ql^3$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{17}{768}ql^3$		$\Omega=\frac{5}{128}ql^3$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{5}{256}ql^3$
	$\Omega=\frac{1}{15}ql^3$； $A^{\phi}=B^{\phi}=\frac{1}{30}ql^3$		$\Omega=\frac{l^3}{24}(q_1+q_2)$； $A^{\phi}=\frac{l^3}{360}(8q_1+7q_2)$； $B^{\phi}=\frac{l^3}{360}(7q_1+8q_2)$
	$\Omega=0$； $A^{\phi}=-B^{\phi}=-\frac{Ml}{24}$		$\Omega=\frac{Ml}{2}(\beta-\alpha)$； $A^{\phi}=\frac{Ml}{6}(3\beta^2-1)=\frac{Ml}{6}\omega_{M\beta}$； $B^{\phi}=-\frac{Ml}{6}(3\alpha^2-1)=-\frac{Ml}{6}\omega_{M\alpha}$；
	$\Omega=\frac{Ml}{2}$； $A^{\phi}=\frac{Ml}{6}$；　$B^{\phi}=\frac{Ml}{3}$		$\Omega=\frac{l}{2}(M_1+M_2)$； $A^{\phi}=\frac{l}{6}(2M_1+M_2)$； $B^{\phi}=\frac{l}{6}(M_1+2M_2)$

表 1-11

α	α^2	α^3	α^4	α^5	$\omega_{R\alpha}$	$\omega_{R\alpha}^2$	$\omega_{D\alpha}$	$\omega_{c\alpha}$	$\omega_{M\alpha}$	$\omega_{\varphi\alpha}$	$\omega_{P\alpha}$	$\omega_{s\alpha}$	$\omega_{\tau\alpha}$
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	-1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.01	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0099	0.0001	0.0100	-0.00970	-0.9997	0.0001	0.0100	0.0100	0.0001
0.02	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0196	0.0004	0.0200	-0.01882	-0.9988	0.0004	0.0200	0.0200	0.0004
0.03	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0291	0.0008	0.0300	-0.02735	-0.9973	0.0009	0.0300	0.0299	0.0009
0.04	0.0016	0.0001	0.0000	0.0000	0.0384	0.0015	0.0399	-0.03533	-0.9952	0.0016	0.0400	0.0399	0.0015
0.05	0.0025	0.0001	0.0000	0.0000	0.0475	0.0023	0.0499	-0.04275	-0.9925	0.0025	0.0500	0.0498	0.0024
0.06	0.0036	0.0002	0.0000	0.0000	0.0564	0.0032	0.0598	-0.04963	-0.9892	0.0036	0.0600	0.0596	0.0034
0.07	0.0049	0.0003	0.0000	0.0000	0.0651	0.0042	0.0697	-0.05599	-0.9853	0.0049	0.0700	0.0693	0.0046
0.08	0.0064	0.0005	0.0000	0.0000	0.0736	0.0054	0.0795	-0.06182	-0.9808	0.0064	0.0800	0.0790	0.0059
0.09	0.0081	0.0007	0.0001	0.0000	0.0819	0.0067	0.0893	-0.06716	-0.9757	0.0081	0.0899	0.0886	0.0074
0.10	0.0100	0.0010	0.0001	0.0000	0.0900	0.0081	0.0990	-0.07200	-0.9700	0.0100	0.0999	0.0981	0.0090
0.11	0.0121	0.0013	0.0001	0.0000	0.0979	0.0096	0.1087	-0.07636	-0.9637	0.0120	0.1099	0.1075	0.0108
0.12	0.0144	0.0017	0.0002	0.0000	0.1056	0.0112	0.1183	-0.08026	-0.9568	0.0143	0.1198	0.1168	0.0127
0.13	0.0169	0.0022	0.0003	0.0000	0.1131	0.0128	0.1278	-0.08369	-0.9493	0.0168	0.1297	0.1259	0.0147
0.14	0.0196	0.0027	0.0004	0.0001	0.1204	0.0145	0.1373	-0.08669	-0.9412	0.0194	0.1396	0.1349	0.0169
0.15	0.0225	0.0034	0.0005	0.0001	0.1275	0.0163	0.1466	-0.08925	-0.9325	0.0222	0.1495	0.1438	0.0191
0.16	0.0256	0.0041	0.0007	0.0001	0.1344	0.0181	0.1559	-0.09139	-0.9232	0.0253	0.1593	0.1525	0.0215
0.17	0.0289	0.0049	0.0008	0.0001	0.1411	0.0199	0.1651	-0.09313	-0.9133	0.0285	0.1692	0.1610	0.0240
0.18	0.0324	0.0058	0.0010	0.0002	0.1476	0.0218	0.1742	-0.09446	-0.9028	0.0319	0.1790	0.1694	0.0266
0.19	0.0361	0.0069	0.0013	0.0002	0.1539	0.0237	0.1831	-0.09542	-0.8917	0.0354	0.1887	0.1776	0.0292
0.20	0.0400	0.0080	0.0016	0.0003	0.1600	0.0256	0.1920	-0.09600	-0.8800	0.0392	0.1984	0.1856	0.0320
0.21	0.0441	0.0093	0.0019	0.0004	0.1659	0.0275	0.2007	-0.09622	-0.8677	0.0431	0.2081	0.1934	0.0348
0.22	0.0484	0.0106	0.0023	0.0005	0.1716	0.0294	0.2094	-0.09610	-0.8548	0.0472	0.2177	0.2010	0.0378
β	β^2	β^3	β^4	β^5	$\omega_{R\beta}$	$\omega_{R\beta}^2$	$\omega_{D\beta}$	$\omega_{c\beta}$	$\omega_{M\beta}$	$\omega_{\varphi\beta}$	$\omega_{P\beta}$	$\omega_{s\beta}$	$\omega_{\tau\beta}$

续表

α	α^2	α^3	α^4	α^5	$\omega_{R\alpha}$	$\omega_{R\alpha}^2$	$\omega_{D\alpha}$	$\omega_{d\alpha}$	$\omega_{M\alpha}$	$\omega_{\varphi\alpha}$	$\omega_{P\alpha}$	$\omega_{\kappa\alpha}$	$\omega_{\tau\alpha}$
0.23	0.0529	0.0122	0.0028	0.0006	0.1771	0.0314	0.2178	−0.09563	−0.8413	0.0515	0.2272	0.2085	0.0407
0.24	0.0576	0.0138	0.0033	0.0008	0.1824	0.0333	0.2262	−0.09485	−0.8272	0.0559	0.2367	0.2157	0.0438
0.25	0.0625	0.0156	0.0039	0.0010	0.1875	0.0352	0.2344	−0.09375	−0.8125	0.0605	0.2461	0.2227	0.0469
0.26	0.0676	0.0176	0.0046	0.0012	0.1924	0.0370	0.2424	−0.09235	−0.7972	0.0653	0.2554	0.2294	0.0500
0.27	0.0729	0.0197	0.0053	0.0014	0.1971	0.0388	0.2503	−0.09067	−0.7813	0.0702	0.2647	0.2359	0.0532
0.28	0.0784	0.0220	0.0061	0.0017	0.2016	0.0406	0.2580	−0.08870	−0.7648	0.0753	0.2739	0.2422	0.0564
0.29	0.0841	0.0244	0.0071	0.0021	0.2059	0.0424	0.2656	−0.08648	−0.7477	0.0806	0.2829	0.2483	0.0597
0.30	0.0900	0.0270	0.0081	0.0024	0.2100	0.0441	0.2730	−0.08400	−0.7300	0.0860	0.2919	0.2541	0.0630
0.31	0.0961	0.0298	0.0092	0.0029	0.2139	0.0458	0.2802	−0.08128	−0.7117	0.0915	0.3008	0.2597	0.0663
0.32	0.1024	0.0328	0.0105	0.0034	0.2176	0.0473	0.2872	−0.07834	−0.6928	0.0972	0.3095	0.2649	0.0696
0.33	0.1089	0.0359	0.0119	0.0039	0.2211	0.0489	0.2941	−0.07517	−0.6733	0.1030	0.3181	0.2700	0.0730
1/3	0.1111	0.0370	0.0123	0.0041	0.2222	0.0494	0.2963	−0.07407	−0.6667	0.1049	0.3210	0.2716	0.0741
0.34	0.1156	0.0393	0.0134	0.0045	0.2244	0.0504	0.3007	−0.07181	−0.6532	0.1089	0.3266	0.2748	0.0763
0.35	0.1225	0.0429	0.0150	0.0053	0.2275	0.0518	0.3071	−0.06825	−0.6325	0.1150	0.3350	0.2793	0.0796
0.36	0.1296	0.0467	0.0168	0.0060	0.2304	0.0531	0.3133	−0.06451	−0.6112	0.1212	0.3432	0.2835	0.0829
0.37	0.1369	0.0507	0.0187	0.0069	0.2331	0.0543	0.3193	−0.06061	−0.5893	0.1275	0.3513	0.2874	0.0862
0.38	0.1444	0.0549	0.0209	0.0079	0.2356	0.0555	0.3251	−0.05654	−0.5668	0.1340	0.3591	0.2911	0.0895
0.39	0.1521	0.0593	0.0231	0.0090	0.2379	0.0566	0.3307	−0.05234	−0.5437	0.1405	0.3669	0.2945	0.0928
0.40	0.1600	0.0640	0.0256	0.0102	0.2400	0.0576	0.3360	−0.04800	−0.5200	0.1472	0.3744	0.2976	0.0960
0.41	0.1681	0.0689	0.0283	0.0116	0.2419	0.0585	0.3411	−0.04354	−0.4957	0.1540	0.3817	0.3004	0.0992
0.42	0.1764	0.0741	0.0311	0.0131	0.2436	0.0593	0.3459	−0.03898	−0.4708	0.1608	0.3889	0.3029	0.1023
0.43	0.1849	0.0795	0.0342	0.0147	0.2451	0.0601	0.3505	−0.03431	−0.4453	0.1678	0.3958	0.3052	0.1054
0.44	0.1936	0.0852	0.0375	0.0165	0.2464	0.0607	0.3548	−0.02957	−0.4192	0.1749	0.4025	0.3071	0.1084
0.45	0.2025	0.0911	0.0410	0.0185	0.2475	0.0613	0.3589	−0.02475	−0.3925	0.1820	0.4090	0.3088	0.1114
0.46	0.2116	0.0973	0.0448	0.0206	0.2484	0.0617	0.3627	−0.01987	−0.3652	0.1892	0.4152	0.3101	0.1143
β	β^2	β^3	β^4	β^5	$\omega_{R\beta}$	$\omega_{R\beta}^2$	$\omega_{D\beta}$	$\omega_{d\beta}$	$\omega_{M\beta}$	$\omega_{\varphi\beta}$	$\omega_{P\beta}$	$\omega_{\kappa\beta}$	$\omega_{\tau\beta}$

续表

α	α^2	α^3	α^4	α^5	$\omega_{R\alpha}$	$\omega_{R\alpha}^2$	$\omega_{D\alpha}$	$\omega_{d\alpha}$	$\omega_{M\alpha}$	$\omega_{\varphi\alpha}$	$\omega_{P\alpha}$	$\omega_{s\alpha}$	$\omega_{\tau\alpha}$
0.47	0.2209	0.1038	0.0488	0.0229	0.2491	0.0621	0.3662	−0.01495	−0.3373	0.1965	0.4212	0.3112	0.1171
0.48	0.2304	0.1106	0.0531	0.0255	0.2496	0.0623	0.3694	−0.00998	−0.3088	0.2039	0.4269	0.3119	0.1198
0.49	0.2401	0.1176	0.0576	0.0282	0.2499	0.0625	0.3724	−0.00500	−0.2797	0.2113	0.4324	0.3124	0.1225
0.50	0.2500	0.1250	0.0625	0.0313	0.2500	0.0625	0.3750	0.00000	−0.2500	0.2188	0.4375	0.3125	0.1250
0.51	0.2601	0.1327	0.0677	0.0345	0.2499	0.0625	0.3773	0.00500	−0.2197	0.2263	0.4423	0.3124	0.1274
0.52	0.2704	0.1406	0.0731	0.0380	0.2496	0.0623	0.3794	0.00998	−0.1888	0.2338	0.4469	0.3119	0.1298
0.53	0.2809	0.1489	0.0789	0.0418	0.2491	0.0621	0.3811	0.01495	−0.1573	0.2414	0.4511	0.3112	0.1320
0.54	0.2916	0.1575	0.0850	0.0459	0.2484	0.0617	0.3825	0.01987	−0.1252	0.2491	0.4550	0.3101	0.1341
0.55	0.3025	0.1664	0.0915	0.0503	0.2475	0.0613	0.3836	0.02475	−0.0925	0.2567	0.4585	0.3088	0.1361
0.56	0.3136	0.1756	0.0983	0.0551	0.2464	0.0607	0.3844	0.02957	−0.0592	0.2644	0.4617	0.3071	0.1380
0.57	0.3249	0.1852	0.1056	0.0602	0.2451	0.0601	0.3848	0.03431	−0.0253	0.2721	0.4644	0.3052	0.1397
0.58	0.3364	0.1951	0.1132	0.0656	0.2436	0.0593	0.3849	0.03898	0.0092	0.2798	0.4668	0.3029	0.1413
0.59	0.3481	0.2054	0.1212	0.0715	0.2419	0.0585	0.3846	0.04354	0.0443	0.2875	0.4688	0.3004	0.1427
0.60	0.3600	0.2160	0.1296	0.0778	0.2400	0.0576	0.3840	0.04800	0.0800	0.2952	0.4704	0.2976	0.1440
0.61	0.3721	0.2270	0.1385	0.0845	0.2379	0.0566	0.3830	0.05234	0.1163	0.3029	0.4715	0.2945	0.1451
0.62	0.3844	0.2383	0.1478	0.0916	0.2356	0.0555	0.3817	0.05654	0.1532	0.3105	0.4722	0.2911	0.1461
0.63	0.3969	0.2500	0.1575	0.0992	0.2331	0.0543	0.3800	0.06061	0.1907	0.3181	0.4725	0.2874	0.1469
0.64	0.4096	0.2621	0.1678	0.1074	0.2304	0.0531	0.3779	0.06451	0.2288	0.3257	0.4722	0.2835	0.1475
0.65	0.4225	0.2746	0.1785	0.1160	0.2275	0.0518	0.3754	0.06825	0.2675	0.3332	0.4715	0.2793	0.1479
0.66	0.4356	0.2875	0.1897	0.1252	0.2244	0.0504	0.3725	0.07181	0.3068	0.3407	0.4703	0.2748	0.1481
2/3	0.4444	0.2963	0.1975	0.1317	0.2222	0.0494	0.3704	0.07407	0.3333	0.3457	0.4691	0.2716	0.1481
0.67	0.4489	0.3008	0.2015	0.1350	0.2211	0.0489	0.3692	0.07517	0.3467	0.3481	0.4685	0.2700	0.1481
0.68	0.4624	0.3144	0.2138	0.1454	0.2176	0.0473	0.3656	0.07834	0.3872	0.3555	0.4662	0.2649	0.1480
0.69	0.4761	0.3285	0.2267	0.1564	0.2139	0.0458	0.3615	0.08128	0.4283	0.3628	0.4633	0.2597	0.1476
0.70	0.4900	0.3430	0.2401	0.1681	0.2100	0.0441	0.3570	0.08400	0.4700	0.3699	0.4599	0.2541	0.1470
β	β^2	β^3	β^4	β^5	$\omega_{R\beta}$	$\omega_{R\beta}^2$	$\omega_{D\beta}$	$\omega_{d\beta}$	$\omega_{M\beta}$	$\omega_{\varphi\beta}$	$\omega_{P\beta}$	$\omega_{s\beta}$	$\omega_{\tau\beta}$

续表

α	α^2	α^3	α^4	α^5	$\omega_{R\alpha}$	$\omega_{R\alpha}^2$	$\omega_{D\alpha}$	$\omega_{d\alpha}$	$\omega_{M\alpha}$	$\omega_{\varphi\alpha}$	$\omega_{P\alpha}$	$\omega_{x\alpha}$	$\omega_{\tau\alpha}$
0.71	0.5041	0.3579	0.2541	0.1804	0.2059	0.0424	0.3521	0.08648	0.5123	0.3770	0.4559	0.2483	0.1462
0.72	0.5184	0.3732	0.2687	0.1935	0.2016	0.0406	0.3468	0.08870	0.5552	0.3840	0.4513	0.2422	0.1452
0.73	0.5329	0.3890	0.2840	0.2073	0.1971	0.0388	0.3410	0.09067	0.5987	0.3909	0.4460	0.2359	0.1439
0.74	0.5476	0.4052	0.2999	0.2219	0.1924	0.0370	0.3348	0.09235	0.6428	0.3977	0.4401	0.2294	0.1424
0.75	0.5625	0.4219	0.3164	0.2373	0.1875	0.0352	0.3281	0.09375	0.6875	0.4043	0.4336	0.2227	0.1406
0.76	0.5776	0.4390	0.3336	0.2536	0.1824	0.0333	0.3210	0.09485	0.7328	0.4108	0.4264	0.2157	0.1386
0.77	0.5929	0.4565	0.3515	0.2707	0.1771	0.0314	0.3135	0.09563	0.7787	0.4171	0.4185	0.2085	0.1364
0.78	0.6084	0.4746	0.3702	0.2887	0.1716	0.0294	0.3054	0.09610	0.8252	0.4233	0.4098	0.2010	0.1338
0.79	0.6241	0.4930	0.3895	0.3077	0.1659	0.0275	0.2970	0.09622	0.8723	0.4293	0.4005	0.1934	0.1311
0.80	0.6400	0.5120	0.4096	0.3277	0.1600	0.0256	0.2880	0.09600	0.9200	0.4352	0.3904	0.1856	0.1280
0.81	0.6561	0.5314	0.4305	0.3487	0.1539	0.0237	0.2786	0.09542	0.9683	0.4409	0.3795	0.1776	0.1247
0.82	0.6724	0.5514	0.4521	0.3707	0.1476	0.0218	0.2686	0.09446	1.0172	0.4463	0.3679	0.1694	0.1210
0.83	0.6889	0.5718	0.4746	0.3939	0.1411	0.0199	0.2582	0.09313	1.0667	0.4516	0.3554	0.1610	0.1171
0.84	0.7056	0.5927	0.4979	0.4182	0.1344	0.0181	0.2473	0.09139	1.1168	0.4567	0.3421	0.1525	0.1129
0.85	0.7225	0.6141	0.5220	0.4437	0.1275	0.0163	0.2359	0.08925	1.1675	0.4615	0.3280	0.1438	0.1084
0.86	0.7396	0.6361	0.5470	0.4704	0.1204	0.0145	0.2239	0.08669	1.2188	0.4661	0.3130	0.1349	0.1035
0.87	0.7569	0.6585	0.5729	0.4984	0.1131	0.0128	0.2115	0.08369	1.2707	0.4705	0.2971	0.1259	0.0984
0.88	0.7744	0.6815	0.5997	0.5277	0.1056	0.0112	0.1985	0.08026	1.3232	0.4746	0.2803	0.1168	0.0929
0.89	0.7921	0.7050	0.6274	0.5584	0.0979	0.0096	0.1850	0.07636	1.3763	0.4784	0.2626	0.1075	0.0871
0.90	0.8100	0.7290	0.6561	0.5905	0.0900	0.0081	0.1710	0.07200	1.4300	0.4820	0.2439	0.0981	0.0810
0.91	0.8281	0.7536	0.6857	0.6240	0.0819	0.0067	0.1564	0.06716	1.4843	0.4852	0.2243	0.0886	0.0745
0.92	0.8464	0.7787	0.7164	0.6591	0.0736	0.0054	0.1413	0.06182	1.5392	0.4882	0.2036	0.0790	0.0677
0.93	0.8649	0.8044	0.7481	0.6957	0.0651	0.0042	0.1256	0.05599	1.5947	0.4909	0.1819	0.0693	0.0605
0.94	0.8836	0.8306	0.7807	0.7339	0.0564	0.0032	0.1094	0.04963	1.6508	0.4932	0.1593	0.0596	0.0530
0.95	0.9025	0.8574	0.8145	0.7738	0.0475	0.0023	0.0926	0.04275	1.7075	0.4952	0.1355	0.0498	0.0451
0.96	0.9216	0.8847	0.8493	0.8154	0.0384	0.0015	0.0753	0.03533	1.7648	0.4969	0.1107	0.0399	0.0369
0.97	0.9409	0.9127	0.8853	0.8587	0.0291	0.0008	0.0573	0.02735	1.8227	0.4983	0.0847	0.0299	0.0282
0.98	0.9604	0.9412	0.9224	0.9039	0.0196	0.0004	0.0388	0.01882	1.8812	0.4992	0.0576	0.0200	0.0192
0.99	0.9801	0.9703	0.9606	0.9510	0.0099	0.0001	0.0197	0.00970	1.9403	0.4998	0.0294	0.0100	0.0098
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	2.0000	0.5000	0.0000	0.0000	0.0000
β	β^2	β^3	β^4	β^5	$\omega_{R\beta}$	$\omega_{R\beta}^2$	$\omega_{D\beta}$	$\omega_{d\beta}$	$\omega_{M\beta}$	$\omega_{\varphi\beta}$	$\omega_{P\beta}$	$\omega_{x\beta}$	$\omega_{\tau\beta}$

注：对于脚标为 β 的 ω 值，须根据已知的 β 值自底行向上查。如果已知值为 α，则按公式 $\beta = 1 - \alpha$，求得 β 后再查表。

第五节　杆件分段的比值及 ω 函数表

(一) 在梁、拱及刚架等的许多内力计算公式中,都包含有杆件的分段尺寸与全长的比值(以下简称"比值")及以此为参数的函数 ω,为了计算方便,下面列出了这方面的函数表。

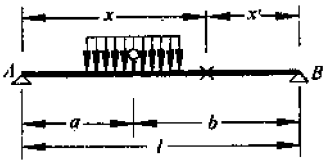


图 1-11

这些比值所用的符号,在有关公式中出现时,都是按下述情况规定的(图 1-11):

1. 已知条件的比值(如某一具体荷载):

$$\alpha = \frac{a}{l}, \quad \beta = \frac{b}{l}$$

2. 变数的比值(例如某 x 点):

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \zeta = \frac{x'}{l}$$

(二) 函数 ω 与参数 α 或 β 间的关系式:

$\omega_{R\alpha} = \omega_{R\beta} = \alpha\beta = \alpha - \alpha^2 = \beta - \beta^2$;

$\omega_{D\alpha} = \alpha - \alpha^3 = \alpha(1 - \alpha^2) = \beta(2 - 3\beta + \beta^2) = 3\omega_{R\alpha} - \omega_{D\beta}$
$= \omega_{R\alpha}(1 + \alpha) = \omega_{R\alpha}(2 - \beta)$;

$\omega_{D\beta} = \beta - \beta^3 = \beta(1 - \beta^2) = \alpha(2 - 3\alpha + \alpha^2) = 3\omega_{R\alpha} - \omega_{D\alpha}$
$= \omega_{R\alpha}(1 + \beta) = \omega_{R\alpha}(2 - \alpha)$;

$\omega_{d\alpha} = -\omega_{d\beta} = \omega_{D\alpha} - \omega_{D\beta} = -\alpha(1 - 3\alpha + 2\alpha^2)$
$= \beta(1 - 3\beta + 2\beta^2) = 2\omega_{D\alpha} - 3\omega_{R\alpha} = 3\omega_{R\alpha} - 2\omega_{D\beta}$;

$\omega_{M\alpha} = 3\alpha^2 - 1 = 2 - 6\beta + 3\beta^2 = \omega_{M\beta} - 3(2\beta - 1) = 1 - 6\omega_{R\alpha} - \omega_{M\beta}$;

$\omega_{M\beta} = 3\beta^2 - 1 = 2 - 6\alpha + 3\alpha^2 = \omega_{M\alpha} - 3(2\alpha - 1) = 1 - 6\omega_{R\alpha} - \omega_{M\alpha}$;

$\omega_{\varphi\alpha} = \alpha^2 - \frac{1}{2}\alpha^4 = \frac{1}{2}[1 - \beta^2(2 - \beta)^2]$;

$\omega_{\varphi\beta} = \beta^2 - \frac{1}{2}\beta^4 = \frac{1}{2}[1 - \alpha^2(2 - \alpha)^2]$;

$\omega_{P\alpha} = \alpha - \alpha^4 = 3\beta - 6\beta^2 + 4\beta^3 - \beta^4$;

$\omega_{P\beta} = \beta - \beta^4 = 3\alpha - 6\alpha^2 + 4\alpha^3 - \alpha^4$;

$\omega_{s\alpha} = \omega_{s\beta} = \alpha - 2\alpha^3 + \alpha^4 = \beta - 2\beta^3 + \beta^4 = \omega_{R\alpha}(1 + \omega_{R\alpha})$;

$\omega_{\tau\alpha} = \alpha\omega_{R\alpha} = \alpha^2\beta = \alpha^2 - \alpha^3$;

$\omega_{\tau\beta} = \beta\omega_{R\alpha} = \alpha\beta^2 = \beta^2 - \beta^3 = \alpha - 2\alpha^2 + \alpha^3$

函数 ω 的参数也可以是 ξ 或 ζ,关系式是相同的,只是变换脚标以示区别。ω 的脚标的意义是:第一个字母表示某一特定的函数关系,如上列诸关系式;第二个字母表示参数的符号,例如 $\omega_{M\beta} = 3\beta^2 - 1$,$\omega_{M\zeta} = 3\zeta^2 - 1$,$\omega_{R\xi} = \xi\zeta$ 等,但必须符合下列条件:$\alpha + \beta = 1$ 或 $\xi + \zeta = 1$ 等。

第六节 常用常数值和常用单位与法定计量单位之间的换算

常用常数值 表 1-12

常数	数值	常数	数值
$\sqrt{2}$	1.4142136	$\sqrt{2\pi}$	2.50663
$\sqrt{3}$	1.7320508	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	0.39894
$\sqrt{5}$	2.2360680	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	1.25331
π(圆周率)	3.1415926536	$\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	0.79788
$\sqrt{2}\pi$	4.44288	$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$	0.56419
$\frac{\pi}{\sqrt{2}}$	2.22144	e(自然对数底)	2.7182818285
$\frac{\pi}{3}$	1.04720	$\frac{1}{e}$	0.36788
$\frac{\pi}{4}$	0.78540	e^2	7.38906
$\frac{1}{\pi}$	0.31831	$\frac{1}{e^2}$	0.135335
$\frac{1}{2\pi}$	0.159155	$\sqrt{e}$	1.64872
π^2	9.86960	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	0.60653
$4\pi^2$	39.47842	1 弧度$\left(=\frac{180^\circ}{\pi}\right)$	$57.29578^\circ = 57^\circ17'44.81''$
$\frac{\pi^2}{4}$	2.46740	$1^\circ\left(=\frac{\pi}{180}\text{弧度}\right)$	0.01745329 弧度
$\frac{1}{\pi^2}$	0.10132	$1'$	0.0002908882 弧度
$\sqrt{\pi}$	1.77245	$1''$	0.00000484814 弧度

常用法定计量单位 表 1-13

量的名称	单位名称	单位符号	换算关系和说明
长度	毫米	mm	1m＝1000mm
	米	m	
面积	平方毫米	mm^2	$1m^2 = 10^6mm^2$
	平方米	m^2	

续表

量的名称	单位名称	单位符号	换算关系和说明
体积 (容积)	立方毫米 立方米 升	mm^3 m^3 L	$1m^3=10^9mm^3$ $1L=1dm^3=10^{-3}m^3$
时间	秒 分 时 日	s min h d	1min=60s 1h=60min=3600s 1d=24h=86400s
平面角	[角]秒 [角]分 度 弧度	(″) (′) (°) rad	$1°=(\pi/180)rad$ $1'=(1/60)°=(\pi/10800)rad$ $1''=(1/60)'=(\pi/648000)rad$
质量	千克(公斤) 吨	kg t	$1t=1000kg(10^3kg)$
力(重力)	牛[顿]	N	加在质量为 1kg 的物体上使之产生 $1m/s^2$ 加速度的力为 1N
压力　应力	帕[斯卡]	$Pa(N/m^2)$	
力矩	牛[顿]米 千牛[顿]米	N·m kN·m	
截面惯性矩 极惯性矩	四次方米	m^4	
截面系数 (截面模量)	三次方米	m^3	

长度单位换算表　　表 1-14

米(m)	厘米(cm)	毫米(mm)	英寸(in)	英尺(ft)
1	100	1000	39.37	3.28
10^{-2}	1	10	0.3937	3.28×10^{-2}
10^{-3}	10^{-1}	1	3.937×10^{-2}	3.28×10^{-3}
2.54×10^{-3}	2.54×10^{-1}	25.4	1	8.33×10^{-2}
3.048×10^{-1}	30.48	304.8	12	1

面积单位换算　　表 1-15

平方米(m^2)	平方厘米(cm^2)	平方毫米(mm^2)	平方英寸(in^2)	平方英尺(ft^2)
1	10^4	10^6	1550	10.764
10^{-4}	1	10^2	1.55×10^{-1}	1.0764×10^{-3}
10^{-6}	10^{-2}	1	1.55×10^{-3}	1.0764×10^{-5}
6.45×10^{-4}	6.45	645.16	1	6.944×10^{-3}
9.29×10^{-2}	929	929×10^2	144	1

注：1 公顷 = 10 公亩 = $1000m^2$

1 公亩 = $100m^2$

体积(容积)单位换算表(一)　表 1-16

立方米(m^3)	立方厘米(cm^3)	立方毫米(mm^3)	立方英寸(in^3)	立方英尺(ft^3)
1	10^6	10^9	61023.38	35.29
10^{-6}	1	10^3	6.1×10^{-2}	3.529×10^{-5}
10^{-9}	1×10^{-3}	1	6.1×10^{-5}	3.529×10^{-8}
1.64×10^{-5}	16.39	16387	1	5.785×10^{-4}
2.83×10^{-2}	28316.8	28316846.6	1728	1

体积(容积)单位换算表(二)　表 1-17

立方米(m^3)	升(L)	英加仑(gal)	美加仑(gal)
1	10^3	220	264
10^{-3}	1	2.2×10^{-1}	2.64×10^{-1}
4.546×10^{-3}	4.546	1	1.201
3.785×10^{-3}	3.785	8.33×10^{-1}	1

力单位换算表　表 1-18

牛[顿](N)	千克力(kgf)	千磅力(kipf)	达因(dyn)
1	1.019×10^{-1}	2.248×10^{-4}	10^5
9.81	1	2.205×10^{-3}	9.81×10^5
4.448×10^3	454	1	4.448×10^8
10^{-5}	1.019×10^{-6}	2.248×10^{-9}	1

注：重力 1t=9.81kN(1t≈10kN)

1kN≈0.1t

压力(应力)单位换算表　表 1-19

帕[斯卡]($Pa=N/m^2$)	千克/平方厘米(kg/cm^2)	千克/平方毫米(kg/mm^2)	磅/平方英尺(Psf)	磅/平方英寸(Psi)
1	1.019×10^{-5}	1.019×10^{-7}	20.88×10^{-3}	0.145×10^{-3}
9.81×10^4	1	10^{-2}	2048.2	14.22
9.81×10^6	10^2	1	20.482×10^4	1.422×10^3
47.9	4.88×10^{-4}	4.88×10^{-6}	1	6.94×10^{-3}
69×10^{-3}	7.03×10^{-2}	7.03×10^{-4}	144	1

注：1MPa(1兆帕)=1000000Pa=1000000N/m^2=1N/mm^2

1kg/cm^2=0.0981MPa

1t/m^2=9.81kPa(≈10kPa)

力矩单位换算表　　表 1-20

牛[顿]米 (N·m)	千克厘米 (kg·cm)	千克毫米 (kg·mm)	千磅英尺 (kiP·ft)	磅英尺 (lb·ft)
1	10.19	101.9	7.37×10^{-4}	7.37×10^{-1}
9.81×10^{-2}	1	10	7.233×10^{-5}	7.233×10^{-2}
9.81×10^{-3}	10^{-1}	1	7.233×10^{-6}	7.233×10^{-3}
1.356×10^{3}	13.83×10^{3}	13.83×10^{4}	1	10^{3}
1.356	13.83	138.3	10^{-3}	1

注：　1t·m=1000kg·m=9810N·m=9.81kN·m(≈10kN·m)

截面系数(截面模量)

$$1in^3=1.63871\times10^{-5}m^3$$
$$1ft^3=0.0283168m^3$$

截面惯性矩

$$1in^4=4.16232\times10^{-7}m^4$$
$$1ft^4=8.631\times10^{-3}m^4$$

第二章 单 跨 梁

第一节 概 述

一、符 号 说 明

本章中力及变形的正负号规定如下(图 2-1):

R——支座反力,作用方向向上者为正;

V——剪力,对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正;

M——弯矩,使截面上部受压、下部受拉者为正;

N——轴力,受拉为正;

θ——转角,顺时针方向旋转者为正;

f——挠度,向下变位者为正;

δ——轴向变位,拉伸变位为正。

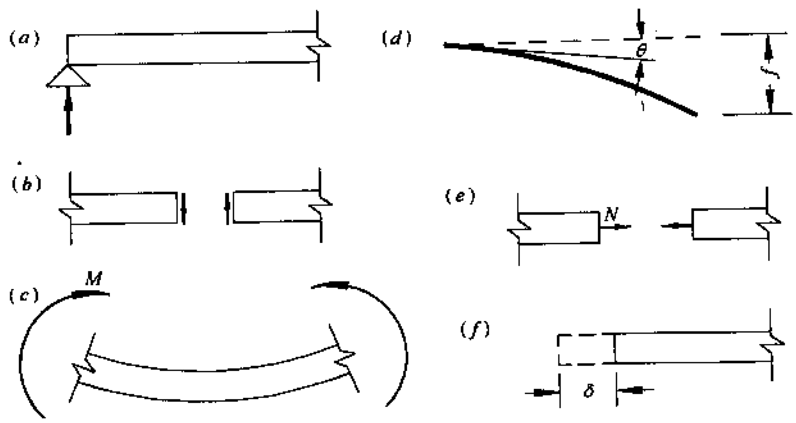


图 2-1

二、单 跨 静 定 梁

(一) 梁的支座反力 R、剪力 V 及弯矩 M 的求法。反力 R 可根据作用于结构上所有的力及支座反力的平衡条件求得。任意截面的剪力 V_x,即为此截面任一边所有外力(包括反力)平行于该截面的分力的代数和。任意截面的弯矩 M_x,即为此截面任一边所有外力(包括反力)对该截面形心轴的力矩的代数和。

(二) 梁的转角 θ 及挠度 f 的求法。

下面简单列举两种方法：

1. 积分法：图 2-2 中的虚线表示梁 AB 受荷载作用后挠曲线的形状，f_x 为该梁距 A 端为 x 处的挠度。对结构上常用的梁，在荷载作用下，曲率半径 ρ 是很大的。此时梁的挠曲线的微分方程可写为：

$$\frac{1}{\rho}=\frac{d^2f_x}{dx^2}=-\frac{M_x}{EI} \qquad (2-1)$$

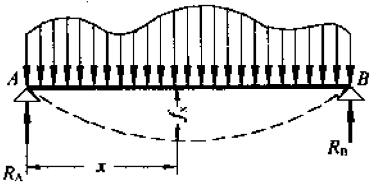


图 2-2

M_x 为 x 的函数。将上式逐次积分后得：

$$\left.\begin{aligned}\frac{df_x}{dx}&=\theta_x=-\int\frac{M_x}{EI}dx+C\\ f_x&=-\int dx\int\frac{M_x}{EI}dx+Cx+D\end{aligned}\right\} \qquad (2-2)$$

式中 C 和 D 为积分常数，可由边界条件或其他已知条件求得。

单跨梁的微分关系如下：

$$\frac{df_x}{dx}=\theta_x;\quad EI\frac{d\theta_x}{dx}=-M_x;$$

$$\frac{dM_x}{dx}=V_x;\quad \frac{dV_x}{dx}=-q_x \qquad (2-3)$$

由这些关系可以看出，若已知荷载 q_x 及支承情况，可将 q_x 依次积分求得 V_x、M_x、$EI\theta_x$ 及 EIf_x。相反，若已知梁挠曲线的方程 EIf_x，也可将 EIf_x 对 x 依次微分得 $EI\theta_x$、M_x、V_x 及 q_x。

2. 虚梁法（或称共轭梁法）：如将某根梁 AB（图 2-3a）在荷载作用下的 $\frac{M}{EI}$ 图视为一虚拟梁（图 2-3b）的荷载图，则此组实梁和虚梁有如下的关系：

(1) 实梁上任意点的转角 θ_x，等于虚梁上相对应点处的剪力 V_x^ϕ；

(2) 实梁上任意点的挠度 f_x，等于虚梁上相对应点的弯矩 M_x^ϕ。

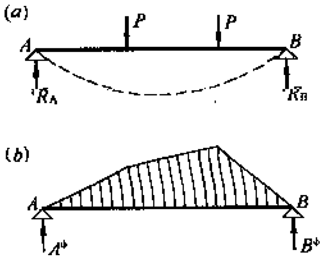


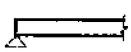
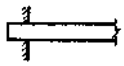
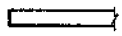
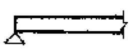
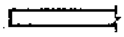
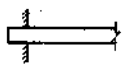
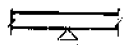
图 2-3

因此，求实梁的转角和挠度时，可转化为求虚梁的剪力和弯矩；计算时可采用大家所熟悉的静力平衡条件求得。为了符合本章正负号的规定，对虚梁上荷载的方向作如下的规定：实梁弯矩 M 为正值时，虚梁荷载 $\frac{M}{EI}$ 向下；实梁的 M 为负值时，虚梁荷载 $\frac{M}{EI}$ 向上。

虚梁的支承条件应根据实梁在支座处 θ 及 f 的边界条件确定，实梁与虚梁支座的转换关系列于表 2-1。

采用虚梁法计算等截面梁的转角和挠度时，虚梁的荷载可以采用实梁的弯矩图 M。此时，虚梁的剪力和弯矩，相应于实梁的 $EI\theta_x$ 和 EIf_x 值。

表 2-1

实梁	简支端  $\theta \neq 0$ 单值 $f=0$	固定端  $\theta = 0$ $f=0$	自由端  $\theta \neq 0$ 单值 $f \neq 0$ 单值	中间支座  $\theta \neq 0$ 单值 $f=0$	铰接  $\theta \neq 0$ 双值 $f \neq 0$ 单值
虚梁	简支端  $V^{\phi} \neq 0$ 单值 $M^{\phi}=0$	自由端  $V^{\phi}=0$ $M^{\phi}=0$	固定端  $V^{\phi} \neq 0$ 单值 $M^{\phi} \neq 0$ 单值	铰接  $V^{\phi} \neq 0$ 单值 $M^{\phi}=0$	中间支座  $V^{\phi} \neq 0$ 双值 $M^{\phi} \neq 0$ 单值

三、单跨超静定梁

(一) 梁的支座反力 R、剪力 V 及弯矩 M 的求法。要先解出赘余力，然后按静定梁处理，用静力平衡条件求出 R、V 及 M。下面叙述用虚梁原理求解一端固定或两端固定的等截面超静定梁的赘余力（固端弯矩）的方法。这个方法如与表 1-10 配合使用，则计算甚为简便。

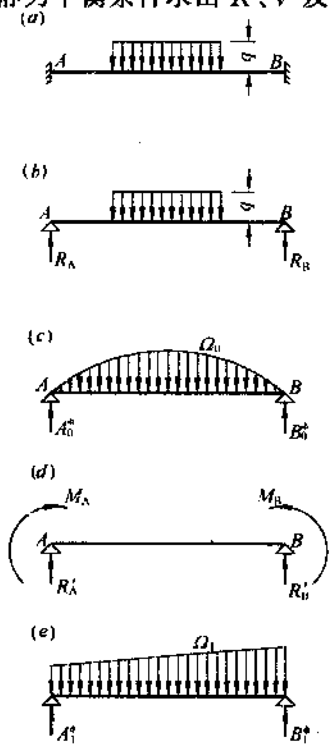


图 2-4

1．两端固定梁：图 2-4a 中两端固定梁 AB 的内力，等于图 2-4b 及图 2-4d 两简支梁内力之和。图 2-4c 及图 2-4e 是对应于上述两简支梁的两根虚梁。根据两端固定梁 AB 在其两端的转角为零的条件可知：

$$A_0^{\phi} + A_1^{\phi} = 0 \text{ 及 } B_0^{\phi} + B_1^{\phi} = 0$$

由此，得到如下的关系式：

$$\left.\begin{aligned} M_{\mathrm{A}} &= \frac{2\Omega_0}{l} - \frac{6A_0^{\phi}}{l} \\ M_{\mathrm{B}} &= \frac{2\Omega_0}{l} - \frac{6B_0^{\phi}}{l} \end{aligned}\right\} \tag{2-4}$$

式中　Ω_0——图 2-4b 中简支梁弯矩图的面积，即图 2-4c 中虚梁上虚荷载的总和；

A_0^{ϕ} 及 B_0^{ϕ}——图 2-4c 中虚梁的反力。

Ω_0、A_0^{ϕ} 及 B_0^{ϕ} 可由表 1-10 直接查得。

2．一端固定、一端简支梁：按上述相同的原理，图 2-5a 中一端固定、一端简支梁的固端弯矩 M_{B}，可根据固定端 $\theta_{\mathrm{B}}=0$ 的条件，得到如下的关系式：

$$M_B=-\frac{3B_0^{\phi}}{l} \tag{2-5}$$

式中 B_0^{ϕ}——图 2-5c 中虚梁 B 端的反力，同样可由表 1-10 查得。

（二）梁的转角 θ 及挠度 f 的求法。

1. 积分法：解出固端弯矩以后，将固端弯矩作为外力，梁的支承条件即变为两端简支的静定梁。因此，可以用静定梁求转角及挠度的方法计算。

2. 虚梁法：用虚梁原理求静定梁的转角及挠度的方法，在超静定梁中仍然适用。由实梁（两端固定或一端固定）在固定端处转角 θ 及挠度 f 的条件得出的虚梁支承条件，使虚梁成几何可变的结构。但由于虚荷载（一端固定另一端简支时包括简支端的虚反力）成为自相平衡的力系。因此，仍可按静力平衡条件求得虚梁的剪力 V_x 及弯矩 M_x，亦即求得了实梁上的转角 θ_x 及挠度 f_x。

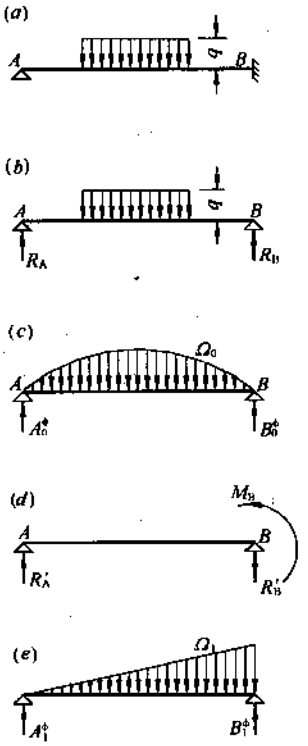


图 2-5

【例题 2-1】 已知梁 AB 为一端固定另一端简支的单跨等截面超静定梁（图 2-6a）。求算该梁在图中所示荷载的作用下，固端弯矩 M_B^{F}、A 点的转角以及跨度中点的转角和挠度。

【解】 由表 1-10 可求出在外荷载作用下简支梁的虚梁反力 A_0^{ϕ}、B_0^{ϕ}（图 2-6b）：

$$A_0^{\phi}=\frac{Pab}{6}(1+\beta)=\frac{1\times1\times3}{6}\left(1+\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{8};$$

$$B_0^{\phi}=\frac{Pab}{6}(1+\alpha)=\frac{1\times1\times3}{6}\left(1+\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{8}$$

代入公式(2-5)得：

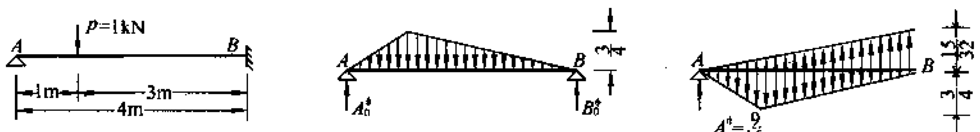


图 2-6

$$M_B=-3\frac{B_0^{\phi}}{l}=-3\times\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}=-\frac{15}{32}\text{kN}\cdot\text{m}$$

如将 M_B 图作为虚荷载作用在简支虚梁上，则虚反力可由表 1-10 查得：

$$A_1^{\phi}=\frac{M_Bl}{6}=-\frac{15}{32}\times\frac{4}{6}=-\frac{5}{16};$$

$$B_1^{\phi}=\frac{M_Bl}{3}=-\frac{15}{32}\times\frac{4}{3}=-\frac{5}{8}$$

虚梁的总反力为：

$$A^{\phi} = A_0^{\phi} + A_1^{\phi} = \frac{7}{8} - \frac{5}{16} = \frac{9}{16}$$

$$B^{\phi} = B_0^{\phi} + B_1^{\phi} = \frac{5}{8} - \frac{5}{8} = 0$$

因此，根据表 2-1 将图 2-6*a* 中实梁的支承条件转换成图 2-6*c* 中虚梁的支承条件(几何可变)时，虚荷载和简支端反力 A^{ϕ} 仍成为平衡的力系，故可求出下列数值：

A 点的转角：

$$EI\theta_A = V_A^{\phi} = A^{\phi} = \frac{9}{16}$$

$$\theta_A = \frac{9}{16EI}$$

跨度中点的转角：

$$EI\theta_{\frac{l}{2}} = V_{\frac{l}{2}}^{\phi} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{15}{64} + \frac{15}{32}\right) \times 2 = -\frac{13}{64};$$

$$\theta_{\frac{l}{2}} = -\frac{13}{64EI}$$

跨度中点的挠度：

$$EIf_{\frac{l}{2}} = M_{\frac{l}{2}}^{\phi} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{32} \times 2 \times \frac{2 \times 2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{64} \times 2 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{43}{96};$$

$$f_{\frac{l}{2}} = \frac{43}{96EI}$$

四、内力及变位的叠加

表 2-2 至 2-6 列出了单跨等截面梁在各种支承条件下及各种荷载作用下，梁的内力及变位的计算公式。如果表中有些荷载形式不满足实际需要时，还可利用叠加原理求得，图 2-7为几种叠加的示例。

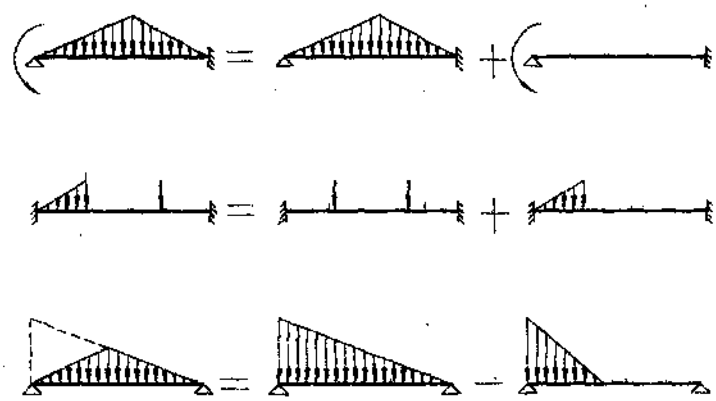
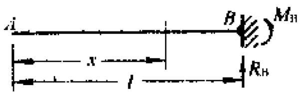
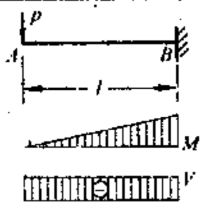
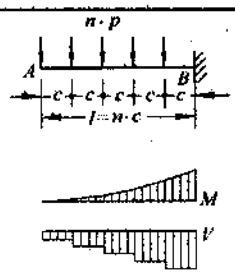
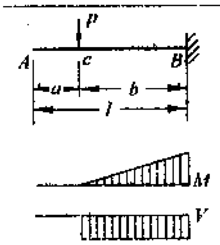
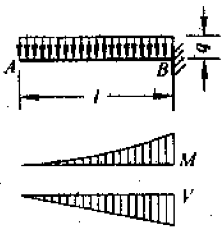


图 2-7

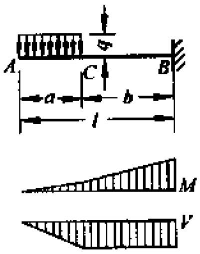
第二节　单跨梁的内力及变位计算公式

一、悬　臂　梁

表 2-2

	$\xi=\frac{x}{l}$；$\alpha=\frac{a}{l}$；$\beta=\frac{b}{l}$；$\gamma=\frac{c}{l}$ a、b、c——见各栏图中所示
 $R_B=P$, $V_x=-P$； $M_B=-Pl$； $M_x=-Px$ $\theta_x=-\frac{Pl^2}{2EI}(1-\xi^2)$； $\theta_A=-\frac{Pl^2}{2EI}$ $f_x=\frac{Pl^3}{6EI}(2-3\xi+\xi^3)$； $f_A=\frac{Pl^3}{3EI}$	 $R_B=nP$ $M_B=-\frac{n+1}{2}Pl$ $\theta_A=-\frac{2n^2+3n+1}{12nEI}Pl^2$ $f_A=\frac{3n^2+4n+1}{24nEI}Pl^3$
 $R_B=P$ AC 段：$V_x=0$； CB 段：$V_x=-P$ $M_B=-Pb$； AC 段：$M_x=0$； CB 段：$M_x=-P(x-a)$ $\theta_A=-\frac{Pb^2}{2EI}$ AC 段：$f_x=\frac{Pb^2l}{6EI}(3-\beta-3\xi)$； CB 段：$f_x=\frac{Pb^3}{6EI}\left[2-3\frac{x-a}{b}+\frac{(x-a)^3}{b^3}\right]$； $f_A=\frac{Pb^2l}{6EI}(3-\beta)$	 $R_B=ql$ $V_x=-qx$ $M_B=-\frac{ql^2}{2}$； $M_x=-\frac{qx^2}{2}$ $\theta_x=-\frac{ql^3}{6EI}(1-\xi^3)$； $\theta_A=-\frac{ql^3}{6EI}$ $f_x=\frac{ql^4}{24EI}(3-4\xi+\xi^4)$； $f_A=\frac{ql^4}{8EI}$

续表



$R_B = qa$

AC段：$V_x = -qx$；

CB段：$V_x = -qa$

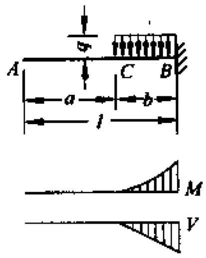
$M_B = -\frac{qal}{2}(2-\alpha)$；

AC段：$M_x = -\frac{qx^2}{2}$；

CB段：$M_x = -qa\left(x - \frac{a}{2}\right)$

$\theta_A = -\frac{ql^3}{6EI}(1-\beta^3)$

$f_A = \frac{ql^4}{24EI}(3 - 4\beta^3 + \beta^4)$



$R_B = qb$

AC段：$V_x = 0$；

CB段：$V_x = -q(x-a)$

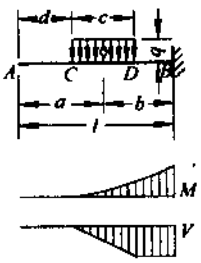
$M_B = -\frac{qb^2}{2}$；

AC段：$M_x = 0$

CB段：$M_x = -\frac{q}{2}(x-a)^2$

$\theta_A = -\frac{qb^3}{6EI}$

$f_A = \frac{qb^3 l}{24EI}(4-\beta)$



$a = d + \frac{c}{2}$

$R_B = qc$

AC段：$V_x = 0$；

CD段：$V_x = -q(x-d)$；

DB段：$V_x = -qc$

$M_B = -qcb$；

AC段：$M_x = 0$；

CD段：$M_x = -\frac{q}{2}(x-d)^2$；

DB段：$M_x = -qc(x-a)$

AC段：$\theta_x = \theta_A = -\frac{qc}{24EI}(12b^2 + c^2)$；

CD段：$\theta_x = -\frac{qc}{24EI}\left[12b^2 + c^2 - 4\frac{(x-d)^3}{c}\right]$；

DB段：$\theta_x = -\frac{qc}{2EI}[b^2 - (x-a)^2]$

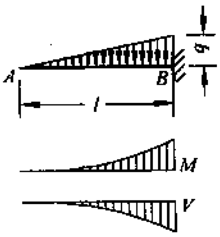
AC段：$f_x = \frac{qc}{24EI}[12b^2 l - 4b^3 + ac^2 - (12b^2 + c^2)x]$；

CD段：$f_x = \frac{qc}{24EI}\left[12b^2 l - 4b^3 + ac^2 - (12b^2 + c^2)x + \frac{(x-d)^4}{c}\right]$；

DB段：$f_x = \frac{qc}{6EI}[3b^2 l - b^3 - 3b^2 x + (x-a)^3]$；

$f_A = \frac{qc}{24EI}(12b^2 l - 4b^3 + ac^2)$

续表



$$q_x = q\frac{x}{l}$$

$$R_B = \frac{ql}{2}$$

$$V_x = -\frac{qx^2}{2l}$$

$$M_B = -\frac{ql^2}{6};$$

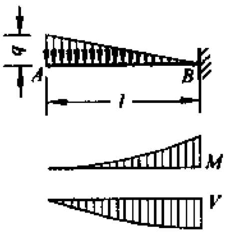
$$M_x = -\frac{qx^3}{6l}$$

$$\theta_x = -\frac{ql^3}{24EI}(1-\xi^4);$$

$$\theta_A = -\frac{ql^3}{24EI}$$

$$f_x = \frac{ql^4}{120EI}(4-5\xi+\xi^5);$$

$$f_A = \frac{ql^4}{30EI}$$



$$q_x = q(1-\xi)$$

$$R_B = \frac{ql}{2}$$

$$V_x = -\frac{qx}{2}(2-\xi)$$

$$M_B = -\frac{ql^2}{3}$$

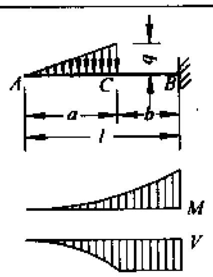
$$M_x = -\frac{qx^2}{6}(3-\xi)$$

$$\theta_x = -\frac{ql^3}{24EI}(3-4\xi^3+\xi^4);$$

$$\theta_A = -\frac{ql^3}{8EI}$$

$$f_x = \frac{ql^4}{120EI}(11-15\xi+5\xi^4-\xi^5);$$

$$f_A = \frac{11ql^4}{120EI}$$



$$R_B = \frac{qa}{2}$$

AC 段：$V_x = -\frac{qx^2}{2a};$

CB 段：$V_x = -\frac{qa}{2}$

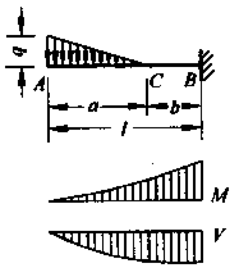
$$M_B = -\frac{qal}{6}(3-2\alpha)$$

AC 段：$M_x = -\frac{qx^3}{6a};$

CB 段：$M_x = -\frac{qa}{6}(3x-2a)$

$$\theta_A = -\frac{qal^2}{24EI}(6-8\alpha+3\alpha^2)$$

$$f_A = \frac{qal^3}{30EI}(5-5\alpha+\alpha^3)$$



$$R_B = \frac{qa}{2}$$

AC 段：$V_x = -\frac{qx}{2a}(2a-x);$

CB 段：$V_x = -\frac{qa}{2}$

$$M_B = -\frac{qal}{6}(3-\alpha);$$

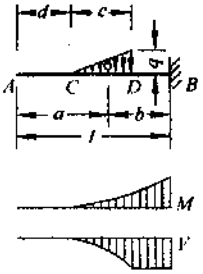
AC 段：$M_x = -\frac{qx^2}{6a}(3a-x);$

CB 段：$M_x = -\frac{qa}{6}(3x-a)$

$$\theta_A = -\frac{qal^2}{24EI}(6-4\alpha+\alpha^2)$$

$$f_A = \frac{qal^3}{120EI}(20-10\alpha+\alpha^3)$$

续表



$a = d + \frac{2c}{3}$

$$R_B = \frac{qc}{2}$$

$$AC\text{段}:\ V_x = 0;$$

$$CD\text{段}:\ V_x = -\frac{q(x-d)^2}{2c};$$

$$DB\text{段}:\ V_x = -\frac{qc}{2}\quad M_B = -\frac{qcb}{2};$$

$$AC\text{段}:\ M_x = 0;$$

$$CD\text{段}:\ M_x = -\frac{q(x-d)^3}{6c};$$

$$DB\text{段}:\ M_x = -\frac{qc}{2}(x-a)$$

$$AC\text{段}:\ \theta_x = \theta_A = -\frac{qc}{72EI}(18b^2 + c^2);$$

$$CD\text{段}:\ \theta_x = -\frac{qc}{72EI}\left[18b^2 + c^2 - 3\frac{(x-d)^4}{c^2}\right];$$

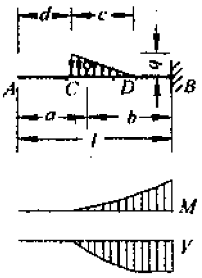
$$DB\text{段}:\ \theta_x = -\frac{qc}{4EI}[b^2 - (x-a)^2]$$

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{qc}{72EI}\left[18b^2 l - 6b^3 + ac^2 - \frac{2c^3}{45} - (18b^2 + c^2)x\right];$$

$$CD\text{段}:\ f_x = \frac{qc}{72EI}\left[18b^2 l - 6b^3 + ac^2 - \frac{2c^3}{45} - (18b^2 + c^2)x + \frac{3(x-d)^5}{5c^2}\right];$$

$$DB\text{段}:\ f_x = \frac{qc}{12EI}[3b^2 l - b^3 - 3b^2 x + (x-a)^3];$$

$$f_A = \frac{qc}{72EI}\left(18b^2 l - 6b^3 + ac^2 - \frac{2c^3}{45}\right)$$



$a = d + \frac{c}{3}$

$$R_B = \frac{qc}{2}$$

$$AC\text{段}:\ V_x = 0;$$

$$CD\text{段}:\ V_x = -qc\left[\frac{x-d}{c} - \frac{(x-d)^2}{2c^2}\right];$$

$$DB\text{段}:\ V_x = -\frac{qc}{2}$$

$$M_B = -\frac{qcb}{2};$$

$$AC\text{段}:\ M_x = 0;$$

$$CD\text{段}:\ M_x = -\frac{qc}{2}\left[\frac{(x-d)^2}{c} - \frac{(x-d)^3}{3c^2}\right];$$

$$DB\text{段}:\ M_x = -\frac{qc}{2}(x-a)$$

$$AC\text{段}:\ \theta_x = \theta_A = -\frac{qc}{72EI}(18b^2 + c^2);$$

$$CD\text{段}:\ \theta_x = -\frac{qc}{72EI}\left[18b^2 + c^2 - 12\frac{(x-d)^3}{c} + 3\frac{(x-d)^4}{c^2}\right];$$

$$DB\text{段}:\ \theta_x = -\frac{qc}{4EI}[b^2 - (x-a)^2]$$

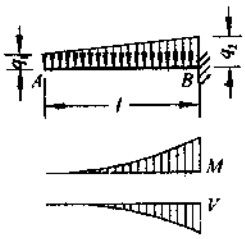
$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{qc}{72EI}\left[18b^2 l - 6b^3 + ac^2 + \frac{2c^3}{45} - (18b^2 + c^2)x\right];$$

$$CD\text{段}:\ f_x = \frac{qc}{72EI}\left[18b^2 l - 6b^3 + ac^2 + \frac{2c^3}{45} - (18b^2 + c^2)x + 3\frac{(x-d)^4}{c} - \frac{3(x-d)^5}{5c^2}\right];$$

$$DB\text{段}:\ f_x = \frac{qc}{12EI}[3b^2 l - b^3 - 3b^2 x + (x-a)^3];$$

$$f_A = \frac{qc}{72EI}\left(18b^2 l - 6b^3 + ac^2 + \frac{2c^3}{45}\right)$$

续表



$$q_0 = q_2 - q_1$$

$$R_B = \frac{1}{2}(q_1 + q_2)l$$

$$V_x = -q_1 x - \frac{q_0 x^2}{2l}$$

$$M_B = -\frac{1}{6}(2q_1 + q_2)l^2$$

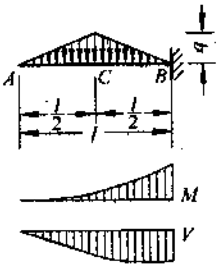
$$M_x = -\frac{q_1 x^2}{2} - \frac{q_0 x^3}{6l}$$

$$\theta_x = -\frac{l^3}{24EI}[4q_1(1-\xi^3) + q_0(1-\xi^4)]$$

$$\theta_A = -\frac{(3q_1 + q_2)l^3}{24EI}$$

$$f_x = \frac{l^4}{120EI}[5q_1(3-4\xi+\xi^4) + q_0(4-5\xi+\xi^5)]$$

$$f_A = \frac{(11q_1 + 4q_2)l^4}{120EI}$$



$$R_B = \frac{ql}{2}$$

AC 段：$V_x = -\frac{qx^2}{l}$

CB 段：$V_x = \frac{ql}{2} \times (1 - 4\xi + 2\xi^2)$

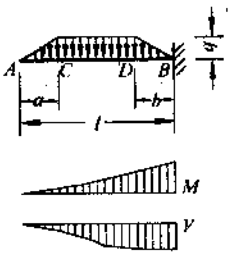
$$M_B = -\frac{ql^2}{4}$$

AC 段：$M_x = -\frac{qx^3}{3l}$

CB 段：$M_x = -\frac{ql^2}{12} \times (1 - 6\xi + 12\xi^2 - 4\xi^3)$

$$\theta_A = -\frac{7ql^3}{96EI}$$

$$f_A = \frac{11ql^4}{192EI}$$



$$R_B = ql(1-\alpha)$$

AC 段：$V_x = -\frac{qx^2}{2a}$；

CD 段：$V_x = -\frac{q}{2}(2x - a)$；

DB 段：$V_x = \frac{ql^2}{2a}(1-\xi)^2 - R_B$

$$M_B = -\frac{ql^2}{2}(1-\alpha);$$

AC 段：$M_x = -\frac{qx^3}{6a}$；

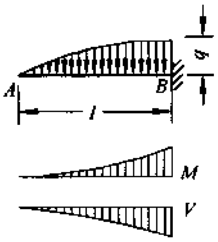
CD 段：$M_x = -\frac{q}{6}(3x^2 - 3ax + a^2)$；

DB 段：$M_x = -\frac{ql^3}{6a}(1-\xi)^3 + M_B + R_B l(1-\xi)$

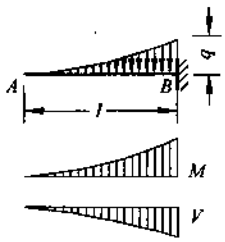
$$\theta_A = -\frac{ql^3}{12EI}(2 - 3\alpha + 2\alpha^2 - \alpha^3)$$

$$f_A = \frac{ql^4}{24EI}(3 - 4\alpha + 2\alpha^2 - \alpha^3)$$

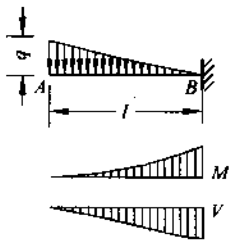
续表



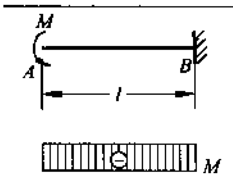
$$q_x = q(2\xi - \xi^2)$$
$$R_B = \frac{2ql}{3}$$
$$V_x = -\frac{qx^2}{3l}(3 - \xi)$$
$$M_B = -\frac{ql^2}{4};$$
$$M_x = -\frac{qx^3}{12l}(4 - \xi)$$
$$\theta_x = -\frac{ql^3}{60EI}(4 - 5\xi^4 + \xi^5);$$
$$\theta_A = -\frac{ql^3}{15EI}$$
$$f_x = \frac{ql^4}{360EI}(19 - 24\xi + 6\xi^5 - \xi^6);$$
$$f_A = \frac{19ql^4}{360EI}$$



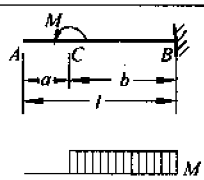
$$q_x = \frac{qx^2}{l^2}$$
$$R_B = \frac{ql}{3}$$
$$V_x = -\frac{qx^3}{3l^2}$$
$$M_B = -\frac{ql^2}{12};$$
$$M_x = -\frac{qx^4}{12l^2}$$
$$\theta_x = -\frac{ql^3}{60EI}(1 - \xi^5);$$
$$\theta_A = -\frac{ql^3}{60EI}$$
$$f_x = \frac{ql^4}{360EI}(5 - 6\xi + \xi^6);$$
$$f_A = \frac{ql^4}{72EI}$$



$$q_x = q(1 - \xi)^2$$
$$R_B = \frac{ql}{3}$$
$$V_x = -\frac{qx}{3}(3 - 3\xi + \xi^2)$$
$$M_B = -\frac{ql^2}{4};$$
$$M_x = -\frac{qx^2}{12}(6 - 4\xi + \xi^2)$$
$$\theta_x = -\frac{ql^3}{60EI}(6 - 10\xi^3 + 5\xi^4 - \xi^5);$$
$$\theta_A = -\frac{ql^3}{10EI}$$
$$f_x = \frac{ql^4}{360EI}(26 - 36\xi + 15\xi^4 - 6\xi^5 + \xi^6);$$
$$f_A = \frac{13ql^4}{180EI}$$



$$R_B = 0$$
$$V_x = 0$$
$$M_B = M_x = -M$$
$$\theta_x = -\frac{Ml}{EI}(1 - \xi);$$
$$\theta_A = -\frac{Ml}{EI}$$
$$f_x = \frac{Ml^2}{2EI}(1 - \xi)^2;$$
$$f_A = \frac{Ml^2}{2EI}$$



$$R_B = 0$$
$$V_x = 0$$
AC 段：$M_x = 0$；

CB 段：$M_x = M_B = -M$

AC 段：$\theta_x = \theta_A = -\frac{Mb}{EI}$；

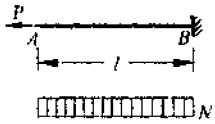
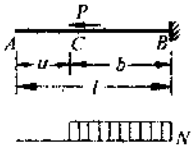
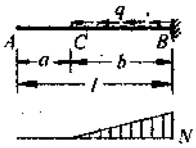
CB 段：$\theta_x = -\frac{Ml}{EI}(1 - \xi)$

AC 段：$f_x = \frac{Mbl}{2EI}(2 - \beta - 2\xi)$；

CB 段：$f_x = \frac{Ml^2}{2EI}(1 - \xi)^2$；

$$f_A = \frac{Mbl}{2EI}(2 - \beta)$$

续表

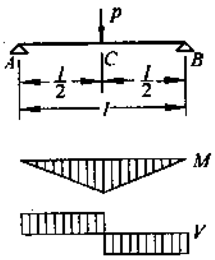
 $V_x=0$ $M_x=0$ $\theta_x=0$ $f_x=0$ $N_B=N_x=P$ $\delta_x=\frac{Pl}{EA}(1-\xi)$; $\delta_A=\frac{Pl}{EA}$	 $V_x=0$ $M_x=0$ $\theta_x=0$ $f_x=0$. AC 段：$N_x=0$ CB 段：$N_x=P$; $N_B=P$ AC 段：$\delta_x=\frac{Pb}{EA}$; CB 段：$\delta_x=\frac{Pl}{EA}(1-\xi)$; $\delta_A=\frac{Pb}{EA}$
 $V_x=0$ $M_x=0$ $\theta_x=0$ $f_x=0$ $N_x=qx$; $N_B=ql$ $\delta_x=\frac{ql^2}{2EA}(1-\xi^2)$; $\delta_A=\frac{ql^2}{2EA}$	 $V_x=0$ $M_x=0$ $\theta_x=0$ $f_x=0$ AC 段：$N_x=0$ CB 段：$N_x=q(x-a)$ $N_B=qb$ AC 段：$\delta_x=\frac{qb^2}{2EA}$; CB 段：$\delta_x=\frac{q}{2EA}(x-a+b)(l-x)$; $\delta_A=\frac{qb^2}{2EA}$

二、简　支　梁

表 2-3

	$\xi=\frac{x}{l}$；$\zeta=\frac{x'}{l}$；$\alpha=\frac{a}{l}$；$\beta=\frac{b}{l}$；$\gamma=\frac{c}{l}$；ω 值见表 1-11 a、b、c——见各栏图中所示

续表



$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$

AC 段：$V_x = \frac{P}{2}$；

CB 段：$V_x = -\frac{P}{2}$

AC 段：$M_x = \frac{Px}{2}$；

CB 段：$M_x = \frac{Pl}{2}(1-\xi)$；

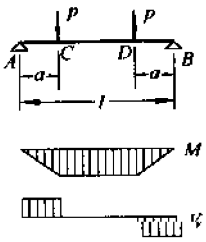
$$M_c = M_{max} = \frac{Pl}{4}$$

AC 段：$\theta_x = \frac{Pl^2}{16EI}(1-4\xi^2)$；

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{Pl^2}{16EI}$$

AC 段：$f_x = \frac{Pl^4x}{48EI}(3-4\xi^2)$；

$$f_c = f_{max} = \frac{Pl^3}{48EI}$$



$$R_A = R_B = P$$

AC 段：$V_x = P$

CD 段：$V_x = 0$

AC 段：$M_x = Px$

CD 段：$M_x = M_{max} = Pa$

AC 段：$\theta_x = \frac{Pl^2}{2EI}(\omega_{R\alpha} - \xi^2)$

CD 段：$\theta_x = \frac{Pal}{2EI}(1-2\xi)$

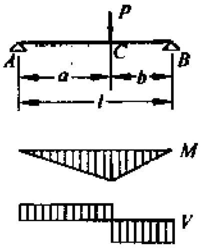
$$\theta_A = -\theta_B = \frac{Pal}{2EI}(1-\alpha) = \frac{Pl^2}{2EI}\omega_{R\alpha}$$

AC 段：$f_x = \frac{Pl^2x}{6EI}(3\omega_{R\alpha} - \xi^2)$；

CD 段：$f_x = \frac{Pal^2}{6EI}(-a^2 + 3\omega_{R\xi})$；

$$f_{max} = \frac{Pal^2}{24EI}(3-4a^2)$$

续表



$$R_A = \frac{Pb}{l}$$

$$R_B = \frac{Pa}{l}$$

$$AC\text{段：}V_x = \frac{Pb}{l}$$

$$CB\text{段：}V_x = -\frac{Pa}{l}$$

$$AC\text{段：}M_x = \frac{Pbx}{l}$$

$$CB\text{段：}M_x = Pa(1-\xi);$$

$$M_c = M_{max} = \frac{Pab}{l} = Pl\omega_{R\alpha}$$

$$AC\text{段：}\theta_x = -\frac{Pbl}{6EI}(\omega_{M\xi} + \beta^2);$$

$$CB\text{段：}\theta_x = \frac{Pal}{6EI}(\omega_{M\zeta} + \alpha^2);$$

$$\theta_A = \frac{Pbl}{6EI}(1-\beta^2) = \frac{Pl^2}{6EI}\omega_{D\beta};$$

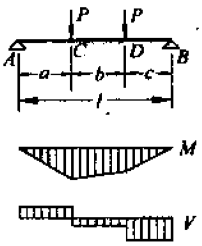
$$\theta_B = -\frac{Pal}{6EI}(1-\alpha^2) = -\frac{Pl^2}{6EI}\omega_{D\alpha}.$$

$$AC\text{段：}f_x = \frac{Pbl^2}{6EI}(\omega_{D\xi} - \beta^2\xi)$$

$$CB\text{段：}f_x = \frac{Pal^2}{6EI}(\omega_{D\zeta} - \alpha^2\zeta);$$

$$f_c = \frac{Pa^2b^2}{3EIl} = \frac{Pl^3}{3EI}\omega_{R\alpha}^2$$

$$\text{若 } a > b\text{，当 } x = \sqrt{\frac{a}{3}(a+2b)}\text{：}f_{max} = \frac{Pb}{9EIl}\sqrt{\frac{(a^2+2ab)^3}{3}}$$



$$R_A = \frac{P}{l}(2c+b);$$

$$R_B = \frac{P}{l}(2a+b)$$

$$AC\text{段：}V_x = \frac{P}{l}(2c+b);$$

$$CD\text{段：}V_x = \frac{P}{l}(c-a);$$

$$DB\text{段：}V_x = -\frac{P}{l}(2a+b)$$

$$AC\text{段：}M_x = \frac{P}{l}(2c+b)x;$$

$$CD\text{段：}M_x = \frac{P}{l}[(c-a)x + al];$$

$$DB\text{段：}M_x = \frac{P}{l}(2a+b)(l-x);$$

$$\text{若 } a > c\text{：}M_c = M_{max} = \frac{Pa}{l}(2c+b)$$

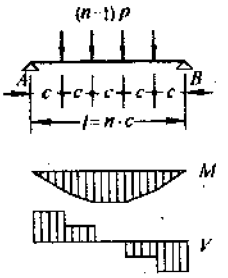
$$\theta_A = \frac{P}{6EIl}[(2a+c)l^2 - 3a^2l + a^3 - c^3];$$

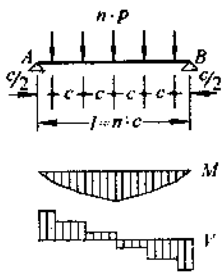
$$\theta_B = -\frac{P}{6EIl}[(2c+a)l^2 - 3c^2l + c^3 - a^3]$$

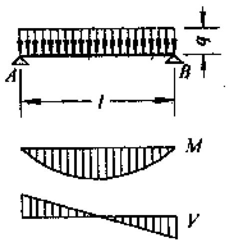
$$f_C = \frac{Pa}{6EIl}[(2a+c)l^2 - 4a^2l + 2a^3 - a^2c - c^3];$$

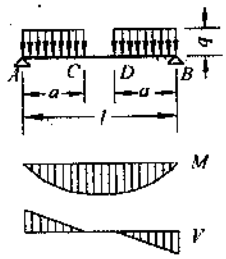
$$f_D = \frac{Pc}{6EIl}[(2c+a)l^2 - 4c^2l + 2c^3 - ac^2 - a^3]$$

续表

<table>
<tr>
<td>


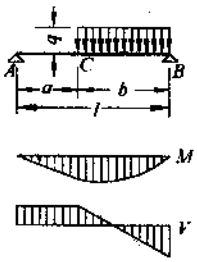
$R_A = R_B = \frac{n-1}{2}P$
当 n 为奇数：
$M_{max} = \frac{n^2-1}{8n}Pl$；
当 n 为偶数：
$M_{max} = \frac{n}{8}Pl$
$\theta_A = -\theta_B = \frac{n^2-1}{24nEI}Pl^2$
当 n 为奇数：
$f_{max} = \frac{5n^4-4n^2-1}{384n^3EI}Pl^3$；
当 n 为偶数：
$f_{max} = \frac{5n^2-4}{384nEI}Pl^3$
</td>
<td>


$R_A = R_B = \frac{n}{2}P$
当 n 为奇数：
$M_{max} = \frac{n^2+1}{8n}Pl$；
当 n 为偶数：
$M_{max} = \frac{n}{8}Pl$
$\theta_A = -\theta_B = \frac{2n^2+1}{48nEI}Pl^2$
当 n 为奇数：
$f_{max} = \frac{5n^4+2n^2+1}{384n^3EI}Pl^3$；
当 n 为偶数：
$f_{max} = \frac{5n^2+2}{384nEI}Pl^3$.
</td>
</tr>
<tr>
<td>


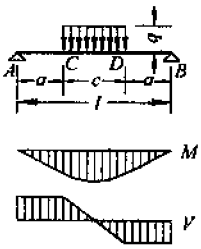
$R_A = R_B = \frac{ql}{2}$
$V_x = \frac{ql}{2}(1-2\xi)$
$M_x = \frac{qlx}{2}(1-\xi)$
$= \frac{ql^2}{2}\omega_{R\xi}$；
$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$
$\theta_x = \frac{ql^3}{24EI}(1-6\xi^2+4\xi^3)$；
$\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{24EI}$
$f_x = \frac{ql^3x}{24EI}(1-2\xi^2+\xi^3) = \frac{ql^4}{24EI}\omega_{\varphi\xi}$；
$f_{max} = \frac{5ql^4}{384EI}$
</td>
<td>


$R_A = R_B = qa$
AC 段：$V_x = q(a-x)$；
CD 段：$V_x = 0$
AC 段：$M_x = \frac{qx}{2}(2a-x)$；
CD 段：$M_x = M_{max} = \frac{qa^2}{2}$
$\theta_A = -\theta_B = \frac{qa^2l}{12EI}(3-2\alpha)$
$f_{max} = \frac{qa^2l^2}{48EI}(3-2\alpha^2)$
</td>
</tr>
</table>

续表

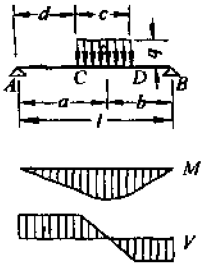


$$R_A=\frac{qb^2}{2l};$$
$$R_B=\frac{qb}{2}(2-\beta)$$
$$AC\text{段}:V_x=\frac{qb^2}{2l};$$
$$CB\text{段}:V_x=\frac{qb}{2}\left[\beta-\frac{2(x-a)}{b}\right]$$
$$AC\text{段}:M_x=\frac{qb^2x}{2l};$$
$$CB\text{段}:M_x=\frac{qb^2}{2}\left[\xi-\frac{(x-a)^2}{b^2}\right];$$
$$\text{当}\ x=a+\frac{b^2}{2l}:M_{max}=\frac{qb^2}{8}(2-\beta)^2$$
$$AC\text{段}:\theta_x=\frac{qb^2l}{24EI}(2-\beta^2-6\xi^2);$$
$$CB\text{段}:\theta_x=\frac{qb^2l}{24EI}\left[2-\beta^2-6\xi^2+\frac{4(x-a)^3}{b^2l}\right];$$
$$\theta_A=\frac{qb^2l}{24EI}(2-\beta^2);$$
$$\theta_B=-\frac{qb^2l}{24EI}(2-\beta)^2$$
$$AC\text{段}:f_x=\frac{qb^2lx}{24EI}(2-\beta^2-2\xi^2);$$
$$CB\text{段}:f_x=\frac{qb^2l^2}{24EI}\left[(2-\beta^2-2\xi^2)\xi+\frac{(x-a)^4}{b^2l^2}\right]$$



$$R_A=R_B=\frac{qc}{2}$$
$$AC\text{段}:V_x=\frac{qc}{2};$$
$$CD\text{段}:V_x=\frac{q}{2}[c-2(x-a)]$$
$$AC\text{段}:M_x=\frac{qcx}{2};$$
$$CD\text{段}:M_x=\frac{q}{2}[cx-(x-a)^2];$$
$$M_{max}=\frac{qcl}{8}(2-\gamma)$$
$$AC\text{段}:\theta_x=\frac{qcl^2}{48EI}(3-\gamma^2-12\xi^2);$$
$$CD\text{段}:\theta_x=\frac{qcl^2}{48EI}\left[3-\gamma^2-12\xi^2+\frac{8(x-a)^3}{cl^2}\right];$$
$$\theta_A=-\theta_B=\frac{qcl^2}{48EI}(3-\gamma^2)$$
$$AC\text{段}:f_x=\frac{qcl^2x}{48EI}(3-\gamma^2-4\xi^2);$$
$$CD\text{段}:f_x=\frac{qcl^3}{48EI}\left[(3-\gamma^2-4\xi^2)\xi+\frac{2(x-a)^4}{cl^3}\right];$$
$$f_{max}=\frac{qcl^3}{384EI}(8-4\gamma^2+\gamma^3)$$

续表



$a = d + \frac{c}{2}$

$$R_A = \frac{qcb}{l};R_B = \frac{qca}{l}$$

$$AC段:\ V_x = \frac{qcb}{l};$$

$$CD段:\ V_x = qc\left(\frac{b}{l} - \frac{x-d}{c}\right);$$

$$DB段:\ V_x = -\frac{qca}{l}$$

$$AC段:\ M_x = \frac{qcbx}{l};$$

$$CD段:\ M_x = qc\left[\frac{bx}{l} - \frac{(x-d)^2}{2c}\right];$$

$$DB段:\ M_x = qca\left(1 - \frac{x}{l}\right);$$

$$当\ x = d + \frac{cb}{l}:M_{max} = \frac{qcb}{l}\left(d + \frac{cb}{2l}\right)$$

$$AC段:\ \theta_x = \frac{qcb}{24EI}\left(4l - 4\frac{b^2}{l} - \frac{c^2}{l} - 12\frac{x^2}{l}\right);$$

$$CD段:\ \theta_x = \frac{qcb}{24EI}\left[4l - 4\frac{b^2}{l} - \frac{c^2}{l} - 12\frac{x^2}{l} + 4\frac{(x-d)^3}{bc}\right];$$

$$DB段:\ \theta_x = \frac{qc}{24EI}\left[4bl - 4\frac{b^3}{l} + \frac{ac^2}{l} - 12\frac{bx^2}{l} + 12(x-a)^2\right];$$

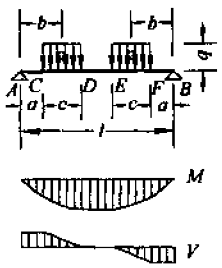
$$\theta_A = \frac{qcb}{24EI}\left(4l - 4\frac{b^2}{l} - \frac{c^2}{l}\right);$$

$$\theta_B = -\frac{qca}{24EI}\left(4l - 4\frac{a^2}{l} - \frac{c^2}{l}\right)$$

$$AC段:\ f_x = \frac{qcb}{24EI}\left[\left(4l - 4\frac{b^2}{l} - \frac{c^2}{l}\right)x - 4\frac{x^3}{l}\right];$$

$$CD段:\ f_x = \frac{qcb}{24EI}\left[\left(4l - 4\frac{b^2}{l} - \frac{c^2}{l}\right)x - 4\frac{x^3}{l} + \frac{(x-d)^4}{bc}\right];$$

$$DB段:\ f_x = \frac{qc}{24EI}\left\{4b\left(l - \frac{b^2}{l}\right)x - 4\frac{bx^3}{l} + 4(x-a)^3 - ac^2\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right\}$$



$b = a + \frac{c}{2}$

$$R_A = R_B = qc$$

$$AC段:\ V_x = qc;$$

$$CD段:\ V_x = qc\left(1 - \frac{x-a}{c}\right);$$

$$DE段:\ V_x = 0$$

$$AC段:\ M_x = qcx;$$

$$CD段:\ M_x = qc\left[x - \frac{(x-a)^2}{2c}\right];$$

$$DE段:\ M_x = M_{max} = qcb$$

$$AC段:\ \theta_x = \frac{qc}{2EI}\left(lb - b^2 - \frac{c^2}{12} - x^2\right);$$

$$CD段:\ \theta_x = \frac{qc}{2EI}\left[lb - b^2 - \frac{c^2}{12} - x^2 + \frac{(x-a)^3}{3c}\right];$$

$$DE段:\ \theta_x = \frac{qcb}{2EI}(l - 2x);$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{qc}{2EI}\left(lb - b^2 - \frac{c^2}{12}\right)$$

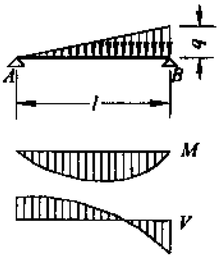
$$AC段:f_x = \frac{qc}{2EI}\left[\left(lb - b^2 - \frac{c^2}{12}\right)x - \frac{x^3}{3}\right];$$

$$CD段:\ f_x = \frac{qc}{2EI}\left[\left(lb - b^2 - \frac{c^2}{12}\right)x - \frac{x^3}{3} + \frac{(x-a)^4}{12c}\right];$$

$$DE段:\ f_x = \frac{qcb}{2EI}\left(lx - x^2 - \frac{b^2}{3} - \frac{c^2}{12}\right);$$

$$f_{max} = \frac{qcb}{2EI}\left(\frac{l^2}{4} - \frac{b^2}{3} - \frac{c^2}{12}\right)$$

续表



$$R_A = \frac{ql}{6};R_B = \frac{ql}{3}$$

$$V_x = \frac{ql}{6}(1-3\xi^2) = -\frac{ql}{6}\omega_{M\xi}$$

$$M_x = \frac{qlx}{6}(1-\xi^2) = \frac{ql^2}{6}\omega_{D\xi}$$

$$当\ x = \frac{l}{\sqrt{3}};M_{max} = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}}$$

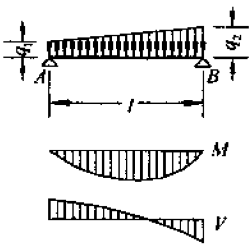
$$\theta_x = \frac{ql^3}{360EI}(7-30\xi^2+15\xi^4);$$

$$\theta_A = \frac{7ql^3}{360EI};$$

$$\theta_B = -\frac{ql^3}{45EI}.$$

$$f_x = \frac{ql^3x}{360EI}(7-10\xi^2+3\xi^4);$$

$$当\ x = 0.519l;f_{max} = 0.00652\frac{ql^4}{EI}$$



$$q_0 = q_2 - q_1$$

$$R_A = \frac{(2q_1+q_2)l}{6};$$

$$R_B = \frac{(q_1+2q_2)}{6}l$$

$$V_x = R_A - q_1x - \frac{q_0x^2}{2l}$$

$$M_x = R_Ax - \frac{q_1x^2}{2} - \frac{q_0x^3}{6l}$$

$$当\ x = \frac{\nu-\mu}{1-\mu}l;$$

$$M_{max} = \frac{q_2l^2}{6}\times\frac{2\nu^3-\mu(1+\mu)}{(1-\mu)^2};$$

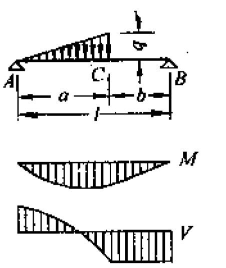
$$式中\ \mu = \frac{q_1}{q_2};\nu = \sqrt{\frac{\mu^2+\mu+1}{3}};(q_1 \neq q_2)$$

$$\theta_A = \frac{(8q_1+7q_2)l^3}{360EI};$$

$$\theta_B = -\frac{(7q_1+8q_2)l^3}{360EI}$$

$$f_x = \frac{l^4}{360EI}[15q_1W_{\xi} + q_0\xi(7-10\xi^2+3\xi^4)]$$

续表



$$R_A = \frac{qa}{6}(3-2\alpha);R_B = \frac{qa^2}{3l}$$

$$AC\text{段}:\ V_x = \frac{qa}{6}\left(3-2\alpha-3\frac{x^2}{a^2}\right);$$

$$CB\text{段}:\ V_x = -\frac{qa^2}{3l}$$

$$AC\text{段}:\ M_x = \frac{qax}{6}\left(3-2\alpha-\frac{x^2}{a^2}\right);$$

$$CB\text{段}:\ M_x = \frac{qa^2}{3}(1-\xi);$$

$$\text{当}\ x = a\sqrt{1-\frac{2}{3}\alpha}:M_{max} = \frac{qa^2}{3}\sqrt{\left(1-\frac{2}{3}\alpha\right)^3}$$

$$AC\text{段}:\ \theta_x = \frac{qal^2}{72EI}\left[8\alpha-9\alpha^2+\frac{12}{5}\alpha^3-6(3-2\alpha)\xi^2+\frac{3x^4}{a^2l^2}\right];$$

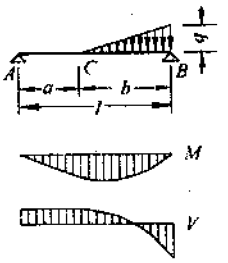
$$CB\text{段}:\ \theta_x = \frac{qa^2l}{72EI}\left(8+\frac{12\alpha^2}{5}-24\xi+12\xi^2\right);$$

$$\theta_A = \frac{qa^2l}{72EI}\left(8-9\alpha+\frac{12}{5}\alpha^2\right);$$

$$\theta_B = -\frac{qa^2l}{18EI}\left(1-\frac{3}{5}\alpha^2\right)$$

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{qal^2x}{72EI}\left[8\alpha-9\alpha^2+\frac{12}{5}\alpha^3-(6-4\alpha)\xi^2+\frac{3x^4}{5a^2l^2}\right];$$

$$CB\text{段}:\ f_x = \frac{qa^2l^2}{72EI}\left[-\frac{12}{5}\alpha^2+\left(8+\frac{12}{5}\alpha^2\right)\xi-12\xi^2+4\xi^4\right]$$



$$R_A = \frac{qb^2}{6l};R_B = \frac{qb}{6}(3-\beta)$$

$$AC\text{段}:\ V_x = \frac{qb^2}{6l};$$

$$CB\text{段}:\ V_x = \frac{qb}{6}\left[\beta-\frac{3(x-a)^2}{b^2}\right]$$

$$AC\text{段}:\ M_x = \frac{qb^2x}{6l};$$

$$CB\text{段}:\ M_x = \frac{qb^2}{6}\left[\xi-\frac{(x-a)^3}{b^3}\right];$$

$$\text{当}\ x = a+b\sqrt{\frac{\beta}{3}}:$$

$$M_{max} = \frac{qb^2}{6}\left[\alpha+\frac{2\beta}{3}\sqrt{\frac{\beta}{3}}\right]$$

$$AC\text{段}:\ \theta_x = \frac{qb^2l}{72EI}\left(2-\frac{3}{5}\beta^2-6\xi^2\right);$$

$$CB\text{段}:\ \theta_x = \frac{qb^2l}{72EI}\left[2-\frac{3}{5}\beta^2-6\xi^2+\frac{3(x-a)^4}{b^3l}\right];$$

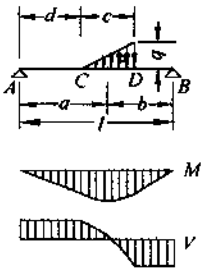
$$\theta_A = \frac{qb^2l}{72EI}\left(2-\frac{3}{5}\beta^2\right);$$

$$\theta_B = -\frac{qb^2l}{72EI}\left(4-3\beta+\frac{3}{5}\beta^2\right)$$

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{qb^2lx}{72EI}\left(2-\frac{3}{5}\beta^2-2\xi^2\right);$$

$$CB\text{段}:\ f_x = \frac{qb^2l^2}{72EI}\left[\left(2-\frac{3}{5}\beta^2-2\xi^2\right)\xi+\frac{3(x-a)^5}{5b^3l^2}\right]$$

续表



$a = d + \frac{2c}{3}$

$$R_A = \frac{qcb}{2l};R_B = \frac{qca}{2l}$$

AC 段：$V_x = \frac{qcb}{2l}$；

CD 段：$V_x = \frac{qc}{2}\left[\frac{b}{l} - \frac{(x-d)^2}{c^2}\right]$；

DB 段：$V_x = -\frac{qca}{2l}$；

AC 段：$M_x = \frac{qcbx}{2l}$；

CD 段：$M_x = \frac{qc}{2}\left[\frac{bx}{l} - \frac{(x-d)^3}{3c^2}\right]$；

DB 段：$M_x = \frac{qca}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$

当 $x = d + c\sqrt{\frac{b}{l}}$；

$$M_{max} = \frac{qcb}{2l}\left(d + \frac{2c}{3}\sqrt{\frac{b}{l}}\right)$$

AC 段：$\theta_x = \frac{qc}{72EI}\left(6bl - 6\frac{b^3}{l} - \frac{bc^2}{l} - \frac{2c^3}{45l} - 18\frac{bx^2}{l}\right)$；

CD 段：$\theta_x = \frac{qc}{72EI}\left[6bl - 6\frac{b^3}{l} - \frac{bc^2}{l} - \frac{2c^3}{45l} - 18\frac{bx^2}{l} + \frac{3(x-d)^4}{c^2}\right]$；

DB 段：$\theta_x = \frac{qc}{72EI}\left[6bl - 6\frac{b^3}{l} + \frac{ac^2}{l} - \frac{2c^3}{45l} - 18\frac{bx^2}{l} + 18(x-a)^2\right]$；

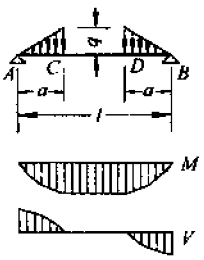
$$\theta_A = \frac{qc}{72EI}\left(6bl - 6\frac{b^3}{l} - \frac{bc^2}{l} - \frac{2c^3}{45l}\right)$$

$$\theta_B = -\frac{qc}{72EI}\left(6al - 6\frac{a^3}{l} - \frac{ac^2}{l} + \frac{2c^3}{45l}\right)$$

AC 段：$f_x = \frac{qc}{72EI}\left[\left(6bl - 6\frac{b^3}{l} - \frac{bc^2}{l} - \frac{2c^3}{45l}\right)x - 6\frac{bx^3}{l}\right]$；

CD 段：$f_x = \frac{qc}{72EI}\left[\left(6bl - 6\frac{b^3}{l} - \frac{bc^2}{l} - \frac{2c^3}{45l}\right)x - 6\frac{bx^3}{l} + \frac{3(x-d)^5}{5c^2}\right]$；

DB 段：$f_x = \frac{qc}{72EI}\left[6b\left(l - \frac{b^2}{l}\right)x - 6\frac{bx^3}{l} + 6(x-a)^3 - \left(ac^2 - \frac{2c^3}{45}\right)\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right]$



$$R_A = R_B = \frac{qa}{2}$$

AC 段：$V_x = \frac{qa}{2}\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$；

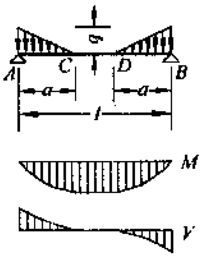
CD 段：$V_x = 0$

AC 段：$M_x = \frac{qax}{6}\left(3 - \frac{x^2}{a^2}\right)$；

CD 段：$M_x = M_{max} = \frac{qa^2}{3}$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{qa^2 l}{24EI}(4 - 3\alpha)$$

$$f_{max} = \frac{qa^2 l^2}{120EI}(5 - 4\alpha^2)$$



$$R_A = R_B = \frac{qa}{2}$$

AC 段：$V_x = \frac{qa}{2}\left(1 - \frac{x}{a}\right)^2$；

CD 段：$V_x = 0$

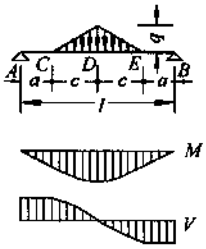
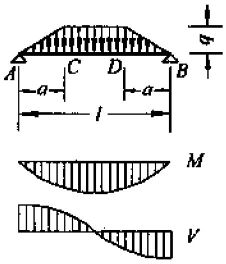
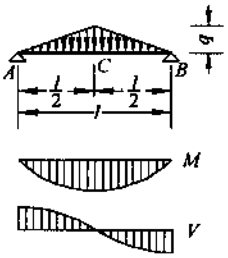
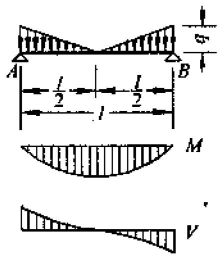
AC 段：$M_x = \frac{qax}{6}\left(3 - 3\frac{x}{a} + \frac{x^2}{a^2}\right)$；

CD 段：$M_x = M_{max} = \frac{qa^2}{6}$

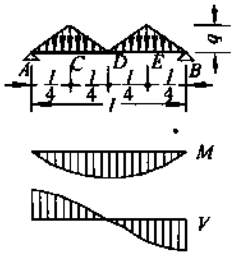
$$\theta_A = -\theta_B = \frac{qa^2 l}{24EI}(2 - \alpha).$$

$$f_{max} = \frac{qa^2 l^2}{240EI}(5 - 2\alpha^2)$$

续表

 $R_A = R_B = \frac{qc}{2}$ AC 段：$V_x = \frac{qc}{2}$； CD 段：$V_x = \frac{qc}{2}\left[1 - \frac{(x-a)^2}{c^2}\right]$ AC 段：$M_x = \frac{qcx}{2}$； CD 段：$M_x = \frac{qc}{2}\left[x - \frac{(x-a)^3}{3c^2}\right]$； $M_{max} = \frac{qcl}{12}(3-2\gamma)$ $\theta_A = -\theta_B = \frac{qcl^2}{48EI}(3-2\gamma^2)$ $f_{max} = \frac{qcl^3}{240EI}(5-5\gamma^2+2\gamma^3)$	 $R_A = R_B = \frac{ql}{2}x(1-\alpha)$ AC 段：$V_x = \frac{ql}{2}\left(1-\alpha-\frac{x^2}{al}\right)$； CD 段：$V_x = \frac{ql}{2}(1-2\xi)$ AC 段：$M_x = \frac{qlx}{6}\left(3-3\alpha-\frac{x^2}{al}\right)$； CD 段：$M_x = \frac{ql^2}{6}(-\alpha^2+3\xi-3\xi^2)$； $M_{max} = \frac{ql^2}{24}(3-4\alpha^2)$ $\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{24EI}(1-2\alpha^2+\alpha^3)$ $f_{max} = \frac{ql^4}{240EI}\left(\frac{25}{8}-5\alpha^2+2\alpha^4\right)$
 $R_A = R_B = \frac{ql}{4}$ AC 段：$V_x = \frac{ql}{4}(1-4\xi^2)$； AC 段：$M_x = \frac{qlx}{12}(3-4\xi^2)$； $M_{max} = \frac{ql^2}{12}$ AC 段：$\theta_x = \frac{ql^3}{24EI}\left(\frac{5}{8}-3\xi^2+2\xi^4\right)$. $\theta_A = -\theta_B = \frac{5ql^3}{192EI}$ AC 段：$f_x = \frac{ql^3x}{120EI}\left(\frac{25}{8}-5\xi^2+2\xi^4\right)$； $f_{max} = \frac{ql^4}{120EI}$	 $R_A = R_B = \frac{ql}{4}$ AC 段：$V_x = \frac{ql}{4}(1-2\xi)^2$ AC 段：$M_x = \frac{qlx}{12}(3-6\xi+4\xi^2)$ $M_{max} = \frac{ql^2}{24}$ AC 段：$\theta_x = \frac{ql^3}{24EI}\left(\frac{3}{8}-3\xi^2+4\xi^3-2\xi^4\right)$； $\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{64EI}$ AC 段：$f_x = \frac{ql^3x}{120EI}\left(\frac{15}{8}-5\xi^2+5\xi^3-2\xi^4\right)$； $f_{max} = \frac{3ql^4}{640EI}$

续表



$$R_A = R_B = \frac{ql}{4}$$

$$AC段:\ V_x = \frac{ql}{4}(1-8\xi^2)$$

$$CD段:\ V_x = \frac{ql}{2}(1-2\xi)^2$$

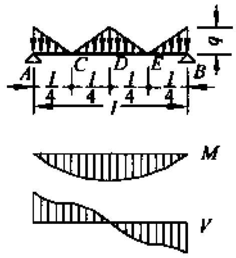
$$AC段:\ M_x = \frac{qlx}{12}(3-8\xi^2);$$

$$CD段:\ M_x = \frac{ql^2}{6}\left(-\frac{1}{8}+3\xi-6\xi^2+4\xi^3\right);$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{16}$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{17ql^3}{768EI}$$

$$f_{max} = \frac{7ql^4}{1024EI}$$



$$R_A = R_B = \frac{ql}{4}$$

$$AC段:\ V_x = \frac{ql}{4}(1-4\xi+8\xi^2);$$

$$CD段:\ V_x = qx(1-2\xi)$$

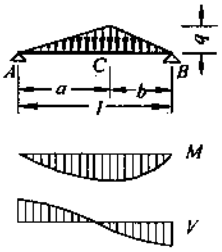
$$AC段:\ M_x = \frac{qlx}{12}(3-6\xi+8\xi^2);$$

$$CD段:\ M_x = \frac{ql^2}{6}\left(\frac{1}{8}+3\xi^2-4\xi^3\right);$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{16}$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{5ql^3}{256EI}$$

$$f_{max} = \frac{19ql^4}{3072EI}$$



$$R_A = \frac{ql}{6}(1+\beta);$$

$$R_B = \frac{ql}{6}(1+\alpha)$$

$$AC段:\ V_x = -\frac{ql^2}{6a}(\beta^2+\omega_{M\xi});$$

$$CB段:\ V_x = \frac{ql^2}{6b}(\alpha^2+\omega_{M\xi})$$

$$AC段:\ M_x = \frac{ql^3}{6a}(\omega_{D\xi}-\beta^2\xi);$$

$$CB段:\ M_x = \frac{ql^3}{6b}(\omega_{D\xi}-\alpha^2\xi);$$

若 $a > b$，当 $x = \sqrt{\frac{a(l+b)}{3}}$：

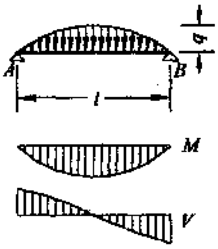
$$M_{max} = \frac{q}{9}\sqrt{\frac{a(l+b)^3}{3}}$$

$$\theta_A = \frac{ql^3}{360EI}(1+\beta)(7-3\beta^2);$$

$$\theta_B = -\frac{ql^3}{360EI}(1+\alpha)(7-3\alpha^2)$$

$$f_c = \frac{ql^4}{45EI}[4(\alpha^5+\beta^5)-9(\alpha^4+\beta^4)+5(\alpha^3+\beta^3)]$$

续表



$$q_x = 4q(\xi - \xi^2) = 4q\omega_{R\xi}$$

$$R_A = R_B = \frac{ql}{3};$$

$$V_x = \frac{ql}{3}(1 - 6\xi^2 + 4\xi^3)$$

$$M_x = \frac{qlx}{3}(1 - 2\xi^2 + \xi^3) = \frac{ql^2}{3}\omega_{S\xi};$$

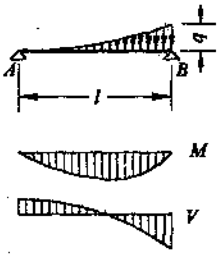
$$M_{max} = \frac{5ql^2}{48}$$

$$\theta_x = \frac{ql^3}{30EI}(1 - 5\xi^2 + 5\xi^4 - 2\xi^5);$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{30EI}$$

$$f_x = \frac{ql^3x}{90EI}(3 - 5\xi^2 + 3\xi^4 - \xi^5)$$

$$f_{max} = \frac{61ql^4}{5760EI}$$



$$q_x = q\xi^2$$

$$R_A = \frac{ql}{12};$$

$$R_B = \frac{ql}{4}$$

$$V_x = \frac{ql}{12}(1 - 4\xi^3)$$

$$M_x = \frac{qlx}{12}(1 - \xi^3) = \frac{ql^2}{12}\omega_{P\xi};$$

当 $x = 0.630l, M_{max} = 0.0394ql^2$

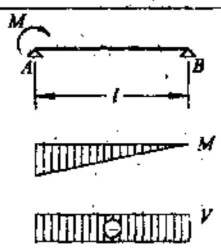
$$\theta_x = \frac{ql^3}{360EI}(4 - 15\xi^2 + 6\xi^5);$$

$$\theta_A = \frac{ql^3}{90EI};$$

$$\theta_B = -\frac{ql^3}{72EI}$$

$$f_x = \frac{ql^3x}{360EI}(4 - 5\xi^2 + \xi^5);$$

当 $x = 0.533l; f_{max} = 0.00388\frac{ql^4}{EI}$



$$R_A = -R_B = -\frac{M}{l}$$

$$V_x = -\frac{M}{l}$$

$$M_x = M(1 - \xi);$$

$$M_{max} = M.$$

$$\theta_x = \frac{Ml}{6EI}(2 - 6\xi + 3\xi^2) = \frac{M}{6EI}\omega_{M\xi};$$

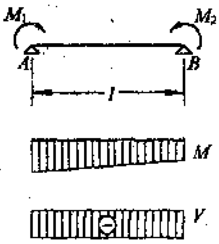
$$\theta_A = \frac{Ml}{3EI};$$

$$\theta_B = -\frac{Ml}{6EI}$$

$$f_x = \frac{Mlx}{6EI}(2 - 3\xi + \xi^2) = \frac{Ml^2}{6EI}\omega_{D\xi};$$

当 $x = 0.423l;$

$$f_{max} = 0.0642\frac{Ml^2}{EI}$$



$$M_0 = M_2 - M_1$$

$$R_A = -R_B = \frac{M_0}{l}$$

$$V_x = \frac{M_0}{l}$$

$$M_x = M_1 + M_0\frac{x}{l};$$

若 $M_1 > M_2: M_{max} = M_1$

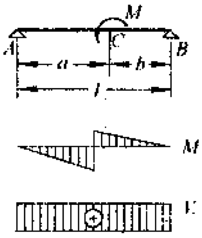
$$\theta_x = \frac{l}{6EI}[3M_1(1 - 2\xi) - M_0\omega_{M\xi}];$$

$$\theta_A = \frac{(2M_1 + M_2)l}{6EI};$$

$$\theta_B = -\frac{(M_1 + 2M_2)l}{6EI}$$

$$f_x = \frac{l^2}{6EI}(3M_1\omega_{R\xi} + M_0\omega_{D\xi})$$

续表



$$R_A = -R_B = \frac{M}{l}$$

$$V_x = \frac{M}{l}$$

AC 段：$M_x = M\xi$；

CB 段：$M_x = -M\zeta$；

$$M_{C左} = M\alpha; M_{C右} = -M\beta$$

AC 段：$\theta_x = -\frac{Ml}{6EI}(\omega_{M\xi} + 3\beta^2)$；

CB 段：$\theta_x = -\frac{Ml}{6EI}(\omega_{M\zeta} + 3\alpha^2)$；

$$\theta_A = \frac{Ml}{6EI}(1 - 3\beta^2) = -\frac{Ml}{6EI}\omega_{M\beta};$$

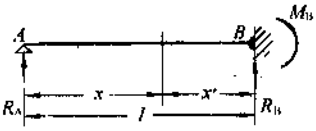
$$\theta_B = \frac{Ml}{6EI}(1 - 3\alpha^2) = -\frac{Ml}{6EI}\omega_{M\alpha}$$

AC 段：$f_x = \frac{Ml^2}{6EI}(\omega_{D\xi} - 3\beta^2\xi)$；

CB 段：$f_x = -\frac{Ml^2}{6EI}(\omega_{D\zeta} - 3\alpha^2\zeta)$

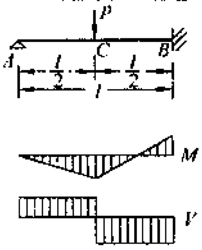
三、一端简支另一端固定梁

表 2-4



$\xi = \frac{x}{l}$；$\zeta = \frac{x'}{l}$；$\alpha = \frac{a}{l}$；$\beta = \frac{b}{l}$；$\gamma = \frac{c}{l}$；ω 值见表 1-11

a、b、c——见各栏图中所示



$$R_A = \frac{5P}{16};$$

$$R_B = \frac{11P}{16}$$

AC 段：$V_x = \frac{5P}{16}$

CB 段：$V_x = -\frac{11P}{16}$

$$M_B = -\frac{3Pl}{16};$$

AC 段：$M_x = \frac{5Px}{16}$；

CB 段：$M_x = \frac{Pl}{16}(8 - 11\xi)$；

$$M_C = M_{max} = \frac{5Pl}{32}$$

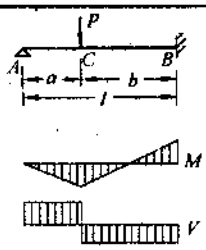
$$\theta_A = \frac{Pl^2}{32EI}$$

AC 段：$f_x = \frac{Pl^2x}{96EI}(3 - 5\xi^2)$；

CB 段：$f_x = \frac{Pl^3}{96EI}(-2 + 15\xi - 24\xi^2 + 11\xi^3)$

$$f_c = \frac{7Pl^3}{768EI};$$

当 $x = 0.447l$；$f_{max} = 0.00932\frac{Pl^3}{EI}$



$$R_A = \frac{Pb^2}{2l^2}(3 - \beta);$$

$$R_B = \frac{Pa}{2l}(3 - \alpha^2)$$

AC 段：$V_x = R_A$；

CB 段：$V_x = R_A - P$

$$M_B = -\frac{Pab}{2l}(1 + \alpha) = -\frac{Pl}{2}\omega_{D\alpha};$$

AC 段：$M_x = R_A x$；

CB 段：$M_x = R_A x - P(x - a)$；

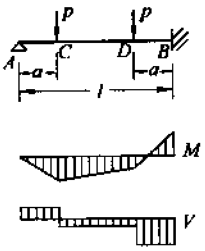
$$M_C = M_{max} = \frac{Pab^2}{2l^2}(3 - \beta) = \frac{Pl}{2}(3 - \beta)\omega_{中}$$

$$\theta_A = \frac{Pab^2}{4EIl} = \frac{Pl^2}{4EI}\omega_{中}$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{6EI}[R_A(3l^2x - x^3) - 3Pb^2x]$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{6EI}[R_A(3l^2x - x^3) - 3Pb^2x + P(x - a)^3]$

续表



$$R_A=\frac{P}{2}(2-3\alpha+3\alpha^2)=\frac{P}{2}(2-3\omega_{R\alpha});$$

$$R_B=\frac{P}{2}(2+3\alpha-3\alpha^2)=\frac{P}{2}(2+3\omega_{R\alpha})$$

AC 段：$V_x=R_A$;

CD 段：$V_x=R_A-P$;

DB 段：$V_x=R_A-2P$

$$M_B=-\frac{3Pa}{2}(1-\alpha)=-\frac{3Pl}{2}\omega_{R\alpha};$$

AC 段：$M_x=R_Ax$;

CD 段：$M_x=R_Ax-P(x-a)$;

DB 段：$M_x=R_Ax-P(2x-l)$;

$$M_C=M_{max}=R_Aa$$

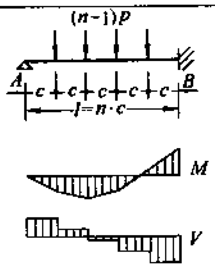
$$\theta_A=\frac{Pal}{4EI}(1-\alpha)=\frac{Pl^2}{4EI}\omega_{R\alpha}$$

AC 段：$f_x=\frac{1}{6EI}[R_A(3l^2x-x^3)-3P(l^2-2al+2a^2)x]$;

CD 段：$f_x=\frac{1}{6EI}[R_A(3l^2x-x^3)-3P(l^2-2al+2a^2)x+P(x-a)^3]$;

DB 段：$f_x=\frac{1}{6EI}[R_A(3l^2x-x^3-2l^3)+P(l^3-3lx^2+2x^3)]$;

$$f_c=\frac{Pa^2l}{12EI}(3-5\alpha+3\omega_{R\alpha})$$



$$R_A=\frac{3n^2-4n+1}{8n}P;$$

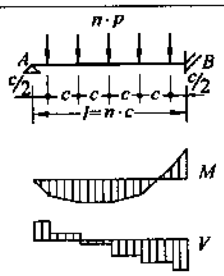
$$R_B=\frac{5n^2-4n-1}{8n}P$$

$$M_B=-\frac{n^2-1}{8n}Pl$$

$$\theta_A=\frac{n^2-1}{48nEI}Pl^2$$

当 $x=\xi_Ml$：$M_{max}=k_MPl$

当 $x=\xi_fl$：$f_{max}=k_f\frac{Pl^3}{EI}$



$$R_A=\frac{6n^2-1}{16n}P;$$

$$R_B=\frac{10n^2+1}{16n}P$$

$$M_B=-\frac{2n^2+1}{16n}Pl$$

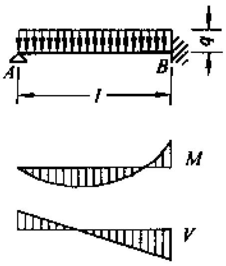
$$\theta_A=\frac{2n^2+1}{96nEI}Pl^2$$

当 $x=\xi_Ml$：$M_{max}=k_MPl$

当 $x=\xi_fl$：$f_{max}=k_f\frac{Pl^3}{EI}$

n	2	3	4	5	n	2	3	4	5
ξ_M	0.500	0.333	0.500	0.400	ξ_M	0.250	0.500	0.375	0.300
k_M	0.156	0.222	0.266	0.360	k_M	0.180	0.219	0.307	0.359
ξ_f	0.447	0.423	0.426	0.423	ξ_f	0.405	0.423	0.418	0.421
k_f	0.00932	0.0152	0.0209	0.0265	k_f	0.0116	0.0168	0.0221	0.0274

续表



$$R_A = \frac{3ql}{8}; R_B = \frac{5ql}{8}$$

$$V_x = \frac{ql}{8}(3 - 8\xi)$$

$$M_B = -\frac{ql^2}{8};$$

$$M_x = \frac{qlx}{8}(3 - 4\xi);$$

$$当\ x = \frac{3}{8}l: M_{max} = \frac{9ql^2}{128}$$

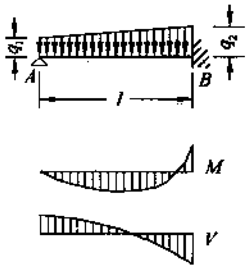
$$\theta_x = \frac{ql^3}{48EI}(1 - 9\xi^2 + 8\xi^3);$$

$$\theta_A = \frac{ql^3}{48EI}$$

$$f_x = \frac{ql^3x}{48EI}(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) = \frac{ql^4}{48EI}(2\omega_{\varphi\xi} - \omega_{D\xi});$$

$$当\ x = 0.422l:$$

$$f_{max} = 0.00542\frac{ql^4}{EI}$$



$$q_0 = q_2 - q_1$$

$$R_A = \frac{(11q_1 + 4q_2)l}{40};$$

$$R_B = \frac{(9q_1 + 16q_2)l}{40}$$

$$V_x = R_A - q_1x - \frac{q_0x^2}{2l}$$

$$M_B = -\frac{(7q_1 + 8q_2)l^2}{120}$$

$$M_x = R_Ax - \frac{q_1x^2}{2} - \frac{q_0x^3}{6l};$$

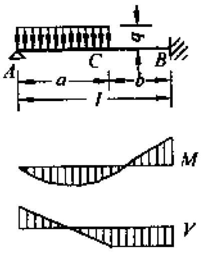
$$当\ x_0 = \frac{\nu - \mu}{1 - \mu}l: M_{max} = R_Ax_0 - \frac{q_1x_0^2}{2} - \frac{q_0x_0^3}{6l}$$

$$式中\quad \mu = \frac{q_1}{q_2}; \nu = \sqrt{\frac{9\mu^2 + 7\mu + 4}{20}}$$

$$\theta_A = \frac{(3q_1 + 2q_2)l^2}{240EI}$$

$$f_x = \frac{l^3x}{240EI}[5q_1(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) + 2q_0(1 - 2\xi^2 + \xi^4)]$$

续表



$$R_A = \frac{qa}{8}(8 - 6\alpha + \alpha^3);$$

$$R_B = \frac{qa^2}{8l}(6 - \alpha^2)$$

AC 段：$V_x = R_A - qx$；

CB 段：$V_x = R_A - qa$

$$M_B = -\frac{qa^2}{8}(2 - \alpha^2);$$

AC 段：$M_x = R_A x - \frac{qx^2}{2}$；

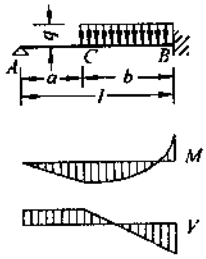
CB 段：$M_x = R_A x - qa\left(x - \frac{a}{2}\right)$；

当 $x = \frac{R_A}{q}$：$M_{max} = \frac{R_A^2}{2q}$

$$\theta_A = \frac{qa^2 l}{48EI}(6 - 8\alpha + 3\alpha^2)$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - 4qa(3bl + a^2)x + qx^4]$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - qa(a^3 + 12blx + 6ax^2 - 4x^3)]$



$$R_A = \frac{qb^3}{8l^2}(4 - \beta);$$

$$R_B = \frac{qb}{8}(8 - 4\beta^2 + \beta^3)$$

AC 段：$V_x = R_A$；

CB 段：$V_x = R_A - q(x - a)$

$$M_B = -\frac{qb^2}{8}(2 - \beta)^2;$$

AC 段：$M_x = R_A x$；

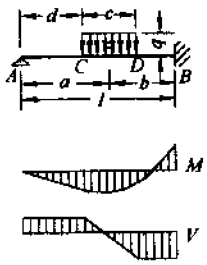
CB 段：$M_x = R_A x - \frac{q}{2}(x - a)^2$；

当 $x = a + \frac{R_A}{q}$：$M_{max} = R_A\left(a + \frac{R_A}{2q}\right)$

$$\theta_A = \frac{qb^3}{48EI}(4 - 3\beta)$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{6EI}[R_A(3l^2x - x^3) - qb^3x]$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - 4qb^3x + q(x - a)^4]$



$a = d + \frac{c}{2}$

$$R_A = \frac{qc}{8l^3}(12b^2l - 4b^3 + ac^2);$$

$$R_B = qc - R_A$$

AC 段：$V_x = R_A$；

CD 段：$V_x = R_A - q(x - d)$；

DB 段：$V_x = R_A - qc$

$$M_B = R_A l - qcb;$$

AC 段：$M_x = R_A x$；

CD 段：$M_x = R_A x - \frac{q}{2}(x - d)^2$；

DB 段：$M_x = R_A x - qc(x - a)$；

当 $x = d + \frac{R_A}{q}$：$M_{max} = R_A\left(d + \frac{R_A}{2q}\right)$

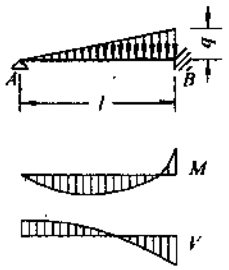
$$\theta_A = \frac{1}{24EI}[12R_A l^2 - qc(12b^2 + c^2)]$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - qc(12b^2 + c^2)x]$；

CD 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - qc(12b^2 + c^2)x + q(x - d)^4]$；

DB 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - 12qcb^2x + 4qc(x - a)^3 - qac^3]$

续表



$$R_A = \frac{ql}{10}; R_B = \frac{2ql}{5}$$

$$V_x = \frac{ql}{10}(1 - 5\xi^2)$$

$$M_B = -\frac{ql^2}{15};$$

$$M_x = \frac{qlx}{30}(3 - 5\xi^2);$$

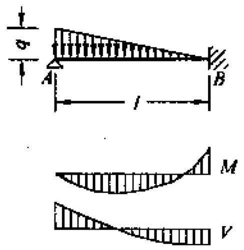
当 $x = 0.447l: M_{max} = 0.0298ql^2$

$$\theta_x = \frac{ql^3}{120EI}(1 - 6\xi^2 + 5\xi^4);$$

$$\theta_A = \frac{ql^3}{120EI}$$

$$f_x = \frac{ql^3x}{120EI}(1 - 2\xi^2 + \xi^4);$$

当 $x = 0.447l: f_{max} = 0.00239\frac{ql^4}{EI}$



$$R_A = \frac{11ql}{40};$$

$$R_B = \frac{9ql}{40};$$

$$V_x = \frac{ql}{2}\left(\frac{11}{20} - 2\xi + \xi^2\right)$$

$$M_B = -\frac{7ql^2}{120};$$

$$M_x = \frac{qlx}{6}\left(\frac{33}{20} - 3\xi + \xi^2\right);$$

当 $x = 0.329l: M_{max} = 0.0423ql^2$

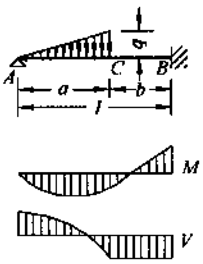
$$\theta_x = \frac{ql^3}{240EI}(3 - 33\xi^2 + 40\xi^3 - 10\xi^4);$$

$$\theta_A = \frac{ql^3}{80EI}$$

$$f_x = \frac{ql^3x}{240EI}(3 - 11\xi^2 + 10\xi^3 - 2\xi^4);$$

当 $x = 0.402l: f_{max} = 0.00305\frac{ql^4}{EI}$

续表



$$R_A = \frac{qa}{2}\left(\beta + \frac{\alpha^3}{5}\right);$$

$$R_B = \frac{qa^2}{2l}\left(1 - \frac{\alpha^2}{5}\right)$$

$$AC\text{段}:\ V_x = R_A - \frac{qx^2}{2a};$$

$$CB\text{段}:\ V_x = R_A - \frac{qa}{2}$$

$$M_B = -\frac{qa^2}{6}\left(1 - \frac{3\alpha^2}{5}\right);$$

$$AC\text{段}:\ M_x = R_A x - \frac{qx^3}{6a};$$

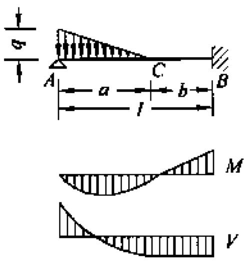
$$CB\text{段}:\ M_x = R_A x - \frac{qa}{2}\left(x - \frac{2a}{3}\right);$$

$$\text{当}\ x = a\sqrt{\frac{2R_A}{qa}}:M_{max} = \frac{2R_A a}{3}\sqrt{\frac{2R_A}{qa}}$$

$$\theta_A = \frac{qa^2 l}{24EI}\left(2 - 3\alpha + \frac{6\alpha^2}{5}\right)$$

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{1}{24EI}\left[4R_A(3l^2x - x^3) - qa(6l^2 - 8al + 3a^2)x + \frac{qx^5}{5a}\right];$$

$$CB\text{段}:\ f_x = \frac{1}{12EI}\left[2R_A(3l^2x - x^3) - qa\left(\frac{2a^3}{5} + 3l^2x - 4alx + 2ax^2 - x^3\right)\right]$$



$$R_A = \frac{qa}{8}\left(4 - 2\alpha + \frac{\alpha^3}{5}\right);$$

$$R_B = \frac{qa^2}{8l}\left(2 - \frac{\alpha^2}{5}\right)$$

$$AC\text{段}:V_x = R_A - \frac{qx}{2}\left(2 - \frac{x}{a}\right);$$

$$CB\text{段}:\ V_x = R_A - \frac{qa}{2}$$

$$M_B = -\frac{qa^2}{12}\left(1 - \frac{3\alpha^2}{10}\right);$$

$$AC\text{段}:\ M_x = R_A x - \frac{qx^2}{6}\left(3 - \frac{x}{a}\right);$$

$$CB\text{段}:\ M_x = R_A x - \frac{qa}{2}\left(x - \frac{a}{3}\right);$$

$$\text{当}\ x = a\mu:M_{max} = R_A a\mu - \frac{qa^2}{6}(3 - \mu)\mu^2$$

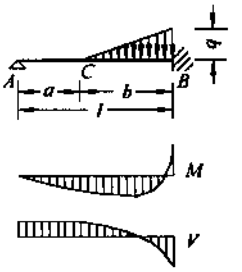
$$\text{式中}\quad \mu = 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_A}{qa}}$$

$$\theta_A = \frac{qa^2 l}{24EI}\left(1 - \alpha + \frac{3\alpha^2}{10}\right)$$

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{1}{24EI}\left[4R_A(3l^2x - x^3) - qa(6l^2 - 4al + a^2)x + qx^4 - \frac{qx^5}{5a}\right];$$

$$CB\text{段}:\ f_x = \frac{1}{24EI}\left[4R_A(3l^2x - x^3) - qa\left(\frac{a^3}{5} + 6l^2x - 4alx + 2ax^2 - 2x^3\right)\right]$$

续表



$$R_A = \frac{qb^3}{8l^2}\left(1 - \frac{\beta}{5}\right);$$

$$R_B = \frac{qb}{8}\left(4 - \beta^2 + \frac{\beta^3}{5}\right)$$

AC 段：$V_x = R_A$；

CB 段：$V_x = R_A - \frac{q(x-a)^2}{2b}$

$$M_B = -\frac{qb^2}{24}\left(4 - 3\beta + \frac{3\beta^2}{5}\right);$$

AC 段：$M_x = R_A x$；

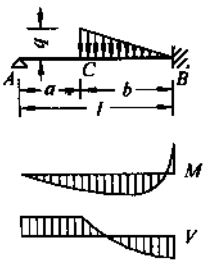
CB 段：$M_x = R_A x - \frac{q(x-a)^3}{6b}$；

当 $x = a + b\sqrt{\frac{2R_A}{qb}}$：$M_{max} = R_A\left(a + \frac{2b}{3}\sqrt{\frac{2R_A}{qb}}\right)$

$$\theta_A = \frac{qb^3}{48EI}\left(1 - \frac{3\beta}{5}\right)$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - qb^3x]$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{24EI}\left[4R_A(3l^2x - x^3) - qb^3x + \frac{q(x-a)^5}{5b}\right]$



$$R_A = \frac{qb^3}{8l^2}\left(3 - \frac{4\beta}{5}\right);$$

$$R_B = \frac{qb}{8}\left(4 - 3\beta^2 + \frac{4\beta^3}{5}\right)$$

AC 段：$V_x = R_A$；

CB 段：$V_x = R_A - q(x-a) + \frac{q(x-a)^2}{2b}$

$$M_B = -\frac{qb^2}{24}\left(8 - 9\beta + \frac{12}{5}\beta^2\right);$$

AC 段：$M_x = R_A x$；

CB 段：$M_x = R_A x - \frac{q(x-a)^2}{2} + \frac{q(x-a)^3}{6b}$；

当 $x = a + b\mu$：$M_{max} = R_A(a + b\mu) - \frac{qb^2}{6}(3-\mu)\mu^2$

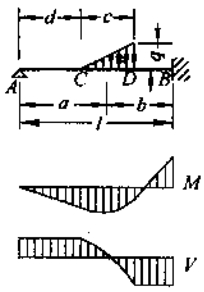
式中 $\mu = 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_A}{qb}}$

$$\theta_A = \frac{qb^3}{16EI}\left(1 - \frac{4\beta}{5}\right)$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{24EI}[4R_A(3l^2x - x^3) - 3qb^3x]$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{24EI}\left[4R_A(3l^2x - x^3) - 3qb^3x + q(x-a)^4 - \frac{q(x-a)^5}{5b}\right]$

续表



$a + d + \frac{2c}{3}$

$$R_A = \frac{qc}{24l^3}\left(18b^2 l - 6b^3 + ac^2 - \frac{2c^3}{45}\right);$$

$$R_B = \frac{qc}{2} - R_A$$

$$AC\text{段}: V_x = R_A;$$

$$CD\text{段}: V_x = R_A - \frac{q(x-d)^2}{2c};$$

$$DB\text{段}: V_x = R_A - \frac{qc}{2}$$

$$M_B = R_A l - \frac{qcb}{2};$$

$$AC\text{段}: M_x = R_A x;$$

$$CD\text{段}: M_x = R_A x - \frac{q(x-d)^3}{6c};$$

$$DB\text{段}: M_x = R_A x - \frac{qc(x-a)}{2};$$

$$\text{当}\ x = d + c\sqrt{\frac{2R_A}{qc}}:$$

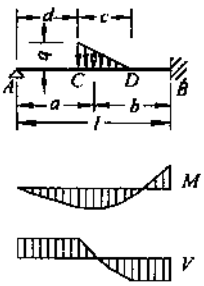
$$M_{max} = R_A\left(d + \frac{2c}{3}\sqrt{\frac{2R_A}{qc}}\right)$$

$$\theta_A = \frac{1}{72EI}[36R_A l^2 - qc(18b^2 + c^2)]$$

$$AC\text{段}: f_x = \frac{1}{72EI}[12R_A(3l^2x - x^3) - qc(18b^2 + c^2)x];$$

$$CD\text{段}: f_x = \frac{1}{72EI}\left[12R_A(3l^2x - x^3) - qc(18b^2 + c^2)x + \frac{3q(x-d)^5}{5c}\right];$$

$$DB\text{段}: f_x = \frac{1}{72EI}\left[12R_A(3l^2x - x^3) - 18qcb^2x + 6qc(x-a)^3 - qc^3\left(a - \frac{2c}{45}\right)\right]$$



$a = d + \frac{c}{3}$

$$R_A = \frac{qc}{24l^3}\left(18b^2 l - 6b^3 + ac^2 + \frac{2c^3}{45}\right);$$

$$R_B = \frac{qc}{2} - R_A$$

$$AC\text{段}: V_x = R_A;$$

$$CD\text{段}: V_x = R_A - q(x-d) + \frac{q(x-d)^2}{2c};$$

$$DB\text{段}: V_x = R_A - \frac{qc}{2}$$

$$M_B = R_A l - \frac{qcb}{2};$$

$$AC\text{段}: M_x = R_A x;$$

$$CD\text{段}: M_x = R_A x - \frac{q(x-d)^2}{2} + \frac{q(x-d)^3}{6c};$$

$$DB\text{段}: M_x = R_A x - \frac{qc(x-a)}{2};$$

$$\text{当}\ x = d + c\mu: M_{max} = R_A(d + c\mu) - \frac{qc^2}{6}(3-\mu)\mu^2.$$

$$\text{式中}\quad \mu = 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_A}{qc}}$$

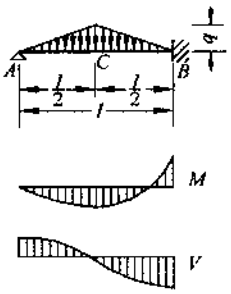
$$\theta_A = \frac{1}{72EI}[36R_A l^2 - qc(18b^2 + c^2)]$$

$$AC\text{段}: f_x = \frac{1}{72EI}[12R_A(3l^2x - x^3) - qc(18b^2 + c^2)x];$$

$$CD\text{段}: f_x = \frac{1}{72EI}\left[12R_A(3l^2x - x^3) - qc(18b^2 + c^2)x + 3q(x-d)^4 - \frac{3q(x-d)^5}{5c}\right];$$

$$DB\text{段}: f_x = \frac{1}{72EI}\left[12R_A(3l^2x - x^3) - 18qcb^2x + 6qc(x-a)^3 - qc^3\left(a + \frac{2c}{45}\right)\right]$$

续表



$$R_A=\frac{11ql}{64};$$

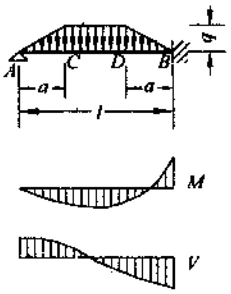
$$R_B=\frac{21ql}{64}$$

$$M_B=-\frac{5ql^2}{64};$$

当 $x=0.415l$：$M_{max}=0.0475ql^2$

$$\theta_A=\frac{5ql^3}{384EI}$$

当 $x=0.430l$：$f_{max}=0.00357\frac{ql^4}{EI}$



$$R_A=\frac{ql}{8}(3-4\alpha+2\alpha^2-\alpha^3);$$

$$R_B=\frac{ql}{8}(5-4\alpha-2\alpha^2+\alpha^3)$$

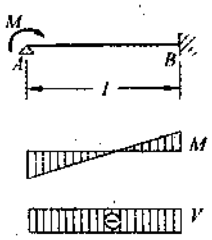
$$M_B=-\frac{ql^2}{8}(1-2\alpha^2+\alpha^3)$$

$$\theta_A=\frac{ql^3}{48EI}(1-2\alpha^2+\alpha^3)$$

当 $a=0$：$f_{max}=\frac{ql^4}{185EI}$；

当 $a=\frac{l}{2}$：$f_{max}=\frac{ql^4}{280EI}$；

当 $0<a<\frac{l}{2}$：f_{max} 可用插入法近似求得



$$R_A=-R_B=-\frac{3M}{2l}$$

$$V_x=-\frac{3M}{2l}$$

$$M_B=-\frac{M}{2};$$

$$M_x=\frac{M}{2}(2-3\xi);$$

$$M_A=M_{max}=M$$

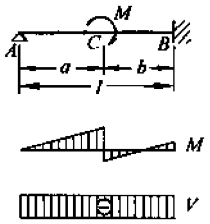
$$\theta_x=\frac{Ml}{4EI}(1-4\xi+3\xi^2);$$

$$\theta_A=\frac{Ml}{4EI}$$

$$f_x=\frac{Mlx}{4EI}(1-2\xi+\xi^2)=\frac{Ml^2}{4EI}\omega_{\xi};$$

当 $x=\frac{l}{3}$：$f_{max}=\frac{Ml^2}{27EI}$

续表



$$R_A = -R_B = -\frac{3M}{2l}(1-\alpha^2)$$

$$V_x = R_A$$

$$M_B = -\frac{M}{2}(1-3\alpha^2) = \frac{M}{2}\omega_{M\alpha};$$

$$AC\text{段}: M_x = -\frac{3M}{2}(1-\alpha^2)\xi;$$

$$CB\text{段}: M_x = \frac{M}{2}[2-3(1-\alpha^2)\xi];$$

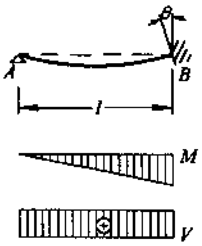
$$M_{c左} = -\frac{3M}{2}(\alpha-\alpha^3) = -\frac{3M}{2}\omega_{D\alpha};$$

$$M_{c右} = M_{max} = M + M_{c左}$$

$$\theta_A = \frac{Ml}{4EI}(1-4\alpha+3\alpha^2)$$

$$AC\text{段}: f_x = \frac{Ml^2}{4EI}[(1-4\alpha+3\alpha^2)\xi + (1-\alpha^2)\xi^3];$$

$$CB\text{段}: f_x = \frac{Ml^2}{4EI}[(1-\xi)^2\xi - (2-3\xi+\xi^3)\alpha^2]$$



$$R_A = -R_B = \frac{3EI\theta}{l^2}$$

$$V_x = \frac{3EI\theta}{l^2}$$

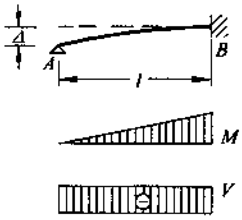
$$M_B = \frac{3EI\theta}{l};$$

$$M_x = \frac{3EI\theta x}{l^2}$$

$$\theta_A = \frac{\theta}{2}$$

$$f_x = \frac{\theta x}{2}(1-\xi^2) = \frac{l\theta}{2}\omega_{D\xi};$$

当 $x = 0.577l$：$f_{max} = 0.193l\theta$



$$R_A = -R_B = -\frac{3EI\Delta}{l^3}$$

$$V_x = -\frac{3EI\Delta}{l^3}$$

$$M_B = -\frac{3EI\Delta}{l^2};$$

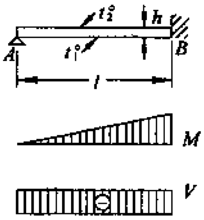
$$M_x = -\frac{3EI\Delta x}{l^3}$$

$$\theta_A = -\frac{3\Delta}{2l}$$

$$f_x = \frac{\Delta}{2}(2-3\xi+\xi^3);$$

$$f_A = f_{max} = \Delta$$

续表



梁顶温度为 t_2°，梁底温度为 t_1°，沿梁高度 h 温度按直线规律变化。

$$t_0^\circ = t_1^\circ - t_2^\circ;$$

α_t——线膨胀系数。

$$R_A = -R_B = -\frac{3\alpha_t t_0^\circ EI}{2hl}$$

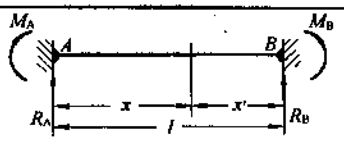
$$V_x = -\frac{3\alpha_t t_0^\circ EI}{2hl}$$

$$M_B = -\frac{3\alpha_t t_0^\circ EI}{2h};$$

$$M_x = -\frac{3\alpha_t t_0^\circ EIx}{2hl}$$

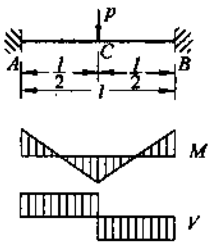
四、两端固定梁

表 2-5



$\xi = \frac{x}{l}$；$\zeta = \frac{x'}{l}$；$\alpha = \frac{a}{l}$；$\beta = \frac{b}{l}$；$\gamma = \frac{c}{l}$；ω 值见表 1-11

a、b、c——见各栏图中所示



$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$

$$AC\text{段}:\ V_x = \frac{P}{2}$$

$$M_A = M_B = -\frac{Pl}{8};$$

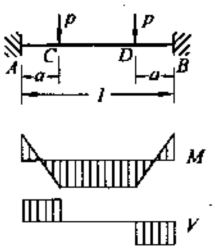
$$AC\text{段}:\ M_x = -\frac{Pl}{8}(1-4\xi);$$

$$M_{max} = \frac{Pl}{8};$$

反弯点在 $x = \frac{l}{4}$ 及 $x = \frac{3l}{4}$ 处。

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{Plx^2}{48EI}(3-4\xi);$$

$$f_{max} = \frac{Pl^3}{192EI}$$



$$R_A = R_B = P$$

$$AC\text{段}:\ V_x = P;$$

$$CD\text{段}:\ V_x = 0$$

$$M_A = M_B = -Pa(1-\alpha) = -Pl\omega_{R\alpha};$$

$$AC\text{段}:\ M_x = Pl(\xi - \omega_{R\alpha});$$

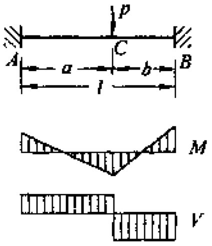
$$CD\text{段}:\ M_x = M_{max} = \frac{Pa^2}{l}$$

$$AC\text{段}:\ f_x = \frac{Plx^2}{6EI}(3\omega_{R\alpha} - \xi);$$

$$CD\text{段}:\ f_x = \frac{Pa^2 l}{6EI}(3\omega_{R\xi} - \alpha);$$

$$f_{max} = \frac{Pa^2 l}{24EI}(3-4\alpha)$$

续表



$$R_A = \frac{Pb^2}{l^2}(1+2\alpha);$$

$$R_B = \frac{Pa^2}{l^2}(1+2\beta)$$

AC 段：$V_x = R_A$；

CB 段：$V_x = R_A - P$

$$M_A = -\frac{Pab^2}{l^2} = -Pl\omega_{中\beta};$$

$$M_B = -\frac{Pa^2b}{l} = -Pl\omega_{中\alpha},$$

AC 段：$M_x = M_A + R_A x$；

CB 段：$M_x = M_A + R_A x - P(x-a)$；

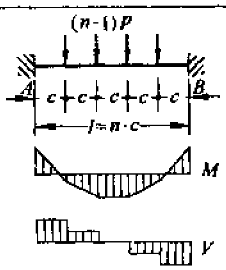
$$M_c = M_{max} = \frac{2Pa^2b^2}{l^3} = 2Pl\omega^2_{R\alpha}$$

AC 段：$f_x = \frac{Pb^2x^2}{6EIl}[3\alpha - (1+2\alpha)\xi]$；

CB 段：$f_x = -\frac{Pa^2(l-x)^2}{6EIl}[\alpha - (1+2\beta)\xi]$；

$$f_c = \frac{Pa^3b^3}{3EIl^3} = \frac{Pl^3}{3EI}\omega^3_{R\alpha};$$

若 $a > b$，当 $x = \frac{2al}{3a+b}$：$f_{max} = \frac{2P}{3EI} \times \frac{a^3b^2}{(3a+b)^2}$



$$R_A = R_B = \frac{n-1}{2}P$$

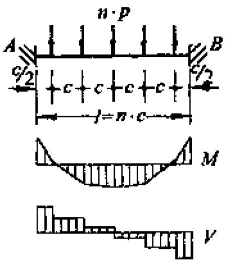
$$M_A = M_B = -\frac{n^2-1}{12n}Pl;$$

当 n 为奇数：$M_{max} = \frac{n^2-1}{24n}Pl$；

当 n 为偶数：$M_{max} = \frac{n^2+2}{24n}Pl$

当 n 为奇数：$f_{max} = \frac{n^4-1}{384n^3EI}Pl^3$

当 n 为偶数：$f_{max} = \frac{nPl^3}{384EI}$



$$R_A = R_B = \frac{n}{2}P$$

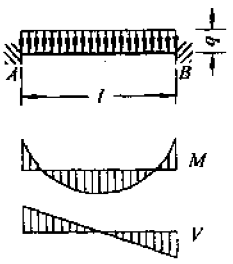
$$M_A = M_B = -\frac{2n^2+1}{24n}Pl;$$

当 n 为奇数：$M_{max} = \frac{n^2+2}{24n}Pl$；

当 n 为偶数：$M_{max} = \frac{n^2-1}{24n}Pl$

当 n 为奇数：$f_{max} = \frac{n^4+1}{384n^3EI}Pl^3$；

当 n 为偶数：$f_{max} = \frac{nPl^3}{384EI}$



$$R_A = R_B = \frac{ql}{2}$$

$$V_x = \frac{ql}{2}(1-2\xi)$$

$$M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12};$$

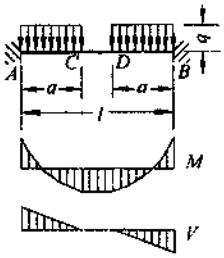
$$M_x = \frac{ql^2}{12}(6\omega_{R\xi} - 1); M_{max} = \frac{ql^2}{24};$$

反弯点在 $x = 0.211l$ 及 $x = 0.789l$ 处

$$f_x = \frac{ql^2x^2}{24EI}(1-\xi)^2 = \frac{ql^4}{24EI}\omega^2_{R\xi};$$

$$f_{max} = \frac{ql^4}{384EI}$$

续表



$$R_A = R_B = qa$$

AC 段：$V_x = qa\left(1-\frac{x}{a}\right)$；

CD 段：$V_x = 0$

$$M_A = M_B = -\frac{qa^2}{6}(3-2\alpha);$$

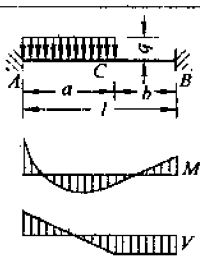
AC 段：$M_x = \frac{qa^2}{6}\left(-3+2\alpha+6\frac{x}{a}-3\frac{x^2}{a^2}\right)$；

CD 段：$M_x = M_{max} = \frac{qa^3}{3l}$

AC 段：$f_x = \frac{qa^2x^2}{24EI}\left(6-4\alpha-4\frac{x}{a}+\frac{x^2}{a^2}\right)$；

CD 段：$f_x = \frac{qa^3l}{24EI}(4\omega_{R\xi}-\alpha)$

$$f_{max} = \frac{qa^3l}{24EI}(1-\alpha) = \frac{qal^3}{24EI}\omega_{\alpha}$$



$$R_A = \frac{qa}{2}(2-2\alpha^2+\alpha^3);$$

$$R_B = \frac{qa^3}{2l^2}(2-\alpha)$$

AC 段：$V_x = R_A - qx$；

CB 段：$V_x = R_A - qa$

$$M_A = -\frac{qa^2}{12}(6-8\alpha+3\alpha^2);$$

$$M_B = -\frac{qa^3}{12l}(4-3\alpha);$$

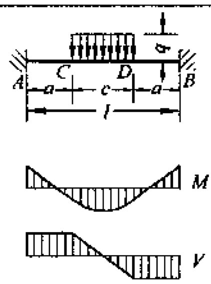
AC 段：$M_x = M_A + R_Ax - \frac{qx^2}{2}$；

CB 段：$M_x = M_A + R_Ax - qa\left(x-\frac{a}{2}\right)$；

当 $x = \frac{R_A}{q}$；$M_{max} = M_A + \frac{R_A^2}{2q}$

AC 段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left(-R_Ax^3-3M_Ax^2+\frac{qx^4}{4}\right)$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_Ax^3-3M_Ax^2-\frac{qa}{4}(a^3-4a^2x+6ax^2-4x^3)\right]$



$$R_A = R_B = \frac{qc}{2}$$

AC 段：$V_x = \frac{qc}{2}$；

CD 段：$V_x = \frac{qc}{2}\left[1-\frac{2(x-a)}{c}\right]$。

$$M_A = M_B = -\frac{qcl}{24}(3-\gamma^2);$$

AC 段：$M_x = \frac{qcl}{24}(-3+\gamma^2+12\xi)$；

CD 段：$M_x = \frac{qcl}{24}\left[-3+\gamma^2+12\xi-12\frac{(x-a)^2}{cl}\right]$；

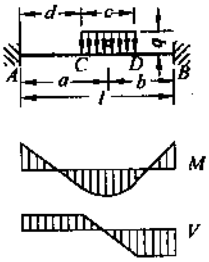
$$M_{max} = \frac{qcl}{24}(3-3\gamma+\gamma^2)$$

AC 段：$f_x = \frac{qcl^3}{48EI}[(3-\gamma^2)\xi^2-4\xi^3]$；

CD 段：$f_x = \frac{qcl^3}{48EI}\left[(3-\gamma^2)\xi^2-4\xi^3+2\frac{(x-a)^4}{cl^3}\right]$；

$$f_{max} = \frac{qcl^3}{384EI}(2-2\gamma^2+\gamma^3)$$

续表



$a = d + \frac{c}{2}$

$$R_A = \frac{qc}{4l^3}(12b^2 l - 8b^3 + c^2 l - 2bc^2);$$

$$R_B = qc - R_A$$

AC 段：$V_x = R_A$;

CD 段：$V_x = R_A - q(x - d)$;

DB 段：$V_x = R_A - qc$

$$M_A = -\frac{qc}{12l^2}(12ab^2 - 3bc^2 + c^2 l);$$

$$M_B = -\frac{qc}{12l^2}(12a^2 b + 3bc^2 - 2c^2 l);$$

AC 段：$M_x = M_A + R_A x$;

CD 段：$M_x = M_A + R_A x - \frac{q(x-d)^2}{2}$;

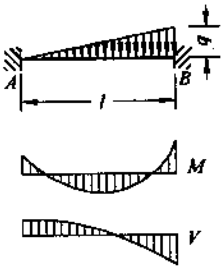
DB 段：$M_x = M_A + R_A x - qc(x - a)$;

当 $x = d + \frac{R_A}{q}$：$M_{max} = M_A + R_A\left(d + \frac{R_A}{2q}\right)$

AC 段：$f_x = \frac{1}{6EI}(-R_A x^3 - 3M_A x^2)$;

CD 段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_A x^3 - 3M_A x^2 + \frac{q(x-d)^4}{4}\right]$;

DB 段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_A x^3 - 3M_A x^2 + qc(x-a)^3 + \frac{qc^3(x-a)}{4}\right]$



$R_A = \frac{3ql}{20}$;

$R_B = \frac{7ql}{20}$

$V_x = \frac{ql}{20}(3 - 10\xi^2)$

$M_A = -\frac{ql^2}{30}$;

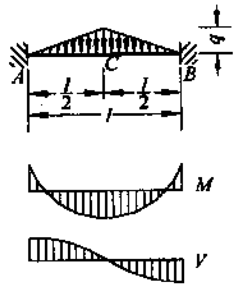
$M_B = -\frac{ql^2}{20}$;

$M_x = \frac{ql^2}{60}(-2 + 9\xi - 10\xi^3)$;

当 $x = 0.548l$：$M_{max} = 0.0214ql^2$

$f_x = \frac{ql^2 x^2}{120EI}(2 - 3\xi + \xi^3)$;

当 $x = 0.525l$：$f_{max} = 0.00131\frac{ql^4}{EI}$



$R_A = R_B = \frac{ql}{4}$

AC 段：$V_x = \frac{ql}{4}(1 - 4\xi^2)$

$M_A = M_B = -\frac{5ql^2}{96}$;

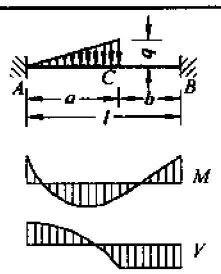
AC 段：$M_x = \frac{ql^2}{12}\left(-\frac{5}{8} + 3\xi - 4\xi^3\right)$;

$M_{max} = \frac{ql^2}{32}$

AC 段：$f_x = \frac{ql^2 x^2}{120EI}\left(\frac{25}{8} - 5\xi + 2\xi^3\right)$;

$f_{max} = \frac{7ql^4}{3840EI}$

续表



$R_A = \frac{qa}{4}\left(2-3\alpha^2+\frac{8\alpha^3}{5}\right); R_B = \frac{qa^3}{4l^2}\left(3-\frac{8\alpha}{5}\right)$

AC段：$V_x = R_A - \frac{qx^2}{2a}$;

CB段：$V_x = R_A - \frac{qa}{2}$

$M_A = -\frac{qa^2}{6}\left(2-3\alpha+\frac{6\alpha^2}{5}\right)$;

$M_B = -\frac{qa^3}{4l}\left(1-\frac{4\alpha}{5}\right)$;

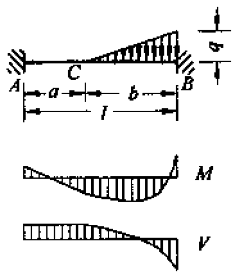
AC段：$M_x = M_A + R_A x - \frac{qx^3}{6a}$;

CB段：$M_x = M_A + R_A x - \frac{qa}{6}(3x-2a)$;

当 $x = a\sqrt{\frac{2R_A}{qa}}$；$M_{max} = M_A + \frac{2R_A a}{3}\sqrt{\frac{2R_A}{qa}}$

AC段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left(-R_Ax^3-3M_Ax^2+\frac{qx^5}{20a}\right)$;

CB段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_Ax^3-3M_Ax^2 - \frac{qa}{4}\left(\frac{4a^3}{5}-3a^2x+4ax^2-2x^3\right)\right]$



$R_A = \frac{qb^3}{4l^2}\left(1-\frac{2\beta}{5}\right)$;

$R_B = \frac{qb}{4}\left(2-\beta^2+\frac{2\beta^3}{5}\right)$.

AC段：$V_x = R_A$ CB段：$V_x = R_A - \frac{q(x-a)^2}{2b}$

$M_A = -\frac{qb^3}{12l}\left(1-\frac{3\beta}{5}\right)$;

$M_B = -\frac{qb^2}{12}\left(2\alpha+\frac{3\beta^2}{5}\right)$;

AC段：$M_x = M_A + R_Ax$;

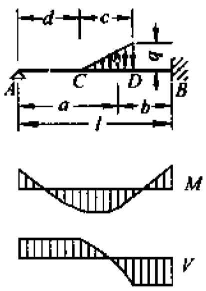
CB段：$M_x = M_A + R_Ax - \frac{q(x-a)^3}{6b}$;

当 $x = a + b\sqrt{\frac{2R_A}{qb}}$:

$M_{max} = M_A + R_A\left(a+\frac{2b}{3}\sqrt{\frac{2R_A}{qb}}\right)$

AC段：$f_x = \frac{1}{6EI}(-R_Ax^3-3M_Ax^2)$;

CB段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_Ax^3-3M_Ax^2+\frac{q(x-a)^5}{20b}\right]$



$a = d + \frac{2c}{3}$

$R_A = \frac{qc}{12l^3}\left(18b^2l-12b^3+c^2l-2bc^2-\frac{4c^3}{45}\right)$;

$R_B = \frac{qc}{2} - R_A$

AC段：$V_x = R_A$；CD段：$V_x = R_A - \frac{q(x-d)^2}{2c}$;

DB段：$V_x = R_A - \frac{qc}{2}$

$M_A = -\frac{qc}{36l^2}\left(18ab^2-3bc^2+c^2l-\frac{2c^3}{15}\right)$;

$M_B = -\frac{qc}{36l^2}\left(18a^2b+3bc^2-2c^2l+\frac{2c^3}{15}\right)$;

AC段：$M_x = M_A+R_Ax$;

CD段：$M_x = M_A + R_Ax - \frac{q(x-d)^3}{6c}$;

DB段：$M_x = M_A+R_Ax-\frac{qc}{2}(x-a)$;

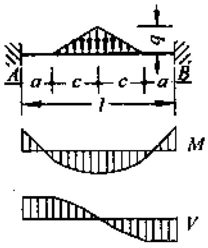
当 $x = d + c\sqrt{\frac{2R_A}{qc}}$；$M_{max} = M_A + R_A\left(d+\frac{2c}{3}\sqrt{\frac{2R_A}{qc}}\right)$

AC段：$f_x = \frac{1}{6EI}(-R_Ax^3-3M_Ax^2)$;

CD段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_Ax^3-3M_Ax^2+\frac{q(x-d)^5}{20c}\right]$;

DB段：$f_x = \frac{1}{6EI}\left[-R_Ax^3-3M_Ax^2+\frac{qc}{2}(x-a)^3+\frac{qc^3}{12}\left(x-a+\frac{2c}{45}\right)\right]$

续表

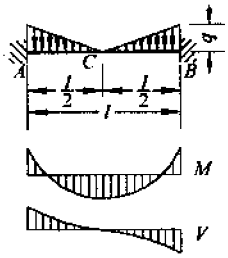


$$R_A = R_B = \frac{qc}{2}$$

$$M_A = M_B = -\frac{qcl}{24}(3-2\gamma^2);$$

$$M_{max} = \frac{qcl}{24}(3-4\gamma+2\gamma^2)$$

$$f_{max} = \frac{qcl^3}{960EI}(5-10\gamma^2+8\gamma^3)$$

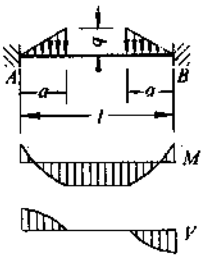


$$R_A = R_B = \frac{ql}{4}$$

$$M_A = M_B = -\frac{ql^2}{32};$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{96}$$

$$f_{max} = \frac{3ql^4}{3840EI}$$

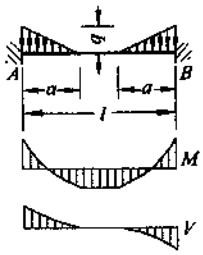


$$R_A = R_B = \frac{qa}{2}$$

$$M_A = M_B = -\frac{qa^2}{12}(4-3\alpha);$$

$$M_{max} = \frac{qa^3}{4l}$$

$$f_{max} = \frac{qa^3l}{480EI}(15-16\alpha)$$

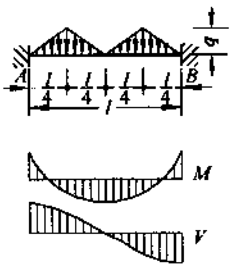


$$R_A = R_B = \frac{qa}{2}$$

$$M_A = M_B = -\frac{qa^2}{12}(2-\alpha);$$

$$M_{max} = \frac{qa^3}{12l}$$

$$f_{max} = \frac{qa^3l}{480EI}(5-4\alpha)$$

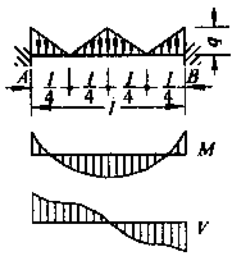


$$R_A = R_B = \frac{ql}{4}$$

$$M_A = M_B = -\frac{17ql^2}{384};$$

$$M_{max} = \frac{7ql^2}{384}$$

$$f_{max} = \frac{ql^4}{768EI}$$

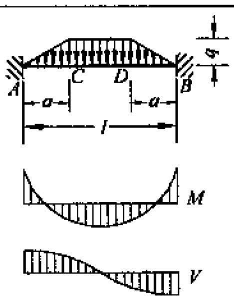


$$R_A = R_B = \frac{ql}{4}$$

$$M_A = M_B = -\frac{5ql^2}{128};$$

$$M_{max} = \frac{3ql^2}{128}$$

$$f_{max} = \frac{ql^4}{768EI}$$

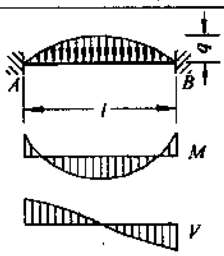


$$R_A = R_B = \frac{ql}{2}(1-\alpha)$$

$$M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12}(1-2\alpha^2+\alpha^3);$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{24}(1-2\alpha^3)$$

$$f_{max} = \frac{ql^4}{480EI}\left(\frac{5}{4}-5\alpha^3+4\alpha^4\right)$$



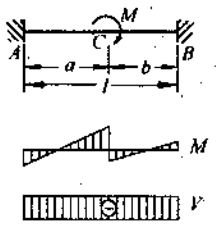
$$R_A = R_B = \frac{ql}{3}$$

$$M_A = M_B = -\frac{ql^2}{15};$$

$$M_{max} = \frac{3ql^2}{80}$$

$$f_{max} = \frac{13ql^4}{5760EI}$$

续表



$$R_A = -R_B = -\frac{6Mab}{l^3} = -\frac{6M}{l}\omega_{Ra}.$$

$$V_x = R_A.$$

$$M_A = \frac{Mb}{l}(2-3\beta);$$

$$M_B = -\frac{Ma}{l}(2-3\alpha);$$

AC 段：$M_x = M_A + R_A x$；

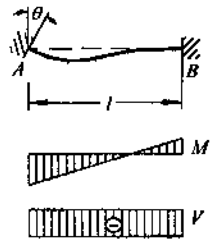
CB 段：$M_x = M_A + R_A x + M$；

$$M_{c右} = M_{max} = \frac{Ma}{l}(4-9\alpha+6\alpha^2);$$

$$M_{c左} = -M(1-4\alpha+9\alpha^2-6\alpha^3).$$

AC 段：$f_x = \frac{1}{6EI}(-3M_A x^2 - R_A x^3)$；

CB 段：$f_x = \frac{1}{6EI}[(M_A+M)(6lx-3x^2-3l^2) - R_A(2l^3-3l^2x+x^3)]$.



$$R_A = -R_B = -\frac{6EI\theta}{l^2}.$$

$$V_x = -\frac{6EI\theta}{l^2}.$$

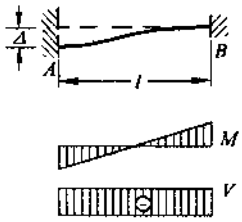
$$M_A = \frac{4EI\theta}{l};$$

$$M_B = -\frac{2EI\theta}{l};$$

$$M_x = \frac{2EI\theta}{l}(2-3\xi).$$

$$f_x = \theta x(1-\xi)^2 = \theta l\omega_{\xi};$$

当 $x = \frac{l}{3}$：$f_{max} = \frac{4l\theta}{27}$



$$R_A = -R_B = -\frac{12EI\Delta}{l^3}$$

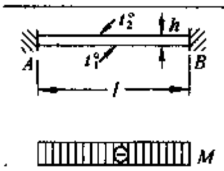
$$V_x = -\frac{12EI\Delta}{l^3}$$

$$M_A = -M_B = \frac{6EI\Delta}{l^2};$$

$$M_x = \frac{6EI\Delta}{l^2}(1-2\xi)$$

$$f_x = \Delta(1-3\xi^2+2\xi^3);$$

当 $x = 0$：$f_{max} = \Delta$



梁顶温度为 $t_2°$，梁底温度为 $t_1°$，沿梁高度 h 温度按直线规律变化。

$$t_0° = t_1° - t_2°$$

α_t——线膨胀系数。

$$R_A = R_B = 0$$

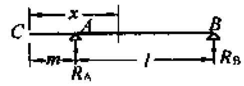
$$V_x = 0$$

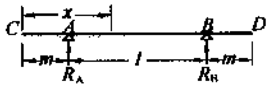
$$M_A = M_B = -\frac{\alpha_t t_0° EI}{h};$$

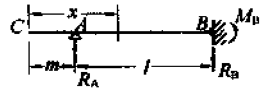
$$M_x = -\frac{\alpha_t t_0° EI}{h}$$

五、带悬臂的梁

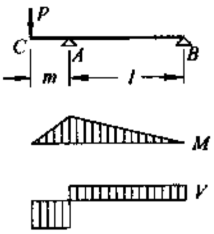
表 2-6







$$\frac{m}{l} = \lambda$$



$$R_A = P(1+\lambda);$$

$$R_B = -P\lambda,$$

$$M_A = -Pm$$

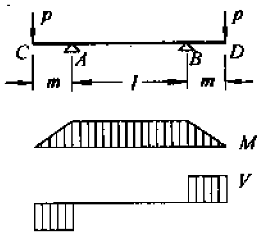
$$\theta_C = -\frac{Pml}{6EI}(2+3\lambda);$$

$$\theta_A = -\frac{Pml}{3EI};$$

$$\theta_B = \frac{Pml}{6EI}$$

$$f_C = \frac{Pm^2 l}{3EI}(1+\lambda);$$

当 $x = m + 0.423l$：$f_{min} = -0.0642\frac{Pml^2}{EI}$



$$R_A = R_B = P$$

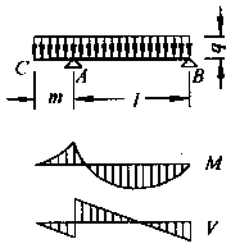
$$M_A = M_B = -Pm$$

$$\theta_C = -\theta_D = -\frac{Pml}{2EI}(1+\lambda);$$

$$\theta_A = -\theta_B = -\frac{Pml}{2EI}.$$

$$f_C = f_D = \frac{Pm^2 l}{6EI}(3+2\lambda);$$

当 $x = m + 0.5l$：$f_{min} = -\frac{Pml^2}{8EI}$



$$R_A = \frac{ql}{2}(1+\lambda)^2;$$

$$R_B = \frac{ql}{2}(1-\lambda^2)$$

$$M_A = -\frac{qm^2}{2};$$

若 $l > m$，当 $x = \frac{l}{2}(1+\lambda)^2$：

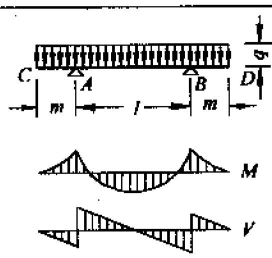
$$M_{max} = \frac{ql^2}{8}(1-\lambda^2)^2$$

$$\theta_C = \frac{ql^3}{24EI}(1-4\lambda^2-4\lambda^3);$$

$$\theta_A = \frac{ql^3}{24EI}(1-4\lambda^2);$$

$$\theta_B = -\frac{ql^3}{24EI}(1-2\lambda^2)$$

$$f_C = \frac{qml^3}{24EI}(-1+4\lambda^2+3\lambda^3)$$



$$R_A = R_B = \frac{ql}{2}(1+2\lambda)$$

$$M_A = M_B = -\frac{qm^2}{2};$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8}(1-4\lambda^2)$$

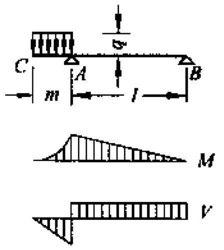
$$\theta_C = -\theta_D = \frac{ql^3}{24EI}(1-6\lambda^2-4\lambda^3);$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{24EI}(1-6\lambda^2)$$

$$f_C = f_D = \frac{qml^3}{24EI}(-1+6\lambda^2+3\lambda^3);$$

$$f_{max} = \frac{ql^4}{384EI}(5-24\lambda^2)$$

续表



$R_A = \frac{qm}{2}(2+\lambda)$;

$R_B = -\frac{qm^2}{2l}$

$M_A = -\frac{qm^2}{2}$

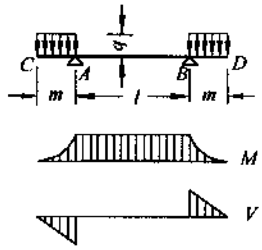
$\theta_C = -\frac{qm^2 l}{6EI}(1+\lambda)$;

$\theta_A = -\frac{qm^2 l}{6EI}$;

$\theta_B = \frac{qm^2 l}{12EI}$

$f_C = \frac{qm^3 l}{24EI}(4+3\lambda)$;

当 $x = m + 0.423l$：$f_{min} = -0.0321\frac{qm^2 l^2}{EI}$



$R_A = R_B = qm$

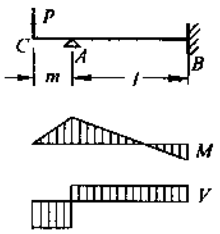
$M_A = M_B = -\frac{qm^2}{2}$

$\theta_C = -\theta_D = -\frac{qm^2 l}{12EI}(3+2\lambda)$;

$\theta_A = -\theta_B = -\frac{qm^2 l}{4EI}$

$f_C = f_D = \frac{qm^3 l}{8EI}(2+\lambda)$;

当 $x = m + 0.5l$：$f_{min} = -\frac{qm^2 l^2}{16EI}$



$R_A = \frac{P}{2}(2+3\lambda)$;

$R_B = -\frac{3Pm}{2l}$

$M_A = -Pm$;

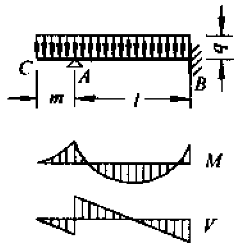
$M_B = \frac{Pm}{2}$

$\theta_C = -\frac{Pml}{4EI}(1+2\lambda)$;

$\theta_A = -\frac{Pml}{4EI}$

$f_C = \frac{Pm^2 l}{12EI}(3+4\lambda)$;

当 $x = m + \frac{l}{3}$：$f_{min} = -\frac{Pml^2}{27EI}$



$R_A = \frac{ql}{8}(3+8\lambda+6\lambda^2)$;

$R_B = \frac{ql}{8}(5-6\lambda^2)$

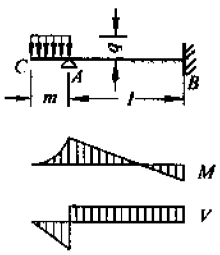
$M_A = -\frac{qm^2}{2}$;

$M_B = -\frac{ql^2}{8}(1-2\lambda^2)$

$\theta_C = \frac{ql^3}{48EI}(1-6\lambda^2-8\lambda^3)$;

$\theta_A = \frac{ql^3}{48EI}(1-6\lambda^2)$

$f_C = \frac{qml^3}{48EI}(-1+6\lambda^2+6\lambda^3)$



$R_A = \frac{qm}{4}(4+3\lambda)$;

$R_B = -\frac{3qm^2}{4l}$

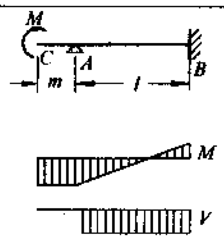
$M_A = -\frac{qm^2}{2}$;

$M_B = \frac{qm^2}{4}$

$\theta_C = -\frac{qm^2 l}{24EI}(3+4\lambda)$;

$\theta_A = -\frac{qm^2 l}{8EI}$

$f_C = \frac{qm^3 l}{8EI}(1+\lambda)$



$R_A = -\frac{3M}{2l}$;

$R_B = \frac{3M}{2l}$

$M_A = M$;

$M_B = -\frac{M}{2}$

$\theta_C = \frac{Ml}{4EI}(1+4\lambda)$;

$\theta_A = \frac{Ml}{4EI}$

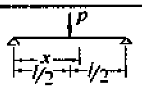
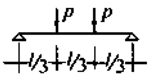
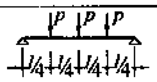
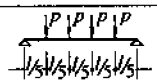
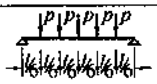
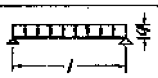
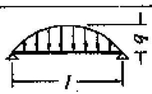
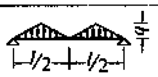
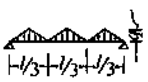
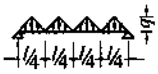
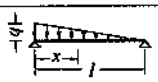
$f_C = -\frac{Mml}{4EI}(1+2\lambda)$;

当 $x = m + \frac{l}{3}$：$f_{max} = \frac{Ml^2}{27EI}$

第三节 单跨梁的内力系数

一、简支梁的弯矩及剪力系数

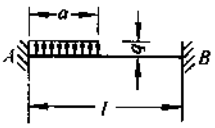
表中数字：上行为弯矩系数；下行为剪力系数 **表 2-7**

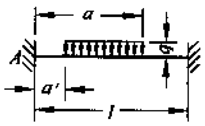
荷载图 \ $\frac{x}{l}$	0.05	0.1	0.15	1/6	0.2	0.25	0.3	1/3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
	0.025	0.050	0.075	0.083	0.100	0.125	0.150	0.167	0.175	0.200	0.225	0.250	Pl
	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	P
	0.050	0.100	0.150	0.167	0.200	0.250	0.300	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	Pl
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0	0	0	0	P
	0.075	0.150	0.225	0.250	0.300	0.375	0.400	0.417	0.425	0.450	0.475	0.500	Pl
	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500	1.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	P
	0.100	0.200	0.300	0.333	0.400	0.450	0.500	0.533	0.550	0.600	0.600	0.600	Pl
	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0	0	P
	0.125	0.250	0.375	0.417	0.467	0.542	0.617	0.667	0.675	0.700	0.725	0.750	Pl
	2.500	2.500	2.500	2.500	1.500	1.500	1.500	1.500	0.500	0.500	0.500	0.500	P
	0.024	0.045	0.064	0.069	0.080	0.094	0.105	0.111	0.114	0.120	0.124	0.125	ql^2
	0.450	0.400	0.350	0.333	0.300	0.250	0.200	0.167	0.150	0.100	0.050	0	ql
	0.017	0.033	0.048	0.053	0.062	0.074	0.085	0.091	0.093	0.099	0.103	0.104	ql^2
	0.328	0.315	0.293	0.284	0.264	0.229	0.189	0.160	0.146	0.099	0.050	0	ql
	0.012	0.025	0.036	0.040	0.047	0.057	0.066	0.071	0.073	0.079	0.082	0.083	ql^2
	0.247	0.240	0.227	0.222	0.210	0.187	0.160	0.139	0.127	0.090	0.047	0	ql
	0.012	0.024	0.035	0.039	0.045	0.052	0.057	0.059	0.060	0.062	0.062	0.062	ql^2
	0.245	0.230	0.205	0.195	0.170	0.125	0.080	0.056	0.045	0.020	0.005	0	ql
	0.012	0.024	0.034	0.037	0.042	0.048	0.053	0.056	0.057	0.061	0.064	0.065	ql^2
	0.242	0.220	0.182	0.167	0.137	0.104	0.087	0.083	0.082	0.070	0.042	0	ql
	0.012	0.024	0.033	0.035	0.040	0.047	0.053	0.057	0.058	0.061	0.062	0.062	ql^2
	0.240	0.210	0.165	0.153	0.135	0.125	0.115	0.097	0.085	0.040	0.010	0	ql
	0.05	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.9	$\frac{x}{l}$ \ 乘数
表内为弯矩系数	0.0154	0.0285	0.0480	0.0547	0.0595	0.0640	0.0625	0.0560	0.0455	0.0391	0.0320	0.0165	ql^2

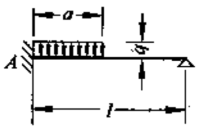
二、梁的固端弯矩系数

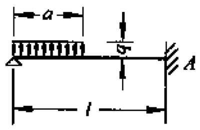
（一）均布荷载作用下的固端弯矩系数表

表 2-8









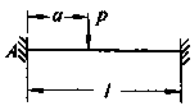
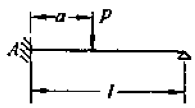
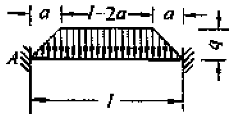
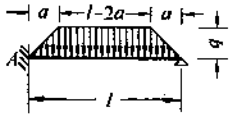
$M_A = -\frac{1}{100}ql^2K_1$；$M_B = -\frac{1}{100}ql^2K_2$ $M_A = -\frac{1}{100}ql^2(K_1 - K'_1)$ $M_A = -\frac{1}{100}ql^2K_3$ $M_A = -\frac{1}{100}ql^2K_4$

a/l	K_1	K_2	K_3	K_4	a/l	K_1	K_2	K_3	K_4	a/l	K_1	K_2	K_3	K_4
0.01	0.01	0	0.01	0	0.36	3.79	1.14	4.36	3.03	0.71	7.70	5.58	10.49	9.43
0.02	0.02	0	0.02	0.01	0.37	3.94	1.22	4.55	3.19	0.72	7.76	5.72	10.62	9.60
0.03	0.04	0	0.04	0.02	0.38	4.09	1.31	4.74	3.35	0.73	7.81	5.87	10.74	9.77
0.04	0.08	0	0.08	0.04	0.39	4.23	1.40	4.93	3.51	0.74	7.86	6.01	10.87	9.94
0.05	0.12	0	0.12	0.06	0.40	4.37	1.49	5.12	3.68	0.75	7.91	6.15	10.99	10.11
0.06	0.17	0.01	0.17	0.09	0.41	4.52	1.59	5.31	3.85	0.76	7.96	6.29	11.10	10.27
0.07	0.22	0.01	0.23	0.12	0.42	4.66	1.69	5.50	4.02	0.77	8.00	6.43	11.21	10.43
0.08	0.29	0.02	0.30	0.16	0.43	4.80	1.80	5.70	4.20	0.78	8.04	6.56	11.32	10.58
0.09	0.36	0.02	0.37	0.20	0.44	4.94	1.90	5.89	4.37	0.79	8.07	6.70	11.42	10.73
0.10	0.44	0.03	0.45	0.25	0.45	5.08	2.01	6.08	4.55	0.80	8.11	6.83	11.52	10.88
0.11	0.52	0.04	0.54	0.30	0.46	5.21	2.13	6.27	4.73	0.81	8.14	6.95	11.61	11.02
0.12	0.61	0.05	0.64	0.36	0.47	5.34	2.24	6.46	4.91	0.82	8.17	7.08	11.70	11.16
0.13	0.71	0.07	0.74	0.42	0.48	5.47	2.36	6.65	5.10	0.83	8.19	7.20	11.79	11.29
0.14	0.81	0.08	0.85	0.49	0.49	5.60	2.48	6.84	5.28	0.84	8.21	7.31	11.87	11.42
0.15	0.91	0.10	0.96	0.56	0.50	5.73	2.60	7.03	5.47	0.85	8.23	7.42	11.94	11.54
0.16	1.02	0.12	1.08	0.63	0.51	5.85	2.73	7.22	5.66	0.86	8.25	7.53	12.01	11.65
0.17	1.14	0.14	1.21	0.71	0.52	5.97	2.86	7.40	5.85	0.87	8.27	7.63	12.08	11.76
0.18	1.26	0.17	1.34	0.80	0.53	6.09	2.99	7.59	6.04	0.88	8.28	7.72	12.14	11.86
0.19	1.38	0.20	1.48	0.89	0.54	6.21	3.12	7.77	6.23	0.89	8.29	7.81	12.20	11.96
0.20	1.51	0.23	1.62	0.98	0.55	6.32	3.26	7.95	6.42	0.90	8.30	7.90	12.25	12.05
0.21	1.64	0.26	1.77	1.08	0.56	6.43	3.40	8.13	6.61	0.91	8.31	7.98	12.30	12.13
0.22	1.77	0.30	1.92	1.18	0.57	6.54	3.53	8.30	6.80	0.92	8.32	8.05	12.34	12.21
0.23	1.90	0.34	2.07	1.29	0.58	6.64	3.67	8.48	7.00	0.93	8.32	8.11	12.38	12.27
0.24	2.04	0.38	2.23	1.40	0.59	6.74	3.82	8.65	7.19	0.94	8.33	8.17	12.41	12.33
0.25	2.18	0.42	2.40	1.51	0.60	6.84	3.96	8.82	7.38	0.95	8.33	8.22	12.44	12.38
0.26	2.32	0.47	2.56	1.63	0.61	6.93	4.10	8.99	7.57	0.96	8.33	8.26	12.46	12.42
0.27	2.47	0.52	2.73	1.76	0.62	7.03	4.25	9.15	7.76	0.97	8.33	8.29	12.48	12.46
0.28	2.61	0.58	2.90	1.88	0.63	7.11	4.40	9.31	7.95	0.98	8.33	8.31	12.49	12.48
0.29	2.76	0.64	3.07	2.01	0.64	7.20	4.54	9.47	8.14	0.99	8.33	8.33	12.50	12.50
0.30	2.90	0.70	3.25	2.15	0.65	7.28	4.69	9.63	8.33	1.00	8.33	8.33	12.50	12.50
0.31	3.05	0.76	3.43	2.29	0.66	7.36	4.84	9.78	8.52					
0.32	3.20	0.83	3.61	2.43	0.67	7.43	4.99	9.93	8.70					
0.33	3.35	0.90	3.80	2.57	0.68	7.50	5.14	10.07	8.89					
0.34	3.49	0.98	3.98	2.72	0.69	7.57	5.28	10.21	9.07					
0.35	3.64	1.05	4.17	2.87	0.70	7.64	5.43	10.35	9.25					

注：K'_1 为相应于用 $\frac{a'}{l}$ 代替 $\frac{a}{l}$ 时由表内查得的 K_1 值。

（二）集中及梯形荷载作用下的固端弯矩系数表

表 2-9

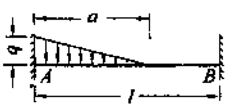





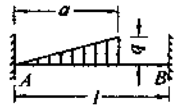
$M_A=-\frac{1}{100}PlK_1$　　$M_A=-\frac{1}{100}PlK_2$　　$M_A=-\frac{1}{100}ql^2K_3$　　$M_A=-\frac{1}{100}ql^2K_4$

a/l	K_1	K_2	K_3	K_4	a/l	K_1	K_2	K_3	K_4	a/l	K_1	K_2
0.01	0.98	0.99	8.33	12.50	0.36	14.75	18.89	6.56	9.84	0.71	5.97	13.28
0.02	1.92	1.94	8.33	12.49	0.37	14.69	19.00	6.47	9.71	0.72	5.64	12.90
0.03	2.82	2.87	8.32	12.48	0.38	14.61	19.08	6.38	9.58	0.73	5.32	12.52
0.04	3.69	3.76	8.31	12.46	0.39	14.51	19.15	6.29	9.44	0.74	5.00	12.12
0.05	4.51	4.63	8.29	12.44	0.40	14.40	19.20	6.20	9.30	0.75	4.69	11.72
0.06	5.30	5.47	8.28	12.41	0.41	14.27	19.23	6.11	9.16	0.76	4.38	11.31
0.07	6.05	6.28	8.25	12.38	0.42	14.13	19.24	6.01	9.02	0.77	4.07	10.89
0.08	6.77	7.07	8.23	12.35	0.43	13.97	19.24	5.91	8.87	0.78	3.78	10.47
0.09	7.45	7.82	8.20	12.31	0.44	13.80	19.22	5.82	8.72	0.79	3.48	10.04
0.10	8.10	8.55	8.18	12.26	0.45	13.61	19.18	5.72	8.58	0.80	3.20	9.60
0.11	8.71	9.25	8.14	12.21	0.46	13.41	19.13	5.62	8.43	0.81	2.92	9.16
0.12	9.29	9.93	8.11	12.16	0.47	13.20	19.06	5.52	8.28	0.82	2.66	8.71
0.13	9.84	10.57	8.07	12.10	0.48	12.98	18.97	5.41	8.12	0.83	2.40	8.25
0.14	10.35	11.20	8.03	12.04	0.49	12.74	18.87	5.31	7.97	0.84	2.15	7.80
0.15	10.84	11.79	7.99	11.98	0.50	12.50	18.75	5.21	7.81	0.85	1.91	7.33
0.16	11.29	12.36	7.94	11.91	0.51	12.25	18.62			0.86	1.69	6.86
0.17	11.71	12.91	7.89	11.84	0.52	11.98	18.47			0.87	1.47	6.39
0.18	12.10	13.43	7.84	11.76	0.53	11.71	18.31			0.88	1.27	5.91
0.19	12.47	13.93	7.79	11.68	0.54	11.43	18.13			0.89	1.08	5.43
0.20	12.80	14.40	7.73	11.60	0.55	11.14	17.94			0.90	0.90	4.95
0.21	13.11	14.85	7.68	11.51	0.56	10.84	17.74			0.91	0.74	4.46
0.22	13.38	15.27	7.62	11.42	0.57	10.54	17.52			0.92	0.59	3.97
0.23	13.64	15.67	7.55	11.33	0.58	10.23	17.30			0.93	0.46	3.48
0.24	13.86	16.05	7.49	11.23	0.59	9.92	17.05			0.94	0.34	2.99
0.25	14.06	16.41	7.42	11.13	0.60	9.60	16.80			0.95	0.24	2.49
0.26	14.24	16.74	7.35	11.03	0.61	9.28	16.53			0.96	0.15	2.00
0.27	14.39	17.05	7.28	10.92	0.62	8.95	16.26			0.97	0.09	1.50
0.28	14.52	17.34	7.21	10.81	0.63	8.62	15.97			0.98	0.04	1.00
0.29	14.62	17.60	7.13	10.70	0.64	8.29	15.67			0.99	0.01	0.50
0.30	14.70	17.85	7.06	10.59	0.65	7.96	15.36			1.00	0	0
0.31	14.76	18.07	6.98	10.47	0.66	7.63	15.03					
0.32	14.80	18.28	6.90	10.35	0.67	7.30	14.70					
0.33	14.81	18.46	6.82	10.23	0.68	6.96	14.36					
0.34	14.81	18.63	6.73	10.10	0.69	6.63	14.01					
0.35	14.79	18.77	6.65	9.97	0.70	6.30	13.65					

（三）三角形荷载作用下的固端弯矩系数表

表 2-10



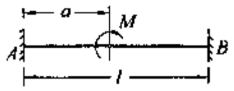


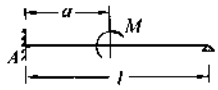
$M_A = -\frac{1}{100}ql^2K_1$；　$M_B = -\frac{1}{100}ql^2K_2$　　　　$M_A = -\frac{1}{100}ql^2K_3$；　$M_B = -\frac{1}{100}ql^2K_4$

a/l	K_1	K_2	K_3	K_4	a/l	K_1	K_2	K_3	K_4	a/l	K_1	K_2	K_3	K_4
0.01	0	0	0	0	0.36	1.47	0.30	2.32	0.83	0.71	3.71	1.71	3.99	3.87
0.02	0.01	0	0.01	0	0.37	1.53	0.33	2.41	0.89	0.72	3.76	1.77	3.99	3.96
0.03	0.02	0	0.03	0	0.38	1.60	0.35	2.49	0.95	0.73	3.82	1.82	3.99	4.05
0.04	0.03	0	0.05	0	0.39	1.66	0.38	2.57	1.02	0.74	3.87	1.88	3.99	4.13
0.05	0.04	0	0.08	0	0.40	1.73	0.41	2.65	1.09	0.75	3.93	1.93	3.98	4.22
0.06	0.06	0	0.11	0.01	0.41	1.79	0.43	2.72	1.16	0.76	3.98	1.99	3.98	4.30
0.07	0.08	0	0.15	0.01	0.42	1.86	0.46	2.80	1.23	0.77	4.03	2.05	3.97	4.38
0.08	0.10	0	0.19	0.01	0.43	1.93	0.49	2.87	1.30	0.78	4.08	2.10	3.96	4.46
0.09	0.12	0.01	0.24	0.02	0.44	1.99	0.52	2.94	1.38	0.79	4.13	2.16	3.94	4.54
0.10	0.15	0.01	0.29	0.02	0.45	2.06	0.55	3.01	1.46	0.80	4.18	2.22	3.93	4.61
0.11	0.18	0.01	0.34	0.03	0.46	2.13	0.59	3.08	1.54	0.81	4.23	2.28	3.91	4.68
0.12	0.21	0.01	0.40	0.04	0.47	2.20	0.62	3.15	1.62	0.82	4.28	2.33	3.89	4.74
0.13	0.25	0.02	0.46	0.05	0.48	2.26	0.66	3.21	1.70	0.83	4.32	2.39	3.87	4.80
0.14	0.28	0.02	0.52	0.06	0.49	2.33	0.69	3.27	1.79	0.84	4.37	2.45	3.84	4.86
0.15	0.32	0.03	0.59	0.07	0.50	2.40	0.73	3.33	1.88	0.85	4.42	2.51	3.82	4.91
0.16	0.36	0.03	0.66	0.09	0.51	2.46	0.77	3.39	1.96	0.86	4.46	2.57	3.79	4.96
0.17	0.40	0.04	0.73	0.11	0.52	2.53	0.81	3.45	2.05	0.87	4.50	2.62	3.76	5.00
0.18	0.45	0.04	0.81	0.13	0.53	2.60	0.85	3.50	2.14	0.88	4.55	2.68	3.73	5.04
0.19	0.49	0.05	0.89	0.15	0.54	2.66	0.89	3.55	2.24	0.89	4.59	2.74	3.70	5.08
0.20	0.54	0.06	0.97	0.17	0.55	2.73	0.93	3.59	2.33	0.90	4.63	2.79	3.67	5.10
0.21	0.59	0.07	1.05	0.19	0.56	2.79	0.97	3.64	2.42	0.91	4.67	2.85	3.64	5.12
0.22	0.64	0.08	1.13	0.22	0.57	2.86	1.02	3.68	2.52	0.92	4.71	2.91	3.61	5.14
0.23	0.69	0.09	1.21	0.25	0.58	2.92	1.06	3.72	2.61	0.93	4.75	2.96	3.57	5.15
0.24	0.75	0.10	1.30	0.28	0.59	2.98	1.11	3.76	2.71	0.94	4.79	3.02	3.54	5.15
0.25	0.80	0.11	1.38	0.31	0.60	3.05	1.15	3.79	2.81	0.95	4.82	3.07	3.50	5.14
0.26	0.86	0.12	1.47	0.35	0.61	3.11	1.20	3.82	2.91	0.96	4.86	3.13	3.47	5.13
0.27	0.91	0.14	1.55	0.39	0.62	3.17	1.25	3.85	3.00	0.97	4.90	3.18	3.44	5.11
0.28	0.97	0.15	1.64	0.43	0.63	3.24	1.30	3.88	3.10	0.98	4.93	3.23	3.40	5.08
0.29	1.03	0.17	1.73	0.47	0.64	3.30	1.35	3.90	3.20	0.99	4.97	3.28	3.37	5.05
0.30	1.09	0.18	1.81	0.51	0.65	3.36	1.40	3.92	3.30	1.00	5.00	3.33	3.33	5.00
0.31	1.15	0.20	1.90	0.56	0.66	3.42	1.45	3.94	3.39					
0.32	1.21	0.22	1.98	0.61	0.67	3.48	1.50	3.96	3.49					
0.33	1.28	0.24	2.07	0.66	0.68	3.54	1.55	3.97	3.58					
0.34	1.34	0.26	2.16	0.72	0.69	3.59	1.60	3.98	3.68					
0.35	1.40	0.28	2.24	0.77	0.70	3.65	1.66	3.99	3.77					

（四）外加力矩作用下的固端弯矩系数表

表 2-11





$M_A = -\frac{1}{100}MK_1$；　$M_B = \frac{1}{100}MK_2$.　　　$M_A = -\frac{1}{100}MK_3$.

a/l	K_1	K_2	K_3	a/l	K_1	K_2	K_3	a/l	K_1	K_2	K_3
0.01	96.03	-1.97	97.02	0.36	-5.12	-33.12	11.44	0.71	-32.77	9.23	-37.39
0.02	92.12	-3.88	94.06	0.37	-6.93	-32.93	9.54	0.72	-32.48	11.52	-38.24
0.03	88.27	-5.73	91.14	0.38	-8.68	-32.68	7.66	0.73	-32.13	13.87	-39.07
0.04	84.48	-7.52	88.24	0.39	-10.37	-32.37	5.82	0.74	-31.72	16.28	-39.86
0.05	80.75	-9.25	85.38	0.40	-12.00	-32.00	4.00	0.75	-31.25	18.75	-40.63
0.06	77.08	-10.92	82.54	0.41	-13.57	-31.57	2.22	0.76	-30.72	21.28	-41.36
0.07	73.47	-12.53	79.74	0.42	-15.08	-31.08	0.46	0.77	-30.13	23.87	-42.07
0.08	69.92	-14.08	76.96	0.43	-16.53	-30.53	-1.27	0.78	-29.48	26.52	-42.74
0.09	66.43	-15.57	74.22	0.44	-17.92	-29.92	-2.96	0.79	-28.77	29.23	-43.39
0.10	63.00	-17.00	71.50	0.45	-19.25	-29.25	-4.63	0.80	-28.00	32.00	-44.00
0.11	59.63	-18.37	68.82	0.46	-20.52	-28.52	-6.26	0.81	-27.17	34.83	-44.59
0.12	56.32	-19.68	66.16	0.47	-21.73	-27.73	-7.87	0.82	-26.28	37.72	-45.14
0.13	53.07	-20.93	63.54	0.48	-22.88	-26.88	-9.44	0.83	-25.33	40.67	-45.67
0.14	49.88	-22.12	60.94	0.49	-23.97	-25.97	-10.99	0.84	-24.32	43.68	-46.16
0.15	46.75	-23.25	58.38	0.50	-25.00	-25.00	-12.50	0.85	-23.25	46.75	-46.63
0.16	43.68	-24.32	55.84	0.51	-25.97	-23.97	-13.99	0.86	-22.12	49.88	-47.06
0.17	40.67	-25.33	53.34	0.52	-26.88	-22.88	-15.44	0.87	-20.93	53.07	-47.47
0.18	37.72	-26.28	50.86	0.53	-27.73	-21.73	-16.87	0.88	-19.68	56.32	-47.84
0.19	34.83	-27.17	48.42	0.54	-28.52	-20.52	-18.26	0.89	-18.37	59.63	-48.19
0.20	32.00	-28.00	46.00	0.55	-29.25	-19.25	-19.63	0.90	-17.00	63.00	-48.50
0.21	29.23	-28.77	43.62	0.56	-29.92	-17.92	-20.96	0.91	-15.57	66.43	-48.79
0.22	26.52	-29.48	41.26	0.57	-30.53	-16.53	-22.27	0.92	-14.08	69.92	-49.04
0.23	23.87	-30.13	38.94	0.58	-31.08	-15.08	-23.54	0.93	-12.53	73.47	-49.27
0.24	21.28	-30.72	36.64	0.59	-31.57	-13.57	-24.79	0.94	-10.92	77.08	-49.46
0.25	18.75	-31.25	34.38	0.60	-32.00	-12.00	-26.00	0.95	-9.25	80.75	-49.63
0.26	16.28	-31.72	32.14	0.61	-32.37	-10.37	-27.19	0.96	-7.52	84.48	-49.76
0.27	13.87	-32.13	29.94	0.62	-32.68	-8.68	-28.34	0.97	-5.73	88.27	-49.87
0.28	11.52	-32.48	27.76	0.63	-32.93	-6.93	-29.47	0.98	-3.88	92.12	-49.94
0.29	9.23	-32.77	25.62	0.64	-33.12	-5.12	-30.56	0.99	-1.97	96.03	-49.99
0.30	7.00	-33.00	23.50	0.65	-33.25	-3.25	-31.63	1.00	0	100.00	-50.00
0.31	4.83	-33.17	21.42	0.66	-33.32	-1.32	-32.66				
0.32	2.72	-33.28	19.36	0.67	-33.33	0.67	-33.67				
0.33	0.67	-33.33	17.34	0.68	-33.28	2.72	-34.64				
0.34	-1.32	-33.32	15.34	0.69	-33.17	4.83	-35.59				
0.35	-3.25	-33.25	13.38	0.70	-33.00	7.00	-36.50				

第四节　其他形式的单跨梁

一、圆弧梁的内力计算公式

(一) 符号说明

E——弹性模量；

$I=\frac{bh^3}{12}$——矩形截面惯性矩；

EI——抗弯刚度；

G——剪切模量；

$I_K=K'hb^3$——矩形截面抗扭惯性矩；

GI_K——抗扭刚度；

K'——系数，由表 2-19 中的圣维南表查得；

$\lambda=\frac{EI}{GI_K}$；

X、Y 及 Z——跨中弯矩、扭矩及剪力。

正负号规定：

弯矩——与图 2-1 规定相同；

剪力——与图 2-1 规定相反；

扭矩——取右半截梁，自左向右看，顺时针为正(图 2-8)。

圆弧梁公式正负号均以右半截梁为准，计算左半截梁时须注意：

(1) 当荷载对称时：扭矩及剪力正负号与公式相反；

(2) 当荷载反对称时：弯矩正负号与公式相反。

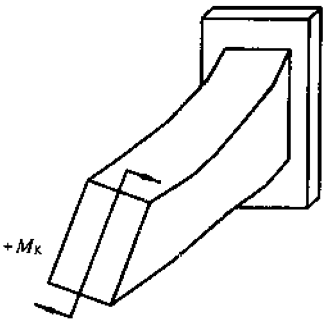


图 2-8

(二) 对称及反对称均布荷载作用下任意截面的弯矩及扭矩

在对称及反对称均布荷载作用下，圆弧梁任意截面的弯矩(M)及扭矩(M_K)公式为：

当 $0<\varphi<\gamma$

对称：

$$M=X\cos\varphi;$$
$$M_K=X\sin\varphi$$

反对称：

$$M=-Y\sin\varphi-ZR\sin\varphi;$$
$$M_K=(Y+ZR)\cos\varphi-ZR$$

当 $\gamma<\varphi<\beta$

对称：

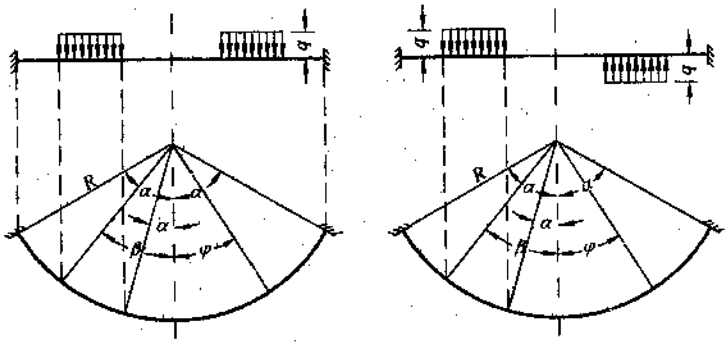


图 2-9

$$M = X\cos\varphi - qR^2[1-\cos(\varphi-\gamma)];$$
$$M_K = X\sin\varphi - qR^2[(\varphi-\gamma)-\sin(\varphi-\gamma)]$$

反对称：

$$M = -(Y+ZR)\sin\varphi + qR^2[1-\cos(\varphi-\gamma)];$$
$$M_K = (Y+ZR)\cos\varphi - ZR + qR^2[(\varphi-\gamma)-\sin(\varphi-\gamma)]$$

当 $\beta < \varphi < \alpha$

对称：

$$M = X\cos\varphi - 2qR^2\sin\frac{\beta-\gamma}{2}\sin\left(\varphi-\frac{\beta+\gamma}{2}\right);$$
$$M_K = X\sin\varphi - qR^2\left[(\beta-\gamma)-2\sin\frac{\beta-\gamma}{2}\cos\left(\varphi-\frac{\beta+\gamma}{2}\right)\right]$$

反对称：

$$M = -(Y+ZR)\sin\varphi + 2qR^2\sin\frac{\beta-\gamma}{2}\sin\left(\varphi-\frac{\beta+\gamma}{2}\right);$$
$$M_K = (Y+ZR)\cos\varphi - ZR + qR^2\left[(\beta-\gamma)-2\sin\frac{\beta-\gamma}{2}\cos\left(\varphi-\frac{\beta+\gamma}{2}\right)\right]$$

式中 $X = \frac{qR^2}{\Delta_1}[\lambda(K_1+K_2-K_3)+K_1-K_2] = K_X qR^2;$

$Y = \frac{qR^2}{\Delta_2}\{[K_{10}(K_4+K_5-K_6)+K_7K_8-4K_8\sin\alpha]\lambda$
$+K_{10}(K_4-K_5)+K_8K_9\} = K_Y qR^2;$

$Z = \frac{qR}{\Delta_2}\{[\sin\alpha(K_4+K_5-K_6)-K_7K_8]\lambda+\sin\alpha(K_4-K_5)-K_8K_9\} = K_Z qR;$

$K_1 = 2[2(\sin\beta-\sin\gamma)+(\alpha-\beta)\cos\beta-(\alpha-\gamma)\cos\gamma];$

$K_2 = 2\cos\alpha[\sin(\alpha-\gamma)-\sin(\alpha-\beta)];$

$K_3 = 4(\beta-\gamma)\cos\alpha;$

$K_4 = 2[(\alpha-\beta)\sin\beta-(\alpha-\gamma)\sin\gamma-2(\cos\beta-\cos\gamma)];$

$K_5 = 2\sin\alpha[\sin(\alpha-\gamma)-\sin(\alpha-\beta)]$;

$K_6 = 4(\beta-\gamma)\sin\alpha$

$K_7 = 2\alpha+\sin2\alpha$

$K_8 = (\beta-\gamma)\left(\frac{\beta+\gamma}{2}-\alpha\right)+\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha-\gamma)$;

$K_9 = 2\alpha-\sin2\alpha$

$K_{10} = \alpha-\sin\alpha$

$\Delta_1 = 2\alpha(\lambda+1)-(\lambda-1)\sin2\alpha$;

$\Delta_2 = \alpha[2\alpha(\lambda+1)+(\lambda-1)\sin2\alpha]-4\lambda\sin^2\alpha$

为便利计算，几种常见情况的 K_X、K_Y 及 K_Z 值列于表 2-12。

表 2-12

λ	$\alpha=90°,\beta=45°,\gamma=0°$			$\alpha=90°,\beta=90°,\gamma=0°$			$\alpha=90°,\beta=90°,\gamma=45°$		
	K_X	K_Y	K_Z	K_X	K_Y	K_Z	K_X	K_Y	K_Z
0.5	0.254	0.0553	0.479	0.273	0.0790	0.548	0.0194	0.0237	0.0688
1.0	0.254	0.0535	0.476	0.273	0.0760	0.543	0.0194	0.0225	0.0667
1.5	0.254	0.0520	0.473	0.273	0.0735	0.538	0.0194	0.0215	0.0649
2.0	0.254	0.0507	0.471	0.273	0.0713	0.534	0.0194	0.0206	0.0633
2.5	0.254	0.0496	0.469	0.273	0.0694	0.531	0.0194	0.0198	0.0619
3.5	0.254	0.0478	0.466	0.273	0.0663	0.526	0.0194	0.0185	0.0596
4.5	0.254	0.0463	0.463	0.273	0.0638	0.521	0.0194	0.0175	0.0578
5.5	0.254	0.0451	0.461	0.273	0.0617	0.518	0.0194	0.0166	0.0563
6.5	0.254	0.0441	0.459	0.273	0.0600	0.515	0.0194	0.0159	0.0551
7.5	0.254	0.0432	0.458	0.273	0.0586	0.512	0.0194	0.0153	0.0540
8.5	0.254	0.0425	0.457	0.273	0.0573	0.510	0.0194	0.0148	0.0532

注：当 $\alpha \neq 90°$ 时，K_X 随 λ 值而变。

（三）对称及反对称集中荷载作用下任意截面的弯矩及扭矩

在对称及反对称集中荷载作用下，圆弧梁任意截面的弯矩（M）及扭矩（M_K）公式为：

当 $0<\varphi<\beta$：

对称：

$$M = X\cos\varphi$$

$$M_K = X\sin\varphi$$

反对称：

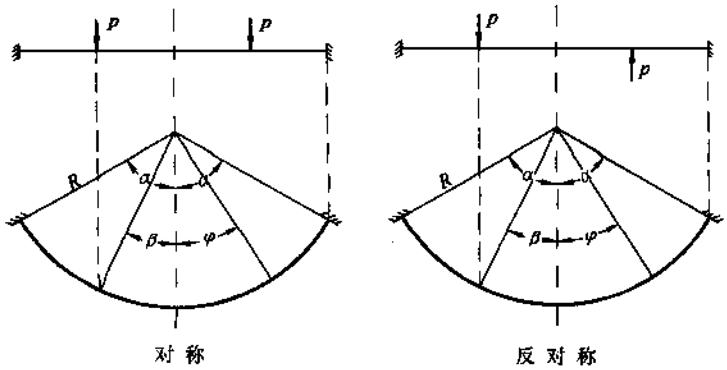


图 2-10

$$M = -Y\sin\varphi - ZR\sin\varphi;$$
$$M_K = (Y + ZR)\cos\varphi - ZR$$

当 $\beta < \varphi < \alpha$：

对称：

$$M = X\cos\varphi - PR\sin(\varphi - \beta);$$
$$M_K = X\sin\varphi - PR[1 - \cos(\varphi - \beta)];$$

反对称：

$$M = -(Y + ZR)\sin\varphi + PR\sin(\varphi - \beta)$$
$$M_K = (Y + ZR)\cos\varphi - ZR + PR[1 - \cos(\varphi - \beta)]$$

式中　$X = \frac{2(\lambda K_{11} + K_{12})}{\Delta_1}PR = K_X PR;$

$$Y = \frac{PR}{\Delta_2}[(K_{10}K_{13} - K_7K_{14} + 4K_{14}\sin\alpha)\lambda - K_9K_{14} + K_{10}K_{15}]$$
$$= K_Y PR;$$

$$Z = \frac{P}{\Delta_2}[(K_{13}\sin\alpha + K_7K_{14})\lambda + K_{15}\sin\alpha + K_9K_{14}] = K_Z P;$$

$$K_{11} = 2(\cos\beta - \cos\alpha) - (\alpha - \beta)\sin\beta - \sin\alpha\sin(\alpha - \beta);$$

$$K_{12} = \sin\alpha\sin(\alpha - \beta) - (\alpha - \beta)\sin\beta;$$

$$K_{13} = 2[(\alpha - \beta)\cos\beta + \cos\alpha\sin(\alpha - \beta) - 2(\sin\alpha - \sin\beta)];$$

$$K_{14} = (\alpha - \beta) - \sin(\alpha - \beta);$$

$$K_{15} = 2[(\alpha - \beta)\cos\beta - \cos\alpha\sin(\alpha - \beta)]$$

为便利计算，几种常见情况的 K_X、K_Y 及 K_Z 值列于表 2-13。

表 2-13

α	β		$\lambda=\frac{EI}{GI_K}$										
			0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
90°	0°	K_X①	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662	0.63662
		K_Y	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		K_Z①	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	15°	K_X	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925	0.39925
		K_Y	0.07191	0.07007	0.06851	0.06716	0.06598	0.06403	0.06248	0.06121	0.06016	0.05928	0.05852
		K_Z	0.7270	0.7238	0.7211	0.7187	0.7166	0.7132	0.7105	0.7083	0.7064	0.7049	0.7036
	30°	K_X	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218
		K_Y	0.09084	0.08780	0.08521	0.08298	0.08103	0.07780	0.07523	0.07314	0.07140	0.06993	0.06868
		K_Z	0.4766	0.4712	0.4667	0.4628	0.4594	0.4537	0.4492	0.4455	0.4425	0.4399	0.4377
	45°	K_X	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966	0.0966
		K_Y	0.07483	0.07164	0.06892	0.06657	0.06453	0.06113	0.05843	0.05623	0.05441	0.05287	0.05155
		K_Z	0.2683	0.2627	0.2579	0.2538	0.2502	0.2443	0.2395	0.2357	0.2325	0.2298	0.2275
	60°	K_X	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963	0.02963
		K_Y	0.04283	0.04054	0.03860	0.03692	0.03545	0.03303	0.03110	0.02953	0.02822	0.02712	0.02618
		K_Z	0.1164	0.1124	0.1090	0.1060	0.1035	0.0992	0.0958	0.0931	0.0908	0.0889	0.0872
	75°	K_X	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378	0.00378
		K_Y	0.01278	0.01194	0.01123	0.01061	0.01008	0.00919	0.00848	0.00790	0.00742	0.00702	0.00667
		K_Z	0.0276	0.0261	0.0249	0.0238	0.0229	0.0213	0.0201	0.0191	0.0182	0.0175	0.0169
60°	0°	K_X①	0.48957	0.47746	0.46846	0.46150	0.45595	0.44767	0.44180	0.43740	0.43400	0.43128	0.42905
		K_Y	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		K_Z①	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	10°	K_X	0.32967	0.31825	0.30976	0.30319	0.29796	0.29015	0.28460	0.28046	0.27725	0.27468	0.27258
		K_Y	0.03196	0.03157	0.03122	0.03088	0.03057	0.03000	0.02950	0.02905	0.02865	0.02829	0.02796
		K_Z	0.7413	0.7394	0.7377	0.7361	0.7346	0.7319	0.7295	0.7274	0.7255	0.7237	0.7222
	20°	K_X	0.20135	0.19186	0.18480	0.17935	0.17500	0.16851	0.16391	0.16046	0.15779	0.15566	0.15392
		K_Y	0.04072	0.04008	0.03948	0.03892	0.03840	0.03746	0.03662	0.03588	0.03521	0.03461	0.03406
		K_Z	0.5001	0.4971	0.4942	0.4915	0.4891	0.4845	0.4805	0.4770	0.4738	0.4709	0.4683
	30°	K_X	0.10621	0.09953	0.09455	0.09071	0.08765	0.08307	0.07983	0.07740	0.07552	0.07402	0.07279
		K_Y	0.03404	0.03336	0.03273	0.03214	0.03159	0.03058	0.02970	0.02891	0.02820	0.02756	0.02698
		K_Z	0.2930	0.2897	0.2867	0.2839	0.2812	0.2765	0.2722	0.2684	0.2651	0.2620	0.2592
	40°	K_X	0.04341	0.03979	0.03710	0.03502	0.03336	0.03089	0.02913	0.02782	0.02680	0.02599	0.02533
		K_Y	0.01989	0.01940	0.01894	0.01851	0.01811	0.01739	0.01675	0.01618	0.01566	0.01520	0.01478
		K_Z	0.1340	0.1316	0.1294	0.1274	0.1255	0.1220	0.1189	0.1162	0.1138	0.1115	0.1095
	50°	K_X	0.00975	0.00868	0.00788	0.00726	0.00677	0.00603	0.00551	0.00512	0.00482	0.00458	0.00438
		K_Y	0.00610	0.00592	0.00575	0.00559	0.00544	0.00517	0.00493	0.00472	0.00452	0.00435	0.00420
		K_Z	0.0341	0.0332	0.0324	0.0316	0.0309	0.0296	0.0284	0.0274	0.0265	0.0257	0.0249

① 当 $\beta=0°$ 时：K_X 及 K_Z 值对应 $2P$ 作用于跨中时的值，如为 P 作用时应将 P 除以 2 的值作为 P 代入前面的公式。

(四) 连续水平圆弧梁在均布荷载作用下的弯矩、剪力及扭矩

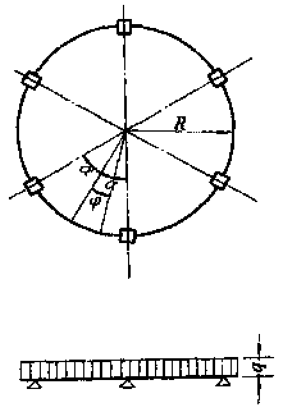


图 2-11

公式：因荷载及支点均对称，扭矩在支座及跨度中点均为零。

$$最大剪力 = \frac{R\pi q}{n}$$

$$任意点弯矩 = \left(\frac{\pi}{n}\frac{\cos\varphi}{\sin\alpha} - 1\right)qR^2$$

$$跨度中点弯矩 = \left(\frac{\pi}{n}\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)qR^2$$

$$支座弯矩 = \left(\frac{\pi}{n}\mathrm{ctg}\alpha - 1\right)qR^2$$

$$任意点扭矩 = \left(\frac{\pi}{n}\frac{\sin\varphi}{\sin\alpha} - \varphi\right)qR^2$$

式中　n——支座数量。

表 2-14

圆弧梁支柱数	最大剪力	弯矩		最大扭矩	支柱轴线与最大扭矩截面间的中心角
		在二支柱间的跨中	支　柱　上		
4	$R\pi q/4$	$0.03524\pi qR^2$	$-0.06831\pi qR^2$	$0.01055\pi qR^2$	19°12′
6	$R\pi q/6$	$0.01502\pi qR^2$	$-0.02964\pi qR^2$	$0.00302\pi qR^2$	12°44′
8	$R\pi q/8$	$0.00833\pi qR^2$	$-0.01653\pi qR^2$	$0.00126\pi qR^2$	9°32′
12	$R\pi q/12$	$0.00366\pi qR^2$	$-0.00731\pi qR^2$	$0.00037\pi qR^2$	6°21′

二、简支吊车梁的内力计算公式及系数

(一) 内力计算公式

跨内最大弯矩：$M_{max}=KPl$；支座最大剪力：$V_{max}=K_0P$；

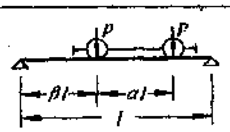
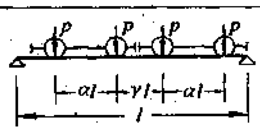
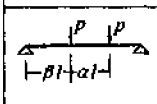
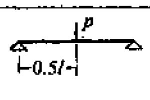
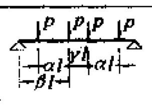
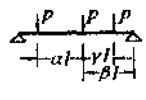
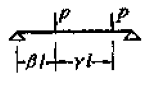
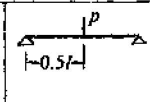
最不利截面的位置与支座的距离为 βl。

式中　P——吊车轮压值；

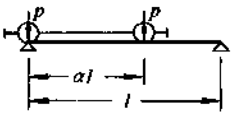
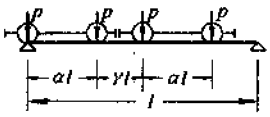
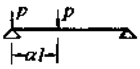
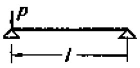
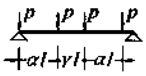
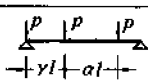
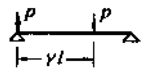
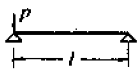
l——计算跨度；

K、β 及 K_0——按不同适用条件由表 2-15 及 2-16 中相应的公式求得；对工程上常用的梁跨度及吊车规格可由表 2-17 直接查得。

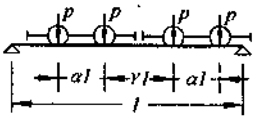
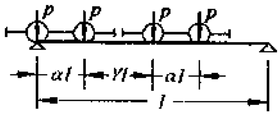
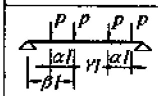
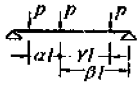
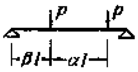
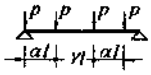
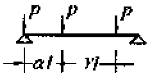
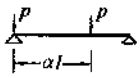
K、β 及 K_0 的计算公式(一般情况，即 $\alpha \geqslant \gamma$)　表 2-15

	单台吊车		相同的两台吊车			
简图					令：$A=0.634-1.366\alpha$；$B=2.449-4.449\alpha$	
						

续表

适用条件	$\alpha \leqslant 0.586$	$\alpha \geqslant 0.586$	$\gamma \leqslant A$	$A \leqslant \gamma \leqslant B$	$B \leqslant \gamma \leqslant 0.586$	$\gamma \geqslant 0.586$
β	$(2-\alpha)/4$	0.5	$(2-\gamma)/4$	$(3-\alpha+\gamma)/6$	$(2-\gamma)/4$	0.5
K	$2\beta^2$	0.25	$4\beta^2-\alpha$	$3\beta^2-\gamma$	$2\beta^2$	0.25
简图						
						
适用条件	$\alpha \leqslant 1$	$\alpha \geqslant 1$	$\alpha \leqslant 0.333$	$0.333 \leqslant \alpha \leqslant 1-\gamma$	$1-\alpha \leqslant \gamma \leqslant 1$	$\gamma \geqslant 1$
K_0	$2-\alpha$	1	$4-4\alpha-2\gamma$	$3-\alpha-2\gamma$	$2-\gamma$	1

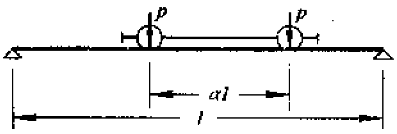
K、β 及 K_0 的计算公式(特殊情况,即 $\alpha<\gamma$)　　表 2-16

简图	 令: $A=0.634-1.366\alpha$ $C=0.551-0.225\alpha$					
						
适用条件	$\gamma \leqslant A$	$A \leqslant \gamma \leqslant C$	$\gamma \geqslant C$	$\alpha \leqslant \frac{1}{2}(1-\gamma)$	$\frac{1-\gamma}{2} \leqslant \alpha \leqslant 1-\gamma$	$\alpha \geqslant 1-\gamma$
β	$\frac{1}{4}(2-\gamma)$	$\frac{1}{6}(3-\alpha+\gamma)$	按单台计算	—	—	—
K	$4\beta^2-\alpha$	$3\beta^2-\gamma$		—	—	—
K_0	—	—	—	$4-4\alpha-2\gamma$	$3-2\alpha-\gamma$	按单台计算

(二) 内力计算系数表

表 2-17

1. 单台吊车情况下最大弯矩系数及最大剪力系数表:

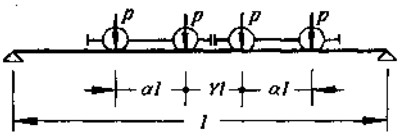


跨内最大弯矩: $M_{max}=KPl$;
支座最大剪力: $V_{max}=K_0P$;
最不利截面位置与支座的距离为 βl。
注:表中在粗竖线左右的两数值间不宜采用插入法。

α	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
β	0.475	0.450	0.425	0.400	0.375	0.500	0.500	0.500	0.500
K	0.4512	0.4050	0.3612	0.3200	0.2812	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
K_0	1.90	1.80	1.70	1.60	1.50	1.40	1.30	1.20	1.10

续表

2. 相同的两台吊车情况下最大弯矩系数及最大剪力系数表：



跨内最大弯矩：$M_{max}=KPl$；
支座最大剪力：$V_{max}=K_0P$；
最不利截面位置与支座的距离为 βl。
注：1. 表中在粗横线上下的两数值间不宜采用插入法；
　　2. 表中 K_0 值在 $\alpha=0.3$ 与 $\alpha=0.4$ 间不宜采用插入法。

α	γ	β	K	K_0
0.10	0.02	0.4950	0.8801	3.56
	0.03	0.4925	0.8702	3.54
	0.05	0.4875	0.8506	3.50
	0.07	0.4825	0.8312	3.46
	0.10	0.4750	0.8025	3.40
0.20	0.04	0.4900	0.7604	3.12
	0.06	0.4850	0.7409	3.08
	0.10	0.4750	0.7025	3.00
	0.15	0.4625	0.6556	2.90
	0.20	0.4500	0.6100	2.80
0.30	0.06	0.4850	0.6409	2.68
	0.10	0.4750	0.6025	2.60
	0.15	0.4625	0.5556	2.50
	0.20	0.4500	0.5100	2.40
	0.30	0.5000	0.4500	2.20
0.40	0.08	0.4800	0.5216	2.44
	0.12	0.4533	0.4964	2.36
	0.20	0.4667	0.4534	2.20
	0.30	0.4833	0.4008	2.00
	0.40	0.5000	0.3500	1.80
0.50	0.10	0.4333	0.4631	2.30
	0.20	0.4500	0.4075	2.10
	0.30	0.4250	0.3612	1.90

α	γ	β	K	K_0
0.50	0.40	0.4000	0.3200	1.70
	0.50	0.3750	0.2812	1.50
0.60	0.12	0.4700	0.4418	2.16
	0.20	0.4500	0.4050	2.00
	0.30	0.4250	0.3612	1.80
	0.40	0.4000	0.3200	1.60
	0.60	0.5000	0.2500	1.40
0.70	0.14	0.4650	0.4324	2.02
	0.20	0.4500	0.4050	1.90
	0.30	0.4250	0.3612	1.70
	0.50	0.3750	0.2812	1.50
	0.70	0.5000	0.2500	1.30
0.80	0.16	0.4600	0.4232	1.88
	0.25	0.4375	0.3828	1.75
	0.40	0.4000	0.3200	1.60
	0.60	0.5000	0.2500	1.40
	0.80	0.5000	0.2500	1.20
0.90	0.18	0.4550	0.4140	1.82
	0.30	0.4250	0.3612	1.70
	0.50	0.3750	0.2812	1.50
	0.70	0.5000	0.2500	1.30
	0.90	0.5000	0.2500	1.10

【例题 2-2】 已知一 9m 跨度的吊车梁承受两台 10t(重力荷载为 100kN)桥式吊车的作用(图 2-12)。求算该梁的跨内最大弯矩及支座最大剪力。

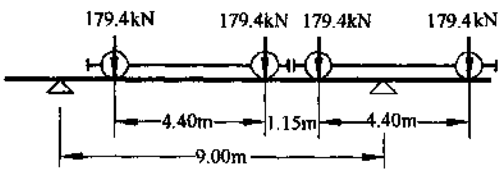


图 2-12

【解】 1. 用公式计算：

(1) 跨内最大弯矩

$$\alpha=\frac{4.40}{9.00}=0.489$$

$$\gamma = \frac{1.15}{9.00} = 0.128$$

即 $\alpha > \gamma$，由表 2-15，

$$A = 0.634 - 1.366\alpha = 0.634 - 1.366 \times 0.489 = -0.034,$$

$$B = 2.449 - 4.449\alpha = 2.449 - 4.449 \times 0.489 = 0.27$$

即 $A < \gamma < B$，可知上述参数满足表 2-15 中梁上有三个轮压的情况，

所以，
$$\beta = \frac{1}{6}(3 - \alpha + \gamma) = \frac{1}{6}(3 - 0.489 + 0.128) = 0.440,$$

$$K = 3\beta^2 - \gamma = 3 \times 0.440^2 - 0.128 = 0.453$$

跨内最大弯矩　$M_{max} = KPl = 0.453 \times 179.4 \times 9.00 = 731.4\text{kN·m}$；

最不利截面位置与支座的距离 $\beta l = 0.440 \times 9.00 = 3.96\text{m}$

(2) 支座最大剪力：

$$\alpha = 0.489, 1 - \gamma = 1 - 0.128 = 0.872,$$

即 $0.333 < \alpha < 1 - \gamma$，可知上述参数满足表 2-15 中梁上有三个轮压的情况，所以，

$K_0 = 3 - \alpha - 2\gamma = 3 - 0.489 - 2 \times 0.128 = 2.255$

支座最大剪力 $V_{max} = K_0 P = 2.255 \times 179.4 = 404.5\text{kN}$

2. 查表计算：

算出 $\alpha = 0.489$ 及 $\gamma = 0.128$ 后，由表 2-17 用插入法查得：

$$\beta = 0.4398, K = 0.4524 \text{ 及 } K_0 = 2.255$$

这些数值与用公式算出的相同或很接近。

三、下撑式组合梁的内力系数

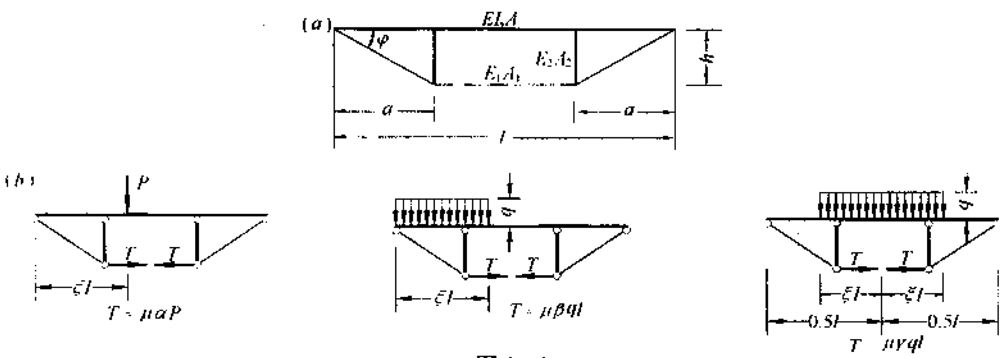


图 2-13

$$\mu = \frac{l}{1200\left(\frac{a}{l}\right)^2 K_1 K_3 + 1200\left(\frac{h}{l}\right)^2 K_2 + 600\frac{a}{l}\left(1 - \frac{4a}{3l}\right)h + 600\frac{a}{l}\left(1 - \frac{2a}{l}\right)K_1 + 600\frac{a}{l}K_4}$$

当 $a = \frac{l}{3}$：$\mu = \frac{l}{133K_1K_3 + 1200\left(\frac{h}{l}\right)^2 K_2 + 111h + 67K_1 + 200K_4}$；

$a = \frac{l}{4}$：　$\mu = \frac{l}{75K_1K_3 + 1200\left(\frac{h}{l}\right)^2 K_2 + 100h + 75K_1 + 150K_4}$；

$a=\frac{l}{5}$:　　$\mu=\frac{l}{48K_1K_3+1200\left(\frac{h}{l}\right)^2K_2+88h+72K_1+120K_4}$;

$a=\frac{l}{6}$:　　$\mu=\frac{l}{33K_1K_3+1200\left(\frac{h}{l}\right)^2K_2+78h+67K_1+100K_4}$.

式中　$K_1=\frac{EI}{E_1A_1h}$;$K_2=\frac{EI}{E_2A_2a}$;$K_3=\frac{1}{\cos^3\varphi}$;$K_4=\frac{I}{Ah}$.

当 $\xi l\leqslant a$:$\alpha=100\xi\left[\frac{3a}{l}\left(1-\frac{a}{l}\right)-\xi^2\right]$;

当 $l-a\geqslant\xi l\geqslant a$:$\alpha=100\frac{a}{l}\left[3\xi(1-\xi)-\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]$;

当 $\xi l\leqslant a$:$\beta=25\left[\frac{6a}{l}\left(1-\frac{a}{l}\right)\xi^2-\xi^4\right]$;

当 $l-a\geqslant\xi l\geqslant a$:$\beta=25\frac{a}{l}\left[2\xi^2(3-2\xi)-\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(4\xi-\frac{a}{l}\right)\right]$;

当 $\xi l\leqslant\frac{l}{2}-a$:$\gamma=50\frac{a}{l}\xi\left[3-4\left(\frac{a}{l}\right)^2-4\xi^2\right]$;

当 $\xi l\geqslant\frac{l}{2}-a$:

$$\gamma=50\left\{\frac{a}{l}\left[1-\left(2-\frac{a}{l}\right)\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]+\left(\frac{1}{2}-\xi\right)^2\left[\left(\frac{1}{2}-\xi\right)^2-\frac{6a}{l}\left(1-\frac{a}{l}\right)\right]\right\}$$

下撑式组合梁的内力系数表　　表 2-18

a	$l/3$			$l/4$			$l/5$			$l/6$		
ξ	α	β	γ	α	β	γ	α	β	γ	α	β	γ
0.05	3.32	0.083	2.121	2.80	0.070	1.712	2.39	0.060	1.415	2.07	0.052	1.200
0.10	6.57	0.331	4.193	5.53	0.279	3.388	4.70	0.238	2.800	4.07	0.206	2.374
0.15	9.66	0.737	6.164	8.10	0.620	4.988	6.86	0.527	4.125	5.91	0.456	3.499
1/6	10.65	0.907	6.790	8.91	0.762	5.498	7.54	0.647	4.548	6.48	0.559	3.858
0.20	12.53	1.293	7.985	10.45	1.085	6.475	8.80	0.920	5.360	7.54	0.793	4.548
0.25	15.10	1.986	9.609	12.50	1.660	7.812	10.45	1.402	6.475	8.91	1.206	5.498
0.30	17.30	2.798	10.994	14.19	2.329	8.963	11.80	1.960	7.440	10.04	1.680	6.322
1/3	18.52	3.395	11.767	15.10	2.818	9.609	12.53	2.366	7.985	10.65	2.025	6.790
0.35	19.05	3.708	12.106	15.50	3.073	9.892	12.85	2.578	8.225	10.91	2.205	6.997
0.40	20.30	4.694	12.919	16.44	3.873	10.575	13.60	3.240	8.805	11.54	2.767	7.497
0.45	21.05	5.729	13.414	17.00	4.710	10.992	14.05	3.932	9.160	11.91	3.355	7.805
0.50	21.30	6.790	13.580	17.19	5.566	11.133	14.20	4.640	9.280	12.04	3.954	7.909

第五节 开口薄壁杆件约束扭转时的内力计算公式

一、符 号 说 明

$\tau_K=\dfrac{M_K}{I_K}\delta$——纯扭剪应力($N/mm^2$);

M_K——纯扭矩($N\cdot mm$);

I_K——抗扭惯性矩(mm^4);

δ——所求点的截面厚度(mm);

$\tau_{max}=\dfrac{M_K}{W_K}$——最大纯扭剪应力($N/mm^2$);

W_K——抗扭截面系数(mm^3);

$\varphi=\int_0^l\dfrac{M_K}{GI_K}dx$——杆件的扭转角(弧度 rad);

G——剪切模量(N/mm^2);

$\tau_\omega=\dfrac{M_\omega S_\omega}{I_\omega\delta}$——扇性剪应力($N/mm^2$);

$M_\omega=\dfrac{dB}{dx}$——弯曲扭矩($N\cdot mm$);

S_ω——扇性静矩(mm^4);

I_ω——扇性惯性矩(mm^6);

$B=\int_F\sigma_\omega\omega dF$——弯扭双力矩($N\cdot mm^2$)。

对于工字形截面,$B=MH$;

$\sigma_\omega=\dfrac{B_\omega}{I_\omega}$——扇性正应力($N/mm^2$);

ω——扇性面积,即扇性座标(mm^2);

M_0——主扇性零点;

A——弯曲中心;

a_y——弯曲中心距(mm);

$K=\sqrt{\dfrac{GI_K}{EI_\omega}}$——弯曲扭转特性(1/mm);

E——弹性模量(N/mm^2);

e——荷载对弯曲中心线的偏心距(mm)。

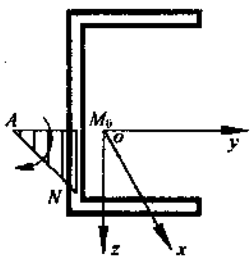


图 2-14

正负号的规定:

ω——从 x 轴的正方向朝原点 o 看,若向量半径从被选择的原始半径 AM_0 移到 AN 位置是顺时针旋转时,则 N 点的扇性座标为正;如图 2-14 中 N 点的扇性座标 ω 为正,反之为负;

B——例如图 2-15(c)中,B 为负;

M_K, M_ω——从 x 轴的正方向朝原点 o 看,顺时针旋转者为正;如图 2-15(a,b)M_K 及 M_ω 为正;

σ_ω——受拉为正;

e——表 2-20 简图中所示者均为正。

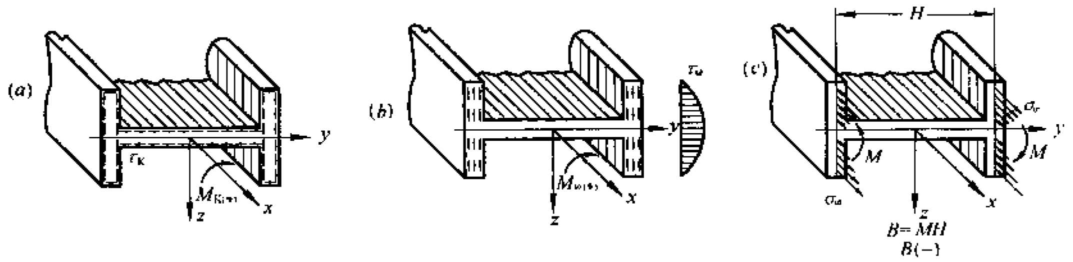
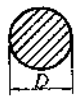
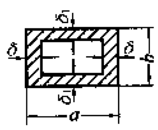
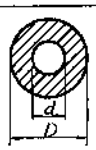


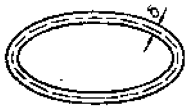
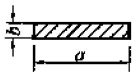
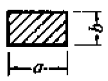
图2-15

二、截面的抗扭特性

表 2-19

截　面	I_K	W_K 及截面上产生最大剪应力的各点位置
	$I_K=\frac{\pi D^4}{32}\approx 0.1D^4$	$W_K=\frac{\pi D^3}{16}\approx 0.2D^3$ τ_{max} 在截面边界各点
	$I_K=\frac{2\delta\delta_1(a-\delta)^2(b-\delta_1)^2}{a\delta+b\delta_1-\delta^2-\delta_1^2}$	$\tau_1=\frac{M_K}{2\delta_1(a-\delta)(b-\delta_1)}$(在长边的中间一段); $\tau_2=\frac{M_K}{2\delta(a-\delta)(b-\delta_1)}$(在短边的中间一段)。 当没有足够大的圆角时,在里面各角点上的应力可能更大,其应力集中系数。 $a_t=1.74\sqrt[3]{\frac{\delta_{max}}{r}}$ 式中　r——内凹角内圆角半径。 最大剪应力 $=a_t\tau_{max}$
 $\alpha=\frac{d}{D}$	$I_K=\frac{\pi D^4}{32}(1-\alpha^4)$ $\approx 0.1D^4(1-\alpha^4)$	$W_K=\frac{\pi D^3}{16}(1-\alpha^4)\approx 0.2D^3(1-\alpha^4)$ τ_{max} 在截面外边各点; $\tau_1=\tau_{max}\frac{d}{D}$,在截面内边各点

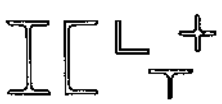
续表

截　面	I_K	W_K 及截面上产生最大剪应力的各点位置
等厚度任意形状薄壁环 	$I_K = \frac{4A^2\delta}{S}$ (左图中虚线表示中线)	$\tau_{平均} = \frac{M_K}{2\delta A}$(当 δ 很小时,应力几乎是平均分布的) 式中　A——环的中线围成之面积; S——环的中线长度
 $\frac{a}{b} = n > 4$	$I_K = \frac{1}{3}(n - 0.63)b^4$	$W_K = \frac{1}{3}(n - 0.63)b^3$ τ_{max} 在沿长边的各点,靠近角点上的除外; $\tau_1 = 0.74\tau_{max}$,在短边的中点处
	$I_K = \frac{ab^3}{16}\left[\frac{16}{3} - 3.36\frac{b}{a}\times\left(1 - \frac{b^4}{12a^4}\right)\right]$(近似公式) 或 $I_K = K'ab^3$(按照圣维南的准确解法), K' 取自圣维南表,它与 $\frac{a}{b}$ 之值有关	$W_K = \frac{a^2b^2}{3a + 1.8b}$(近似公式) 或　$W_K = Kab^2$(较准确),K 取自圣维南表,它与 $\frac{a}{b}$ 之值有关。 τ_{max} 在长边的中点处; $\tau_1 = K_1\tau_{max}$ 在短边的中点处,K_1 取自圣维南表,它与 $\frac{a}{b}$ 之值有关。 在各个角点上剪应力等于零

$\frac{a}{b} \geqslant 1$

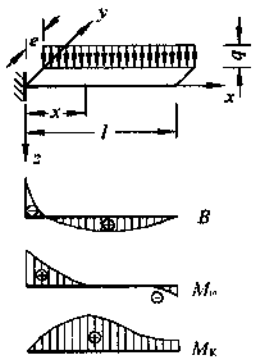
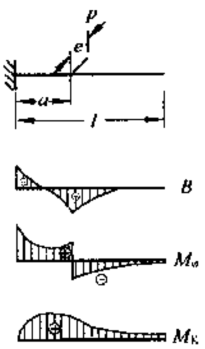
圣　维　南　表

a/b	1.00	1.20	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00	4.00	5.00	6.00	8.00	10.00	∞
K	0.208	0.219	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.291	0.298	0.307	0.312	0.333
K_1	1.000	0.930	0.859	0.821	0.795	0.766	0.753	0.745	0.743	0.743	0.742	0.742	—
K'	0.141	0.166	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.291	0.298	0.307	0.312	0.333

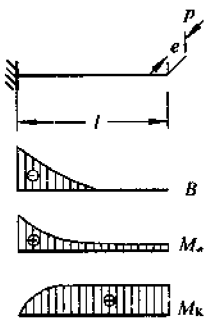
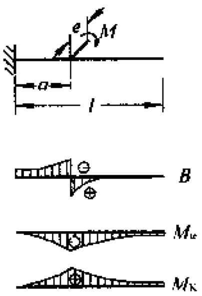
截　面	I_K	W_K 及截面上产生最大剪应力的各点位置
辗钢截面考虑由矩形所组成的截面(槽钢及工字钢的翼缘可取其平均厚度)矩形尺寸是 $b_i \times \delta_i$,且 $b_i > 4\delta_i$ 	$I_K \approx \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} b_i\delta_i^3$	最大剪应力在最大厚度 δ_{max} 的矩形中间部分, $\tau_{max} = \frac{M_K}{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} b_i\delta_i^3}\delta_{max}$, 式中　$i = 1,2,\cdots\cdots n$ 在截面内凹角处产生应力集中,理论集中系数, $\alpha_\tau = 1.74\sqrt[3]{\frac{\delta_{max}}{r}}$ 式中　r——凹角内圆角半径。 最大剪应力 $= \alpha_\tau\tau_{max}$

三、单跨薄壁梁受约束扭转时的内力计算公式

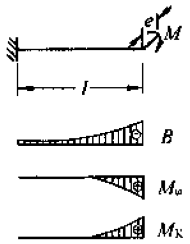
表 2-20

荷载及内力图	B、M_{ω}及 M_{K}
	$B=-\frac{qe}{K^{2}\mathrm{ch}Kl}[Kl\,\mathrm{sh}K(l-x)-\mathrm{ch}Kl+\mathrm{ch}Kx]$; $M_{\omega}=\frac{qe}{K\mathrm{ch}Kl}[Kl\,\mathrm{ch}K(l-x)-\mathrm{sh}Kx]$; $M_{K}=\frac{qe}{K\mathrm{ch}Kl}[K(l-x)\mathrm{ch}Kl+\mathrm{sh}Kx-Kl\,\mathrm{ch}K(l-x)]$ 当 $x=0$: $B=-\frac{qe}{K^{2}\mathrm{ch}Kl}(Kl\,\mathrm{sh}Kl-\mathrm{ch}Kl+1)$; $M_{\omega}=qel;M_{K}=0$ 当 $x=l$ $B=0;M_{\omega}=-\frac{qe}{K\mathrm{ch}Kl}(\mathrm{sh}Kl-Kl)$; $M_{K}=\frac{qe}{K\mathrm{ch}Kl}(\mathrm{sh}Kl-Kl)$
	当 $0\leqslant x\leqslant a:B=-\frac{Pe}{K\mathrm{ch}Kl}[\mathrm{sh}K(l-x)-\mathrm{sh}K(l-a)\mathrm{ch}Kx]$; $M_{\omega}=\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}[\mathrm{ch}K(l-x)+\mathrm{sh}K(l-a)\mathrm{sh}Kx]$; $M_{K}=\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}[\mathrm{ch}Kl-\mathrm{ch}K(l-x)-\mathrm{sh}K(l-a)\mathrm{sh}Kx]$ 当 $a\leqslant x\leqslant l:B=\frac{Pe}{K\mathrm{ch}Kl}\mathrm{sh}K(l-x)(\mathrm{ch}Ka-1)$; $M_{\omega}=-\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)(\mathrm{ch}Ka-1)$; $M_{K}=\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)(\mathrm{ch}Ka-1)$ 当 $x=0$: $B=-\frac{Pe}{K\mathrm{ch}Kl}[\mathrm{sh}Kl-\mathrm{sh}K(l-a)]$; $M_{\omega}=Pe$; $M_{K}=0$ 当 $x=a:B=\frac{Pe}{K\mathrm{ch}Kl}\mathrm{sh}K(l-a)(\mathrm{ch}Ka-1)$; $M_{K}=-\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}\mathrm{ch}K(l-a)(\mathrm{ch}Ka-1)$; $M_{\omega左}=\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}[\mathrm{ch}K(l-a)+\mathrm{sh}K(l-a)\mathrm{sh}Ka]$; $M_{\omega右}=-\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}\mathrm{ch}K(l-a)(\mathrm{ch}Ka-1)$ 当 $x=l:B=0,M_{\omega}=-\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}(\mathrm{ch}Ka-1)$; $M_{K}=\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}(\mathrm{ch}Ka-1)$

续表

荷载及内力图	B、M_ω及M_K
	$B=-\frac{Pe}{K\mathrm{ch}Kl}\mathrm{sh}K(l-x)$; $M_\omega=\frac{Pe}{\mathrm{ch}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)$; $M_K=Pe\left[1-\frac{\mathrm{ch}K(l-x)}{\mathrm{ch}Kl}\right]$ 当 $x=0$：$B=-Pe\frac{\mathrm{sh}Kl}{K\mathrm{ch}Kl}$；$M_\omega=Pe$；$M_K=0$ 当 $x=l$：$B=0$；$M_\omega=Pe\frac{1}{\mathrm{ch}Kl}$；$M_K=Pe\left(1-\frac{1}{\mathrm{ch}Kl}\right)$
	当 $0\leqslant x\leqslant a$：$B=-Me\frac{\mathrm{ch}K(l-a)\mathrm{ch}Kx}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}K(l-a)\mathrm{sh}Kx}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_K=Me\frac{K\mathrm{ch}K(l-a)\mathrm{sh}Kx}{\mathrm{ch}Kl}$； 当 $a\leqslant x\leqslant l$：$B=Me\frac{\mathrm{sh}Ka\,\mathrm{sh}K(l-x)}{\mathrm{ch}Kl}$· $M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{sh}Ka\,\mathrm{ch}K(l-x)}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_K=Me\frac{K\mathrm{sh}Ka\,\mathrm{ch}K(l-x)}{\mathrm{ch}Kl}$ 当 $x=0$：$B=-Me\frac{\mathrm{ch}K(l-a)}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_\omega=0$； $M_K=0$ 当 $x=a$：$B_{左}=-Me\frac{\mathrm{ch}K(l-a)\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{ch}Kl}$； $B_{右}=Me\frac{\mathrm{sh}K(l-a)\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}K(l-a)\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_K=Me\frac{K\mathrm{ch}K(l-a)\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{ch}Kl}$ 当 $x=l$：$B=0$；$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{ch}Kl}$； $M_K=Me\frac{K\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{ch}Kl}$

续表

<table>
<tr><th>荷载及内力图</th><th>B、M_ω及M_K</th></tr>
<tr><td>
</td><td>

$$B=-Me\frac{\mathrm{ch}Kx}{\mathrm{ch}Kl};$$

$$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{sh}Kx}{\mathrm{ch}Kl};$$

$$M_K=Me\frac{K\mathrm{sh}Kx}{\mathrm{ch}Kl}$$

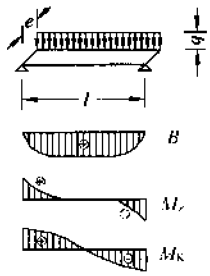
当 $x=0$：$B=-Me\frac{1}{\mathrm{ch}Kl}$；

$$M_\omega=0;$$

$$M_K=0$$

当 $x=l$：$B=-Me$；$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{sh}Kl}{\mathrm{ch}Kl}$；

$$M_K=Me\frac{K\mathrm{sh}Kl}{\mathrm{ch}Kl}$$

</td></tr>
<tr><td>
</td><td>

$$B=\frac{qe}{K^2}\left[1-\frac{\mathrm{ch}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}}\right];$$

$$M_\omega=\frac{qe}{K}\frac{\mathrm{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}};$$

$$M_K=\frac{qe}{K}\left[K\left(\frac{l}{2}-x\right)-\frac{\mathrm{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}}\right]$$

当 $x=0$ 及 $x=l$：

$$B=0;$$

$$M_\omega=\pm qe\frac{\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}{K\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}};$$

$$M_K=\pm qe\left(\frac{l}{2}-\frac{\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}{K\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}}\right)$$

当 $x=\frac{l}{2}$：

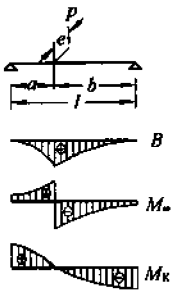
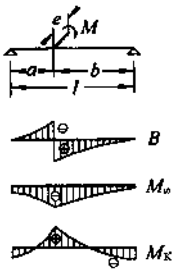
$$B=\frac{qe}{K^2}\left(1-\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}}\right);$$

$$M_\omega=0;$$

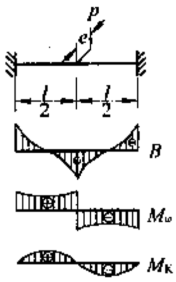
$$M_K=0$$

</td></tr>
</table>

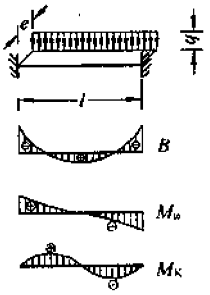
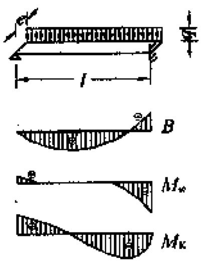
续表

<table>
<tr><th>荷载及内力图</th><th>B、M_ω 及 M_K</th></tr>
<tr><td>
</td><td>当 $0\leqslant x\leqslant a$：$B=\frac{Pe}{K}\frac{\mathrm{sh}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}Kx$；
$M_\omega=Pe\frac{\mathrm{sh}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx$；
$M_K=Pe\left(\frac{b}{l}-\frac{\mathrm{sh}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx\right)$；
当 $a\leqslant x\leqslant l$：$B=\frac{Pe}{K}\frac{\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}K(l-x)$；
$M_\omega=-Pe\frac{\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)$；
$M_K=-Pe\left[\frac{a}{l}-\frac{\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)\right]$
当 $x=0$：$B=0$；$M_\omega=Pe\frac{\mathrm{sh}Kb}{\mathrm{sh}Kl}$；$M_K=Pe\left(\frac{b}{l}-\frac{\mathrm{sh}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\right)$
当 $x=a$：$B=Pe\frac{\mathrm{sh}Ka\mathrm{sh}Kb}{K\mathrm{sh}Kl}$；
$M_K=Pe\left(\frac{b}{l}-\frac{\mathrm{sh}Kb\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\right)$；
$M_{\omega左}=Pe\frac{\mathrm{sh}Kb\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}$；$M_{\omega右}=-Pe\frac{\mathrm{sh}Ka\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}$；
当 $x=l$：$B=0$；$M_\omega=-Pe\frac{\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{sh}Kl}$；$M_K=-Pe\left(\frac{a}{l}-\frac{\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\right)$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>当 $0\leqslant x\leqslant a$：$B=-Me\frac{\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}Kx$；
$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx$；
$M_K=-Me\left(\frac{1}{l}-\frac{K\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx\right)$
当 $a\leqslant x\leqslant l$：$B=Me\frac{\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}K(l-x)$；
$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)$；
$M_K=-Me\left[\frac{1}{l}-\frac{K\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}K(l-x)\right]$
当 $x=0$：$B=0$；$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}$；
$M_K=-Me\left(\frac{1}{l}-K\frac{\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}\right)$
当 $x=a$：$B_{左}=-Me\frac{\mathrm{ch}Kb\mathrm{sh}Ka}{\mathrm{sh}Kl}$；$B_{右}=Me\frac{\mathrm{ch}Ka\mathrm{sh}Kb}{\mathrm{sh}Kl}$；
$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}Ka\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}$；
$M_K=Me\left(\frac{K\mathrm{ch}Ka\mathrm{ch}Kb}{\mathrm{sh}Kl}-\frac{1}{l}\right)$；
当 $x=l$：$B=0$；$M_\omega=-Me\frac{K\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}$；$M_K=-Me\left(\frac{1}{l}-K\frac{\mathrm{ch}Ka}{\mathrm{sh}Kl}\right)$</td></tr>
</table>

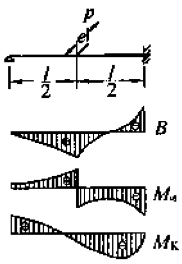
续表

荷载及内力图	B、M_ω 及 M_K
	当 $0\leqslant x\leqslant\frac{l}{2}$：$B=0.5Pe\left[\dfrac{\text{ch}Kx-\text{ch}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{K\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$； $M_\omega=0.5Pe\left[\dfrac{\text{sh}Kx+\text{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$； $M_K=0.5Pe\left[1-\dfrac{\text{sh}Kx+\text{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$ 当 $\frac{l}{2}\leqslant x\leqslant l$：$B=0.5Pe\left[\dfrac{\text{ch}K(l-x)-\text{ch}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{K\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$； $M_\omega=-0.5Pe\left[\dfrac{\text{sh}K(l-x)-\text{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$； $M_K=-0.5Pe\left[1-\dfrac{\text{sh}K(l-x)-\text{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$ 当 $x=0$ 及 $x=l$： $B=-0.5Pe\left(\dfrac{\text{ch}\frac{Kl}{2}-1}{K\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right)$； $M_\omega=\pm0.5Pe$； $M_K=0$ 当 $x=\frac{l}{4}$ 及 $x=\frac{3l}{4}$：$B=0$； $M_\omega=\pm0.5Pe\dfrac{1}{\text{ch}\frac{Kl}{4}}$； $M_K=\pm0.5Pe\left(1-\dfrac{1}{\text{ch}\frac{Kl}{4}}\right)$ 当 $x=\frac{l}{2}$：$B=0.5Pe\left(\dfrac{\text{ch}\frac{Kl}{2}-1}{K\text{sh}\frac{Kl}{2}}\right)$； $M_{\omega左}=0.5Pe$；$M_{\omega右}=-0.5Pe$；$M_K=0$

续表

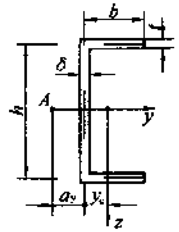
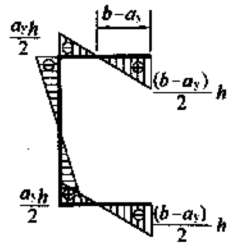
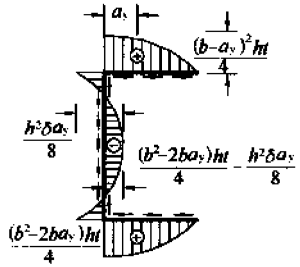
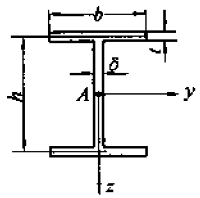
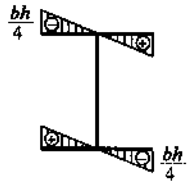
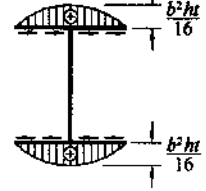
荷载及内力图	B、M_ω 及 M_K
	$B=\frac{ql}{K^2}\left[1-\frac{Kl\,\mathrm{ch}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$； $M_\omega=qel\left[\frac{\mathrm{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$； $M_K=qe\left[\left(\frac{l}{2}-x\right)-\frac{l\,\mathrm{sh}K\left(\frac{l}{2}-x\right)}{2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}\right]$ 当 $x=0$ 及 $x=l$： $B=-\frac{qe}{K^2}\left(\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}}{2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}-1\right)$； $M_\omega=\pm0.5qel$；$M_K=0$. 当 $x=\frac{l}{2}$：$B=\frac{ql}{K^2}\left(1-\frac{Kl}{2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}\right)$； $M_\omega=0$；$M_K=0$
	$B=\frac{qe}{K^2}\left(1-\mathrm{ch}Kx+\frac{1+Kl\,\mathrm{sh}Kl-\mathrm{ch}Kl-\frac{K^2l^2}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}Kx\right)$； $M_\omega=\frac{qe}{K}\left(-\mathrm{sh}Kx+\frac{1+Kl\,\mathrm{sh}Kl-\mathrm{ch}Kl-\frac{K^2l^2}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx\right)$； $M_K=\frac{qe}{K}\left\{K(l-x)+\mathrm{sh}Kx-\frac{1+Kl\,\mathrm{sh}Kl-\mathrm{ch}Kl-\frac{K^2l^2}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right.$ $\left.\times\mathrm{ch}Kx+\frac{\mathrm{ch}Kl-1-\frac{K^2l^2}{2}\mathrm{ch}Kl}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right\}$ 当 $x=0$：$B=0$； $M_\omega=\frac{qe}{K}\left(\frac{1+Kl\,\mathrm{sh}Kl-\mathrm{ch}Kl-\frac{K^2l^2}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$； $M_K=\frac{qe}{K}\left[\frac{2(\mathrm{ch}Kl-1)-2Kl\,\mathrm{sh}Kl+\frac{K^2l^2}{2}(\mathrm{ch}Kl+1)}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right]$ 当 $x=l$：$B=-\frac{qel}{K}\left[\frac{1+\frac{Kl}{2}\mathrm{sh}Kl-\mathrm{ch}Kl}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right]$； $M_\omega=-\frac{qe}{K}\left\{\frac{1+\frac{K^2l^2}{2}\mathrm{ch}Kl-\mathrm{ch}Kl}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right\}$； $M_K=0$

续表

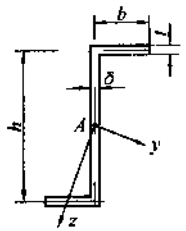
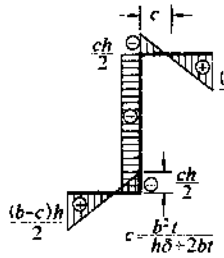
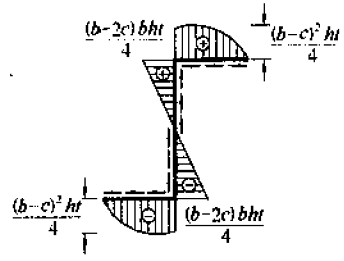
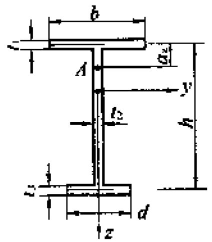
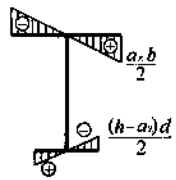
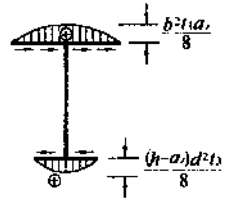
荷载及内力图	B、M_ω 及 M_K
	当 $0\leqslant x\leqslant \frac{l}{2}$：$B=\frac{Pe}{K}\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}Kx$； $M_\omega=Pe\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx$； $M_K=Pe\left(1-\frac{\frac{Kl}{2}\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}-\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx\right)$ 当 $\frac{l}{2}\leqslant x\leqslant l$：$B=\frac{Pe}{K}\left(\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}Kx-\mathrm{sh}K\left(x-\frac{l}{2}\right)\right)$； $M_\omega=Pe\left(\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx-\mathrm{ch}K\left(x-\frac{l}{2}\right)\right)$； $M_K=Pe\left(\mathrm{ch}K\left(x-\frac{l}{2}\right)-\frac{\frac{Kl}{2}\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}-\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}Kx\right)$ 当 $x=0$：$B=0$； $M_\omega=Pe\left(\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$； $M_K=Pe\left(\frac{\frac{Kl}{2}(\mathrm{ch}Kl+1)-2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}\left(\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-1\right)-Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$ 当 $x=\frac{l}{2}$：$B=\frac{Pe}{K}\left(\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}\right)$； $M_{\omega左}=Pe\left(\frac{Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}\right)$； $M_{\omega右}=-Pe\left(\frac{\left(Kl\,\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}+\frac{Kl}{2}\right)\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-Kl}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$； $M_K=-Pe\left(\frac{\left(\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}-\frac{Kl}{2}\right)\left(\mathrm{ch}\frac{Kl}{2}-1\right)}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$ 当 $x=l$：$M_K=0$； $B=-\frac{Pel}{2}\left(\frac{\mathrm{sh}Kl-2\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$； $M_\omega=-Pe\left(\frac{\frac{Kl}{2}\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}\frac{Kl}{2}}{Kl\,\mathrm{ch}Kl-\mathrm{sh}Kl}\right)$

四、截面的扇性几何特性

表 2-21

截　　面	$a_y(a_z)$	ω	S_ω	I_ω
	$\frac{3b^2t}{6bt+h\delta}$			$\frac{b^3h^2t}{12}\frac{2h\delta+3bt}{6bt+h\delta}$
	由于对称，截面的弯曲中心在重心 A 点上；同理，主扇性零点在翼缘中央			$\frac{b^3h^2t}{24}$

续表

截 面	$a_y(a_z)$	ω	S_ω	I_ω
	弯曲中心与重心重合在 A 点;主扇性零点在上下翼缘距腹板 c 处			$\frac{h^2bt}{6}(b^2-3bc+3c^2)$ $+\frac{h^3c^2\delta}{4}=\frac{b^3th^2}{12}\frac{bt+2h\delta}{2bt+h\delta}$
	$\frac{I_{3Z}h}{I_{1Z}+I_{3Z}}$ $=\frac{d^3t_3h}{b^3t_1+d^3t_3}$			$\frac{I_{1Z}I_{3Z}h^2}{I_{1Z}+I_{3Z}}$ $=\frac{b^3t_1d^3t_3h^2}{12(b^3t_1+d^3t_3)}$

注:S_ω 图中的箭头,表示由于正的弯曲扭矩 M_ω 作用时产生的扇性剪应力 τ_ω 的方向。

【例题 2-3】 屋盖的檩条由槽钢组成(图 2-16),求算檩条在危险截面上的扇性正应力。

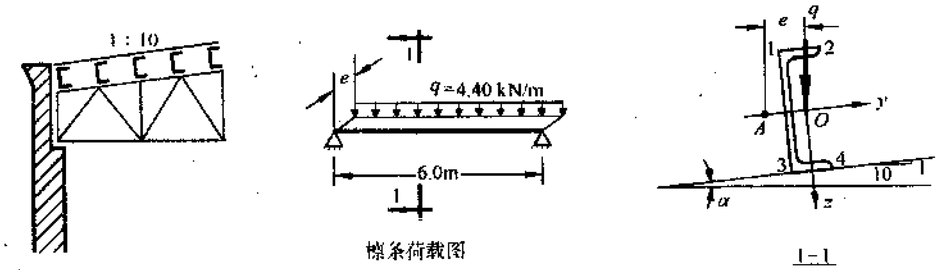


图 2-16

【解】 1. 槽钢截面的几何特性(图 2-17)

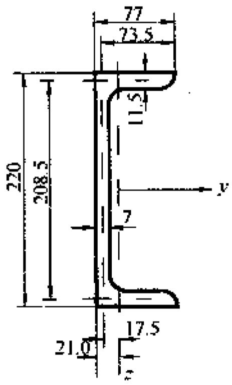


图 2-17

计算时取截面中线尺寸

$$h = 220 - 11.5 = 208.5\text{mm}$$

$$b = 77 - \frac{7}{2} = 73.5\text{mm}$$

$$y_c = 21 - \frac{7}{2} = 17.5\text{mm}$$

$$a_y = \frac{3b^2t}{6bt + h\delta} = \frac{3 \times 73.5^2 \times 11.5}{6 \times 73.5 \times 11.5 + 208.5 \times 7} = 28.5\text{mm}$$

$$I_K \approx \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} b_i\delta_i^3 = \frac{1}{3}(73.5 \times 11.5^3 \times 2 + 208.5 \times 7^3)$$

$$= 98000\text{mm}^4$$

$$I_W = \frac{b^3h^2t}{12}\frac{2h\delta + 3bt}{6bt + h\delta} = \frac{73.5^3 \times 208.5^2 \times 11.5}{12}$$

$$\times \frac{2 \times 208.5 \times 7 + 3 \times 73.5 \times 11.5}{6 \times 73.5 \times 11.5 + 208.5 \times 7} \approx 1.38 \times 10^{10}\text{mm}^6$$

设

$$G = 0.81 \times 10^5\text{N/mm}^2$$

$$E = 2.1 \times 10^5\text{N/mm}^2$$

$$K = \sqrt{\frac{GI_K}{EI_W}} = \sqrt{\frac{0.81 \times 10^5 \times 9.8 \times 10^4}{2.1 \times 10^5 \times 1.38 \times 10^{10}}} = 0.0017\,\frac{1}{\text{mm}}$$

$$Kl = 0.0017 \times 6000 = 10.2$$

$$\text{ch}\,\frac{Kl}{2} = \text{ch}5.1 = 82.0$$

$$\omega_1 = -\omega_3 = -\frac{a_yh}{2} = -\frac{28.5 \times 208.5}{2} = -2970\text{mm}^2$$

$$\omega_2 = -\omega_4 = \frac{h}{2}(b - a_y) = \frac{208.5}{2}(73.5 - 28.5) = 4690\text{mm}^2$$

2. 危险截面上的双力矩:

$$q = 4.4\text{kN/m} = 4.4\text{N/mm}$$

由于本例题的荷载情况与表 2-20 一致,故 e 取正值:

$$e = OA \cdot \cos\alpha = (17.5 + 28.5) \times 0.995 = 45.8\text{mm}$$

在 $x = \frac{l}{2}$ 处:

$$B_{max}=\frac{qe}{K^2}\left(1-\frac{1}{\mathrm{ch}\,\frac{Kl}{2}}\right)=\frac{4.4\times45.8}{0.0017^2}\left(1-\frac{1}{82.0}\right)\approx6.89\times10^7\mathrm{N\cdot mm^2}$$

3. 扇性正应力(图 2-18)：

$$\sigma_{\omega1}=-\sigma_{\omega3}=\frac{B_{max}\omega_1}{I_\omega}=\frac{6.89\times10^7\times(-2970)}{1.38\times10^{10}}=-14.8\mathrm{N/mm^2}$$

$$\sigma_{\omega2}=-\sigma_{\omega4}=\frac{B_{max}\omega_2}{I_\omega}=\frac{6.89\times10^7\times4690}{1.38\times10^{10}}=23.4\mathrm{N/mm^2}$$

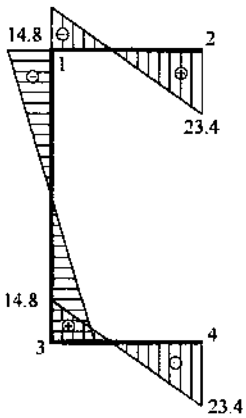


图 2-18

必须注意：扇性正应力尚应与由于斜弯曲产生的正应力叠加，方可求出危险截面上的最大正应力。

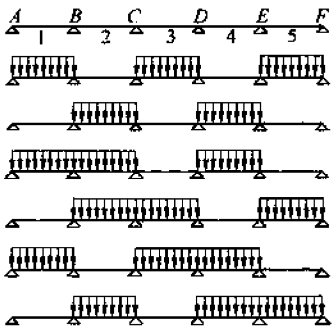
第三章 连 续 梁

第一节 概 述

计算等跨等截面的连续梁，一般可直接利用本章所列的计算图表，查得所需的内力系数。对于不等跨的连续梁，这里介绍两种类型的计算方法：一种是应用比较普遍的一般弯矩分配法及弯矩一次分配法；另一种是利用公式再配合使用一些简化计算图表以求算内力的方法；这里所介绍的是三弯矩方程式及由此经过整理使得可直接求算内力的公式。

计算连续梁的最大弯矩和最大剪力时，应考虑活荷载在梁上最不利的布置，表 3-1 是以五跨梁为例来说明活荷载的布置方法。

表 3-1

活荷载布置图	最大值	
	弯矩	剪力
	M_1、M_3、M_5	V_A、V_F
	M_2、M_4	
	M_B	$V_{B左}$、$V_{B右}$
	M_C	$V_{C左}$、$V_{C右}$
	M_D	$V_{D左}$、$V_{D右}$
	M_E	$V_{E左}$、$V_{E右}$

由表 3-1 可看出：求算某跨的最大正弯矩时，该跨应布满活荷载，其余每隔一跨布满活荷载；求算某支座的最大负弯矩及支座剪力时，该支座相邻两跨应布满活荷载，其余每隔一跨布满活荷载。

第二节 等截面连续梁的计算系数

一、等跨梁在常用荷载作用下的内力及挠度系数

1. 在均布及三角形荷载作用下：

M = 表中系数 × ql^2；

V = 表中系数 × ql；

f = 表中系数 × $\frac{ql^4}{100EI}$；

2. 在集中荷载作用下：

M = 表中系数 × Pl；

V = 表中系数 × P；

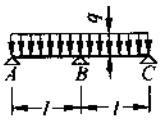
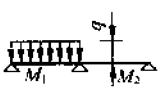
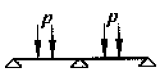
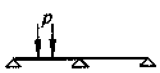
f = 表中系数 × $\frac{Pl^3}{100EI}$

3. 当荷载组成超出本表所示的形式时，对于对称荷载，可利用表 3-8 中的等效均布荷载 q_E 求算支座弯矩；然后按单跨简支梁在实际荷载及求出的支座弯矩共同作用下计算跨中弯矩和剪力；

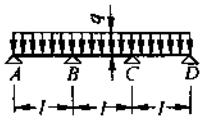
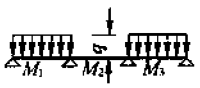
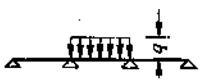
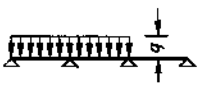
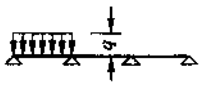
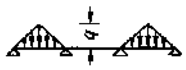
4. 当有活荷载作用时，为求算最大弯矩和剪力，其荷载参照表 3-1 进行布置。

5. 内力的正负号按第二章第一节的规定。

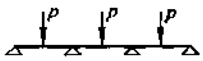
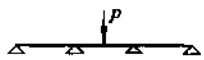
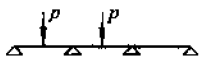
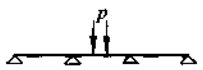
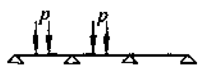
两 跨 梁 表 3-2

荷载图	跨内最大弯矩		支座弯矩	剪力			跨度中点挠度	
	M_1	M_2	M_B	V_A	$V_{B左}$ / $V_{B右}$	V_C	f_1	f_2
	0.070	0.070	−0.125	0.375	−0.625 / 0.625	−0.375	0.521	0.521
	0.096	—	−0.063	0.437	−0.563 / 0.063	0.063	0.912	−0.391
	0.048	0.048	−0.078	0.172	−0.328 / 0.328	−0.172	0.345	0.345
	0.064	—	−0.039	0.211	−0.289 / 0.039	0.039	0.589	−0.244
	0.156	0.156	−0.188	0.312	−0.688 / 0.688	−0.312	0.911	0.911
	0.203	—	−0.094	0.406	−0.594 / 0.094	0.094	1.497	−0.586
	0.222	0.222	−0.333	0.667	−1.333 / 1.333	−0.667	1.466	1.466
	0.278	—	−0.167	0.833	−1.167 / 0.167	0.167	2.508	−1.042

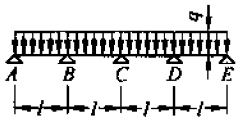
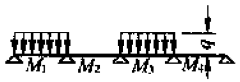
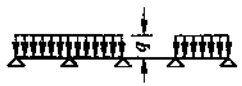
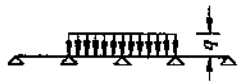
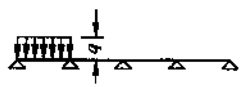
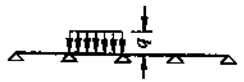
三　跨　梁　　　　续表

荷载图	跨内最大弯矩		支座弯矩		剪力				跨度中点挠度		
	M_1	M_2	M_B	M_C	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	V_D	f_1	f_2	f_3
	0.080	0.025	−0.100	−0.100	0.400	−0.600 0.500	−0.500 0.600	−0.400	0.677	0.052	0.677
	0.101	—	−0.050	−0.050	0.450	−0.550 0	0 0.550	−0.450	0.990	−0.625	0.990
	—	0.075	−0.050	−0.050	−0.050	−0.050 0.500	−0.500 0.050	0.050	−0.313	0.677	−0.313
	0.073	0.054	−0.117	−0.033	0.383	−0.617 0.583	−0.417 0.033	0.033	0.573	0.365	−0.208
	0.094	—	−0.067	0.017	0.433	−0.567 0.083	0.083 −0.017	−0.017	0.885	−0.313	0.104
	0.054	0.021	−0.063	−0.063	0.188	−0.313 0.250	−0.250 0.313	−0.188	0.443	0.052	0.443
	0.068	—	−0.031	−0.031	0.219	−0.281 0	0 0.281	−0.219	0.638	−0.391	0.638
	—	0.052	−0.031	−0.031	−0.031	−0.031 0.250	−0.250 0.031	0.031	−0.195	0.443	−0.195
	0.050	0.038	−0.073	−0.021	0.177	−0.323 0.302	−0.198 0.021	0.021	0.378	0.248	−0.130
	0.063	—	−0.042	0.010	0.208	−0.292 0.052	0.052 −0.010	−0.010	0.573	−0.195	0.065

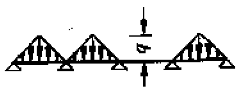
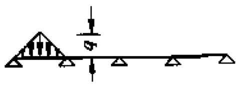
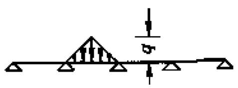
续表

荷载图	跨内最大弯矩		支座弯矩		剪力				跨度中点挠度		
	M_1	M_2	M_B	M_C	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	V_D	f_1	f_2	f_3
	0.175	0.100	−0.150	−0.150	0.350	−0.650 0.500	−0.500 0.650	−0.350	1.146	0.208	1.146
	0.213	—	−0.075	−0.075	0.425	−0.575 0	0 0.575	−0.425	1.615	−0.937	1.615
	—	0.175	−0.075	−0.075	−0.075	−0.075 0.500	−0.500 0.075	0.075	−0.469	1.146	−0.469
	0.162	0.137	−0.175	−0.050	0.325	−0.675 0.625	−0.375 0.050	0.050	0.990	0.677	−0.312
	0.200	—	−0.100	0.025	0.400	−0.600 0.125	0.125 −0.025	−0.025	1.458	−0.469	0.156
	0.244	0.067	−0.267	−0.267	0.733	−1.267 1.000	−1.000 1.267	−0.733	1.883	0.216	1.883
	0.289	—	−0.133	−0.133	0.866	−1.134 0	0 1.134	−0.866	2.716	−1.667	2.716
	—	0.200	−0.133	−0.133	−0.133	−0.133 1.000	−1.000 0.133	0.133	−0.833	1.883	−0.833
	0.229	0.170	−0.311	−0.089	0.689	−1.311 1.222	−0.778 0.089	0.089	1.605	1.049	−0.556
	0.274	—	−0.178	0.044	0.822	−1.178 0.222	0.222 −0.044	−0.044	2.438	−0.833	0.278

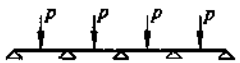
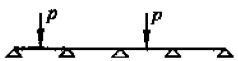
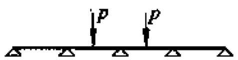
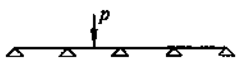
四 跨 梁 续表

荷载图	跨内最大弯矩				支座弯矩			剪力					跨度中点挠度			
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_B	M_C	M_D	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	V_E	f_1	f_2	f_3	f_4
	0.077	0.036	0.036	0.077	−0.107	−0.071	−0.107	0.393	−0.607 0.536	−0.464 0.464	−0.536 0.607	−0.393	0.632	0.186	0.186	0.632
	0.100	—	0.081	—	−0.054	−0.036	−0.054	0.446	−0.554 0.018	0.018 0.482	−0.518 0.054	0.054	0.967	−0.558	0.744	−0.335
	0.072	0.061	—	0.098	−0.121	−0.018	−0.058	0.380	−0.620 0.603	−0.397 −0.040	−0.040 0.558	−0.442	0.549	0.437	−0.474	0.939
	—	0.056	0.056	—	−0.036	−0.107	−0.036	−0.036	−0.036 0.429	−0.571 0.571	−0.429 0.036	0.036	−0.223	0.409	0.409	−0.223
	0.094	—	—	—	−0.067	0.018	−0.004	0.433	−0.567 0.085	0.085 −0.022	−0.022 0.004	0.004	0.884	−0.307	0.084	−0.028
	—	0.074	—	—	−0.049	−0.054	0.013	−0.049	−0.049 0.496	−0.504 0.067	0.067 −0.013	−0.013	−0.307	0.660	−0.251	0.084

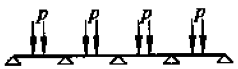
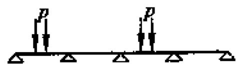
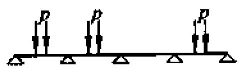
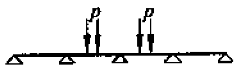
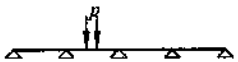
续表

荷载图	跨内最大弯矩				支座弯矩			剪力					跨度中点挠度			
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_B	M_C	M_D	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	V_E	f_1	f_2	f_3	f_4
	0.052	0.028	0.028	0.052	-0.067	-0.045	-0.067	0.183	-0.317 0.272	-0.228 0.228	-0.272 0.317	-0.183	0.415	0.136	0.136	0.415
	0.067	—	0.055	—	-0.034	-0.022	-0.034	0.217	-0.284 0.011	0.011 0.239	-0.261 0.034	0.034	0.624	-0.349	0.485	-0.209
	0.049	0.042	—	0.066	-0.075	-0.011	-0.036	0.175	-0.325 0.314	-0.186 -0.025	-0.025 0.286	-0.214	0.363	0.293	-0.296	0.607
	—	0.040	0.040	—	-0.022	-0.067	-0.022	-0.022	-0.022 0.205	-0.295 0.295	-0.205 0.022	0.022	-0.140	0.275	0.275	-0.140
	0.063	—	—	—	-0.042	0.011	-0.003	0.208	-0.292 0.053	0.053 -0.014	-0.014 0.003	0.003	0.572	-0.192	0.052	-0.017
	—	0.051	—	—	-0.031	-0.034	0.008	-0.031	-0.031 0.247	-0.253 0.042	0.042 -0.008	-0.008	-0.192	0.432	-0.157	0.052

续表

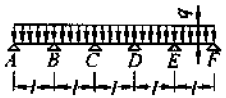
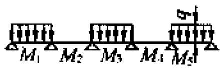
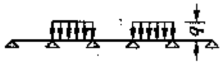
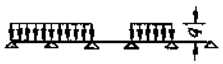
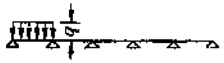
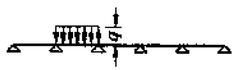
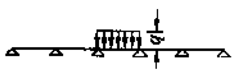
荷载图	跨内最大弯矩				支座弯矩			剪力					跨度中点挠度			
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_B	M_C	M_D	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	V_E	f_1	f_2	f_3	f_4
	0.169	0.116	0.116	0.169	−0.161	−0.107	−0.161	0.339	−0.661 0.554	−0.446 0.446	−0.554 0.661	−0.339	1.079	0.409	0.409	1.079
	0.210	—	0.183	—	−0.080	−0.054	−0.080	0.420	−0.580 0.027	0.027 0.473	−0.527 0.080	0.080	1.581	−0.837	1.246	−0.502
	0.159	0.146	—	0.206	−0.181	−0.027	−0.087	0.319	−0.681 0.654	−0.346 −0.060	−0.060 0.587	−0.413	0.953	0.786	−0.711	1.539
	—	0.142	0.142	—	−0.054	−0.161	−0.054	−0.054	−0.054 0.393	−0.607 0.607	−0.393 0.054	0.054	−0.335	0.744	0.744	−0.335
	0.200	—	—	—	−0.100	0.027	−0.007	0.400	−0.600 0.127	0.127 −0.033	−0.033 0.007	0.007	1.456	−0.460	0.126	−0.042
	—	0.173	—	—	−0.074	−0.080	0.020	−0.074	−0.074 0.493	−0.507 0.100	0.100 −0.020	−0.020	−0.460	1.121	−0.377	0.126

续表

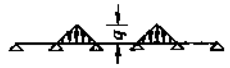
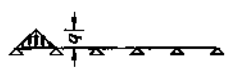
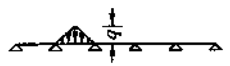
荷载图	跨内最大弯矩				支座弯矩			剪力					跨度中点挠度			
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_B	M_C	M_D	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	V_E	f_1	f_2	f_3	f_4
	0.238	0.111	0.111	0.238	−0.286	−0.191	−0.286	0.714	−1.286 1.095	−0.905 0.905	−1.095 1.286	−0.714	1.764	0.573	0.573	1.764
	0.286	—	0.222	—	−0.143	−0.095	−0.143	0.857	−1.143 0.048	0.048 0.952	−1.048 0.143	0.143	2.657	−1.488	2.061	−0.892
	0.226	0.194	—	0.282	−0.321	−0.048	−0.155	0.679	−1.321 1.274	−0.726 −0.107	−0.107 1.155	−0.845	1.541	1.243	−1.265	2.582
	—	0.175	0.175	—	−0.095	−0.286	−0.095	−0.095	−0.095 0.810	−1.190 1.190	−0.810 0.095	0.095	−0.595	1.168	1.168	−0.595
	0.274	—	—	—	−0.178	0.048	−0.012	0.822	−1.178 0.226	0.226 −0.060	−0.060 0.012	0.012	2.433	−0.819	0.223	−0.074
	—	0.198	—	—	−0.131	−0.143	0.036	−0.131	−0.131 0.988	−1.012 0.178	0.178 −0.036	−0.036	−0.819	1.838	−0.670	0.223

五　跨　梁

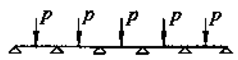
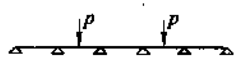
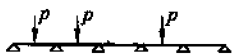
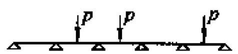
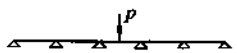
续表

荷载图	跨内最大弯矩 M_1	跨内最大弯矩 M_2	跨内最大弯矩 M_3	支座弯矩 M_B	支座弯矩 M_C	支座弯矩 M_D	支座弯矩 M_E	剪力 V_A	剪力 $V_{B左}$ / $V_{B右}$	剪力 $V_{C左}$ / $V_{C右}$	剪力 $V_{D左}$ / $V_{D右}$	剪力 $V_{E左}$ / $V_{E右}$	剪力 V_F	跨度中点挠度 f_1	跨度中点挠度 f_2	跨度中点挠度 f_3	跨度中点挠度 f_4	跨度中点挠度 f_5
	0.078	0.033	0.046	-0.105	-0.079	-0.079	-0.105	0.394	-0.606 0.526	-0.474 0.500	-0.500 0.474	-0.526 0.606	-0.394	0.644	0.151	0.315	0.151	0.644
	0.100	—	0.085	-0.053	-0.040	-0.040	-0.053	0.447	-0.553 0.013	0.013 0.500	-0.500 -0.013	-0.013 0.553	-0.447	0.973	-0.576	0.809	-0.576	0.973
	—	0.079	—	-0.053	-0.040	-0.040	-0.053	-0.053	-0.053 0.513	-0.487 0	0 0.487	-0.513 0.053	0.053	-0.329	0.727	-0.493	0.727	-0.329
	0.073	②0.059 0.078	—	-0.119	-0.022	-0.044	-0.051	0.380	-0.620 0.598	-0.402 -0.023	-0.023 0.493	-0.507 0.052	0.052	0.555	0.420	-0.411	0.704	-0.321
	① 0.098	0.055	0.064	-0.035	-0.111	-0.020	-0.057	-0.035	-0.035 0.424	-0.576 0.591	-0.409 -0.037	-0.037 0.557	-0.443	-0.217	0.390	0.480	-0.486	0.943
	0.094	—	—	-0.067	0.018	-0.005	0.001	0.433	-0.567 0.085	0.085 -0.023	-0.023 0.006	0.006 -0.001	-0.001	0.883	-0.307	0.082	-0.022	0.008
	—	0.074	—	-0.049	-0.054	0.014	-0.004	-0.049	-0.049 0.495	-0.505 0.068	0.068 -0.018	-0.018 0.004	0.004	-0.307	0.659	-0.247	0.067	-0.022
	—	—	0.072	0.013	-0.053	-0.053	0.013	0.013	0.013 -0.066	-0.066 0.500	-0.500 0.066	0.066 -0.013	-0.013	0.082	-0.247	0.644	-0.247	0.082

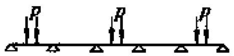
续表

荷 载 图	跨内最大弯矩			支座弯矩				剪 力						跨度中点挠度				
	M_1	M_2	M_3	M_B	M_C	M_D	M_E	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	$V_{E左}$ $V_{E右}$	V_F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
	0.053	0.026	0.034	−0.066	−0.049	−0.049	−0.066	0.184	−0.316 0.266	−0.234 0.250	−0.250 0.234	−0.266 0.316	−0.184	0.422	0.114	0.217	0.114	0.422
	0.067	—	0.059	−0.033	−0.025	−0.025	−0.033	0.217	−0.283 0.008	0.008 0.250	−0.250 −0.008	−0.008 0.283	−0.217	0.628	−0.360	0.525	−0.360	0.628
	—	0.055	—	−0.033	−0.025	−0.025	−0.033	−0.033	−0.033 0.258	−0.242 0	0 0.242	−0.258 0.033	0.033	−0.205	0.474	−0.308	0.474	−0.205
	0.049	②0.041 0.053	—	−0.075	−0.014	−0.028	−0.032	0.175	−0.325 0.311	−0.189 −0.014	−0.014 0.246	−0.255 0.032	0.032	0.366	0.282	−0.257	0.460	−0.201
	① 0.066	0.039	0.044	−0.022	−0.070	−0.013	−0.036	−0.022	−0.022 0.202	−0.298 0.307	−0.193 −0.023	−0.023 0.286	−0.214	−0.136	0.263	0.319	−0.304	0.609
	0.063	—	—	−0.042	0.011	−0.003	0.001	0.208	−0.292 0.053	0.053 −0.014	−0.014 0.004	0.004 −0.001	−0.001	0.572	−0.192	0.051	−0.014	0.005
	—	0.051	—	−0.031	−0.034	0.009	−0.002	−0.031	−0.031 0.247	−0.253 0.043	0.043 −0.011	−0.011 0.002	0.002	−0.192	0.432	−0.154	0.042	−0.014
	—	—	0.050	0.008	−0.033	−0.033	0.008	0.008	0.008 −0.041	−0.041 0.250	−0.250 0.041	0.041 −0.008	−0.008	0.051	−0.154	0.422	−0.154	0.051

续表

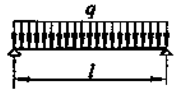
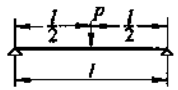
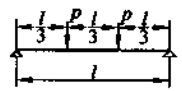
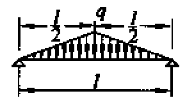
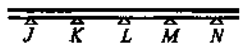
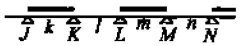
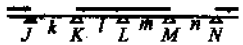
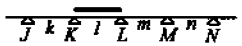
荷载图	跨内最大弯矩			支座弯矩				剪力						跨度中点挠度				
	M_1	M_2	M_3	M_B	M_C	M_D	M_E	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	$V_{E左}$ $V_{E右}$	V_F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
	0.171	0.112	0.132	−0.158	−0.118	−0.118	−0.158	0.342	−0.658 0.540	−0.460 0.500	−0.500 0.460	−0.540 0.658	−0.342	1.097	0.356	0.603	0.356	1.097
	0.211	—	0.191	−0.079	−0.059	−0.059	−0.079	0.421	−0.579 0.020	0.020 0.500	−0.500 −0.020	−0.020 0.579	−0.421	1.590	−0.863	1.343	−0.863	1.590
	—	0.181	—	−0.079	−0.059	−0.059	−0.079	−0.079	−0.079 0.520	−0.480 0	0 0.480	−0.520 0.079	0.079	−0.493	1.220	−0.740	1.220	−0.493
	0.160	②0.144 0.178	—	−0.179	−0.032	−0.066	−0.077	0.321	−0.679 0.647	−0.353 −0.034	−0.034 0.489	−0.511 0.077	0.077	0.962	0.760	−0.617	1.186	−0.482
	① 0.207	0.140	0.151	−0.052	−0.167	−0.031	−0.086	−0.052	−0.052 0.385	−0.615 0.637	−0.363 −0.056	−0.056 0.586	−0.414	−0.325	0.715	0.850	−0.729	1.545
	0.200	—	—	−0.100	0.027	−0.007	0.002	0.400	−0.600 0.127	0.127 −0.034	−0.034 0.009	0.009 −0.002	−0.002	1.455	−0.460	0.123	−0.034	0.011
	—	0.173	—	−0.073	−0.081	0.022	−0.005	−0.073	−0.073 0.493	−0.507 0.102	0.102 −0.027	−0.027 0.005	0.005	−0.460	1.119	−0.370	0.101	−0.034
	—	—	0.171	0.020	−0.079	−0.079	0.020	0.020	0.020 −0.099	−0.099 0.500	−0.500 0.099	0.099 −0.020	−0.020	0.123	−0.370	1.097	−0.370	0.123

续表

荷载图	跨内最大弯矩			支座弯矩				剪力						跨度中点挠度				
	M_1	M_2	M_3	M_B	M_C	M_D	M_E	V_A	$V_{B左}$ $V_{B右}$	$V_{C左}$ $V_{C右}$	$V_{D左}$ $V_{D右}$	$V_{E左}$ $V_{E右}$	V_F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
	0.240	0.100	0.122	-0.281	-0.211	-0.211	-0.281	0.719	-1.281 1.070	-0.930 1.000	-1.000 0.930	-1.070 1.281	-0.719	1.795	0.479	0.918	0.479	1.795
	0.287	—	0.228	-0.140	-0.105	-0.105	-0.140	0.860	-1.140 0.035	0.035 1.000	-1.000 -0.035	-0.035 1.140	-0.860	2.672	-1.535	2.234	-1.535	2.672
	—	0.216	—	-0.140	-0.105	-0.105	-0.140	-0.140	-0.140 1.035	-0.965 0	0.000 0.965	-1.035 0.140	0.140	-0.877	2.014	-1.316	2.014	-0.877
	0.227	②0.189 0.209	—	-0.319	-0.057	-0.118	-0.137	0.681	-1.319 1.262	-0.738 -0.061	-0.061 0.981	-1.019 0.137	0.137	1.556	1.197	-1.096	1.955	-0.857
	① 0.282	0.172	0.198	-0.093	-0.297	-0.054	-0.153	-0.093	-0.093 0.796	-1.204 1.243	-0.757 -0.099	-0.099 1.153	-0.847	-0.578	1.117	1.356	-1.296	2.592
	0.274	—	—	-0.179	0.048	-0.013	0.003	0.821	-1.179 0.227	0.227 -0.061	-0.061 0.016	0.016 -0.003	-0.003	2.433	-0.817	0.219	-0.060	0.020
	—	0.198	—	-0.131	-0.144	0.038	-0.010	-0.131	-0.131 0.987	-1.013 0.182	0.182 -0.048	-0.048 0.010	0.010	-0.817	1.835	-0.658	0.179	-0.060
	—	—	0.193	0.035	-0.140	-0.140	0.035	0.035	0.035 -0.175	-0.175 1.000	-1.000 0.175	0.175 -0.035	-0.035	0.219	-0.658	1.795	-0.658	0.219

无 限 跨 梁

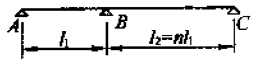
续表

荷载布置 \ 荷载类别					
	支座弯矩	$-0.083ql^2$	$-0.125Pl$	$-0.222Pl$	$-0.052ql^2$
	跨中弯矩	$0.042ql^2$	$0.125Pl$	$0.111Pl$	$0.031ql^2$
	剪 力	$0.5ql$	$0.5P$	$1.0P$	$0.25ql$
	支座反力	$1.0ql$	$1.0P$	$2P$	$0.5ql$
	支座弯矩	$-0.042ql^2$	$-0.063Pl$	$-0.111Pl$	$-0.026ql^2$
	跨中弯矩 $M_k=M_m$	$0.083ql^2$	$0.188Pl$	$0.222Pl$	$0.057ql^2$
	支座反力	$0.5ql$	$0.5P$	$1.0P$	$0.25ql$
	支座弯矩 M_L	$-0.114ql^2$	$-0.171Pl$	$-0.304Pl$	$-0.071ql^2$
	支座弯矩 $M_K=M_M$	$-0.022ql^2$	$-0.034Pl$	$-0.060Pl$	$-0.014ql^2$
	L 支座反力	$1.183ql$	$1.274P$	$2.488P$	$0.614ql$
	支座弯矩 $M_K=M_L$	$-0.053ql^2$	$-0.079Pl$	$-0.141Pl$	$-0.033ql^2$
	跨中弯矩 M_l	$0.072ql^2$	$0.171Pl$	$0.192Pl$	$0.050ql^2$
	支座弯矩 $M_J=M_M$	$0.014ql^2$	$0.021Pl$	$0.038Pl$	$0.009ql^2$

表中：①分子及分母分别为 M_1 及 M_5 的弯矩系数；②分子及分母分别为 M_2 及 M_4 的弯矩系数。

二、不等跨梁在均布荷载作用下的内力系数

表 3-3



弯矩 M = 表中系数 × ql_1^2；
剪力 V = 表中系数 × ql_1；

荷载①：

荷载②：

荷载③：

	荷载①							荷载②		荷载③	
n	M_B^*	M_{AB}	M_{BC}	V_A	$V_{B左}^*$	$V_{B右}^*$	V_C	M_{AB}^*	V_A^*	M_{BC}^*	V_C^*
1.0	−0.1250	0.0703	0.0703	0.3750	−0.6250	0.6250	−0.3750	0.0957	0.4375	0.0957	−0.4375
1.1	−0.1388	0.0653	0.0898	0.3613	−0.6387	0.6761	−0.4239	0.0970	0.4405	0.1142	−0.4780
1.2	−0.1550	0.0595	0.1108	0.3450	−0.6550	0.7292	−0.4708	0.0982	0.4432	0.1343	−0.5182
1.3	−0.1738	0.0532	0.1333	0.3263	−0.6737	0.7836	−0.5164	0.0993	0.4457	0.1558	−0.5582
1.4	−0.1950	0.0465	0.1572	0.3050	−0.6950	0.8393	−0.5607	0.1003	0.4479	0.1788	−0.5979
1.5	−0.2188	0.0396	0.1825	0.2813	−0.7187	0.8958	−0.6042	0.1013	0.4500	0.2032	−0.6375
1.6	−0.2450	0.0325	0.2092	0.2550	−0.7450	0.9531	−0.6469	0.1021	0.4519	0.2291	−0.6769
1.7	−0.2738	0.0256	0.2374	0.2263	−0.7737	1.0110	−0.6890	0.1029	0.4537	0.2564	−0.7162
1.8	−0.3050	0.0190	0.2669	0.1950	−0.8050	1.0694	−0.7306	0.1037	0.4554	0.2850	−0.7554
1.9	−0.3388	0.0130	0.2978	0.1613	−0.8387	1.1283	−0.7717	0.1044	0.4569	0.3155	−0.7944
2.0	−0.3750	0.0078	0.3301	0.1250	−0.8750	1.1875	−0.8125	0.1050	0.4583	0.3472	−0.8333
2.25	−0.4766	0.0003	0.4170	0.0234	−0.9766	1.3368	−0.9132	0.1065	0.4615	0.4327	−0.9303
2.5	−0.5938	负 值	0.5126	−0.0938	−1.0938	1.4875	−1.0125	0.1078	0.4643	0.5272	−1.0268

续表

弯矩 M = 表中系数 × ql_1^2；
剪力 V = 表中系数 × ql_1；

荷载 ①：

荷载 ②：

荷载 ③：

荷载 ④：

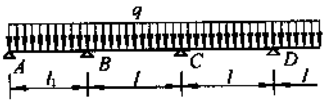
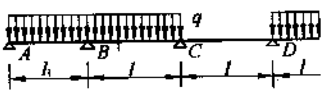
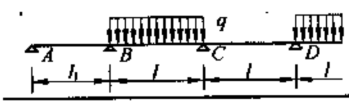
	荷载①						荷载②			荷载③		荷载④
n	M_B	M_{AB}	M_{BC}	V_A	$V_{B左}$	$V_{B右}$	M_B^*	$V_{B左}^*$	$V_{B右}^*$	M_{AB}^*	V_A^*	M_{BC}^*
0.4	−0.0831	0.0869	−0.0631	0.4169	−0.5831	0.2000	−0.0962	−0.5962	0.4608	0.0890	0.4219	0.0150
0.5	−0.0804	0.0880	−0.0491	0.4196	−0.5804	0.2500	−0.0947	−0.5947	0.4502	0.0918	0.4286	0.0223
0.6	−0.0800	0.0882	−0.0350	0.4200	−0.5800	0.3000	−0.0952	−0.5952	0.4603	0.0943	0.4342	0.0308
0.7	−0.0819	0.0874	−0.0206	0.4181	−0.5819	0.3500	−0.0979	−0.5979	0.4825	0.0964	0.4390	0.0403
0.8	−0.0859	0.0857	−0.0059	0.4141	−0.5859	0.4000	−0.1021	−0.6021	0.5116	0.0982	0.4432	0.0509
0.9	−0.0918	0.0833	0.0095	0.4082	−0.5918	0.4500	−0.1083	−0.6083	0.5456	0.0998	0.4468	0.0625
1.0	−0.1000	0.0800	0.0250	0.4000	−0.6000	0.5000	−0.1167	−0.6167	0.5833	0.1013	0.4500	0.0750
1.1	−0.1100	0.0761	0.0413	0.3900	−0.6100	0.5500	−0.1267	−0.6267	0.6233	0.1025	0.4528	0.0885
1.2	−0.1218	0.0715	0.0582	0.3782	−0.6218	0.6000	−0.1385	−0.6385	0.6651	0.1037	0.4554	0.1029
1.3	−0.1355	0.0664	0.0758	0.3645	−0.6355	0.6500	−0.1522	−0.6522	0.7082	0.1047	0.4576	0.1182
1.4	−0.1510	0.0609	0.0940	0.3490	−0.6510	0.7000	−0.1676	−0.6676	0.7525	0.1057	0.4597	0.1344
1.5	−0.1683	0.0550	0.1130	0.3317	−0.6683	0.7500	−0.1848	−0.6848	0.7976	0.1065	0.4615	0.1514
1.6	−0.1874	0.0489	0.1327	0.3127	−0.6873	0.8000	−0.2037	−0.7037	0.8434	0.1073	0.4632	0.1694
1.7	−0.2082	0.0426	0.1531	0.2918	−0.7082	0.8500	−0.2244	−0.7244	0.8897	0.1080	0.4648	0.1883
1.8	−0.2308	0.0362	0.1742	0.2692	−0.7308	0.9000	−0.2468	−0.7468	0.9366	0.1087	0.4662	0.2080
1.9	−0.2552	0.0300	0.1961	0.2448	−0.7552	0.9500	−0.2710	−0.7710	0.9846	0.1093	0.4675	0.2286
2.0	−0.2813	0.0239	0.2188	0.2188	−0.7812	1.0000	−0.2969	−0.7969	1.0312	0.1099	0.4688	0.2500
2.25	−0.3540	0.0106	0.2788	0.1462	−0.8538	1.1250	−0.3691	−0.8691	1.1511	0.1111	0.4714	0.3074
2.5	−0.4375	0.0019	0.3437	0.0625	−0.9375	1.2500	−0.4521	−0.9521	1.2722	0.1122	0.4737	0.3701

续表

半无限跨梁

弯矩 M = 表中系数 × ql_1^2；

剪力 V = 表中系数 × ql_1；

荷载图式	弯矩、剪力	$l_1=0.8l$	$l_1=0.9l$	$l_1=l$
	M_{AB}	0.044	0.060	0.078
	M_B	−0.082	−0.093	−0.106
	M_C	−0.084	−0.081	−0.077
	V_A	0.298	0.347	0.394
	$V_{B左}$	−0.502	−0.553	−0.606
	M_B^*	−0.098	−0.107	−0.120
	M_C	−0.027	−0.024	−0.021
	$V_{B左}$	−0.522	−0.569	−0.620
	M_{AB}^*	0.069	0.084	0.100
	M_B	−0.023	−0.037	−0.053
	M_C	−0.047	−0.043	−0.039
	V_A	0.372	0.409	0.447
	M_B	−0.059	−0.056	−0.053
	M_C	−0.037	−0.038	−0.039

注：1. M_{AB}（M_{AB}^*）为相应荷载布置下 AB 跨内的弯矩；

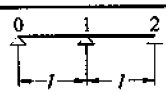
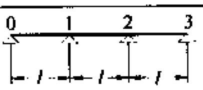
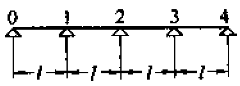
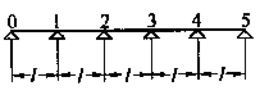
2. 带有 * 号者为荷载在最不利布置时的最大内力。

三、等跨等截面连续梁支座弯矩计算公式

表 3-4

在表中 $R_i^{\varphi} = B_i^{\varphi} + A_{i+1}^{\varphi}$；

B_i^{φ}，A_{i+1}^{φ} 及 Ω 按实际荷载由表 1-10 的公式求得。

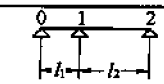
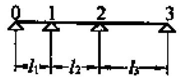
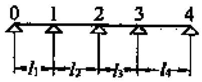
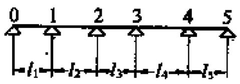
简图	支座弯矩计算公式	
	各跨承受不同的荷载	各跨都承受相同的荷载
	$M_1 = -\frac{3}{2l}R_1^{\varphi}$	$M_1 = -\frac{3}{2l}\Omega$
	$M_1 = -\frac{2}{5l}(4R_1^{\varphi} - R_2^{\varphi})$； $M_2 = \frac{2}{5l}(R_1^{\varphi} - 4R_2^{\varphi})$	$M_1 = M_2 = -\frac{6}{5l}\Omega$
	$M_1 = -\frac{3}{28l}(15R_1^{\varphi} - 4R_2^{\varphi} + R_3^{\varphi})$； $M_2 = \frac{3}{7l}(R_1^{\varphi} - 4R_2^{\varphi} + R_3^{\varphi})$； $M_3 = -\frac{3}{28l}(R_1^{\varphi} - 4R_2^{\varphi} + 15R_3^{\varphi})$	$M_1 = M_3 = -\frac{9}{7l}\Omega$； $M_2 = -\frac{6}{7l}\Omega$
	$M_1 = -\frac{6}{209l}(56R_1^{\varphi} - 15R_2^{\varphi} + 4R_3^{\varphi} - R_4^{\varphi})$； $M_2 = \frac{6}{209l}(15R_1^{\varphi} - 60R_2^{\varphi} + 16R_3^{\varphi} - 4R_4^{\varphi})$； $M_3 = -\frac{6}{209l}(4R_1^{\varphi} - 16R_2^{\varphi} + 60R_3^{\varphi} - 15R_4^{\varphi})$； $M_4 = \frac{6}{209l}(R_1^{\varphi} - 4R_2^{\varphi} + 15R_3^{\varphi} - 56R_4^{\varphi})$	$M_1 = M_4 = -\frac{264}{209l}\Omega$； $M_2 = M_3 = -\frac{198}{209l}\Omega$

四、不等跨等截面连续梁支座弯矩计算公式

表 3-5

在表中 $N_i = 6(B_i^\phi + A_{i+1}^\phi)$；

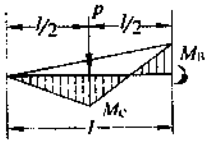
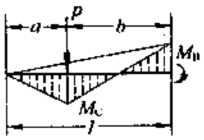
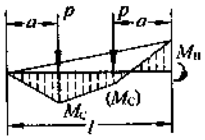
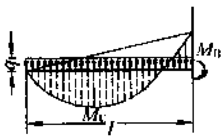
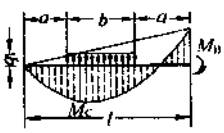
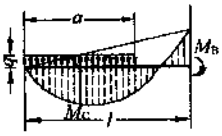
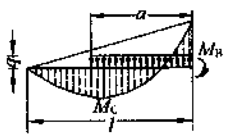
B_i^ϕ 及 A_{i+1}^ϕ 按实际荷载由表 1-10 的公式求得。

简　图	计算用的系数		支座弯矩公式
	$k_1 = 2(l_1 + l_2)$		$M_1 = -\dfrac{N_1}{k_1}$
	$k_1 = 2(l_1 + l_2)$； $k_2 = 2(l_2 + l_3)$； $k_3 = k_1k_2 - l_2^2$	$a_1 = \dfrac{k_2}{k_3}$； $a_2 = \dfrac{l_2}{k_3}$； $a_3 = \dfrac{k_1}{k_3}$	$M_1 = -a_1N_1 + a_2N_2$； $M_2 = a_2N_1 - a_3N_2$
	$k_1 = 2(l_1 + l_2)$； $k_2 = 2(l_2 + l_3)$； $k_3 = 2(l_3 + l_4)$； $k_4 = k_1k_2 - l_2^2$； $k_5 = k_2k_3 - l_3^2$； $k_6 = k_3k_4 - k_1l_3^2$	$a_1 = \dfrac{k_5}{k_6}$； $a_2 = \dfrac{k_3l_2}{k_6}$； $a_3 = \dfrac{l_2l_3}{k_6}$； $a_4 = \dfrac{k_3k_1}{k_6}$； $a_5 = \dfrac{l_3k_1}{k_6}$； $a_6 = \dfrac{k_4}{k_6}$	$M_1 = -a_1N_1 + a_2N_2 - a_3N_3$； $M_2 = a_2N_1 - a_4N_2 + a_5N_3$； $M_3 = -a_3N_1 + a_5N_2 - a_6N_3$
	$k_1 = 2(l_1 + l_2)$； $k_2 = 2(l_2 + l_3)$； $k_3 = 2(l_3 + l_4)$； $k_4 = 2(l_4 + l_5)$； $k_5 = k_1k_2 - l_2^2$； $k_6 = k_3k_4 - l_4^2$； $k_7 = k_2k_6 - l_3^2k_4$； $k_8 = k_3k_5 - l_3^2k_1$； $k_9 = k_5k_6 - k_1k_4l_3^2$	$a_1 = \dfrac{k_7}{k_9}$； $a_2 = \dfrac{k_6l_2}{k_9}$； $a_3 = \dfrac{l_2l_3k_4}{k_9}$； $a_4 = \dfrac{l_2l_3l_4}{k_9}$； $a_5 = \dfrac{k_6k_1}{k_9}$； $a_6 = \dfrac{k_1l_3k_4}{k_9}$； $a_7 = \dfrac{k_1l_3l_4}{k_9}$； $a_8 = \dfrac{k_5k_4}{k_9}$； $a_9 = \dfrac{k_5l_4}{k_9}$； $a_{10} = \dfrac{k_8}{k_9}$	$M_1 = -a_1N_1 + a_2N_2 - a_3N_3 + a_4N_4$； $M_2 = a_2N_1 - a_5N_2 + a_6N_3 - a_7N_4$； $M_3 = -a_3N_1 + a_6N_2 - a_8N_3 + a_9N_4$； $M_4 = a_4N_1 - a_7N_2 + a_9N_3 - a_{10}N_4$

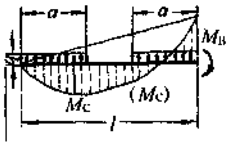
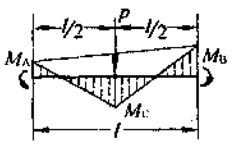
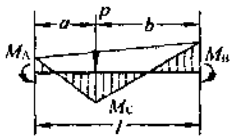
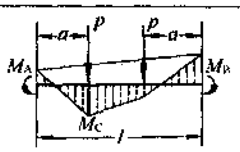
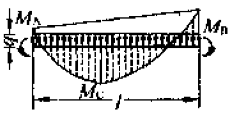
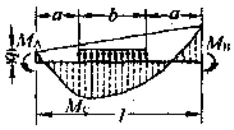
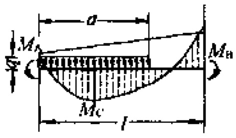
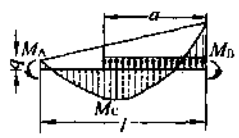
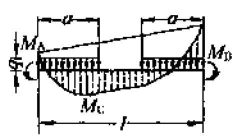
第三节　梁跨内弯矩与挠度的计算用表

一、梁跨内最大弯矩计算公式

表 3-6

荷载及弯矩图	跨内最大弯矩
	当 $\mid M_B \mid \leqslant \frac{Pl}{2}$ 时： $M_C = \frac{1}{2}\left(\frac{Pl}{2} - M_B\right)$
	当 $Pb \geqslant M_B \geqslant -Pa$ 时： $M_C = \frac{a}{l}(Pb - M_B)$
	当 $Pl \geqslant M_B \geqslant 0$ 时：$M_C = Pa - \frac{a}{l}M_B$ 当 $0 \geqslant M_B \geqslant -Pl$ 时：$M_C = Pa - \left(1 - \frac{a}{l}\right)M_B$
	当 $\mid M_B \mid \leqslant \frac{ql^2}{2}$ 时： $M_C = \frac{ql^2}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{M_B}{ql^2}\right)^2$
	当 $\mid M_B \mid \leqslant \frac{qbl}{2}$ 时： $M_C = \frac{q}{2}\left(\frac{b}{2} - \frac{M_B}{ql}\right) \times \left(\frac{l+2a}{2} - \frac{M_B}{ql}\right)$
	当 $\frac{qa(2l-a)}{2} \geqslant M_B \geqslant -\frac{qa^2}{2}$ 时： $M_C = \frac{q}{2}\left[\frac{a}{l}\left(l - \frac{a}{2}\right) - \frac{M_B}{ql}\right]^2$
	当 $\frac{qa^2}{2} \geqslant M_B \geqslant -\frac{qa(2l-a)}{2}$ 时： $M_C = \frac{q}{2}\left(\frac{a^2}{2l} - \frac{M_B}{ql}\right) \times \left[\left(\frac{a^2}{2l} - \frac{M_B}{ql}\right) + 2(l-a)\right]$

续表

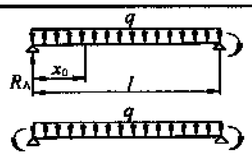
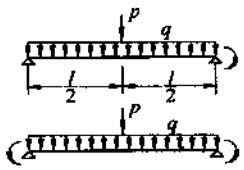
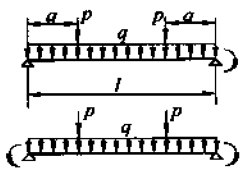
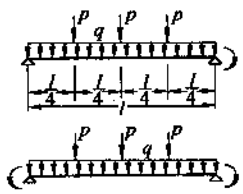
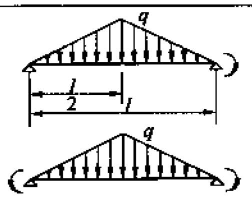
荷载及弯矩图	跨内最大弯矩
	当 $qal \geq M_B \geq 0$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left(a-\frac{M_B}{ql}\right)^2$； 当 $0 \geq M_B \geq -qal$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left(a+\frac{M_B}{ql}\right)^2-M_B$
	当 $\left\|M_B-M_A\right\| \leq \frac{Pl}{2}$ 时： $M_C=\frac{Pl}{4}-\frac{M_A+M_B}{2}$
	当 $Pb \geq M_B-M_A \geq -Pa$ 时： $M_C=\frac{1}{l}(Pab-M_Ba-M_Ab)$
	当 $Pl \geq M_B-M_A \geq 0$ 时： $M_C=Pa-\frac{1}{l}[M_Ba+(l-a)M_A]$
	当 $\left\|M_B-M_A\right\| \leq \frac{ql^2}{2}$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left(\frac{l}{2}-\frac{M_B-M_A}{ql}\right)^2-M_A$
	当 $\left\|M_B-M_A\right\| \leq \frac{qbl}{2}$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left(\frac{b}{2}-\frac{M_B-M_A}{ql}\right)\times\left(\frac{l+2a}{2}-\frac{M_B-M_A}{ql}\right)-M_A$
	当 $\frac{qa(2l-a)}{2} \geq M_B-M_A \geq \frac{-qa^2}{2}$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left[\frac{a}{l}\left(l-\frac{a}{2}\right)-\frac{M_B-M_A}{ql}\right]^2-M_A$
	当 $\frac{qa^2}{2} \geq M_B-M_A \geq \frac{-qa(2l-a)}{2}$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left[\frac{a^2}{2l}-\frac{M_B-M_A}{ql}+2(l-a)\right]\times\left(\frac{a^2}{2l}-\frac{M_B-M_A}{ql}\right)-M_A$
	当 $qal \geq M_B-M_A \geq 0$ 时： $M_C=\frac{q}{2}\left(a-\frac{M_B-M_A}{ql}\right)^2-M_A$

注：1. 公式中 M_A、M_B 以其实际方向同图示方向者取为正号；

2. 若求得的 M_C 为负值，则跨中无正弯矩，此时 M_C 为跨内最小负弯矩。

二、梁跨内最大弯矩处横座标 x_0 的计算公式

表 3-7

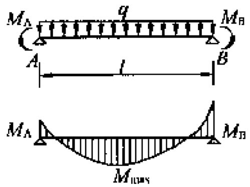
荷 载 图	计 算 公 式
	$x_0=\frac{R_A}{q}$
	1) 当$\left(R_A-\frac{ql}{2}\right)\leqslant 0$时，$x_0=\frac{R_A}{q}$ 2) 当$P\geqslant\left(R_A-\frac{ql}{2}\right)\geqslant 0$时，$x_0=\frac{l}{2}$ 3) 当$\left(R_A-\frac{ql}{2}\right)\geqslant P$时，$x_0=\frac{R_A-P}{q}$
	1) 当$(R_A-qa)\leqslant 0$时，$x_0=\frac{R_A}{q}$ 2) 当$P\geqslant(R_A-qa)\geqslant 0$时，$x_0=a$ 3) 当$[P+q(l-2a)]\geqslant(R_A-qa)\geqslant P$时， $x_0=\frac{R_A-P}{q}$
	1) 当$P>\left(R_A-\frac{ql}{4}\right)\geqslant 0$时，$x_0=\frac{l}{4}$ 2) 当$\left(P+\frac{ql}{4}\right)\geqslant\left(R_A-\frac{ql}{4}\right)\geqslant P$时， $x_0=\frac{R_A-P}{q}$ 3) 当$2P\geqslant\left(R_A-\frac{ql}{2}\right)\geqslant P$时，$x_0=\frac{l}{2}$
	当$\left(R_A-\frac{ql}{4}\right)\leqslant 0$时， $x_0=\sqrt{\frac{R_A l}{q}}$

注：公式中 R_A 表示在外荷载及支座弯矩（一个或两个）共同作用下按简支梁计算的左支座反力。

三、梁在均布荷载作用下的跨内最大弯矩系数

$$M_A=\frac{n_A ql^2}{1000};n_A=\frac{1000M_A}{ql^2};M_B=\frac{n_B ql^2}{1000};n_B=\frac{1000M_B}{ql^2};$$

表 3-8



由 n_A 和 n_B 查得系数 n，则

$$M_{max}=\frac{nql^2}{1000}$$

n_B \ n_A (n)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125
0	125.0	122.5	120.1	117.6	115.2	112.8	110.5	108.1	105.8	103.5	101.3	99.0	96.8	94.6	92.5	90.3	88.2	86.1	84.1	82.0	80.0	78.0	76.1	74.1	72.2	70.3
5	122.5	120.0	117.5	115.1	112.6	110.2	107.8	105.5	103.1	100.8	98.5	96.3	94.0	91.8	89.6	87.5	85.3	83.2	81.1	79.1	77.0	75.0	73.0	71.1	69.1	67.2
10	120.1	117.5	115.0	112.5	110.1	107.6	105.2	102.8	100.5	98.1	95.8	93.5	91.3	89.0	86.8	84.6	82.5	80.3	78.2	76.1	74.1	72.0	70.0	68.0	66.1	64.1
15	117.6	115.1	112.5	110.0	107.5	105.1	102.6	100.2	97.8	95.5	93.1	90.8	88.5	86.3	84.0	81.8	79.6	77.5	75.3	73.2	71.1	69.1	67.0	65.0	63.0	61.1
20	115.2	112.6	110.1	107.5	105.0	102.5	100.1	97.6	95.2	92.8	90.5	88.1	85.8	83.5	81.3	79.0	76.8	74.6	72.5	70.3	68.2	66.1	64.1	62.0	60.0	58.0
25	112.8	110.2	107.6	105.1	102.5	100.0	97.5	95.1	92.6	90.2	87.8	85.5	83.1	80.8	78.5	76.3	74.0	71.8	69.6	67.5	65.3	63.2	61.1	59.1	57.0	55.0
30	110.5	107.8	105.2	102.6	100.1	97.5	95.0	92.5	90.1	87.6	85.2	82.8	80.5	78.1	75.8	73.5	71.3	69.0	66.8	64.6	62.5	60.3	58.2	56.1	54.1	52.0
35	108.1	105.5	102.8	100.2	97.6	95.1	92.5	90.0	87.5	85.1	82.6	80.2	77.8	75.5	73.1	70.8	68.5	66.3	64.0	61.8	59.6	57.5	55.3	53.2	51.1	49.1
40	105.8	103.1	100.5	97.8	95.2	92.6	90.1	87.5	85.0	82.5	80.1	77.6	75.2	72.8	70.5	68.1	65.8	63.5	61.3	59.0	56.8	54.6	52.5	50.3	48.2	46.1
45	103.5	100.8	98.1	95.5	92.8	90.2	87.6	85.1	82.5	80.0	77.5	75.1	72.6	70.2	67.8	65.5	63.1	60.8	58.5	56.3	54.0	51.8	49.6	47.5	45.3	43.2
50	101.3	98.5	95.8	93.1	90.5	87.8	85.2	82.6	80.1	77.5	75.0	72.5	70.1	67.6	65.2	62.8	60.5	58.1	55.8	53.5	51.3	49.0	46.8	44.6	42.5	40.3
55	99.0	96.3	93.5	90.8	88.1	85.5	82.8	80.2	77.6	75.1	72.5	70.0	67.5	65.1	62.6	60.2	57.8	55.5	53.1	50.8	48.5	46.3	44.0	41.8	39.6	37.5
60	96.8	94.0	91.3	88.5	85.8	83.1	80.5	77.8	75.2	72.6	70.1	67.5	65.0	62.5	60.1	57.6	55.2	52.8	50.5	48.1	45.8	43.5	41.3	39.0	36.8	34.6

续表

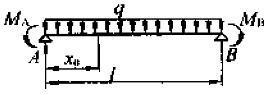
n_B \ n_A	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
65	94.6	91.8	89.0	86.3	83.5	80.8	78.1	75.5	72.8	70.2	67.6	65.1	62.5
70	92.5	89.6	86.8	84.0	81.3	78.5	75.8	73.1	70.5	67.8	65.2	62.6	60.1
75	90.3	87.5	84.6	81.8	79.0	76.3	73.5	70.8	68.1	65.5	62.8	60.2	57.6
80	88.2	85.3	82.5	79.6	76.8	74.0	71.3	68.5	65.8	63.1	60.5	57.8	55.2
85	86.1	83.2	80.3	77.5	74.6	71.8	69.0	66.3	63.5	60.8	58.1	55.5	52.8
90	84.1	81.1	78.2	75.3	72.5	69.6	66.8	64.0	61.3	58.5	55.8	53.1	50.5
95	82.0	79.1	76.1	73.2	70.3	67.5	64.6	61.8	59.0	56.3	53.5	50.8	48.1
100	80.0	77.0	74.1	71.1	68.2	65.3	62.5	59.6	56.8	54.0	51.3	48.5	45.8
105	78.0	75.0	72.0	69.1	66.1	63.2	60.3	57.5	54.6	51.8	49.0	46.3	43.5
110	76.1	73.0	70.0	67.0	64.1	61.1	58.2	55.3	52.5	49.6	46.8	44.0	41.3
115	74.1	71.1	68.0	65.0	62.0	59.1	56.1	53.2	50.3	47.5	44.6	41.8	39.0
120	72.2	69.1	66.1	63.0	60.0	57.0	54.1	51.1	48.2	45.3	42.5	39.6	36.8
125	70.3	67.2	64.1	61.1	58.0	55.0	52.0	49.1	46.1	43.2	40.3	37.5	34.6

n_B \ n_A	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125
65	60.0	57.5	55.1	52.6	50.2	47.8	45.5	43.1	40.8	38.5	36.3	34.0	31.8
70	57.5	55.0	52.5	50.1	47.6	45.2	42.8	40.5	38.1	35.8	33.5	31.3	29.0
75	55.1	52.5	50.0	47.5	45.1	42.6	40.2	37.8	35.5	33.1	30.8	28.5	26.3
80	52.6	50.1	47.5	45.0	42.5	40.1	37.6	35.2	32.8	30.5	28.1	25.8	23.5
85	50.2	47.6	45.1	42.5	40.0	37.5	35.1	32.6	30.2	27.8	25.5	23.1	20.8
90	47.8	45.2	42.6	40.1	37.5	35.0	32.5	30.1	27.6	25.2	22.8	20.5	18.1
95	45.5	42.8	40.2	37.6	35.1	32.5	30.0	27.5	25.1	22.6	20.2	17.8	15.5
100	43.1	40.5	37.8	35.2	32.6	30.1	27.5	25.0	22.5	20.1	17.6	15.2	12.8
105	40.8	38.1	35.5	32.8	30.2	27.6	25.1	22.5	20.0	17.5	15.1	12.6	10.2
110	38.5	35.8	33.1	30.5	27.8	25.2	22.6	20.1	17.5	15.0	12.5	10.1	7.6
115	36.3	33.5	30.8	28.1	25.5	22.8	20.2	17.6	15.1	12.5	10.0	7.5	5.1
120	34.0	31.3	28.5	25.8	23.1	20.5	17.8	15.2	12.6	10.1	7.5	5.0	2.5
125	31.8	29.0	26.3	23.5	20.8	18.1	15.5	12.8	10.2	7.6	5.1	2.5	.0

四、梁在均布荷载作用下的最大挠度值

(一) 最大挠度的位置及数值表

表 3-9



$$K_1=\frac{4M_A}{ql^2};\quad K_2=\frac{4M_B}{ql^2}$$

(式中 M_A、M_B 的正负号以其实际方向和图中方向相符者取为正)

最大挠度处与支座 A 的距离 x_0 = 表中上行值 × l；

最大挠度 f_{max} = 表中下行值 × $\frac{ql^4}{24EI}$；

K_2 \ K_1	0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
0	0.5000	0.5044	0.5093	0.5147	0.5207	0.5276	0.5353	0.5440	0.5540	0.5654	0.5785
	0.3125	0.2938	0.2751	0.2565	0.2380	0.2196	0.2013	0.1832	0.1652	0.1475	0.1300
0.05	0.4956	0.5000	0.5049	0.5104	0.5166	0.5237	0.5317	0.5410	0.5517	0.5641	0.5786
	0.2938	0.2750	0.2563	0.2376	0.2191	0.2006	0.1822	0.1640	0.1460	0.1282	0.1107
0.10	0.4907	0.4951	0.5000	0.5056	0.5119	0.5192	0.5276	0.5374	0.5489	0.5625	0.5788
	0.2751	0.2563	0.2375	0.2188	0.2001	0.1816	0.1632	0.1449	0.1268	0.1090	0.0915
0.15	0.4853	0.4896	0.4944	0.5000	0.5064	0.5139	0.5226	0.5330	0.5454	0.5605	0.5790
	0.2565	0.2376	0.2188	0.2000	0.1813	0.1627	0.1442	0.1258	0.1077	0.0898	0.0723
0.20	0.4793	0.4834	0.4881	0.4936	0.5000	0.5076	0.5166	0.5276	0.5411	0.5579	0.5793
	0.2380	0.2191	0.2001	0.1813	0.1625	0.1438	0.1252	0.1068	0.0885	0.0706	0.0530
0.25	0.4724	0.4763	0.4808	0.4861	0.4924	0.5000	0.5093	0.5208	0.5353	0.5543	0.5797
	0.2196	0.2006	0.1816	0.1627	0.1438	0.1250	0.1063	0.0878	0.0694	0.0514	0.0338
0.30	0.4647	0.4683	0.4724	0.4774	0.4834	0.4907	0.5000	0.5119	0.5276	0.5492	0.5803
	0.2013	0.1822	0.1632	0.1442	0.1252	0.1063	0.0875	0.0688	0.0503	0.0322	0.0145
0.35	0.4560	0.4590	0.4626	0.4670	0.4724	0.4792	0.4881	0.5000	0.5166	0.5413	
	0.1832	0.1640	0.1449	0.1258	0.1068	0.0878	0.0688	0.0500	0.0314	0.0130	

续表

K_2 \ K_1	0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
0.40	0.4460	0.4483	0.4511	0.4546	0.4589	0.4647	0.4724	0.4834	0.5000		
	0.1652	0.1460	0.1268	0.1077	0.0885	0.0694	0.0503	0.0314	0.0125		
0.45	0.4346	0.4359	0.4375	0.4395	0.4421	0.4457	0.4508	0.4587			
	0.1475	0.1282	0.1090	0.0898	0.0706	0.0514	0.0322	0.0130			
0.50	0.4215	0.4214	0.4212	0.4210	0.4207	0.4203	0.4197				
	0.1300	0.1107	0.0915	0.0723	0.0530	0.0338	0.0145				

(二) 最大挠度位置 x_0 的计算公式

1. 计算公式

公式的计算条件见表 3-9。

在按一般方法求出左右两个支座的支座弯矩 M_A 及 M_B 并按表 3-9 的规定计算 K_1 与 K_2 后,可按下式求得最大挠度处与左支座间的距离 x_0:

$$x_0 = \frac{A}{4} + 2\sqrt[3]{R}\cos(\theta + 240°)$$

式中 $A = 2 + K_1 - K_2$;

$$R = \sqrt{\left(\frac{A^2}{16} - \frac{K_1}{2}\right)^3};$$

$$\theta = \frac{1}{3}\arccos\left[\frac{A^3 - 12K_1A - 8(1 - 2K_1 - K_2)}{64R}\right];$$

求出最大挠度的位置后,即可按单跨简支梁求挠度的公式分别求出在均布荷载及端弯矩作用下该处的挠度,然后进行叠加即得最大挠度。

2. 计算公式的说明

最大挠度的位置在梁的转角等于零处。在均布荷载作用下,梁转角等于零的方程是距离 x 的三次方程。该方程有三个解,这里给出的是满足表 3-9 要求的一个解 x_0。方程的另两个解分别是:

$$x_{01} = \frac{A}{4} + 2\sqrt[3]{R}\cos(\theta + 120°)$$

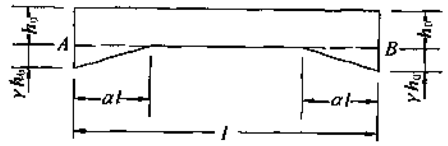
$$x_{02} = \frac{A}{4} + 2\sqrt[3]{R}\cos\theta$$

这两个解对于表 3-9 所示的条件没有实际意义,所以不需要列出这两个公式。

第四节　矩形截面直线加腋梁的形常数及载常数

一、对称直线加腋梁的形常数及载常数表

表 3-10



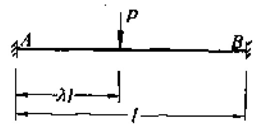
均布荷载作用时：

$M_A = -M_B = -Fql^2$；

集中荷载作用时：

$M_A = -F_A Pl$；

$M_B = F_B Pl$

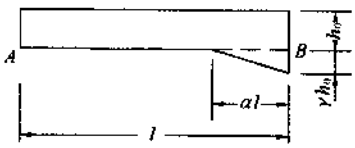


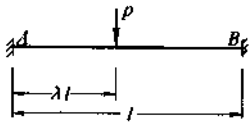
				α \ γ	0.0	0.4	0.6	1.0	1.5	2.0
形常数	传递系数	$C_{AB}=C_{BA}$		0.1	0.500	0.552	0.567	0.588	0.603	0.613
				0.2	0.500	0.588	0.618	0.659	0.691	0.711
				0.3	0.500	0.608	0.647	0.705	0.753	0.785
				0.4	0.500	0.610	0.653	0.720	0.779	0.820
				0.5	0.500	0.595	0.633	0.692	0.748	0.789
	刚度系数	$\frac{S_{AB}}{i_0}=\frac{S_{BA}}{i_0}$		0.1	4.00	4.83	5.12	5.54	5.89	6.11
				0.2	4.00	5.75	6.51	7.81	9.08	10.05
				0.3	4.00	6.65	8.04	10.85	14.27	17.42
				0.4	4.00	7.44	9.50	14.26	21.31	29.36
				0.5	4.00	8.07	10.72	17.34	28.32	42.61
载常数（固端弯矩系数）	均布荷载	$F_A=F_B=F$		0.1	0.0833	0.0889	0.0905	0.0925	0.0941	0.0950
				0.2	0.0833	0.0926	0.0954	0.0993	0.1021	0.1039
				0.3	0.0833	0.0945	0.0982	0.1034	0.1074	0.1099
				0.4	0.0833	0.0947	0.0987	0.1046	0.1094	0.1126
				0.5	0.0833	0.0933	0.0969	0.1023	0.1070	0.1103
	集中荷载	$\lambda=0.1$	F_A	0.1	0.0810	0.0884	0.0906	0.0936	0.0957	0.0969
				0.2	0.0810	0.0885	0.0908	0.0939	0.0962	0.0974
				0.3	0.0810	0.0875	0.0897	0.0924	0.0945	0.0962
				0.4	0.0810	0.0862	0.0880	0.0905	0.0925	0.0939
				0.5	0.0810	0.0852	0.0867	0.0887	0.0903	0.0914
			F_B	0.1	0.0090	0.0060	0.0050	0.0036	0.0025	0.0018
				0.2	0.0090	0.0065	0.0055	0.0039	0.0025	0.0018
				0.3	0.0090	0.0073	0.0066	0.0052	0.0039	0.0031
				0.4	0.0090	0.0081	0.0076	0.0067	0.0057	0.0049
				0.5	0.0090	0.0085	0.0081	0.0076	0.0071	0.0067
		$\lambda=0.3$	F_A	0.1	0.1470	0.1629	0.1679	0.1749	0.1802	0.1836
				0.2	0.1470	0.1732	0.1828	0.1973	0.2097	0.2184
				0.3	0.1470	0.1762	0.1876	0.2063	0.2241	0.2375
				0.4	0.1470	0.1729	0.1829	0.1991	0.2145	0.2264
				0.5	0.1470	0.1682	0.1761	0.1886	0.1999	0.2083
			F_B	0.1	0.0630	0.0617	0.0609	0.0594	0.0581	0.0572
				0.2	0.0630	0.0618	0.0600	0.0561	0.0515	0.0478
				0.3	0.0630	0.0640	0.0625	0.0577	0.0506	0.0438
				0.4	0.0630	0.0666	0.0667	0.0649	0.0608	0.0559
				0.5	0.0630	0.0672	0.0680	0.0686	0.0679	0.0667
		$\lambda=0.5$	$F_A=F_B$	0.1	0.1250	0.1340	0.1366	0.1400	0.1425	0.1441
				0.2	0.1250	0.1412	0.1463	0.1533	0.1587	0.1621
				0.3	0.1250	0.1461	0.1534	0.1640	0.1725	0.1781
				0.4	0.1250	0.1481	0.1567	0.1700	0.1816	0.1897
				0.5	0.1250	0.1458	0.1538	0.1667	0.1786	0.1875

注：$i_0=\frac{EI_0}{l}$（I_0——梁的最小截面惯矩）。

二、一端直线加腋梁的形常数及载常数表

表 3-11





均布荷载作用时：

$M_A = -F_A q l^2$；

$M_B = F_B q l^2$.

集中荷载作用时：

$M_A = -F_A P l$；

$M_B = F_B P l$.

			α \ γ	0.0	0.4	0.6	1.0	1.5	2.0
形常数	传递系数	C_{AB}	0.1	0.500	0.556	0.573	0.596	0.613	0.624
			0.2	0.500	0.606	0.642	0.694	0.736	0.764
			0.3	0.500	0.648	0.704	0.791	0.866	0.918
			0.4	0.500	0.679	0.754	0.879	0.996	1.082
			0.5	0.500	0.697	0.788	0.948	1.114	1.245
			1.0	0.500	0.642	0.709	0.834	0.981	1.119
		C_{BA}	0.1	0.500	0.496	0.495	0.493	0.492	0.491
			0.2	0.500	0.486	0.481	0.475	0.470	0.467
			0.3	0.500	0.470	0.461	0.449	0.439	0.433
			0.4	0.500	0.453	0.438	0.418	0.403	0.392
			0.5	0.500	0.434	0.413	0.385	0.363	0.349
			1.0	0.500	0.388	0.350	0.294	0.247	0.214
	刚度系数	$\frac{S_{AB}}{i_0}$	0.1	4.00	4.14	4.19	4.25	4.30	4.33
			0.2	4.00	4.26	4.35	4.49	4.61	4.68
			0.3	4.00	4.34	4.48	4.71	4.91	5.06
			0.4	4.00	4.39	4.57	4.87	5.18	5.42
			0.5	4.00	4.43	4.62	4.99	5.39	5.73
			1.0	4.00	5.17	5.74	6.86	8.23	9.57
		$\frac{S_{BA}}{i_0}$	0.1	4.00	4.64	4.85	5.14	5.36	5.50
			0.2	4.00	5.31	5.81	6.57	7.22	7.66
			0.3	4.00	5.98	6.84	8.29	9.68	10.72
			0.4	4.00	6.59	7.86	10.24	12.82	14.94
			0.5	4.00	7.12	8.81	12.28	16.52	20.42
			1.0	4.00	8.57	11.63	19.46	32.69	50.13

续表

				α \ γ	0.0	0.4	0.6	1.0	1.5	2.0
载常数（固端弯矩系数）	均布荷载		F_A	0.1	0.0833	0.0780	0.0763	0.0741	0.0724	0.0714
				0.2	0.0833	0.0747	0.0717	0.0673	0.0638	0.0616
				0.3	0.0833	0.0730	0.0690	0.0630	0.0577	0.0542
				0.4	0.0833	0.0722	0.0678	0.0607	0.0541	0.0494
				0.5	0.0833	0.0718	0.0672	0.0597	0.0524	0.0468
				1.0	0.0833	0.0675	0.0618	0.0529	0.0450	0.0392
			F_B	0.1	0.0833	0.0946	0.0981	0.1029	0.1066	0.1088
				0.2	0.0833	0.1025	0.1093	0.1192	0.1274	0.1327
				0.3	0.0833	0.1069	0.1162	0.1311	0.1442	0.1534
				0.4	0.0833	0.1084	0.1192	0.1376	0.1554	0.1688
				0.5	0.0833	0.1079	0.1191	0.1390	0.1599	0.1770
				1.0	0.0833	0.1011	0.1086	0.1216	0.1352	0.1466
	集中荷载	$\lambda=0.1$	F_A	0.1	0.0810	0.0804	0.0802	0.0799	0.0797	0.0795
				0.2	0.0810	0.0798	0.0794	0.0788	0.0783	0.0780
				0.3	0.0810	0.0795	0.0789	0.0779	0.0770	0.0764
				0.4	0.0810	0.0793	0.0785	0.0772	0.0758	0.0748
				0.5	0.0810	0.0791	0.0783	0.0767	0.0749	0.0735
				1.0	0.0810	0.0766	0.0744	0.0706	0.0664	0.0627
			F_B	0.1	0.0090	0.0103	0.0108	0.0114	0.0118	0.0121
				0.2	0.0090	0.0116	0.0125	0.0140	0.0152	0.0164
				0.3	0.0090	0.0127	0.0141	0.0166	0.0190	0.0210
				0.4	0.0090	0.0133	0.0153	0.0190	0.0228	0.0258
				0.5	0.0090	0.0137	0.0161	0.0208	0.0263	0.0311
				1.0	0.0090	0.0139	0.0168	0.0224	0.0296	0.0370
		$\lambda=0.3$	F_A	0.1	0.1470	0.1426	0.1412	0.1393	0.1378	0.1369
				0.2	0.1470	0.1391	0.1363	0.1321	0.1287	0.1264
				0.3	0.1470	0.1368	0.1327	0.1262	0.1203	0.1161
				0.4	0.1470	0.1355	0.1305	0.1219	0.1134	0.1070
				0.5	0.1470	0.1346	0.1291	0.1192	0.1087	0.1001
				1.0	0.1470	0.1243	0.1154	0.1005	0.0860	0.0752
			F_B	0.1	0.0630	0.0724	0.0754	0.0795	0.0826	0.0846
				0.2	0.0630	0.0806	0.0871	0.0968	0.1049	0.1104
				0.3	0.0630	0.0870	0.0970	0.1134	0.1286	0.1397
				0.4	0.0630	0.0911	0.1041	0.1273	0.1513	0.1702
				0.5	0.0630	0.0930	0.1079	0.1364	0.1688	0.1969
				1.0	0.0630	0.0885	0.1001	0.1221	0.1475	0.1682

续表

				α \ γ	0.0	0.4	0.6	1.0	1.5	2.0
载常数（固端弯矩系数）	集中荷载	λ=0.5	F_A	0.1	0.1250	0.1164	0.1137	0.1100	0.1072	0.1056
				0.2	0.1250	0.1102	0.1049	0.0971	0.0908	0.0866
				0.3	0.1250	0.1064	0.0990	0.0874	0.0771	0.0700
				0.4	0.1250	0.1044	0.0958	0.0815	0.0679	0.0578
				0.5	0.1250	0.1032	0.0941	0.0788	0.0636	0.0519
				1.0	0.1250	0.0953	0.0850	0.0691	0.0555	0.0460
			F_B	0.1	0.1250	0.1432	0.1490	0.1568	0.1629	0.1667
				0.2	0.1250	0.1581	0.1701	0.1881	0.2030	0.2129
				0.3	0.1250	0.1684	0.1862	0.2150	0.2412	0.2599
				0.4	0.1250	0.1734	0.1950	0.2327	0.2704	0.2993
				0.5	0.1250	0.1733	0.1958	0.2371	0.2812	0.3174
				1.0	0.1250	0.1583	0.1717	0.1951	0.2184	0.2371
		λ=0.7	F_A	0.1	0.0630	0.0534	0.0505	0.0464	0.0434	0.0415
				0.2	0.0630	0.0476	0.0423	0.0346	0.0285	0.0246
				0.3	0.0630	0.0453	0.0387	0.0289	0.0208	0.0155
				0.4	0.0630	0.0449	0.0383	0.0283	0.0199	0.0144
				0.5	0.0630	0.0448	0.0384	0.0288	0.0207	0.0153
				1.0	0.0630	0.0434	0.0375	0.0289	0.0221	0.0176
			F_B	0.1	0.1470	0.1672	0.1735	0.1822	0.1887	0.1928
				0.2	0.1470	0.1809	0.1929	0.2105	0.2247	0.2339
				0.3	0.1470	0.1865	0.2017	0.2252	0.2452	0.2585
				0.4	0.1470	0.1849	0.2001	0.2241	0.2453	0.2597
				0.5	0.1470	0.1812	0.1950	0.2175	0.2382	0.2529
				1.0	0.1470	0.1689	0.1766	0.1893	0.2010	0.2097
		λ=0.9	F_A	0.1	0.0090	0.0052	0.0042	0.0028	0.0018	0.0013
				0.2	0.0090	0.0050	0.0038	0.0023	0.0014	0.0009
				0.3	0.0090	0.0051	0.0039	0.0024	0.0015	0.0010
				0.4	0.0090	0.0053	0.0042	0.0028	0.0018	0.0012
				0.5	0.0090	0.0055	0.0044	0.0030	0.0020	0.0014
				1.0	0.0090	0.0055	0.0048	0.0035	0.0026	0.0020
			F_B	0.1	0.0810	0.0889	0.0911	0.0940	0.0960	0.0972
				0.2	0.0810	0.0893	0.0917	0.0948	0.0969	0.0980
				0.3	0.0810	0.0887	0.0911	0.0943	0.0965	0.0977
				0.4	0.0810	0.0877	0.0900	0.0931	0.0954	0.0968
				0.5	0.0810	0.0869	0.0890	0.0919	0.0943	0.0958
				1.0	0.0810	0.0850	0.0858	0.0877	0.0893	0.0905

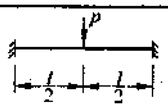
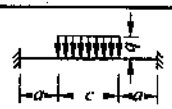
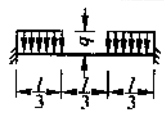
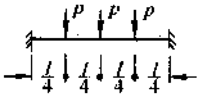
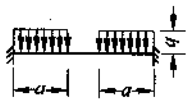
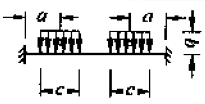
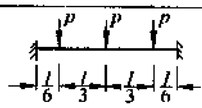
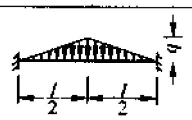
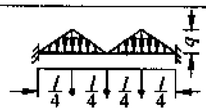
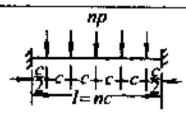
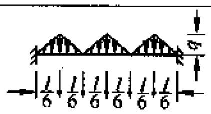
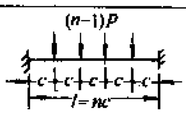
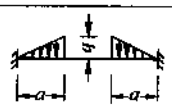
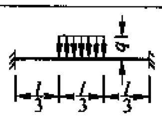
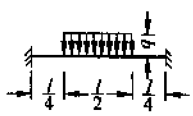
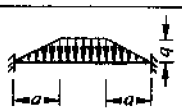
注：$i_0=\frac{EI_0}{l}$（I_0——梁的最小截面惯矩）。

第五节 连续梁其他计算用表

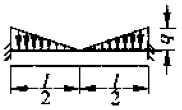
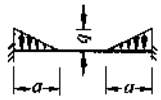
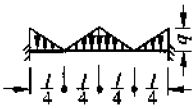
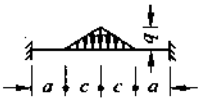
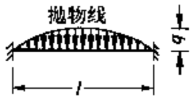
一、各种荷载化成具有相同支座弯矩的等效均布荷载

表 3-12

$\alpha=\frac{a}{l}$，$\gamma=\frac{c}{l}$；ω 值见表 1-11；l—梁的跨度

实际荷载	支座弯矩等效均布荷载 q_E	实际荷载	支座弯矩等效均布荷载 q_E
	$\frac{3P}{2l}$		$\frac{\gamma}{2}(3-\gamma^2)q$
	$\frac{8P}{3l}$		$\frac{14q}{27}$
	$\frac{15P}{4l}$		$2\alpha^2(3-2\alpha)q$
	$\frac{9P}{4l}$		$\gamma(12\omega_{R\alpha}-\gamma^2)q$
	$\frac{19P}{6l}$		$\frac{5q}{8}$
	$12\omega_{R\alpha}\frac{P}{l}$		$\frac{17q}{32}$
	$\frac{2n^2+1}{2n}\times\frac{P}{l}$		$\frac{37q}{72}$
	$\frac{n^2-1}{n}\times\frac{P}{l}$		$\alpha^2(4-3\alpha)q$
	$\frac{13q}{27}$		$\frac{\gamma}{3}(18\omega_{R\alpha}-\gamma^2)q$
	$\frac{11q}{16}$		$(1-2\alpha^2+\alpha^3)q$

续表

实际荷载	支座弯矩等效均布荷载 q_E	实际荷载	支座弯矩等效均布荷载 q_E
	$\frac{3q}{8}$		$\alpha^2(2-\alpha)q$
	$\frac{15q}{32}$		$\frac{\gamma}{3}(18\omega_{Ra}-\gamma^2)q$
	$\frac{\gamma}{2}(3-2\gamma^2)q$		$\frac{4q}{5}$

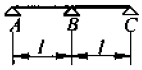
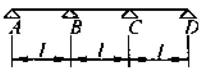
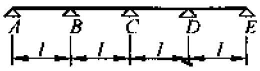
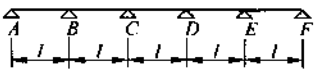
二、等跨梁在支座沉陷时的支座弯矩系数

表 3-13

支座弯矩 = 表中系数 × $\frac{EI}{l^2}\Delta$,

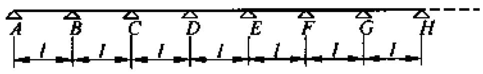
式中 Δ——支座的沉陷值。

二、三、四、五跨梁

梁的简图	支座弯矩	发生沉陷的支座 A	B	C	D	E	F
	M_B	-1.5000	3.0000	-1.5000	—	—	—
	M_B	-1.6000	3.6000	-2.4000	0.4000	—	—
	M_C	0.4000	-2.4000	3.6000	-1.6000		
	M_B	-1.6071	3.6428	-2.5714	0.6428	-0.1071	—
	M_C	0.4286	-2.5714	4.2857	-2.5714	0.4286	—
	M_D	-0.1071	0.6428	-2.5714	3.6428	-1.6071	—
	M_B	-1.6076	3.6459	-2.5837	0.6890	-0.1722	0.0287
	M_C	0.4306	-2.5837	4.3349	-2.7558	0.6890	-0.1148
	M_D	-0.1148	0.6890	-2.7558	4.3349	-2.5837	0.4306
	M_E	0.0287	-0.1722	0.6890	-2.5837	3.6459	-1.6076

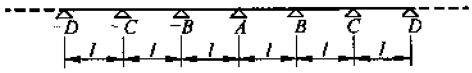
续表

半无限跨梁



支座弯矩	发生沉陷的支座				
	A	B	C	D	E
M_B	-1.6077	3.6462	-2.5847	0.6926	-0.1856
M_C	0.4308	-2.5847	4.3387	-2.7703	0.7423
M_D	-0.1154	0.6926	-2.7703	4.3885	-2.7836
M_E	0.0309	-0.1856	0.7423	-2.7836	4.3920
M_F	-0.0083	0.0497	-0.1989	0.7459	-2.7845
M_G	0.0022	-0.0133	0.0533	-0.1999	0.7461
M_H	-0.0006	0.0036	-0.0143	0.0536	-0.1999
M_I	0.0002	-0.0010	0.0038	-0.0143	0.0536

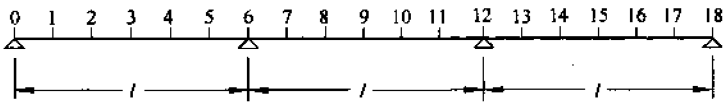
无限跨梁



当支座 A 沉陷时
支座弯矩
$M_A = 4.3923$
$M_{B(-B)} = -2.7846$
$M_{C(-C)} = 0.7461$
$M_{D(-D)} = -0.1999$
$M_{E(-E)} = 0.0536$
$M_{F(-F)} = -0.0144$
$M_{G(-G)} = 0.0038$
$M_{H(-H)} = -0.0010$

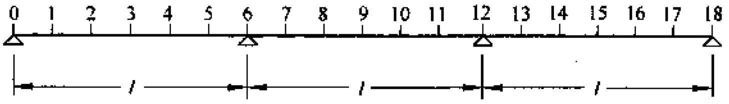
三、等跨梁弯矩及剪力影响线的纵标值

表 3-14

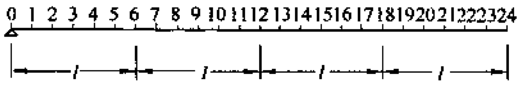


荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)						V_0剪力影响线的纵标
	1	2	3	4	5	6	
0	0	0	0	0	0	0	1.0000
1	0.1323	0.0976	0.0632	0.0285	-0.0060	-0.0405	0.7928
2	0.0988	0.1976	0.1298	0.0619	-0.0061	-0.0740	0.5927
3	0.0677	0.1354	0.2031	0.1041	0.0051	-0.0938	0.4062
4	0.0402	0.0803	0.1205	0.1606	0.0340	-0.0926	0.2407
5	0.0172	0.0343	0.0516	0.0687	0.0860	-0.0636	0.1031
6	0	0	0	0	0	0	0
7	-0.0106	-0.0212	-0.0318	-0.0424	-0.0530	-0.0636	-0.0636
8	-0.0154	-0.0309	-0.0463	-0.0617	-0.0772	-0.0926	-0.0926
9	-0.0156	-0.0313	-0.0469	-0.0626	-0.0782	-0.0938	-0.0938
10	-0.0123	-0.0247	-0.0370	-0.0494	-0.0617	-0.0740	-0.0740
11	-0.0068	-0.0135	-0.0203	-0.0270	-0.0338	-0.0405	-0.0405
12	0	0	0	0	0	0	0

续表



荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数× l)									剪力影响线的纵标	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	V_0	$V_{6右}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0000	0
1	0.1318	0.0967	0.0618	0.0267	−0.0083	−0.0432	−0.0342	−0.0252	−0.0162	0.7901	0.0540
2	0.0980	0.1960	0.1273	0.0585	−0.0102	−0.0790	−0.0625	−0.0461	−0.0296	0.5877	0.0987
3	0.0667	0.1333	0.2000	0.1000	0	−0.1000	−0.0792	−0.0583	−0.0375	0.4000	0.1250
4	0.0391	0.0782	0.1174	0.1565	0.0289	−0.0987	−0.0782	−0.0576	−0.0370	0.2346	0.1234
5	0.0165	0.0329	0.0495	0.0659	0.0826	−0.0677	−0.0536	−0.0395	−0.0254	0.0990	0.0846
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{0}{1.000}$
7	−0.0095	−0.0190	−0.0285	−0.0379	−0.0474	−0.0569	0.0872	0.0644	0.0418	−0.0569	0.8639
8	−0.0132	−0.0263	−0.0395	−0.0526	−0.0658	−0.0789	0.0364	0.1516	0.1002	−0.0789	0.6913
9	−0.0125	−0.0250	−0.0375	−0.0500	−0.0625	−0.0750	0.0083	0.0917	0.1750	−0.0750	0.5000
10	−0.0090	−0.0181	−0.0271	−0.0362	−0.0452	−0.0543	−0.0028	0.0487	0.1002	−0.0543	0.3087
11	−0.0044	−0.0088	−0.0131	−0.0175	−0.0219	−0.0263	−0.0036	0.0191	0.0418	−0.0263	0.1361
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0.0028	0.0057	0.0085	0.0113	0.0141	0.0169	0.0028	−0.0113	−0.0254	0.0169	−0.0846
14	0.0041	0.0082	0.0123	0.0165	0.0206	0.0247	0.0041	−0.0165	−0.0370	0.0247	−0.1234
15	0.0042	0.0083	0.0125	0.0167	0.0208	0.0250	0.0042	−0.0167	−0.0375	0.0250	−0.1250
16	0.0033	0.0066	0.0099	0.0132	0.0165	0.0197	0.0033	−0.0132	−0.0296	0.0197	−0.0987
17	0.0018	0.0036	0.0054	0.0072	0.0090	0.0108	0.0018	−0.0072	−0.0162	0.0108	−0.0540
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



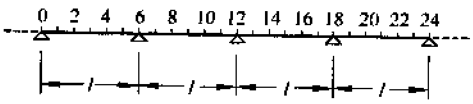
四　　跨　　梁

荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数× l)												剪力影响线的纵标	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	V_0	$V_{6右}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.000	0
1	0.1318	0.0966	0.0617	0.0266	−0.0084	−0.0434	−0.0343	−0.0251	−0.0159	−0.0068	0.0024	0.0116	0.7899	0.0550
2	0.0979	0.1958	0.1271	0.0582	−0.0106	−0.0793	−0.0626	−0.0459	−0.0291	−0.0124	0.0044	0.0212	0.5874	0.1005
3	0.0666	0.1332	0.1998	0.0997	−0.0004	−0.1004	−0.0792	−0.0580	−0.0368	−0.0156	0.0056	0.0268	0.3996	0.1272
4	0.0391	0.0781	0.1172	0.1562	0.0285	−0.0992	−0.0782	−0.0573	−0.0364	−0.0154	0.0055	0.0265	0.2341	0.1257
5	0.0164	0.0328	0.0494	0.0657	0.0823	−0.0681	−0.0537	−0.0393	−0.0249	−0.0106	0.0038	0.0182	0.0986	0.0863
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{0}{1.0000}$

续表

四　跨　梁

荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)												剪力影响线的纵标	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	V_0	$V_{6右}$
7	−0.0094	−0.0188	−0.0283	−0.0377	−0.0471	−0.0565	0.0872	0.0640	0.0411	0.0179	−0.0051	−0.0281	−0.0565	0.8617
8	−0.0130	−0.0260	−0.0390	−0.0520	−0.0650	−0.0780	0.0365	0.1509	0.0987	0.0464	−0.0059	−0.0582	−0.0780	0.6865
9	−0.0123	−0.0246	−0.0369	−0.0491	−0.0614	−0.0737	0.0085	0.0907	0.1730	0.0885	0.0041	−0.0804	−0.0737	0.4933
10	−0.0088	−0.0176	−0.0265	−0.0353	−0.0441	−0.0529	−0.0026	0.0477	0.0981	0.1483	0.0318	−0.0846	−0.0529	0.3016
11	−0.0042	−0.0084	−0.0127	−0.0169	−0.0211	−0.0253	−0.0035	0.0183	0.0403	0.0620	0.0840	−0.0610	−0.0253	0.1310
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0.0026	0.0051	0.0077	0.0102	0.0128	0.0153	0.0026	−0.0101	−0.0229	−0.0356	−0.0483	−0.0610	0.0153	−0.0763
14	0.0035	0.0071	0.0106	0.0141	0.0177	0.0212	0.0036	−0.0141	−0.0317	−0.0493	−0.0670	−0.0846	0.0212	−0.1058
15	0.0034	0.0067	0.0101	0.0134	0.0168	0.0201	0.0034	−0.0134	−0.0302	−0.0469	−0.0637	−0.0804	0.0201	−0.1005
16	0.0024	0.0049	0.0073	0.0097	0.0121	0.0145	0.0024	−0.0097	−0.0218	−0.0339	−0.0461	−0.0582	0.0145	−0.0727
17	0.0012	0.0024	0.0035	0.0047	0.0059	0.0070	0.0012	−0.0047	−0.0106	−0.0164	−0.0223	−0.0281	0.0070	−0.0351
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	−0.0008	−0.0015	−0.0023	−0.0030	−0.0038	−0.0045	−0.0008	0.0030	0.0068	0.0106	0.0144	0.0182	−0.0045	0.0227
20	−0.0011	−0.0022	−0.0033	−0.0044	−0.0055	−0.0066	−0.0011	0.0044	0.0099	0.0154	0.0209	0.0265	−0.0066	0.0331
21	−0.0011	−0.0022	−0.0034	−0.0045	−0.0056	−0.0067	−0.0011	0.0045	0.0101	0.0156	0.0212	0.0268	−0.0067	0.0335
22	−0.0009	−0.0018	−0.0026	−0.0035	−0.0044	−0.0053	−0.0009	0.0035	0.0079	0.0123	0.0168	0.0212	−0.0053	0.0265
23	−0.0005	−0.0010	−0.0015	−0.0019	−0.0024	−0.0029	−0.0005	0.0019	0.0043	0.0068	0.0092	0.0116	−0.0029	0.0145
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



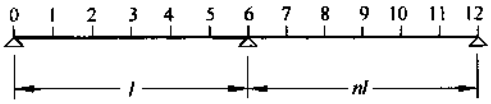
荷载点	无限跨梁的中间跨①				
	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)				$V_{6右}$剪力影响线的纵标
	6	7	8	9	
0	0	0	0	0	0
1	−0.0271	−0.0214	−0.0157	−0.0100	0.0343
2	−0.0568	−0.0448	−0.0328	−0.0208	0.0720
3	−0.0793	−0.0626	−0.0458	−0.0291	0.1005
4	−0.0840	−0.0663	−0.0485	−0.0308	0.1065
5	−0.0609	−0.0480	−0.0352	−0.0223	0.0772
6	0	0	0	0	0 / 1.000
7	−0.0609	0.0837	0.0615	0.0393	0.8671
8	−0.0840	0.0317	0.1474	0.0963	0.6939
9	−0.0793	0.0040	0.0874	0.1707	0.5000
10	−0.0568	−0.0057	0.0453	0.0964	0.3061
11	−0.0271	−0.0050	0.0172	0.0394	0.1329
12	0	0	0	0	0

荷载点	无限跨梁的中间跨①				
	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)				$V_{6右}$剪力影响线的纵标
	6	7	8	9	
13	0.0163	0.0034	−0.0094	−0.0223	−0.0772
14	0.0225	0.0047	−0.0130	−0.0308	−0.1065
15	0.0212	0.0044	−0.0123	−0.0291	−0.1005
16	0.0152	0.0032	−0.0088	−0.0208	−0.0720
17	0.0072	0.0015	−0.0042	−0.0100	−0.0343
18	0	0	0	0	0
19	−0.0044	−0.0010	0.0025	0.0060	0.0207
20	−0.0060	−0.0013	0.0035	0.0083	0.0285
21	−0.0057	−0.0012	0.0033	0.0078	0.0269
22	−0.0041	−0.0009	0.0023	0.0056	0.0193
23	−0.0019	−0.0004	0.0011	0.0027	0.0091
24	0	0	0	0	0

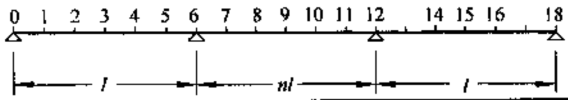
① 在半无限跨梁中，边跨和第二支座处的影响线纵标，可用四跨梁中截面 1～6 的数值；第二跨和第三支座同样可用截面 7～12 的数值(误差约为 1.5%)。

四、不等两跨、对称不等三至四跨梁弯矩影响线纵标值

表 3-15

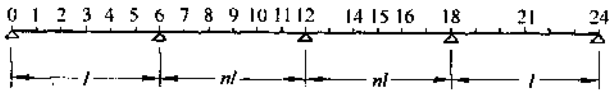


荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)								
	短跨跨中点③			中间支座处⑥			长跨跨中点⑨		
	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2
1	0.063	0.067	0.070	-0.041	-0.032	-0.027	-0.020	-0.016	-0.014
2	0.130	0.137	0.142	-0.074	-0.059	-0.049	-0.037	-0.030	-0.025
3	0.203	0.213	0.219	-0.094	-0.075	-0.063	-0.047	-0.038	-0.031
4	0.121	0.130	0.136	-0.093	-0.074	-0.062	-0.046	-0.037	-0.031
5	0.052	0.058	0.062	-0.064	-0.051	-0.042	-0.032	-0.025	-0.021
7	-0.032	-0.058	-0.085	-0.064	-0.115	-0.170	0.052	0.067	0.082
8	-0.046	-0.083	-0.124	-0.093	-0.167	-0.247	0.121	0.167	0.210
9	-0.047	-0.084	-0.125	-0.094	-0.169	-0.250	0.203	0.291	0.375
10	-0.037	-0.067	-0.099	-0.074	-0.133	-0.193	0.130	0.183	0.235
11	-0.020	-0.037	-0.054	-0.041	-0.073	-0.108	0.063	0.088	0.113



荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)								
	端跨跨中点③			中间支座处⑥			中跨跨中点⑨		
	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2
1	0.062	0.066	0.068	-0.043	-0.036	-0.030	-0.016	-0.013	-0.010
2	0.127	0.134	0.139	-0.079	-0.065	-0.056	-0.030	-0.023	-0.019
3	0.200	0.209	0.215	-0.100	-0.082	-0.070	-0.038	-0.029	-0.023
4	0.117	0.126	0.132	-0.099	-0.081	-0.069	-0.037	-0.028	-0.023
5	0.050	0.056	0.060	-0.068	-0.056	-0.048	-0.025	-0.020	-0.016
7	-0.029	-0.051	-0.075	-0.057	-0.102	-0.151	0.042	0.053	0.063
8	-0.040	-0.070	-0.102	-0.079	-0.139	-0.204	0.100	0.135	0.167
9	-0.038	-0.065	-0.094	-0.075	-0.130	-0.188	0.175	0.245	0.313
10	-0.027	-0.046	-0.065	-0.054	-0.092	-0.129	0.100	0.135	0.167
11	-0.013	-0.021	-0.029	-0.026	-0.042	-0.058	0.042	0.053	0.063
14	0.012	0.012	0.012	0.025	0.024	0.023	-0.037	-0.028	-0.023
15	0.013	0.012	0.012	0.025	0.025	0.023	-0.038	-0.029	-0.023
16	0.010	0.010	0.009	0.020	0.020	0.019	-0.030	-0.023	-0.019

续表



荷载点	弯矩影响线在下列截面的纵标(表中系数×l)											
	端跨跨中点③			第二支座处⑥			中跨跨中点⑨			中间支座处⑫		
	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2	n=1	n=1.5	n=2
1	0.062	0.066	0.069	−0.043	−0.035	−0.030	−0.016	−0.013	−0.011	0.012	0.010	0.008
2	0.127	0.135	0.140	−0.079	−0.065	−0.054	−0.029	−0.024	−0.020	0.021	0.017	0.015
3	0.200	0.209	0.216	−0.100	−0.082	−0.069	−0.037	−0.030	−0.025	0.027	0.022	0.019
4	0.117	0.126	0.133	−0.099	−0.081	−0.068	−0.036	−0.029	−0.025	0.027	0.022	0.019
5	0.049	0.056	0.060	−0.068	−0.055	−0.047	−0.025	−0.020	−0.017	0.018	0.015	0.013
7	−0.028	−0.052	−0.077	−0.057	−0.103	−0.155	0.041	0.054	0.066	−0.028	−0.038	−0.046
8	−0.039	−0.071	−0.106	−0.078	−0.142	−0.213	0.099	0.138	0.175	−0.058	−0.082	−0.104
9	−0.037	−0.067	−0.100	−0.074	−0.134	−0.200	0.173	0.250	0.325	−0.080	−0.116	−0.150
10	−0.027	−0.048	−0.072	−0.053	−0.096	−0.143	0.098	0.140	0.180	−0.085	−0.124	−0.163
11	−0.013	−0.023	−0.034	−0.025	−0.046	−0.068	0.040	0.057	0.073	−0.061	−0.091	−0.120
14	0.011	0.019	0.027	0.021	0.037	0.055	−0.032	−0.043	−0.054	−0.085	−0.124	−0.163
15	0.010	0.017	0.025	0.020	0.035	0.050	−0.030	−0.041	−0.050	−0.080	−0.116	−0.150
16	0.007	0.012	0.017	0.015	0.025	0.035	−0.022	−0.029	−0.035	−0.058	−0.082	−0.104
21	−0.003	−0.003	−0.003	−0.007	−0.007	−0.006	0.010	0.008	0.006	0.026	0.022	0.019

注：n 为中间值时，可用插入法确定其影响线纵标。

第六节　弯矩分配法

一、一般弯矩分配法

(一) 计算步骤

1. 首先锁住各节点，使梁在荷载作用下支座处不产生旋转。因此，各跨的梁均可视为单跨固端梁，按表 2-5(变截面梁按表 3-10 及 3-11)求得每跨梁在荷载作用下的固端弯矩(弯矩的正负号以作用于梁端的弯矩沿顺时针方向者为正)。

2. 这时，相邻梁端的固端弯矩往往是不能互相平衡的。当放松该节点时，不平衡弯矩将使节点产生旋转，于是，相应地在汇合于该节点的各杆杆端产生反方向的平衡弯矩(即分配弯矩)，使节点保持平衡。某一杆端的平衡弯矩(分配弯矩)等于该节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_A$ (见图 3-1)乘该杆的分配系数 μ，其正负号与不平衡弯矩相反。

放松节点是逐个进行的，首先从不平衡弯矩较大的一个节点开始。

3. 当放松一个节点时，梁的另一端还是锁住的，故梁放松端的分配弯矩，将在另一端引起一个正负号相同的传递弯矩，其值等于分配弯矩乘传递系数 C。

4. 这些传递过去的弯矩，将引起另一端原来已经平衡的节点产生新的不平衡，需要再进行分配平衡。这样逐个节点进行，直到分配弯矩小至可不必传递为止。

5. 最后，将每个梁端所有的固端弯矩、分配弯矩和传递弯矩相加，所得的代数和即为所求的支座弯矩。

(二) 分配系数及传递系数

1. 分配系数 μ。在图 3-1 中，梁 AB 和 AC 交于 A 点，B 及 C 端都是固定的，当在 A 点

作用有不平衡弯矩 $\overline{M}_A$ 时，则各梁在 A 端的分配弯矩可按下面的比例进行分配：

图 3-1

对于等截面梁：

$$\mu_{AB}=\frac{i_{AB}}{i_{AB}+i_{AC}},\mu_{AC}=\frac{i_{AC}}{i_{AB}+i_{AC}} \qquad (3-1)$$

式中　$i=\frac{4EI}{l}$ ——等截面梁的抗弯刚度。

对于变截面梁：

$$\mu_{AB}=\frac{S_{AB}}{S_{AB}+S_{AC}},\mu_{AC}=\frac{S_{AC}}{S_{AB}+S_{AC}} \qquad (3-2)$$

式中　S ——变截面梁的抗弯刚度，其值可由表 3-10 及表 3-11 求得。

在一计算简图中，既有等截面梁又有变截面梁时，分配系数仍可参照公式(3-1)或公式(3-2)进行计算。只要在等截面梁跨用 i，在变截面梁跨用 S 代入公式中即可。

当连续梁各跨的弹性模量 E 相同时，计算分配系数 μ 可以将 E 消去。此时对于等截面梁可采用 $i=\frac{4I}{l}$；对于变截面梁，表 3-10 及表 3-11 表末的注可改为 $i_0=\frac{I_0}{l}$。

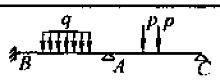
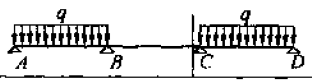
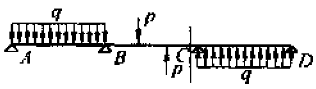
当连续梁各跨均为等截面梁且弹性模量 E 均相同时，可进一步采用 $i=\frac{I}{l}$。

2. 传递系数 C。对于等截面梁，传递系数 $C=0.5$；对于变截面梁，C 值可由表 3-10 及表 3-11 查得。

（三）简化计算处理

1. 对于端节点为简支的端跨以及结构形状对称且荷载对称或反对称的奇数跨的中跨，不平衡弯矩只须按表 3-16 中修正后的刚度 i' 或 S' 进行分配，而无需在该跨中传递。此时，对于端节点为简支的端跨，应按一端简支另一端固定梁求算固端弯矩。当端跨为变截面时，由于表 3-10 和表 3-11 仅有两端固定梁的固端弯矩，此时，可将端支点先锁住，从端支点向中间传递一次，即可得到一端简支另一端固定梁的固端弯矩。

表 3-16

梁 的 简 图	等 截 面	变 截 面
	$i'_{AC}=0.75i_{AC}$	$S'_{AC}=S_{AC}(1-C_{AC}C_{CA})$
	$i'_{BC}=0.5i_{BC}$	$S'_{BC}=S_{BC}(1-C_{BC})$
	$i'_{BC}=1.5i_{BC}$	$S'_{BC}=S_{BC}(1+C_{BC})$

2. 结构形状及荷载均对称的偶数跨连续梁，只要取对称中心线一边的半个结构进行计算，但中间节点应改为固定端(图 3-2)。

3. 结构形状对称而荷载是反对称的偶数跨连续梁，只要取对称中心线一边的半个结构进行计算，中间节点视为简支(图 3-3)。

【例题 3-1】 已知各跨弹性模量 E 均相同的一等截面连续梁(图 3-4)，求算其弯矩及剪力。

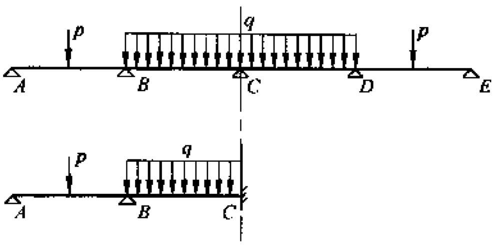


图 3-2

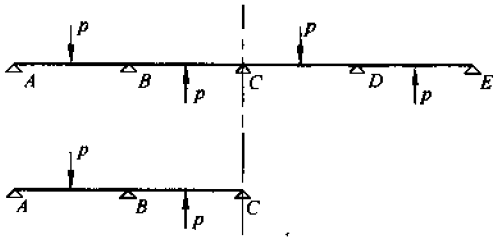
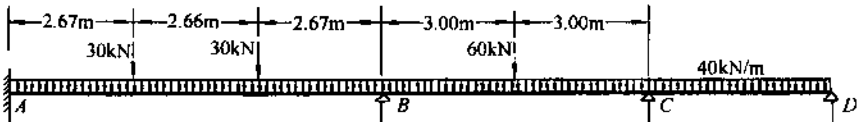


图 3-3

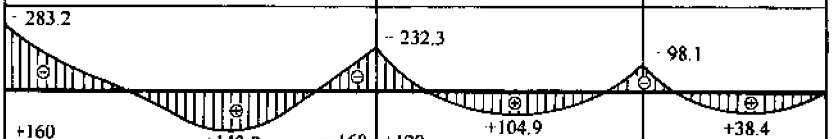


	AB	BC	CD
l	8m	6m	4m
截面	350 × 700	350 × 700	350 × 500
I	$\frac{350\times700^3}{12}=100\times10^8$	$\frac{350\times700^3}{12}=100\times10^8$	$\frac{350\times500^3}{12}=36.4\times10^8$
i	$\frac{I_1}{l_1}=\frac{100\times10^8}{8000}=12.5\times10^5$	$\frac{I_2}{l_2}=\frac{100\times10^8}{6000}=16.7\times10^5$	$\frac{3}{4}\times\frac{I_3}{l_3}=6.82\times10^5$
分配系数 $\frac{i}{\Sigma i}$	$\frac{12.5\times10^5}{(12.5+16.7)\times10^5}=\frac{12.5}{12.5+16.7}=0.428$	$\frac{16.7}{12.5+16.7}=0.572,\ \frac{16.7}{16.7+6.82}=0.71$	$\frac{6.82}{16.7+6.82}=0.29$
固端弯矩	$\frac{40\times8^2}{12}+0.222\times30\times8=266.2\text{kN}\cdot\text{m}$	$\frac{40\times6^2}{12}+0.125\times60\times6=165\text{kN}\cdot\text{m}$	$\frac{40\times4^2}{8}=80\text{kN}\cdot\text{m}$

	A	B左	B右	C左	C右
	0	0.428	0.572	0.71	0.29
	−266.2	+266.2	−165.0	+165.0	−80.0
	0	−43.3	−57.9	−60.3	−24.7
	−21.7	0	−30.2	29.0	0
	0	+12.9	+17.3	+20.6	+8.4
	+6.5	0	+10.3	+8.7	0
	0	−4.4	−5.9	−6.2	−2.5
	−2.2	0	−3.1	−0.3	0
	0	+1.3	+1.8	+2.1	+0.9
	+0.6	0	+1.1	+0.9	0
	0	−0.5	−0.6	−0.6	−0.3
	−0.2	0	−0.3	−0.3	0
	0	+0.1	+0.2	+0.2	−0.1
支座弯矩	−283.2	+232.3	−232.3	+98.1	−98.1

	AB	BC	CD
跨内最大弯矩	$196.4\times4.16-283.2-40\times\frac{4.16^2}{2}-30\times(4.16-2.67)=143.0$	$172.4\times3.0-232.3-40\times\frac{3.0^2}{2}=104.9$	$104.5\times2.61-98.1-40\times\frac{2.61^2}{2}=38.4$

弯矩图形



	A	B左	B右	C左	C右	D
简支剪力：均布	+160	−160	+120	−120	+80	−80
简支剪力：集中	+30	−30	+30	−30		
V^0	+190	−190	+150	−150	+80	−80
剪力修正	+6.4	+6.4	+22.4	+22.4	+24.5	+24.5
计算剪力	+196.4	−183.6	+172.4	−127.6	+104.5	−55.5

剪力图形

（剪力零点距离）

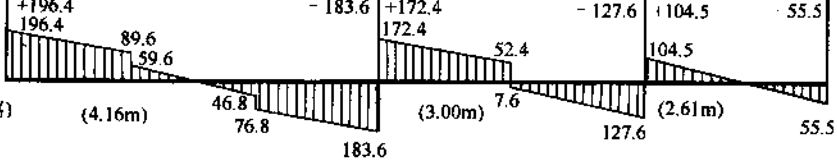


图 3-4

【解】（见图 3-4）

在图 3-4 中：

剪力修正，指的是由梁跨两端支座弯矩引起的剪力修正，在第一跨中该剪力修正为

$$-\frac{-283.2+232.3}{8.0}=+6.4\text{kN};$$

剪力零点距离，指的是梁跨内剪力零点（跨内最大弯矩点）离开左支座的距离；

跨内最大弯矩可根据自由体的平衡条件计算，将梁跨沿左支座与剪力零点处断开形成自由体，在第一跨中左支座的剪力为196.4kN，左支座的弯矩为 −283.2 kN·m，剪力零点距离为4.16m，根据平衡条件可得图中跨内最大弯矩的计算公式。

【例题 3-2】已知各跨弹性模量 E 均相同的一变截面连续梁（图 3-5）。求算其支座弯矩。

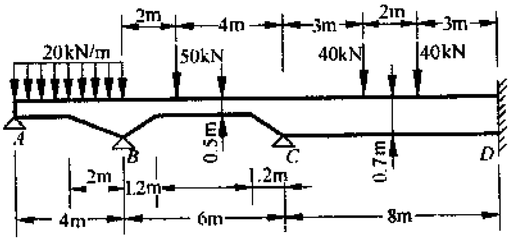


图 3-5

【解】

1. 形常数及固端弯矩。

$$I_{0(AB)}=I_{0(BC)}=I_0$$

$$I_{(CD)}=\left(\frac{0.7}{0.5}\right)^3 I_0=2.744I_0$$

$$i_{0(AB)}=\frac{I_{0(AB)}}{l_{(AB)}}=\frac{I_0}{4}=0.25I_0;i_{0(BC)}=\frac{I_0}{6}=0.167I_0$$

$$S_{CD}=i_{(CD)}=\frac{4\times2.744I_0}{8}=1.372I_0$$

AB 跨：

$$\alpha=\frac{2.0}{4.0}=0.5,\gamma=\frac{0.2}{0.5}=0.4$$

由表 3-11 查得：

$$C_{AB}=0.697,C_{BA}=0.434$$

$$\frac{S_{AB}}{i_{0(AB)}}=4.43,\frac{S_{BA}}{i_{0(AB)}}=7.12$$

$$F_A=0.0718,F_B=0.1079$$

所以

$$S_{AB}=4.43\times0.25I_0=1.108I_0$$

$$S_{BA}=7.12\times0.25I_0=1.78I_0$$

$$\overline{M}_{AB}=-0.0718\times20\times4^2=-23.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{BA}=0.1079\times20\times4^2=34.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

由于梁 AB 的 A 端是简支的，故该梁 B 端修正后的抗弯刚度为：

$$S'_{BA}=S_{BA}(1-C_{AB}C_{BA})=1.78I_0(1-0.697\times0.434)=1.242I_0$$

BC 跨：

$$\alpha=\frac{1.2}{6}=0.2,\gamma=\frac{0.2}{0.5}=0.4,\lambda=\frac{2}{6}=0.33$$

由表 3-10 查得：

$$C_{BC} = C_{CB} = 0.588; \frac{S_{BC}}{i_{0(BC)}} = \frac{S_{CB}}{i_{0(BC)}} = 5.75$$

$$F_B = 0.168, F_C = 0.0750$$

所以

$$S_{BC} = S_{CB} = 5.75 \times 0.167 I_0 = 0.960 I_0;$$

$$\overline{M}_{BC} = -0.168 \times 50 \times 6 = -50.4\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CB} = 0.075 \times 50 \times 6 = 22.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

CD 跨：

$$S_{CD} = S_{DC} = i_{(CD)} = 1.372 I_0.$$

$$\overline{M}_{CD} = -40 \times 3\left(1 - \frac{3}{8}\right) = -75\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{DC} = 75\text{kN}\cdot\text{m}$$

2. 分配系数

$$\mu_{BA} = \frac{S'_{BA}}{\Sigma S'} = \frac{1.242 I_0}{(1.242 + 0.960) I_0} = 0.564$$

$$\mu_{BC} = \frac{S_{BC}}{\Sigma S'} = \frac{0.960 I_0}{(1.242 + 0.960) I_0} = 0.436$$

$$\mu_{CB} = \frac{S_{CB}}{\Sigma S'} = \frac{0.960 I_0}{(0.960 + 1.372) I_0} = 0.412$$

$$\mu_{CD} = \frac{S_{CD}}{\Sigma S'} = \frac{1.372 I_0}{(0.960 + 1.372) I_0} = 0.588$$

具体计算过程如图 3-6，双线下的数，即为所求的支座弯矩。

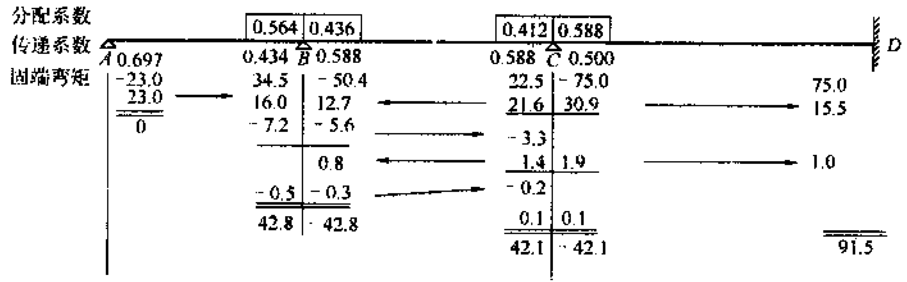


图 3-6

在表 3-11 中仅有两端固定梁的固端弯矩，所以须先将 A 端也锁住并从 A 端分配传递一次。经过这次分配传递后，即已得到 A 端简支、B 端固定时的固端弯矩。

$$\overline{M}_{BA} = 34.5 + 16.0 = 50.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

此后，即可按端节点为简支的简化计算步骤进行运算。

二、弯矩一次分配法

弯矩一次分配法，是一种只要一轮分配与传递过程即可得到结果的方法。

(一) 计算步骤

1. 同一般弯矩分配法一样，锁住各节点，计算每跨梁在荷载作用下的固端弯矩。

2. 在各节点同时放松的条件下，分配各节点的不平衡弯矩。

3. 在各节点同时放松的条件下传递分配弯矩

(1) 对每一跨梁按顺序自左向右传递分配弯矩

对左面第一跨梁，梁左端的分配弯矩乘以传递系数后得到梁右端的传递弯矩。

梁右端的传递弯矩须继续向右通过节点传递得到下一跨梁左端的传递弯矩。

对左面第二跨及以后的梁，应首先将通过左节点传来的梁左端的传递弯矩与梁左端的分配弯矩求和。然后，再乘以传递系数得到梁右端的传递弯矩。

(2) 对每一跨梁按顺序自右向左传递分配弯矩

对右面第一跨梁，将梁右端的分配弯矩乘以传递系数后得到梁左端的传递弯矩。

梁左端的传递弯矩须继续向左通过节点传递得到下一跨梁右端的传递弯矩。

对右面第二跨及以后的梁，应首先将通过右节点传来的梁右端的传递弯矩与梁右端的分配弯矩求和。然后，再乘以传递系数得到梁左端的传递弯矩。

(3) 通过节点的弯矩传递规则

前两项弯矩传递过程均需通过节点传递弯矩。根据节点放松时的平衡条件以及本节的弯矩正负号规定，可以确定如下的传递规则：交于节点两梁端的传递弯矩，数值相等，正负号相反。

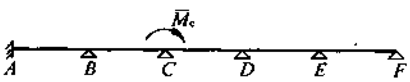


图 3-7

4. 将每跨梁两端的固端弯矩、分配弯矩、传递弯矩相加，所得代数和即为所求的支座弯矩。

(二) 分配系数及传递系数

如图 3-7 所示的连续梁，C 点有一个不平衡弯矩 $\overline{M}_C$，这时分配系数 μ' 及传递系数 C' 分别为：

对于等截面梁：

$$\left.\begin{aligned}
&\mu'_{CB}=\frac{i'_{CB}}{i'_{CB}+i'_{CD}},C'_{CB}=0.5\left(\frac{1-K_{BC}}{1-0.25K_{BC}}\right),\\
&\mu'_{CD}=\frac{i'_{CD}}{i'_{CB}+i'_{CD}},C'_{CD}=0.5\left(\frac{1-K_{DC}}{1-0.25K_{DC}}\right),\\
&\text{其中},i'_{CB}=i_{CB}(1-0.25K_{BC}),i'_{CD}=i_{CD}(1-0.25K_{DC}),\\
&K_{BC}=\frac{i_{BC}}{i_{BC}+i'_{BA}},K_{DC}=\frac{i_{DC}}{i_{DC}+i'_{DE}}。
\end{aligned}\right\}\tag{3-3}$$

对于变截面梁：

$$\left.\begin{aligned}
&\mu'_{CB}=\frac{S'_{CB}}{S'_{CB}+S'_{CD}},C'_{CB}=C_{CB}\left(\frac{1-K_{BC}}{1-C_{BC}C_{CB}K_{BC}}\right),\\
&\mu'_{CD}=\frac{S'_{CD}}{S'_{CB}+S'_{CD}},C'_{CD}=C_{CD}\left(\frac{1-K_{DC}}{1-C_{DC}C_{CD}K_{DC}}\right),\\
&\text{其中},S'_{CB}=S_{CB}(1-C_{BC}C_{CB}K_{BC}),\\
&\qquad S'_{CD}=S_{CD}(1-C_{DC}C_{CD}K_{DC}),\\
&\qquad K_{BC}=\frac{S_{BC}}{S_{BC}+S'_{BA}},K_{DC}=\frac{S_{DC}}{S_{DC}+S'_{DE}}。
\end{aligned}\right\}\tag{3-4}$$

式中　S、C 值可由表 3-10 及表 3-11 查得。

从公式(3-3)、(3-4)中可看出，欲求 i'_{CD}、S'_{CD}、C'_{CD}，需知下一跨梁的 i'_{DE}、S'_{DE}（系数 K_{DC}中包括 i'_{DE}、S'_{DE}）。故 S'、C'的计算须从两端开始。端跨的 i'、S'、C'可按端部支承情况决定。

对于等截面梁：

$$\left.\begin{aligned}&\text{简支端}\quad & i'_{EF}=0.75i_{EF},\\ && C'_{EF}=0;\\ &\text{固定端}\quad & i'_{BA}=i_{BA},\\ && C'_{BA}=0.5\end{aligned}\right\}\tag{3-5}$$

对于变截面梁：

$$\left.\begin{aligned}&\text{简支端}\quad & S'_{EF}=(1-C_{EF}C_{FE})S_{EF},\\ && C'_{EF}=0;\\ &\text{固定端}\quad & S'_{BA}=S_{BA},\\ && C'_{BA}=C_{BA}\end{aligned}\right\}\tag{3-6}$$

【例题 3-3】 用弯矩一次分配法求例题 3-1 中连续梁的支座弯矩。

【解】 D 点为简支端，故有：

$$i'_{CD}=0.75i_{CD}=6.82\times10^5,C'_{CD}=0$$

$$K_{CB}=\frac{i_{CB}}{i_{CB}+i'_{CD}}=\frac{16.7\times10^5}{(16.7+6.82)\times10^5}=0.710$$

$$i'_{BC}=16.7\times10^5(1-0.25\times0.71)=13.74\times10^5$$

$$C'_{BC}=0.5\left(\frac{1-0.71}{1-0.25\times0.71}\right)=0.176$$

A 点为固定端，故有：

$$i'_{BA}=i_{BA}=12.5\times10^5,C'_{BA}=0.5$$

$$K_{BC}=\frac{i_{BC}}{i_{BC}+i'_{BA}}=\frac{16.7\times10^5}{(16.7+12.5)\times10^5}=0.572$$

$$i'_{CB}=16.7\times10^5(1-0.25\times0.572)=14.31\times10^5$$

$$C'_{CB}=0.5\left(\frac{1-0.572}{1-0.25\times0.572}\right)=0.250$$

分配系数：

$$\mu'_{BA}=\frac{12.5\times10^5}{(12.5+13.74)\times10^5}=0.476,\mu'_{BC}=\frac{13.74}{(12.5+13.74)\times10^5}=0.524$$

$$\mu'_{CB}=\frac{14.31\times10^5}{(14.31+6.82)\times10^5}=0.677,\mu'_{CD}=\frac{6.82\times10^5}{(14.31+6.82)\times10^5}=0.323$$

分配过程如图 3-8，双线下的数值即为所求的支座弯矩，与例题 3-1 的计算结果是一致的。

从算例中可见，弯矩一次分配法的系数计算比较复杂，但分配与传递过程只要一轮即可完成。当对同一连续梁，计算几种荷载组合下的支座弯矩时，此法比较简便。

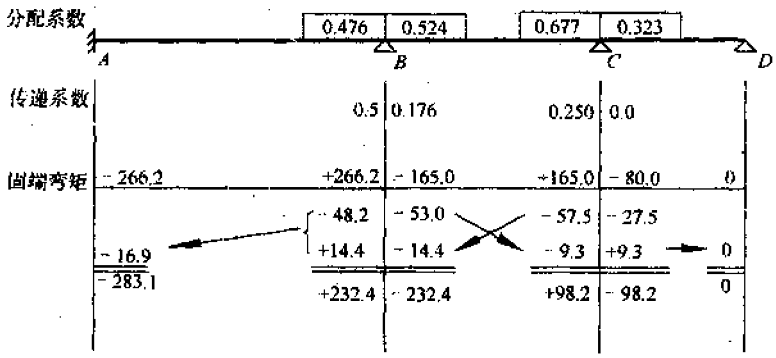


图 3-8

第七节 连续梁的内力计算公式

跨内等截面,各跨的截面可不相同的连续梁,其支座弯矩可用三弯矩方程式求解。

一、不等跨梁的内力计算公式

(一) 各跨截面不全相同的不等跨梁

在连续梁中(图 3-9a),如以其支座弯矩作为赘余力,则利用支座处的连续条件(图 3-9b)可得任一支座 i 处的三弯矩方程式,其表达形式为:

$$M_{i-1}\frac{l_i}{I_i}+2M_i\left(\frac{l_i}{I_i}+\frac{l_{i+1}}{I_{i+1}}\right)+M_{i+1}\frac{l_{i+1}}{I_{i+1}}=-6\left(\frac{B_i^{\phi}}{I_i}+\frac{A_{i+1}^{\phi}}{I_{i+1}}\right) \tag{3-7}$$

在公式(3-7)中,A^{ϕ} 及 B^{ϕ} 实际上是把上述连续梁分割成为几个简支梁后,将简支梁的弯矩图作为虚荷载时的反力(图 3-9c、d),即,

$$B_i^{\phi}=\frac{\Omega_i a_i}{l_i};$$

$$A_{i+1}^{\phi}=\frac{\Omega_{i+1}b_{i+1}}{l_{i+1}}$$

各种荷载作用下的 A^{ϕ} 及 B^{ϕ} 值可由表 1-10 中的公式求得。

梁的固定端及悬臂端的处理:

1. 梁固定端的处理:因在固定端支座处多了一个未知数 M_0,可假定将 0 点延伸至 0′点(图 3-10),这样就增加了一个方程式,即,

$$2M_0\frac{l_1}{I_1}+M_1\frac{l_1}{I_1}=-6\frac{A_1^{\phi}}{I_1} \tag{3-8}$$

2. 梁悬臂端的处理:将悬臂处支座的已知弯矩值代入方程式中的有关 M 项即可。如图 3-10 中,$M_2=-l_3P$。

【例题 3-4】 已知一跨间截面不等的连续梁(图 3-11)。求算其支座弯矩。

【解】 各支座的三弯矩方程式为:

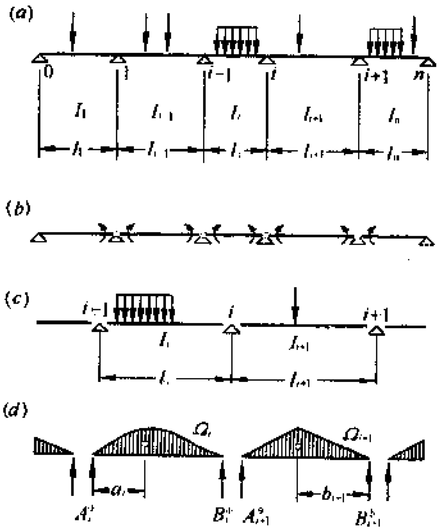


图 3-9

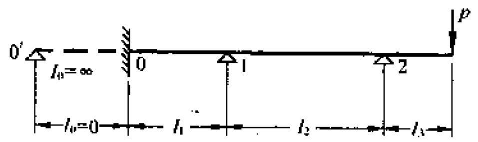


图 3-10

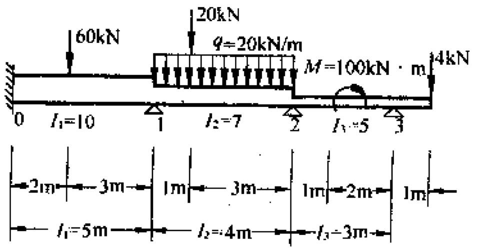


图 3-11

$$\left.\begin{aligned}
&\text{支座 0,} \quad 2M_0\frac{l_1}{I_1}+M_1\frac{l_1}{I_1}=-6\frac{A_1^\phi}{I_1}\\
&\text{支座 1,} \quad M_0\frac{l_1}{I_1}+2M_1\left(\frac{l_1}{I_1}+\frac{l_2}{I_2}\right)+M_2\frac{l_2}{I_2}=-6\left(\frac{B_1^\phi}{I_1}+\frac{A_2^\phi}{I_2}\right)\\
&\text{支座 2,} \quad M_1\frac{l_2}{I_2}+2M_2\left(\frac{l_2}{I_2}+\frac{l_3}{I_3}\right)+M_3\frac{l_3}{I_3}=-6\left(\frac{B_2^\phi}{I_2}+\frac{A_3^\phi}{I_3}\right)
\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{l_1}{I_1}=\frac{5}{10}=0.5,\ \frac{l_2}{I_2}=\frac{4}{7}=0.57,\ \frac{l_3}{I_3}=\frac{3}{5}=0.6$$

$$M_3=-40\times1=-40\text{kN}\cdot\text{m}$$

由表 1-10 的公式求得：

$$A_1^\phi=\frac{P_{ab}}{6}(1+\beta)=\frac{60\times2\times3}{6}\left(1+\frac{3}{5}\right)=96.0,\quad 6\frac{A_1^\phi}{I_1}=57.6$$

$$B_1^\phi=\frac{P_{ab}}{6}(1+\alpha)=\frac{60\times2\times3}{6}\left(1+\frac{2}{5}\right)=84.0,\quad 6\frac{B_1^\phi}{I}=50.4$$

$$A_2^\phi=\frac{20\times1\times3}{6}\left(1+\frac{3}{4}\right)+\frac{20\times4^3}{24}=70.8,\quad 6\frac{A_2^\phi}{I_2}=60.6$$

$$B_2^\phi=\frac{20\times1\times3}{6}\left(1+\frac{1}{4}\right)+\frac{20\times4^3}{24}=65.8,\quad 6\frac{B_2^\phi}{I_2}=56.3$$

$$A_3^\phi=\frac{100\times3}{6}\left(\frac{3\times2^2}{3}-1\right)=16.7,\quad 6\frac{A_3^\phi}{I}=20$$

将上述各值代入三弯矩方程式

$$\left.\begin{aligned}
&M_0+0.5M_1=-57.6\\
&0.5M_0+2.14M_1+0.57M_2=-111.0\\
&0.57M_1+2.34M_2-4\times0.6=-76.3
\end{aligned}\right\}$$

解之得：$M_0=-37.7\text{kN}\cdot\text{m}, M_1=-39.7\text{kN}\cdot\text{m}, M_2=-12.7\text{kN}\cdot\text{m}$

(二) 各跨截面相同的不等跨梁

当连续梁各跨的截面都相同时，上述三弯矩方程式将简化成表 3-5 中的公式，可直接求算支座弯矩。

【例题 3-5】 已知一等截面连续梁(图 3-12)。求算其支座弯矩。

【解】 由表 3-5 求得：

$$k_1=2(l_1+l_2)=2(4+6)=20$$

$$k_2=2(l_2+l_3)=2(6+8)=28$$

$$k_3=k_1k_2-l_2^2=20\times28-6^2=524$$

$$\alpha_1=\frac{k_2}{k_3}=\frac{28}{524}=0.0534$$

$$\alpha_2=\frac{l_2}{k_3}=\frac{6}{524}=0.0115$$

$$\alpha_3=\frac{k_1}{k_3}=\frac{20}{524}=0.0382$$

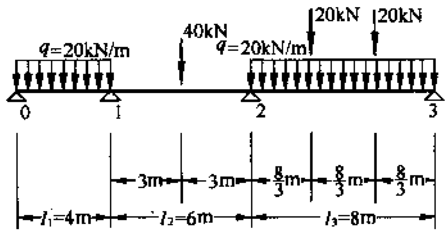


图 3-12

由表 1-10 的公式求得：

$$B_1^{\phi}=\frac{ql_1^3}{24}=\frac{20\times4^3}{24}=\frac{160}{3}, A_2^{\phi}=B_2^{\phi}=\frac{Pl_2^2}{16}=\frac{40\times6^2}{16}=90$$

$$A_3^{\phi}=\frac{ql_3^3}{24}+\frac{Pl_3^2}{9}=\frac{20\times8^3}{24}+\frac{20\times8^2}{9}=\frac{5120}{9}$$

将上述各值代入表 3-5 中的公式，得：

$$N_1=6(B_1^{\phi}+A_2^{\phi})=6\left(\frac{160}{3}+90\right)=860$$

$$N_2=6(B_2^{\phi}+A_3^{\phi})=6\left(90+\frac{5120}{9}\right)=3950$$

所以，
$$M_1=-a_1N_1+a_2N_2=-0.0534\times860+0.0115\times3950=-0.5\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M_2=a_2N_1-a_3N_2=0.0115\times860-0.0382\times3950=-141.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

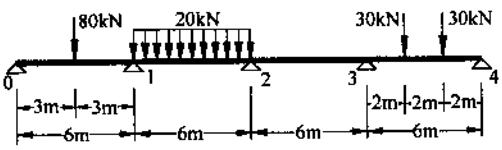


图 3-13

二、等跨等截面梁的内力计算公式

当连续梁为等跨等截面时，上述三弯矩方程式将进一步简化成表 3-4 中的公式。

【例题 3-6】 已知一等跨等截面连续梁(图 3-13)。求算其支座弯矩。

【解】 由表 1-10 的公式求得：

$$B_1^{\phi}=\frac{Pl_1^2}{16}=\frac{80\times6^2}{16}=180$$

$$A_2^{\phi}=B_2^{\phi}=\frac{ql_2^3}{24}=\frac{20\times6^3}{24}=180$$

$$A_3^{\phi}=B_3^{\phi}=0, A_4^{\phi}=\frac{Pl_4^2}{9}=\frac{30\times6^2}{9}=120$$

由表 3-4 的公式求得：

$$R_1^{\phi}=B_1^{\phi}+A_2^{\phi}=360,R_2^{\phi}=B_2^{\phi}+A_3^{\phi}=180,R_3^{\phi}=B_3^{\phi}+A_4^{\phi}=120。$$

所以，

$$M_1=-\frac{3}{28l}(15R_1^{\phi}-4R_2^{\phi}+R_3^{\phi})=-\frac{3}{28\times6}(15\times360-4\times180+120)=-85.7\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_2=\frac{3}{7l}(R_1^{\phi}-4R_2^{\phi}+R_3^{\phi})=\frac{3}{7\times6}(360-4\times180+120)=-17.1\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_3=-\frac{3}{28l}(R_1^{\phi}-4R_2^{\phi}+15R_3^{\phi})=-\frac{3}{28\times6}(360-4\times180+15\times120)=-25.7\text{kN}\cdot\text{m}。$$

【例题 3-7】 已知一各跨承受相同荷载的等跨等截面连续梁(图 3-14)。求算其支座弯矩。

【解】 由表 1-10 的公式求得：

$$\Omega=\frac{Pab}{2}=\frac{50\times4\times2}{2}=200$$

由表 3-4 的公式求得：

$$M_1=M_2=-\frac{6}{5l}\Omega=-\frac{6\times200}{5\times6}=-40\text{kN}\cdot\text{m}$$

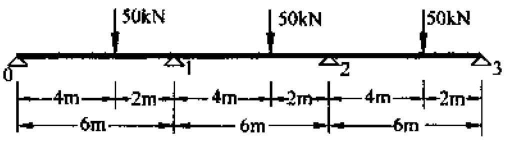


图 3-14

第四章　板

第一节　按弹性薄板小挠度理论计算圆形板及环形板

一、概　　述

本节给出了轴对称的圆形板及环形板的一些计算公式，这些公式是根据弹性薄板小挠度理论的假定推导的。

表 4-1 至表 4-15 列出了泊桑比 $\mu=\frac{1}{6}$（可用于钢筋混凝土板）的弯矩系数❶与挠度系数。当 $\mu\neq\frac{1}{6}$ 时可利用本节给出的计算公式计算。

表 4-4 至表 4-7 以及表 4-9，给出了周边简支时的各项计算系数，并在表末给出了固定边的径向及切向弯矩系数（M_r^0、M_t^0）。若需要求周边固定板其他各点的弯矩及挠度时，可利用两个计算简图叠加而得。例如（图 4-1），图 4-1*a* 各点的弯矩，可用图 4-1*b* 和图 4-1*c* 叠加而得。图 4-1*b* 可采用表 4-7 的弯矩系数；并查出此表中当支座固定时的支座径向弯矩系数（M_r^0）。将所查得的 M_r^0 代替 M_0 作用于图 4-1*c* 上，即可按表 4-8 查得 M_r 及 M_t 的弯矩系数。然后，进行叠加❷。

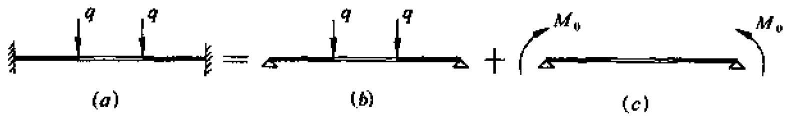


图 4-1

二、符　号　说　明

q——轴对称均布荷载或轴对称环形均布荷载；

M_0——轴对称环形均布弯矩；

M_r——径向弯矩；

M_t——切向弯矩；

---

❶ 本节表内的弯矩系数均为单位板宽的弯矩系数。

❷ 表 4-7 中 M_r^0 为负值，应以负值代入表 4-8 中。

M_r^0——当周边支座固定时的支座径向弯矩；

M_t^0——当周边支座固定时的支座切向弯矩；

V_r——剪力；

f、f_{max}——分别为挠度和最大挠度；

$B_c=\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$——刚度；

E——弹性模量；

h——板厚；

μ——泊桑比；

$\rho=\frac{x}{R}$；

$\beta=\frac{r}{R}$。

x、r、R——见计算简图。

正负号的规定：

弯矩——使截面上部受压，下部受拉者为正；

挠度——向下变位者为正；

剪力——图 4-2 所示者为正。

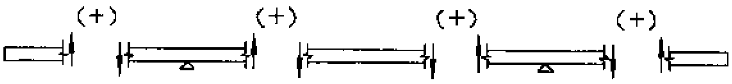
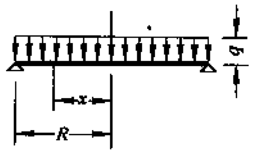


图 4-2

三、计 算 用 表

(一) 圆形板

表 4-1



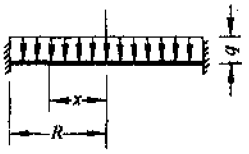
$\rho=\frac{x}{R}$，$\mu=\frac{1}{6}$；

挠度＝表中系数×$\frac{qR^4}{B_c}$；

弯矩＝表中系数×qR^2。

ρ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
f	0.0692	0.0683	0.0658	0.0617	0.0560	0.0490	0.0407	0.0314	0.0213	0.0107	0
M_r	0.1979	0.1959	0.1900	0.1801	0.1663	0.1484	0.1267	0.1009	0.0712	0.0376	0
M_t	0.1979	0.1970	0.1942	0.1895	0.1829	0.1745	0.1642	0.1520	0.1379	0.1220	0.1042

表 4-2



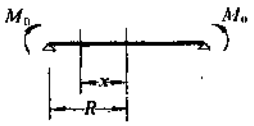
$\rho=\frac{x}{R}, \mu=\frac{1}{6}$；

挠度＝表中系数×$\frac{qR^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×qR^2。

ρ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
f	0.0156	0.0153	0.0144	0.0129	0.0110	0.0088	0.0064	0.0041	0.0020	0.0006	0
M_r	0.0729	0.0709	0.0650	0.0551	0.0412	0.0234	0.0017	−0.0241	−0.0538	−0.0874	−0.1250
M_t	0.0729	0.0720	0.0692	0.0645	0.0579	0.0495	0.0392	0.0270	0.0129	−0.0030	−0.0208

表 4-3

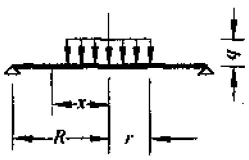


$\rho=\frac{x}{R}, \mu=\frac{1}{6}$；

挠度＝表中系数×$\frac{M_0R^2}{B_C}$；弯矩：$M_r=M_t=M_0$

ρ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
f	0.4286	0.4243	0.4114	0.3900	0.3600	0.3214	0.2743	0.2186	0.1543	0.0814	0

表 4-4



$\rho=\frac{x}{R}, \beta=\frac{r}{R}, \mu=\frac{1}{6}$；

挠度＝表中系数×$\frac{qr^2R^2}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×qr^2。

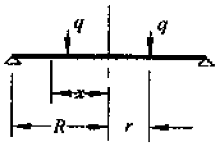
	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	0.0	∞	0.9211	0.7173	0.5965	0.5089	0.4391	0.3802	0.3285	0.2818	0.2385	0.1979
	0.1	0.6716	0.7231	0.6679	0.5745	0.4965	0.4312	0.3747	0.3245	0.2787	0.2361	0.1959
	0.2	0.4694	0.4819	0.5194	0.5085	0.4594	0.4075	0.3583	0.3124	0.2694	0.2288	0.1900
	0.3	0.3512	0.3564	0.3722	0.3986	0.3976	0.3679	0.3308	0.2922	0.2539	0.2166	0.1801
	0.4	0.2673	0.2700	0.2782	0.2919	0.3110	0.3125	0.2923	0.2639	0.2323	0.1994	0.1663
M_r	0.5	0.2022	0.2037	0.2084	0.2162	0.2272	0.2412	0.2428	0.2275	0.2044	0.1775	0.1484
	0.6	0.1490	0.1499	0.1527	0.1573	0.1638	0.1721	0.1823	0.1831	0.1704	0.1506	0.1267
	0.7	0.1040	0.1046	0.1062	0.1089	0.1127	0.1176	0.1235	0.1306	0.1302	0.1188	0.1009
	0.8	0.0651	0.0654	0.0663	0.0677	0.0698	0.0724	0.0756	0.0794	0.0838	0.0822	0.0712
	0.9	0.0307	0.0309	0.0312	0.0318	0.0327	0.0338	0.0351	0.0367	0.0385	0.0406	0.0376
	1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

续表

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_r	0.0	∞	0.9211	0.7173	0.5965	0.5089	0.4391	0.3802	0.3285	0.2818	0.2385	0.1979
	0.1	0.8799	0.8273	0.6939	0.5861	0.5031	0.4354	0.3776	0.3266	0.2803	0.2374	0.1970
	0.2	0.6778	0.6642	0.6236	0.5548	0.4855	0.4241	0.3698	0.3209	0.2759	0.2339	0.1942
	0.3	0.5595	0.5532	0.5343	0.5027	0.4562	0.4054	0.3568	0.3113	0.2686	0.2281	0.1895
	0.4	0.4756	0.4718	0.4605	0.4416	0.4152	0.3791	0.3386	0.2979	0.2583	0.2200	0.1829
	0.5	0.4105	0.4079	0.4001	0.3871	0.3688	0.3454	0.3151	0.2807	0.2451	0.2096	0.1745
	0.6	0.3573	0.3554	0.3495	0.3396	0.3258	0.3081	0.2865	0.2596	0.2290	0.1969	0.1642
	0.7	0.3124	0.3108	0.3060	0.2981	0.2870	0.2728	0.2553	0.2348	0.2100	0.1818	0.1520
	0.8	0.2734	0.2721	0.2681	0.2614	0.2521	0.2401	0.2254	0.2080	0.1880	0.1645	0.1379
	0.9	0.2391	0.2379	0.2344	0.2286	0.2204	0.2100	0.1972	0.1820	0.1646	0.1448	0.1220
	1.0	0.2083	0.2073	0.2042	0.1990	0.1917	0.1823	0.1708	0.1573	0.1417	0.1240	0.1042
f_{max}	0.0	0.1696	0.1672	0.1616	0.1538	0.1444	0.1337	0.1220	0.1095	0.0964	0.0829	0.0692
M_r^0	1.0	-0.2500	-0.2488	-0.2450	-0.2387	-0.2300	-0.2188	-0.2050	-0.1887	-0.1700	-0.1488	-0.1250
M_t^0	1.0	-0.0417	-0.0415	-0.0408	-0.0398	-0.0383	-0.0365	-0.0342	-0.0315	-0.0283	-0.0248	-0.0208

注：M_r^0、M_t^0 为周边固定时固定边的径向及切向弯矩。

表 4-5



$\rho=\frac{x}{R}$，$\beta=\frac{r}{R}$，$\mu=\frac{1}{6}$；挠度＝表中系数×$\frac{qrR^2}{B_C}$；

q 为环形均布荷载；弯矩＝表中系数×qr。

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_r	0.0	∞	1.5494	1.1388	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.1	1.3432	1.5494	1.1388	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.2	0.9388	0.9888	1.1388	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.3	0.7023	0.7234	0.7866	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.4	0.5345	0.5454	0.5783	0.6329	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.5	0.4043	0.4106	0.4293	0.4606	0.5043	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.6	0.2980	0.3017	0.3128	0.3313	0.3572	0.3906	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.7	0.2081	0.2102	0.2167	0.2276	0.2428	0.2623	0.2861	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.8	0.1302	0.1313	0.1349	0.1407	0.1489	0.1595	0.1724	0.1876	0.2052	0.1010	0
	0.9	0.0615	0.0619	0.0634	0.0659	0.0693	0.0737	0.0791	0.0854	0.0927	0.1010	0
	1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

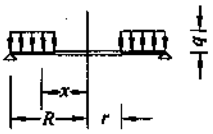
续表

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_t	0.0	∞	1.5494	1.1388	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.1	1.7598	1.5494	1.1388	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.2	1.3555	1.3013	1.1388	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.3	1.1190	1.0938	1.0181	0.8919	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.4	0.9512	0.9361	0.8908	0.8152	0.7095	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.5	0.8210	0.8106	0.7783	0.7273	0.6543	0.5606	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.6	0.7146	0.7068	0.6832	0.6438	0.5887	0.5179	0.4313	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.7	0.6247	0.6184	0.5984	0.5677	0.5234	0.4664	0.3967	0.3143	0.2052	0.1010	0
	0.8	0.5468	0.5415	0.5255	0.4988	0.4614	0.4134	0.3546	0.2852	0.2052	0.1010	0
	0.9	0.4781	0.4735	0.4585	0.4362	0.4036	0.3617	0.3105	0.2500	0.1802	0.1010	0
	1.0	0.4167	0.4125	0.4000	0.3792	0.3500	0.3125	0.2667	0.2125	0.1500	0.0792	0
f_{max}	0.0	0.3393	0.3301	0.3096	0.2817	0.2483	0.2111	0.1712	0.1293	0.0864	0.0431	0
M_r^0	1.0	−0.5000	−0.4950	−0.4800	−0.4550	−0.4200	−0.3750	−0.3200	−0.2550	−0.1800	−0.0950	0
M_t^0	1.0	−0.0833	−0.0825	−0.0800	−0.0758	−0.0700	−0.0625	−0.0533	−0.0425	−0.0300	−0.0158	0

注：M_r^0、M_t^0 为周边固定时固定边的径向及切向弯矩。

（二）环形板

表 4-6



$\rho=\frac{x}{R},\beta=\frac{r}{R},\mu=\frac{1}{6}$；

挠度＝表中系数×$\frac{qR^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×qR^2。

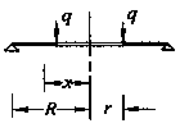
	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_r	0.0	—										
	0.1	0.1959	0									
	0.2	0.1900	0.1394	0								
	0.3	0.1801	0.1573	0.0939	0							
	0.4	0.1663	0.1535	0.1181	0.0651	0						
	0.5	0.1484	0.1407	0.1189	0.0862	0.0455	0					
	0.6	0.1267	0.1218	0.1080	0.0871	0.0610	0.0314	0				
	0.7	0.1009	0.0979	0.0894	0.0763	0.0598	0.0410	0.0207	0			
	0.8	0.0712	0.0695	0.0646	0.0571	0.0476	0.0366	0.0247	0.0124	0		
	0.9	0.0376	0.0368	0.0347	0.0314	0.0272	0.0223	0.0169	0.0113	0.0056	0	
	1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

续表

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_t	0.0	—										
	0.1	0.1970	0.3812									
	0.2	0.1942	0.2371	0.3525								
	0.3	0.1895	0.2070	0.2535	0.3170							
	0.4	0.1829	0.1920	0.2156	0.2466	0.2774						
	0.5	0.1745	0.1799	0.1937	0.2110	0.2264	0.2350					
	0.6	0.1642	0.1678	0.1768	0.1875	0.1959	0.1981	0.1907				
	0.7	0.1520	0.1547	0.1612	0.1685	0.1735	0.1731	0.1644	0.1449			
	0.8	0.1379	0.1401	0.1453	0.1509	0.1544	0.1532	0.1448	0.1270	0.0978		
	0.9	0.1220	0.1239	0.1284	0.1333	0.1363	0.1351	0.1277	0.1121	0.0866	0.0494	
	1.0	0.1042	0.1059	0.1101	0.1148	0.1179	0.1173	0.1113	0.0981	0.0761	0.0438	0
f_{max}	$\rho=\beta$	0.0692	0.0728	0.0764	0.0760	0.0705	0.0602	0.0463	0.0307	0.0159	0.0045	0
M_r^0	1.0	−0.1250	−0.1241	−0.1201	−0.1113	−0.0971	−0.0782	−0.0568	−0.0356	−0.0173	−0.0047	0
M_t^0	1.0	−0.0208	−0.0207	−0.0200	−0.0186	−0.0162	−0.0130	−0.0095	−0.0059	−0.0029	−0.0008	0

注：M_r^0、M_t^0 为周边固定时固定边的径向及切向弯矩。

表 4-7



$\rho=\frac{x}{R}$，$\beta=\frac{r}{R}$，$\mu=\frac{1}{6}$；挠度＝表中系数×$\frac{qrR^4}{B_C}$；

q 为环形均布荷载；弯矩＝表中系数×qr。

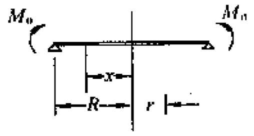
	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_r	0.0	—										
	0.1	1.3432	0									
	0.2	0.9388	0.6132	0								
	0.3	0.7023	0.5651	0.3068	0							
	0.4	0.5345	0.4633	0.3291	0.1698	0						
	0.5	0.4043	0.3636	0.2870	0.1960	0.0989	0					
	0.6	0.2980	0.2739	0.2284	0.1745	0.1170	0.0584	0				
	0.7	0.2081	0.1939	0.1673	0.1358	0.1021	0.0678	0.0336	0			
	0.8	0.1302	0.1225	0.1082	0.0911	0.0729	0.0544	0.0359	0.0177	0		
	0.9	0.0615	0.0583	0.0523	0.0452	0.0376	0.0298	0.0221	0.0146	0.0072	0	
	1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

续表

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_t	0.0	∞										
	0.1	1.7598	3.1302									
	0.2	1.3555	1.7083	2.3726								
	0.3	1.1190	1.2833	1.5928	1.9602							
	0.4	0.9512	1.0495	1.2348	1.4548	1.6893						
	0.5	0.8210	0.8888	1.0166	1.1683	1.3301	1.4949					
	0.6	0.7146	0.7659	0.8624	0.9771	1.0993	1.2238	1.3479				
	0.7	0.6247	0.6660	0.7437	0.8359	0.9343	1.0346	1.1344	1.2326			
	0.8	0.5468	0.5816	0.6471	0.7248	0.8077	0.8922	0.9763	1.0591	1.1398		
	0.9	0.4781	0.5084	0.5655	0.6333	0.7056	0.7793	0.8527	0.9248	0.9952	1.0636	
	1.0	0.4167	0.4438	0.4949	0.5556	0.6203	0.6862	0.7519	0.8165	0.8795	0.9407	1.0000
f_{max}	$\rho=\beta$	0.3393	0.3734	0.4013	0.4091	0.3969	0.3666	0.3199	0.2586	0.1841	0.0976	0
M_r^0	1.0	−0.5000	−0.5200	−0.5399	−0.5388	−0.5108	−0.4575	−0.3839	−0.2964	−0.2004	−0.1005	0
M_t^0	1.0	−0.0833	−0.0867	−0.0900	−0.0898	−0.0851	−0.0762	−0.0640	−0.0494	−0.0334	−0.0168	0

注：M_r^0、M_t^0 为周边固定时固定边的径向及切向弯矩。

表 4-8



$\rho=\frac{x}{R}$，$\beta=\frac{r}{R}$，$\mu=\frac{1}{6}$；挠度＝表中系数×$\frac{M_0R^4}{B_C}$；

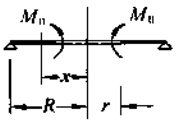
M_0 为环形均布弯矩；弯矩＝表中系数×M_0。

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_r	0.0	—										
	0.1	1.0000	0									
	0.2	1.0000	0.7576	0								
	0.3	1.0000	0.8979	0.5787	0							
	0.4	1.0000	0.9470	0.7813	0.4808	0						
	0.5	1.0000	0.9697	0.8750	0.7033	0.4286	0					
	0.6	1.0000	0.9820	0.9259	0.8242	0.6614	0.4074	0				
	0.7	1.0000	0.9895	0.9566	0.8971	0.8017	0.6531	0.4145	0			
	0.8	1.0000	0.9943	0.9766	0.9444	0.8929	0.8125	0.6836	0.4596	0		
	0.9	1.0000	0.9976	0.9902	0.9768	0.9553	0.9218	0.8681	0.7746	0.5830	0	
	1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

续表

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	0.0	—										
	0.1	1.0000	2.0202									
	0.2	1.0000	1.2626	2.0833								
	0.3	1.0000	1.1223	1.5046	2.1978							
	0.4	1.0000	1.0732	1.3021	1.7170	2.3810						
M_t	0.5	1.0000	1.0505	1.2083	1.4945	1.9524	2.6667					
	0.6	1.0000	1.0382	1.1574	1.3736	1.7196	2.2593	3.1250				
	0.7	1.0000	1.0307	1.1267	1.3007	1.5792	2.0136	2.7105	3.9216			
	0.8	1.0000	1.0259	1.1068	1.2534	1.4881	1.8542	2.4414	3.4620	5.5556		
	0.9	1.0000	1.0226	1.0931	1.2210	1.4256	1.7449	2.2569	3.1469	4.9726	10.5263	
	1.0	1.0000	1.0202	1.0833	1.1978	1.3810	1.6667	2.1250	2.9216	4.5556	9.5263	∞
f_{max}	$\rho=\beta$	0.4286	0.4565	0.5090	0.5715	0.6380	0.7058	0.7734	0.8398	0.9046	0.9676	—

表 4-9



$\rho=\frac{x}{R}$，$\beta=\frac{r}{R}$，$\mu=\frac{1}{6}$；挠度＝表中系数×$\frac{M_0R^4}{B_c}$；

M_0 为环形均布弯矩；弯矩＝表中系数×M_0。

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	0.0	—										
	0.1	0	1.0000									
	0.2	0	0.2424	1.0000								
	0.3	0	0.1021	0.4213	1.0000							
	0.4	0	0.0530	0.2188	0.5192	1.0000						
M_r	0.5	0	0.0303	0.1250	0.2967	0.5714	1.0000					
	0.6	0	0.0180	0.0741	0.1758	0.3386	0.5926	1.0000				
	0.7	0	0.0105	0.0434	0.1029	0.1983	0.3469	0.5855	1.0000			
	0.8	0	0.0057	0.0234	0.0556	0.1071	0.1875	0.3164	0.5404	1.0000		
	0.9	0	0.0024	0.0098	0.0232	0.0447	0.0782	0.1319	0.2254	0.4170	1.0000	
	1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—

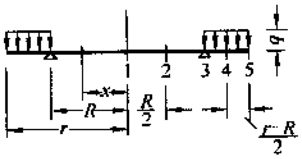
续表

	ρ	β										
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M_t	0.0	—										
	0.1	0	−1.0202									
	0.2	0	−0.2626	−1.0833								
	0.3	0	−0.1223	−0.5046	−1.1978							
	0.4	0	−0.0732	−0.3021	−0.7170	−1.3810						
	0.5	0	−0.0505	−0.2083	−0.4945	−0.9524	−1.6667					
	0.6	0	−0.0382	−0.1574	−0.3736	−0.7196	−1.2593	−2.1250				
	0.7	0	−0.0307	−0.1267	−0.3007	−0.5792	−1.0136	−1.7105	−2.9216			
	0.8	0	−0.0259	−0.1068	−0.2534	−0.4881	−0.8542	−1.4414	−2.4620	−4.5556		
	0.9	0	−0.0226	−0.0931	−0.2210	−0.4256	−0.7449	−1.2569	−2.1469	−3.9726	−9.5263	
	1.0	0	−0.0202	−0.0833	−0.1978	−0.3810	−0.6667	−1.1250	−1.9216	−3.5556	−8.5263	$-\infty$
f_{max}	$\rho=\beta$	0	−0.0322	−0.0976	−0.1815	−0.2780	−0.3844	−0.4991	−0.6212	−0.7503	−0.8861	—
M_r^0	1.0	0	0.0237	0.0909	0.1918	0.3137	0.4444	0.5745	0.6975	0.8101	0.9110	1.0000
M_t^0	1.0	0	0.0039	0.0152	0.0320	0.0523	0.0741	0.0957	0.1163	0.1350	0.1518	0.1667

注：M_r^0、M_t^0 为周边固定时固定边的径向及切向弯矩。

（三）悬挑圆形板

表 4-10



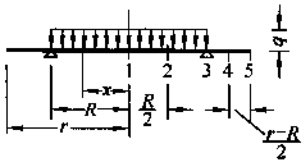
$\rho=\dfrac{x}{R}$，$\beta=\dfrac{r}{R}$，$\mu=\dfrac{1}{6}$；

挠度 = 表中系数 × $\dfrac{qR^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × qR^2。

β	截　面　位　置					
	1点～3点 ($\rho\leqslant 1$)	4点 $\left(\rho=\dfrac{\beta+1}{2}\right)$		5点($\rho=\beta$)		
	$M_r=M_t$	M_r	M_t	M_r	M_t	f
1.0	0	0	0	0	0	0
1.1	−0.0049	−0.0011	−0.0042	0	−0.0038	0.0004
1.2	−0.0194	−0.0039	−0.0161	0	−0.0140	0.0035
1.3	−0.0434	−0.0081	−0.0349	0	−0.0293	0.0118
1.4	−0.0768	−0.0132	−0.0603	0	−0.0490	0.0282
1.5	−0.1200	−0.0192	−0.0919	0	−0.0723	0.0559
1.6	−0.1729	−0.0260	−0.1293	0	−0.0990	0.0981
1.7	−0.2360	−0.0335	−0.1725	0	−0.1288	0.1582
1.8	−0.3095	−0.0417	−0.2213	0	−0.1613	0.2401
1.9	−0.3935	−0.0506	−0.2755	0	−0.1966	0.3477
2.0	−0.4884	−0.0602	−0.3351	0	−0.2344	0.4852
2.1	−0.5944	−0.0705	−0.3999	0	−0.2747	0.6572
2.2	−0.7117	−0.0815	−0.4700	0	−0.3174	0.8684

表 4-11



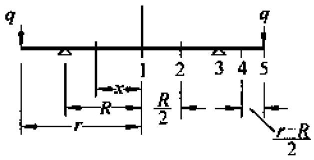
$\rho=\frac{x}{R},\beta=\frac{r}{R},\mu=\frac{1}{6}$;

挠度 = 表中系数 $\times\frac{qR^4}{B_C}$;

弯矩 = 表中系数 $\times qR^2$。

β	截面位置										
	1点($\rho=0$)		2点($\rho=0.5$)		3点($\rho=1$)		4点$\left(\rho=\frac{\beta+1}{2}\right)$		5点($\rho=\beta$)		1点($\rho=0$)
	M_r	M_t	M_r	M_t	M_r	M_t	M_r	M_t	M_r	M_t	f
1.0	0.1979	0.1979	0.1484	0.1745	0	0.1042	0	0.1042	0	0.1042	0.0692
1.1	0.1889	0.1889	0.1394	0.1654	−0.0090	0.0951	−0.0042	0.0903	0	0.0861	0.0653
1.2	0.1820	0.1820	0.1325	0.1586	−0.0159	0.0883	−0.0069	0.0792	0	0.0723	0.0624
1.3	0.1767	0.1767	0.1272	0.1532	−0.0213	0.0829	−0.0086	0.0702	0	0.0616	0.0601
1.4	0.1724	0.1724	0.1229	0.1490	−0.0255	0.0787	−0.0096	0.0627	0	0.0531	0.0583
1.5	0.1690	0.1690	0.1195	0.1455	−0.0289	0.0752	−0.0102	0.0565	0	0.0463	0.0568
1.6	0.1662	0.1662	0.1167	0.1427	−0.0317	0.0724	−0.0105	0.0512	0	0.0407	0.0556
1.7	0.1639	0.1639	0.1144	0.1404	−0.0341	0.0701	−0.0106	0.0466	0	0.0360	0.0546
1.8	0.1619	0.1619	0.1124	0.1385	−0.0360	0.0682	−0.0105	0.0426	0	0.0322	0.0538
1.9	0.1603	0.1603	0.1108	0.1368	−0.0377	0.0665	−0.0103	0.0392	0	0.0289	0.0531
2.0	0.1589	0.1589	0.1094	0.1354	−0.0391	0.0651	−0.0101	0.0362	0	0.0260	0.0525
2.1	0.1576	0.1576	0.1082	0.1342	−0.0403	0.0639	−0.0099	0.0335	0	0.0236	0.0519
2.2	0.1566	0.1566	0.1071	0.1332	−0.0413	0.0628	−0.0096	0.0311	0	0.0215	0.0515

表 4-12



$\rho=\frac{x}{R},\beta=\frac{r}{R},\mu=\frac{1}{6}$;

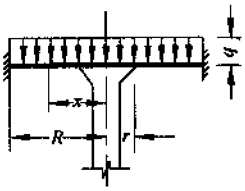
挠度 = 表中系数 $\times\frac{qR^3}{B_C}$;弯矩 = 表中系数 $\times qR$;

q 为环形均布荷载。

β	截面位置					
	1点~3点($\rho\leqslant1$)	4点$\left(\rho=\frac{\beta+1}{2}\right)$		5点($\rho=\beta$)		
	$M_r=M_t$	M_r	M_t	M_r	M_t	f
1.0	0	0	0	0	0	0
1.1	−0.1009	−0.0483	−0.0909	0	−0.0795	0.0089
1.2	−0.2040	−0.0939	−0.1807	0	−0.1528	0.0370
1.3	−0.3095	−0.1375	−0.2696	0	−0.2212	0.0864
1.4	−0.4176	−0.1796	−0.3579	0	−0.2857	0.1592
1.5	−0.5284	−0.2206	−0.4456	0	−0.3472	0.2577
1.6	−0.6418	−0.2608	−0.5330	0	−0.4063	0.3838
1.7	−0.7578	−0.3004	−0.6201	0	−0.4632	0.5398
1.8	−0.8764	−0.3395	−0.7068	0	−0.5185	0.7279
1.9	−0.9976	−0.3782	−0.7933	0	−0.5724	0.9501
2.0	−1.1212	−0.4166	−0.8796	0	−0.6250	1.2086
2.1	−1.2472	−0.4549	−0.9657	0	−0.6766	1.5056
2.2	−1.3755	−0.4930	−1.0516	0	−0.7273	1.8431

（四）圆心加柱的圆形板

表 4-13

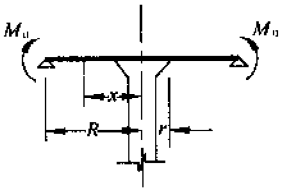


$\rho=\frac{x}{R}, \beta=\frac{r}{R}, \mu=\frac{1}{6}$；

弯矩＝表中系数×qR^2。

	M_r					M_t				
ρ \ β	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.05	−0.2098					−0.0350				
0.10	−0.0709	−0.1433				−0.0680	−0.0239			
0.15	−0.0258	−0.0614	−0.1088			−0.0535	−0.0403	−0.0181		
0.20	−0.0012	−0.0229	−0.0514	−0.0862		−0.0383	−0.0348	−0.0268	−0.0144	
0.25	0.0143	−0.0002	−0.0193	−0.0425	−0.0698	−0.0257	−0.0259	−0.0238	−0.0190	−0.0116
0.30	0.0245	0.0143	0.0008	−0.0156	−0.0349	−0.0154	−0.0174	−0.0178	−0.0167	−0.0139
0.40	0.0344	0.0293	0.0224	0.0137	0.0033	−0.0010	−0.0037	−0.0060	−0.0075	−0.0084
0.50	0.0347	0.0326	0.0294	0.0250	0.0196	0.0073	0.0049	0.0026	0.0005	−0.0012
0.60	0.0275	0.0275	0.0268	0.0253	0.0231	0.0109	0.0090	0.0072	0.0054	0.0038
0.70	0.0140	0.0156	0.0167	0.0174	0.0176	0.0105	0.0093	0.0081	0.0069	0.0058
0.80	−0.0052	−0.0023	0.0004	0.0027	0.0047	0.0067	0.0062	0.0057	0.0052	0.0046
0.90	−0.0296	−0.0256	−0.0217	−0.0179	−0.0144	−0.0001	0.0000	0.0002	0.0003	0.0005
1.00	−0.0589	−0.0540	−0.0490	−0.0441	−0.0393	−0.0098	−0.0090	−0.0082	−0.0074	−0.066

表 4-14



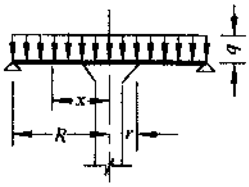
$\rho=\frac{x}{R}, \beta=\frac{r}{R}, \mu=\frac{1}{6}$；

弯矩＝表中系数×M_0；

M_0 为环形均布弯矩。

	M_r					M_t				
ρ \ β	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.05	−2.6777					−0.4463				
0.10	−1.1056	−1.9702				−0.9576	−0.3284			
0.15	−0.6024	−1.0236	−1.6076			−0.8403	−0.6163	−0.2679		
0.20	−0.3148	−0.5739	−0.9286	−1.3771		−0.6877	−0.5986	−0.4467	−0.2295	
0.25	−0.1128	−0.2927	−0.5361	−0.8415	−1.2142	−0.5482	−0.5173	−0.4512	−0.3476	−0.2024
0.30	0.0437	−0.0903	−0.2697	−0.4934	−0.7650	−0.4257	−0.4236	−0.4006	−0.3546	−0.2830
0.40	0.2807	0.1974	0.0876	−0.0478	−0.2108	−0.2225	−0.2439	−0.2577	−0.2620	−0.2555
0.50	0.4592	0.4037	0.3312	0.2427	0.1367	−0.0595	−0.0877	−0.1133	−0.1350	−0.1519
0.60	0.6030	0.5653	0.5167	0.4576	0.3873	0.0757	0.0469	0.0182	−0.0088	−0.0338
0.70	0.7235	0.6987	0.6670	0.6286	0.5830	0.1911	0.1639	0.1360	0.1086	0.0821
0.80	0.8273	0.8125	0.7936	0.7708	0.7439	0.2916	0.2670	0.2415	0.2162	0.1912
0.90	0.9186	0.9118	0.9032	0.8929	0.8808	0.3806	0.3591	0.3367	0.3144	0.2925
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.4604	0.4420	0.4231	0.4045	0.3863

表 4-15



$\rho=\frac{x}{R},\beta=\frac{r}{R},\mu=\frac{1}{6}$；

弯矩＝表中系数$\times qR^2$。

	M_r					M_t				
ρ \ β	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.05	−0.3674					−0.0612				
0.10	−0.1360	−0.2497				−0.1244	−0.0416			
0.15	−0.0613	−0.1167	−0.1876			−0.1030	−0.0736	−0.0313		
0.20	−0.0198	−0.0539	−0.0970	−0.1470		−0.0788	−0.0671	−0.0487	−0.0245	
0.25	0.0077	−0.0160	−0.0456	−0.0797	−0.1175	−0.0579	−0.0539	−0.0459	−0.0343	−0.0196
0.30	0.0270	0.0094	−0.0124	−0.0373	−0.0649	−0.0405	−0.0402	−0.0375	−0.0323	−0.0251
0.40	0.0510	0.0400	0.0267	0.0116	−0.0050	−0.0141	−0.0169	−0.0186	−0.0191	−0.0184
0.50	0.0617	0.0544	0.0456	0.0357	0.0249	0.0038	0.0001	−0.0030	−0.0054	−0.0072
0.60	0.0630	0.0580	0.0521	0.0455	0.0384	0.0153	0.0115	0.0081	0.0050	0.0025
0.70	0.0566	0.0533	0.0494	0.0452	0.0405	0.0218	0.0182	0.0148	0.0117	0.0090
0.80	0.0435	0.0416	0.0393	0.0367	0.0340	0.0239	0.0206	0.0175	0.0147	0.0122
0.90	0.0245	0.0236	0.0226	0.0214	0.0202	0.0223	0.0194	0.0167	0.0142	0.0120
1.00	0	0	0	0	0	0.0173	0.0149	0.0126	0.0105	0.0086

四、计　算　公　式

1.
$$f=\frac{qR^4}{64B_C}(1-\rho^2)\left(\frac{5+\mu}{1+\mu}-\rho^2\right)$$
$$M_r=\frac{qR^2}{16}(3+\mu)(1-\rho^2)$$
$$M_t=\frac{qR^2}{16}[3+\mu-(1+3\mu)\rho^2]$$
$$V_r=\frac{qR}{2}\rho$$

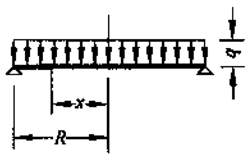


图 4-3

2.
$$f=\frac{qR^4}{64B_C}(\rho^2-1)^2$$
$$M_r=\frac{qR^2}{16}[1+\mu-(3+\mu)\rho^2]$$
$$M_t=\frac{qR^2}{16}[1+\mu-(1+3\mu)\rho^2]$$
$$V_r=\frac{qR}{2}\rho$$

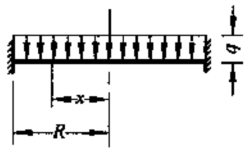


图 4-4

$$3.\ \rho \leqslant \beta : f = \frac{qr^2R^2}{64(1+\mu)B_C}\left\{4(3+\mu)-(7+3\mu)\beta^2+4(1+\mu)\beta^2\ln\beta\right.$$

$$\left.-2[4-(1-\mu)\beta^2-4(1+\mu)\ln\beta]\rho^2+\frac{1+\mu}{\beta^2}\rho^4\right\}$$

$$M_r = \frac{qr^2}{16}\left[4-(1-\mu)\beta^2-4(1+\mu)\ln\beta-\frac{3+\mu}{\beta^2}\rho^2\right]$$

$$M_t = \frac{qr^2}{16}\left[4-(1-\mu)\beta^2-4(1+\mu)\ln\beta-\frac{1+3\mu}{\beta^2}\rho^2\right]$$

$$V_r = -\frac{qR}{2}\rho$$

$$\rho \geqslant \beta : f = \frac{qr^2R^2}{32(1+\mu)B_C}\left\{[2(3+\mu)-(1-\mu)\beta^2](1-\rho^2)\right.$$

$$\left.+2(1+\mu)\beta^2\ln\rho+4(1+\mu)\rho^2\ln\rho\right\}$$

$$M_r = \frac{qr^2}{16}\left[(1-\mu)\beta^2\left(\frac{1}{\rho^2}-1\right)-4(1+\mu)\ln\rho\right]$$

$$M_t = \frac{qr^2}{16}\left\{(1-\mu)\left[4-\beta^2\left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)\right]-4(1+\mu)\ln\rho\right\}$$

$$V_r = -\frac{qr}{2}\frac{\beta}{\rho}$$

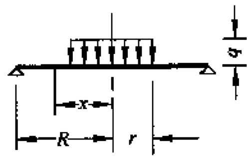


图 4-5

$$4.\ \rho \leqslant \beta : f = \frac{qr^2R^2}{64B_C}\left[4-3\beta^2-2\beta^2\rho^2+\frac{\rho^4}{\beta^2}+4(\beta^2+2\rho^2)\ln\beta\right]$$

$$M_r = \frac{qr^2}{16}\left[(1+\mu)\beta^2-(3+\mu)\frac{\rho^2}{\beta^2}\right.$$
$$\left.-4(1+\mu)\ln\beta\right]$$

$$M_t = \frac{qr^2}{16}\left[(1+\mu)\beta^2-(1+3\mu)\frac{\rho^2}{\beta^2}\right.$$
$$\left.-4(1+\mu)\ln\beta\right]$$

$$V_r = -\frac{qR}{2}\rho$$

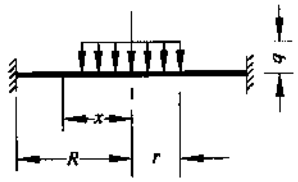


图 4-6

$$\rho \geqslant \beta : f = \frac{qr^2R^2}{32B_C}[(2+\beta^2)(1-\rho^2)+2(\beta^2+2\rho^2)\ln\rho]$$

$$M_r = \frac{qr^2}{16}\left[(1+\mu)\beta^2-4+(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}-4(1+\mu)\ln\rho\right]$$

$$M_t = \frac{qr^2}{16}\left[(1+\mu)\beta^2-4\mu-(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}-4(1+\mu)\ln\rho\right]$$

$$V_r = -\frac{qr}{2}\frac{\beta}{\rho}$$

$$5.\ \rho \leqslant \beta : f = \frac{qrR^2}{8(1+\mu)B_C}\left\{(1-\beta^2)[(3+\mu)-(1-\mu)\rho^2]\right.$$

$$\left.+2(1+\mu)(\beta^2+\rho^2)\ln\beta\right\}$$

$$M_r = M_t = \frac{qr}{4}[(1-\mu)(1-\beta^2)-2(1+\mu)\ln\beta]$$

$$V_r = 0$$

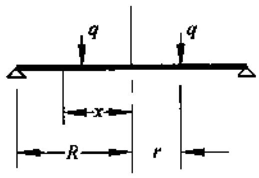


图 4-7

$$\rho \geqslant \beta : f = \frac{qrR^2}{8(1+\mu)B_C}\{[(3+\mu)-(1-\mu)\beta^2](1-\rho^2) + 2(1+\mu)(\beta^2+\rho^2)\ln\rho\}$$

$$M_r = \frac{qr}{4}\left[(1-\mu)\beta^2\left(\frac{1}{\rho^2}-1\right)-2(1+\mu)\ln\rho\right]$$

$$M_t = \frac{qr}{4}\left\{(1-\mu)\left[2-\beta^2\left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)\right]-2(1+\mu)\ln\rho\right\}$$

$$V_r = -q\frac{\beta}{\rho}$$

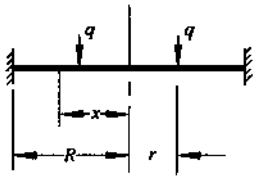


图 4-8

6. $$\rho \leqslant \beta : f = \frac{qrR^2}{8B_C}[(1-\beta^2)(1+\rho^2)+2(\beta^2+\rho^2)\ln\beta]$$

$$M_r = M_t = \frac{qr}{4}(1+\mu)(\beta^2-1-2\ln\beta)$$

$$V_r = 0$$

$$\rho \geqslant \beta : f = \frac{qrR^2}{8B_C}[(1+\beta^2)(1-\rho^2)+2(\beta^2+\rho^2)\ln\rho]$$

$$M_r = \frac{qr}{4}\left[(1+\mu)\beta^2+(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}-2(1+\mu)\ln\rho-2\right]$$

$$M_t = \frac{qr}{4}\left[(1+\mu)\beta^2-(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}-2(1+\mu)\ln\rho-2\mu\right]$$

$$V_r = -q\frac{\beta}{\rho}$$

7.

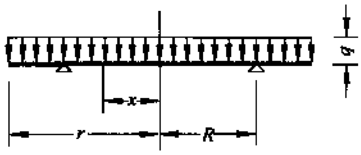


图 4-9

$$\rho \leqslant 1 : f = \frac{qR^4}{64(1+\mu)B_C}\{(1+\mu)\rho^4-2[(1+3\mu)\beta^2+2(1-\mu) - 4(1+\mu)\beta^2\ln\beta]\rho^2+2(1+3\mu)\beta^2-8(1+\mu)\beta^2\ln\beta+(3-5\mu)\}$$

$$M_r = \frac{qR^2}{16}[(1+3\mu)\beta^2+2(1-\mu)-(3+\mu)\rho^2-4(1+\mu)\beta^2\ln\beta]$$

$$M_t = \frac{qR^2}{16}[(1+3\mu)(\beta^2-\rho^2)+2(1-\mu)-4(1+\mu)\beta^2\ln\beta]$$

$$V_r = -\frac{qR}{2}\rho$$

$$\rho \geqslant 1 : f = \frac{qR^4}{64(1+\mu)B_C}\{(3-5\mu)-2(3+\mu)\beta^2-8(1+\mu)\beta^2\ln\beta + 2[(3+\mu)\beta^2-2(1-\mu)+4(1+\mu)\beta^2\ln\beta]\rho^2 + (1+\mu)\rho^4-8(1+\mu)(1+\rho^2)\beta^2\ln\rho\}$$

$$M_r = \frac{qR^2}{16}[(3+\mu)\beta^2+2(1-\mu)-4(1+\mu)\beta^2\ln\beta - (3+\mu)\rho^2-2(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}+4(1+\mu)\beta^2\ln\rho]$$

$$M_t = \frac{qR^2}{16}[2(1-\mu) - (1-5\mu)\beta^2 - 4(1+\mu)\beta^2\ln\beta$$
$$- (1+3\mu)\rho^2 + 2(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2} + 4(1+\mu)\beta^2\ln\rho]$$
$$V_r = \frac{qR}{2}\left(\frac{\beta^2}{\rho} - \rho\right)$$

8.

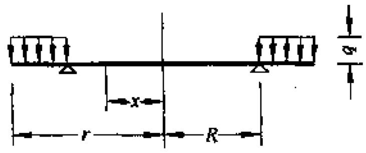


图 4-10

$$\rho \leqslant 1: f = -\frac{qR^4}{32(1+\mu)\beta^2 B_C}[(1-\mu) + 4\mu\beta^2 - (1+3\mu)\beta^4$$
$$+ 4(1+\mu)\beta^4\ln\beta](1-\rho^2)$$
$$M_r = M_t = -\frac{qR^2}{16\beta^2}[(1-\mu) + 4\mu\beta^2 - (1+3\mu)\beta^4$$
$$+ 4(1+\mu)\beta^4\ln\beta]$$
$$V_r = 0$$

$$\rho \geqslant 1: f = \frac{qR^4}{64(1+\mu)\beta^2 B_C}\{(1+\mu)\beta^2\rho^4 + 2[(3+\mu)\beta^4$$
$$+ (1-\mu)(1-2\beta^2) + 4(1+\mu)\beta^4\ln\beta]\rho^2$$
$$- 2(3+\mu)\beta^4 + (3-5\mu)\beta^2 - 2(1-\mu) - 8(1+\mu)\beta^4\ln\beta$$
$$- 8(1+\mu)\beta^4\rho^2\ln\rho + 4(1+\mu)(1-2\beta^2)\beta^2\ln\rho\}$$
$$M_r = -\frac{qR^2}{16\beta^2}\Big[(1-\mu)(1-2\beta^2) - (3+\mu)\beta^4 + 4(1+\mu)\beta^4\ln\beta$$
$$+ (3+\mu)\rho^2\beta^2 - (1-\mu)(1-2\beta^2)\frac{\beta^2}{\rho^2} - 4(1+\mu)\beta^4\ln\rho\Big]$$
$$M_t = -\frac{qR^2}{16\beta^2}[(1-\mu)(1-2\beta^2) + (1-5\mu)\beta^4 + 4(1+\mu)\beta^4\ln\beta$$
$$+ (1+3\mu)\rho^2\beta^2 + (1-\mu)(1-2\beta^2)\frac{\beta^2}{\rho^2} - 4(1+\mu)\beta^4\ln\rho]$$
$$V_r = \frac{qR}{2}\left(\frac{\beta^2}{\rho} - \rho\right)$$

9. $\rho \leqslant 1: f = \frac{qR^4}{64(1+\mu)\beta^2 B_C}\{2(1-\mu) + 3(1+\mu)\beta^2 - 2[(1-\mu)$
$$+ 2(1+\mu)\beta^2]\rho^2 + (1+\mu)\beta^2\rho^4\}$$
$$M_r = \frac{qR^2}{16\beta^2}[(1-\mu) + 2(1+\mu)\beta^2 - (3+\mu)\beta^2\rho^2]$$
$$M_t = \frac{qR^2}{16\beta^2}[(1-\mu) + 2(1+\mu)\beta^2 - (1+3\mu)\beta^2\rho^2]$$

$$V_r = -\frac{qR}{2}\rho$$

$$\rho \geqslant 1: f = \frac{qR^4}{32(1+\mu)\beta^2 B_C}[(1-\mu)(1-\rho^2) - 2(1+\mu)\beta^2 \ln\rho]$$

$$M_r = \frac{qR^2}{16\beta^2}(1-\mu)\left(1-\frac{\beta^2}{\rho^2}\right)$$

$$M_t = \frac{qR^2}{16\beta^2}(1-\mu)\left(1+\frac{\beta^2}{\rho^2}\right)$$

$$V_r = 0$$

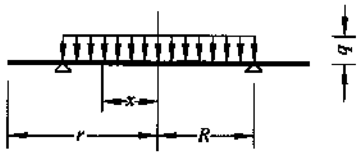


图 4-11

10. $$\rho \leqslant 1: f = -\frac{qR^3}{8(1+\mu)\beta B_C}[(1-\mu)(\beta^2-1) + 2(1+\mu)\beta^2\ln\beta](1-\rho^2)$$

$$M_r = M_t = -\frac{qR}{4\beta}[(1-\mu)(\beta^2-1) + 2(1+\mu)\beta^2\ln\beta]$$

$$V_r = 0$$

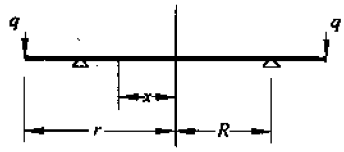


图 4-12

$$\rho \geqslant 1: f = \frac{qR^3}{8(1+\mu)\beta B_C}\{[(3+\mu)\beta^2 - (1-\mu) + 2(1+\mu)\beta^2\ln\beta]\times(\rho^2-1) - 2(1+\mu)(1+\rho^2)\beta^2\ln\rho\}$$

$$M_r = \frac{qR}{4\beta}[(1-\mu) - 2(1+\mu)\beta^2\ln\beta - (1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2} + 2(1+\mu)\beta^2\ln\rho]$$

$$M_t = \frac{qR}{4\beta}[(1-\mu) - 2(1-\mu)\beta^2 - 2(1+\mu)\beta^2\ln\beta + (1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2} + 2(1+\mu)\beta^2\ln\rho]$$

$$V_r = q\frac{\beta}{\rho}$$

11. $$f = \frac{M_0 R^2(1-\rho^2)}{2(1+\mu)B_C}$$

$$M_r = M_t = M_0$$

$$V_r = 0$$

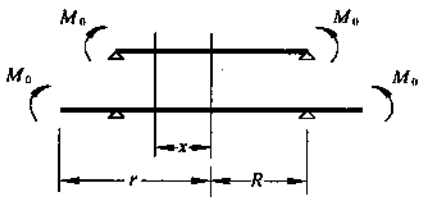


图 4-13

12. $$\rho \leqslant 1: f = \frac{M_0 R^2}{4(1+\mu)\beta^2 B_C}[(1+\mu)\beta^2 + 1 - \mu](1-\rho^2)$$

$$M_r = M_t = \frac{M_0}{2}\left[1+\mu+\frac{1-\mu}{\beta^2}\right]$$

$$V_r = 0$$

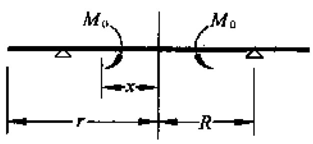


图 4-14

$$\rho \geqslant 1: f = \frac{M_0 R^2}{4(1+\mu)\beta^2 B_C}[(1-\mu)(1-\rho^2) - 2(1+\mu)\beta^2\ln\rho]$$

$$M_r = \frac{M_0}{2}(1-\mu)\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{1}{\rho^2}\right)$$

$$M_t = \frac{M_0}{2}(1-\mu)\left(\frac{1}{\beta^2}+\frac{1}{\rho^2}\right)$$

$$V_r = 0$$

13.

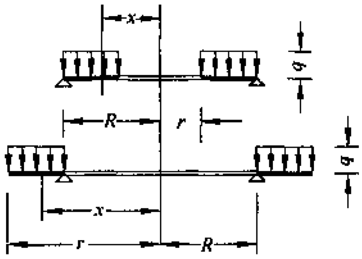


图 4-15

$$f = \frac{qR^4}{64B_C}\left\{\frac{2}{1+\mu}\left[(3+\mu)-\beta^2(3+\mu)+4(1+\mu)\frac{\beta^4}{1-\beta^2}\ln\beta\right]\right.$$
$$\times(1-\rho^2)-(1-\rho^4)-\frac{4\beta^2}{1-\mu}\left[(3+\mu)+4(1+\mu)\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\ln\beta\right]$$
$$\left.\times\ln\rho-8\beta^2\rho^2\ln\rho\right\}$$

$$M_r = \frac{qR^2}{16}\left\{(3+\mu)(1-\rho^2)+\beta^2\left[3+\mu+4(1+\mu)\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\ln\beta\right]\right.$$
$$\left.\times\left(1-\frac{1}{\rho^2}\right)+4(1+\mu)\beta^2\ln\rho\right\}$$

$$M_t = \frac{qR^2}{16}\left\{2(1-\mu)(1-2\beta^2)+(1+3\mu)(1-\rho^2)+\beta^2\left[3+\mu\right.\right.$$
$$\left.\left.+4(1+\mu)\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\ln\beta\right]\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)+4(1+\mu)\beta^2\ln\rho\right\}$$

$$V_r = -\frac{qR}{2}\left(\rho-\frac{\beta^2}{\rho}\right)$$

14.

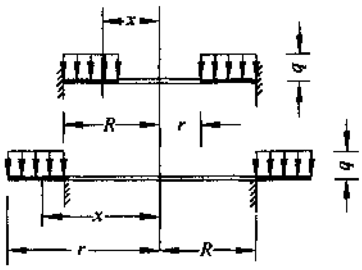


图 4-16

$$f = \frac{qR^4}{64B_C}\left\{-1+2\left[1-2\beta^2-\frac{(1-\mu)\beta^2+(1+\mu)(1+4\beta^2\ln\beta)}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2}\beta^2\right]\right.$$
$$\times(1-\rho^2)+\rho^4-4\frac{(1-\mu)\beta^2+(1+\mu)(1+4\beta^2\ln\beta)}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2}$$

$$\times \beta^2\ln\rho - 8\beta^2\rho^2\ln\rho\Big\}$$

$$M_r = \frac{qR^2}{16}\Big\{4\beta^2 + (1+\mu)\Big[1 - \frac{(1-\mu)\beta^2 + (1+\mu)(1+4\beta^2\ln\beta)}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2} \times \beta^2\Big]$$

$$- (3+\mu)\rho^2 - \frac{1-\mu}{\rho 2} \cdot \frac{(1-\mu)\beta^2 + (1+\mu)(1+4\beta^2\ln\beta)}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2}$$

$$\times \beta^2 + 4(1+\mu)\beta^2\ln\rho\Big\}$$

$$M_t = \frac{qR^2}{16}\Big\{4\mu\beta^2 + (1+\mu)\Big[1 - \frac{(1-\mu)\beta^2 + (1+\mu)(1+4\beta^2\ln\beta)}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2} \times \beta^2\Big]$$

$$- (1+3\mu)\rho^2 + \frac{1-\mu}{\rho^2} \cdot \frac{(1-\mu)\beta^2 + (1+\mu)(1+4\beta^2\ln\beta)}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2}$$

$$\times \beta^2 + 4(1+\mu)\beta^2\ln\rho\Big\}$$

$$V_r = -\frac{qR}{2}\Big(\rho - \frac{\beta^2}{\rho}\Big)$$

15.

$$f = \frac{qrR^2}{8B_C}\Big[\Big(\frac{3+\mu}{1+\mu} - \frac{2\beta^2}{1-\beta^2}\ln\beta\Big) \times (1-\rho^2)$$

$$+ 2\rho^2\ln\rho + \frac{4(1+\mu)\beta^2}{(1-\mu)(1-\beta^2)}\ln\beta\ln\rho\Big]$$

$$M_r = \frac{qr}{2}(1+\mu)\Big[\frac{(1-\rho^2)\beta^2}{(1-\beta^2)\rho^2}\ln\beta - \ln\rho\Big]$$

$$M_t = \frac{qr}{2}(1+\mu)\Big[\frac{1-\mu}{1+\mu} - \frac{(1+\rho^2)\beta^2}{(1-\beta^2)\rho^2}\ln\beta$$

$$- \ln\rho\Big]$$

$$V_r = -q\frac{\beta}{\rho}$$

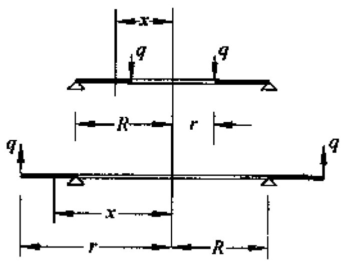


图 4-17

16.

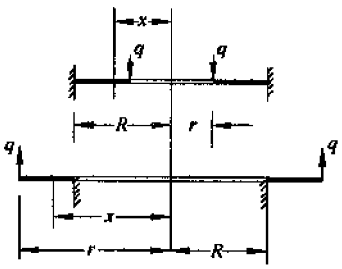


图 4-18

$$f = \frac{qrR^2}{8[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]B_C}\Big\{[1-\mu+(3+\mu)\beta^2+2(1+\mu)\beta^2\ln\beta](1-\rho^2)$$

$$+ 4\beta^2[1+(1+\mu)\ln\beta]\ln\rho + 2[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]\rho^2\ln\rho\Big\}$$

$$M_r = -\frac{qr}{2[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]}\Big\{1-\mu-(1+\mu)^2\beta^2\ln\beta - (1-\mu)\Big[1+$$

$$(1+\mu)\ln\beta\Big]\frac{\beta^2}{\rho^2}+(1+\mu)[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]\ln\rho\Big\}$$

$$M_t=-\frac{qr}{2[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]}\Big\{\mu(1-\mu)-(1-\mu^2)\beta^2$$

$$-(1+\mu)^2\beta^2\ln\beta+(1-\mu)[1+(1+\mu)\ln\beta]\frac{\beta^2}{\rho^2}+(1+\mu)$$

$$\times[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]\ln\rho\Big\}$$

$$V_r=-q\frac{\beta}{\rho}$$

17.

$$f=\frac{M_0R^2}{2(1+\mu)(1-\beta^2)B_C}\Big[1-\rho^2-\frac{2(1+\mu)}{1-\mu}\times\beta^2\ln\rho\Big]$$

$$M_r=\frac{M_0}{1-\beta^2}\left(1-\frac{\beta^2}{\rho^2}\right)$$

$$M_t=\frac{M_0}{1-\beta^2}\left(1+\frac{\beta^2}{\rho^2}\right)$$

$$V_r=0$$

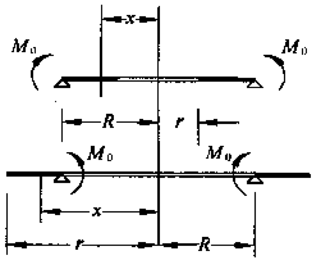


图 4-19

18.

$$f=-\frac{M_0R^2\beta^2}{2(1+\mu)(1-\beta^2)B_C}\times\left[1-\rho^2-\frac{2(1+\mu)}{1-\mu}\ln\rho\right]$$

$$M_r=\frac{M_0\beta^2}{1-\beta^2}\left(\frac{1}{\rho^2}-1\right)$$

$$M_t=-\frac{M_0\beta^2}{1-\beta^2}\left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)$$

$$V_r=0$$

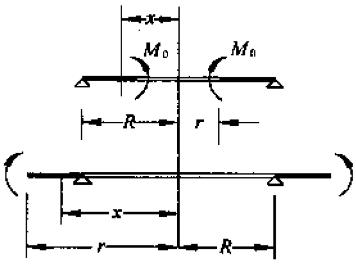


图 4-20

19.

$$f=\frac{M_0R^2\beta^2}{2[1-\mu+(1+\mu)\beta^2]B_C}(1-\rho^2+2\ln\rho)$$

$$M_r=\frac{M_0\beta^2}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2}\left(1+\mu+\frac{1-\mu}{\rho^2}\right)$$

$$M_t=\frac{M_0\beta^2}{1-\mu+(1+\mu)\beta^2}\left(1+\mu-\frac{1-\mu}{\rho^2}\right)$$

$$V_r=0$$

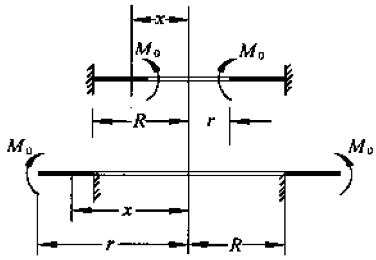


图 4-21

20.

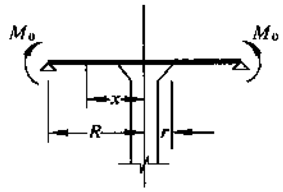


图 4-22

$$M_r = \frac{M_0}{\Phi}\left\{(1+\mu)\left[2(\ln\beta)^2 - 2\ln\rho\ln\beta + \ln\rho - \frac{1}{\beta^2}\ln\rho\right]\right.$$
$$\left. + (1-\mu)\frac{1}{2\rho^2}\left[\beta^2 - 2\ln\beta - 1\right] + (3+\mu)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\beta^2} - \ln\beta\right)\right\}$$
$$M_t = \frac{M_0}{\Phi}\left\{(1+\mu)\left[2(\ln\beta)^2 - 2\ln\rho\ln\beta + \ln\rho - \frac{1}{\beta^2}\ln\rho\right]\right.$$
$$\left. + (1-\mu)\frac{1}{2\rho^2}\left[2\ln\beta - \beta^2 + 1\right] + (1+3\mu)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\beta^2} - \ln\beta\right)\right\}$$

式中
$$\Phi = (1+\mu)[1 + 2(\ln\beta)^2] - 4\ln\beta + \frac{1-\mu}{2}\beta^2 - \frac{3+\mu}{2}\frac{1}{\beta^2}$$

21.

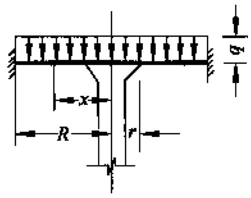


图 4-23

$$M_r = -\frac{qR^2}{16}\left\{(3+\mu)\rho^2 - (1+\mu)(1+\beta^2) - (1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}\right.$$
$$\times \frac{(1-\beta^2)^2 + (1-\beta^4)\ln\beta}{(1-\beta^2)^2 - 4\beta^2(\ln\beta)^2} - \frac{1-\beta^4+4\beta^2\ln\beta}{(1-\beta^2)^2 - 4\beta^2(\ln\beta)^2}[(1-\beta^2)$$
$$\left.\times(1+\ln\rho+\mu\ln\rho) + (1+\mu)\beta^2\ln\beta]\right\}$$
$$M_t = -\frac{qR^2}{16}\left\{(1+3\mu)\rho^2 - (1+\mu)(1+\beta^2) + (1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}\right.$$
$$\times \frac{(1-\beta^2)^2 + (1-\beta^4)\ln\beta}{(1-\beta^2)^2 - 4\beta^2(\ln\beta)^2} - \frac{1-\beta^4+4\beta^2\ln\beta}{(1-\beta^2)^2 - 4\beta^2(\ln\beta)^2}[(1-\beta^2)$$
$$\left.\times(\mu+\ln\rho+\mu\ln\rho) + (1+\mu)\beta^2\ln\beta]\right\}$$

22.

$$M_r = -\frac{qR^2}{16}\left\{(3+\mu)\rho^2 - (1+\mu)(1+\beta^2) - (1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}\right.$$
$$\times \frac{(1-\beta^2)^2 + (1-\beta^4)\ln\beta}{(1-\beta^2)^2 - 4\beta^2(\ln\beta)^2} - \frac{1-\beta^4+4\beta^2\ln\beta}{(1-\beta^2)^2 - 4\beta^2(\ln\beta)^2}[(1-\beta^2)$$

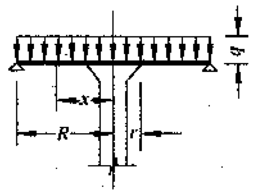


图 4-24

$$\times(1+\ln\rho+\mu\ln\rho)+(1+\mu)\beta^2\ln\beta]\bigg\}-\frac{M_r^0}{\Phi}\bigg\{(1+\mu)[2(\ln\beta)^2-$$

$$2\ln\rho\ln\beta+\ln\rho-\frac{1}{\beta^2}\ln\rho]+(1-\mu)\frac{1}{2\rho^2}[\beta^2-2\ln\beta-1]$$

$$+(3+\mu)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2\beta^2}-\ln\beta\right)\bigg\}$$

$$M_t=-\frac{qR^2}{16}\bigg\{(1+3\mu)\rho^2-(1+\mu)(1+\beta^2)+(1-\mu)\frac{\beta^2}{\rho^2}$$

$$\times\frac{(1-\beta^2)^2+(1-\beta^4)\ln\beta}{(1-\beta^2)^2-4\beta^2(\ln\beta)^2}-\frac{1-\beta^4+4\beta^2\ln\beta}{(1-\beta^2)^2-4\beta^2(\ln\beta)^2}[(1-\beta^2)$$

$$\times(\mu+\ln\rho+\mu\ln\rho)+(1+\mu)\beta^2\ln\beta]\bigg\}-\frac{M_r^0}{\Phi}$$

$$\times\bigg\{(1+\mu)\left[2(\ln\beta)^2-2\ln\rho\ln\beta+\ln\rho-\frac{1}{\beta^2}\ln\rho\right]+(1-\mu)\frac{1}{2\rho^2}$$

$$\times[2\ln\beta-\beta^2+1]+(1+3\mu)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2\beta^2}-\ln\beta\right)\bigg\}$$

式中

$$\Phi=(1+\mu)[1+2(\ln\beta)^2]-4\ln\beta+\frac{1-\mu}{2}\beta^2-\frac{3+\mu}{2}\frac{1}{\beta^2}$$

$$M_r^0=-\frac{qR^2}{16}\bigg\{(3+\mu)-(1+\mu)(1+\beta^2)-(1-\mu)\beta^2\frac{(1-\beta^2)^2+(1-\beta^4)\ln\beta}{(1-\beta^2)^2-4\beta^2(\ln\beta)^2}$$

$$-\frac{1-\beta^4+4\beta^2\ln\beta}{(1-\beta^2)^2-4\beta^2(\ln\beta)^2}[1-\beta^2+(1+\mu)\beta^2\ln\beta]\bigg\}$$

第二节　按弹性薄板小挠度理论计算矩形板

一、概　　述

本节的计算,是根据弹性薄板小挠度理论的假定进行的。

在对双调和偏微分方程求解时,采用了单重的正弦三角级数展开式的解答形式(这种形式与双重的三角级数展开式比较,有很好的收敛性)。对于板角上的特殊边界条件,另外附加了代数多项式的解答形式。

为了使所得的解与理论解的误差控制在容许的范围之内,在无穷三角级数的展开式中应保留足够的项数。计算表中系数时,对于对称的三角级数展开式保留了前 21 项,对于非对称的三角级数展开式保留了前 41 项。其全部计算工作是由电子计算机完成的。

对于表中的全部矩形板,很难求得理论的最大弯矩系数与最大挠度系数,因为要准确地

找到最大弯矩与最大挠度的所在点，工作量很大，有必要加以简化。本节表中列出的一些最大弯矩与最大挠度的系数，是按下述方法计算的：对于每一种板，按一定间距选择一些点，依次计算各点的弯矩与挠度系数，将其中最大的一个作为理论的最大系数值的近似值。显然，这样给出的最大系数与理论的最大系数值有一定差别，但在一般的工程计算中可以采用。

表 4-22 至表 4-28、表 4-38 至表 4-41 列出了泊桑比 μ 为 0、$\frac{1}{6}$ 及 0.3 时的弯矩系数[1] 与挠度系数。$\mu=0$ 代表一种实际上并不存在的假想材料；$\mu=\frac{1}{6}$ 各项系数可用于钢筋混凝土板中；$\mu=0.3$ 各项系数可用于钢板中。

表 4-16 至表 4-21、表 4-29 至表 4-37 仅列出了 $\mu=0$ 的弯矩系数与挠度系数。当 μ 值不等于零时，其挠度及支座中点弯矩仍可按这些表求得。当求其跨内弯矩时，可按下式求得[2]

$$M_x^{(\mu)} = M_x + \mu M_y$$
$$M_y^{(\mu)} = M_y + \mu M_x$$

式中　M_x 及 M_y 为 $\mu=0$ 时的跨内弯矩。必须注意，有自由边的板不能应用上述这两个公式。

二、符 号 说 明

$B_C=\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$——刚度

（其中　E 为弹性模量；h 为板厚；μ 为泊桑比。）

f、f_{max}——分别为板中心点的挠度和最大挠度；

f_{0x}、f_{0y}——分别为平行于 l_x 和 l_y 方向自由边的中点挠度；

M_x、M_{xmax}——分别为平行于 l_x 方向板中心点的弯矩和板跨内最大弯矩；

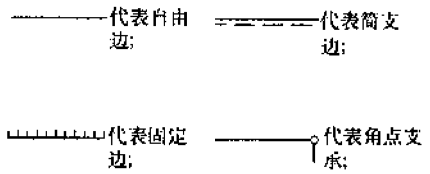
M_y、M_{ymax}——分别为平行于 l_y 方向板中心点的弯矩和板跨内最大弯矩；

M_{0x}、M_{0y}——分别为平行于 l_x 和 l_y 方向自由边的中点弯矩；

M_x^0——固定边中点沿 l_x 方向的弯矩；

M_y^0——固定边中点沿 l_y 方向的弯矩；

M_{xz}^0——平行于 l_x 方向自由边上固定端的支座弯矩。



---

[1] 本节表内的弯矩系数均为单位板宽的弯矩系数。

[2] 当求跨内最大弯矩时，按此公式计算会得出偏大的结果；因为板内两个方向的跨内最大弯矩一般并不在同一点出现。

正负号的规定：

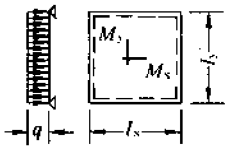
弯矩——使板的受荷面受压者为正；

挠度——变位方向与荷载方向相同者为正。

三、计 算 用 表

（一）均布荷载作用下的计算系数表

表 4-16



$\mu=0$，

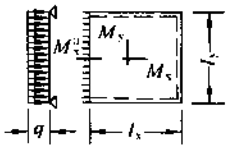
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	f	M_x	M_y	l_x/l_y	f	M_x	M_y
0.50	0.01013	0.0965	0.0174	0.80	0.00603	0.0561	0.0334
0.55	0.00940	0.0892	0.0210	0.85	0.00547	0.0506	0.0348
0.60	0.00867	0.0820	0.0242	0.90	0.00496	0.0456	0.0358
0.65	0.00796	0.0750	0.0271	0.95	0.00449	0.0410	0.0364
0.70	0.00727	0.0683	0.0296	1.00	0.00406	0.0368	0.0368
0.75	0.00663	0.0620	0.0317				

表 4-17



$\mu=0$，

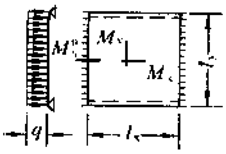
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0
0.50		0.00488	0.00504	0.0583	0.0646	0.0060	0.0063	−0.1212
0.55		0.00471	0.00492	0.0563	0.0618	0.0081	0.0087	−0.1187
0.60		0.00453	0.00472	0.0539	0.0589	0.0104	0.0111	−0.1158
0.65		0.00432	0.00448	0.0513	0.0559	0.0126	0.0133	−0.1124
0.70		0.00410	0.00422	0.0485	0.0529	0.0148	0.0154	−0.1087
0.75		0.00388	0.00399	0.0457	0.0496	0.0168	0.0174	−0.1048
0.80		0.00365	0.00376	0.0428	0.0463	0.0187	0.0193	−0.1007
0.85		0.00343	0.00352	0.0400	0.0431	0.0204	0.0211	−0.0965
0.90		0.00321	0.00329	0.0372	0.0400	0.0219	0.0226	−0.0922
0.95		0.00299	0.00306	0.0345	0.0369	0.0232	0.0239	−0.0880
1.00	1.00	0.00279	0.00285	0.0319	0.0340	0.0243	0.0249	−0.0839
	0.95	0.00316	0.00324	0.0324	0.0345	0.0280	0.0287	−0.0882
	0.90	0.00360	0.00368	0.0328	0.0347	0.0322	0.0330	−0.0926
	0.85	0.00409	0.00417	0.0329	0.0347	0.0370	0.0378	−0.0970
	0.80	0.00464	0.00473	0.0326	0.0343	0.0424	0.0433	−0.1014
	0.75	0.00526	0.00536	0.0319	0.0335	0.0485	0.0494	−0.1056
	0.70	0.00595	0.00605	0.0308	0.0323	0.0553	0.0562	−0.1096
	0.65	0.00670	0.00680	0.0291	0.0306	0.0627	0.0637	−0.1133
	0.60	0.00752	0.00762	0.0268	0.0289	0.0707	0.0717	−0.1166
	0.55	0.00838	0.00848	0.0239	0.0271	0.0792	0.0801	−0.1193
	0.50	0.00927	0.00935	0.0205	0.0249	0.0880	0.0888	−0.1215

表 4-18



$\mu=0$,

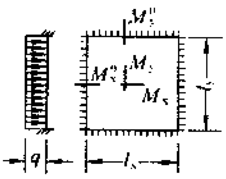
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$;

弯矩 = 表中系数 × ql^2;

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	M_x	M_y	M_x^0
0.50		0.00261	0.0416	0.0017	−0.0843
0.55		0.00259	0.0410	0.0028	−0.0840
0.60		0.00255	0.0402	0.0042	−0.0834
0.65		0.00250	0.0392	0.0057	−0.0826
0.70		0.00243	0.0379	0.0072	−0.0814
0.75		0.00236	0.0366	0.0088	−0.0799
0.80		0.00228	0.0351	0.0103	−0.0782
0.85		0.00220	0.0335	0.0118	−0.0763
0.90		0.00211	0.0319	0.0133	−0.0743
0.95		0.00201	0.0302	0.0146	−0.0721
1.00	1.00	0.00192	0.0285	0.0158	−0.0698
	0.95	0.00223	0.0296	0.0189	−0.0746
	0.90	0.00260	0.0306	0.0224	−0.0797
	0.85	0.00303	0.0314	0.0266	−0.0850
	0.80	0.00354	0.0319	0.0316	−0.0904
	0.75	0.00413	0.0321	0.0374	−0.0959
	0.70	0.00482	0.0318	0.0441	−0.1013
	0.65	0.00560	0.0308	0.0518	−0.1066
	0.60	0.00647	0.0292	0.0604	−0.1114
	0.55	0.00743	0.0267	0.0698	−0.1156
	0.50	0.00844	0.0234	0.0798	−0.1191

表 4-19



$\mu=0$,

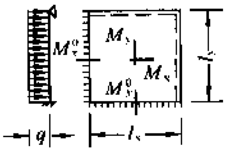
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$;

弯矩 = 表中系数 × ql^2;

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	f	M_x	M_y	M_x^0	M_y^0
0.50	0.00253	0.0400	0.0038	−0.0829	−0.0570
0.55	0.00246	0.0385	0.0056	−0.0814	−0.0571
0.60	0.00236	0.0367	0.0076	−0.0793	−0.0571
0.65	0.00224	0.0345	0.0095	−0.0766	−0.0571
0.70	0.00211	0.0321	0.0113	−0.0735	−0.0569
0.75	0.00197	0.0296	0.0130	−0.0701	−0.0565
0.80	0.00182	0.0271	0.0144	−0.0664	−0.0559
0.85	0.00168	0.0246	0.0156	−0.0626	−0.0551
0.90	0.00153	0.0221	0.0165	−0.0588	−0.0541
0.95	0.00140	0.0198	0.0172	−0.0550	−0.0528
1.00	0.00127	0.0176	0.0176	−0.0513	−0.0513

表 4-20



$\mu=0$,

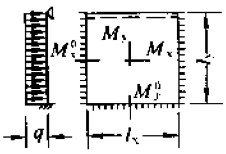
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$;

弯矩 = 表中系数 × ql^2;

式中 l 取 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0	M_y^0
0.50	0.00468	0.00471	0.0559	0.0562	0.0079	0.0135	−0.1179	−0.0786
0.55	0.00445	0.00454	0.0529	0.0530	0.0104	0.0153	−0.1140	−0.0785
0.60	0.00419	0.00429	0.0496	0.0498	0.0129	0.0169	−0.1095	−0.0782
0.65	0.00391	0.00399	0.0461	0.0465	0.0151	0.0183	−0.1045	−0.0777
0.70	0.00363	0.00368	0.0426	0.0432	0.0172	0.0195	−0.0992	−0.0770
0.75	0.00335	0.00340	0.0390	0.0396	0.0189	0.0206	−0.0938	−0.0760
0.80	0.00308	0.00313	0.0356	0.0361	0.0204	0.0218	−0.0883	−0.0748
0.85	0.00281	0.00286	0.0322	0.0328	0.0215	0.0229	−0.0829	−0.0733
0.90	0.00256	0.00261	0.0291	0.0297	0.0224	0.0238	−0.0776	−0.0716
0.95	0.00232	0.00237	0.0261	0.0267	0.0230	0.0244	−0.0726	−0.0698
1.00	0.00210	0.00215	0.0234	0.0240	0.0234	0.0249	−0.0677	−0.0677

表 4-21



$\mu=0$,

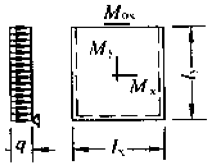
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$;

弯矩 = 表中系数 × ql^2;

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0	M_y^0
0.50		0.00257	0.00258	0.0408	0.0409	0.0028	0.0089	−0.0836	−0.0569
0.55		0.00252	0.00255	0.0398	0.0399	0.0042	0.0093	−0.0827	−0.0570
0.60		0.00245	0.00249	0.0384	0.0386	0.0059	0.0105	−0.0814	−0.0571
0.65		0.00237	0.00240	0.0368	0.0371	0.0076	0.0116	−0.0796	−0.0572
0.70		0.00227	0.00229	0.0350	0.0354	0.0093	0.0127	−0.0774	−0.0572
0.75		0.00216	0.00219	0.0331	0.0335	0.0109	0.0137	−0.0750	−0.0572
0.80		0.00205	0.00208	0.0310	0.0314	0.0124	0.0147	−0.0722	−0.0570
0.85		0.00193	0.00196	0.0289	0.0293	0.0138	0.0155	−0.0693	−0.0567
0.90		0.00181	0.00184	0.0268	0.0273	0.0159	0.0163	−0.0663	−0.0563
0.95		0.00169	0.00172	0.0247	0.0252	0.0160	0.0172	−0.0631	−0.0558
1.00	1.00	0.00157	0.00160	0.0227	0.0231	0.0168	0.0180	−0.0600	−0.0550
	0.95	0.00178	0.00182	0.0229	0.0234	0.0194	0.0207	−0.0629	−0.0599
	0.90	0.00201	0.00206	0.0228	0.0234	0.0223	0.0238	−0.0656	−0.0653
	0.85	0.00227	0.00233	0.0225	0.0231	0.0255	0.0273	−0.0683	−0.0711
	0.80	0.00256	0.00262	0.0219	0.0224	0.0290	0.0311	−0.0707	−0.0772
	0.75	0.00286	0.00294	0.0208	0.0214	0.0329	0.0354	−0.0729	−0.0837
	0.70	0.00319	0.00327	0.0194	0.0200	0.0370	0.0400	−0.0748	−0.0903
	0.65	0.00352	0.00365	0.0175	0.0182	0.0412	0.0446	−0.0762	−0.0970
	0.60	0.00386	0.00403	0.0153	0.0160	0.0454	0.0493	−0.0773	−0.1033
	0.55	0.00419	0.00437	0.0127	0.0133	0.0496	0.0541	−0.0780	−0.1093
	0.50	0.00449	0.00463	0.0099	0.0103	0.0534	0.0588	−0.0784	−0.1146

表 4-22

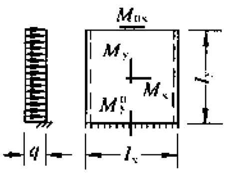


挠度 = 表中系数 × $\frac{ql_x^2}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql_x^2。

l_y/l_x	f			f_{0x}			M_x			M_y			M_{0x}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00133	0.00152	0.00173	0.00248	0.00289	0.00336	0.0114	0.0145	0.0170	0.0101	0.0103	0.0104	0.0219	0.0250	0.0273
0.35	0.00177	0.00199	0.00223	0.00322	0.00372	0.00431	0.0155	0.0192	0.0222	0.0127	0.0131	0.0134	0.0289	0.0327	0.0355
0.40	0.00225	0.00248	0.00276	0.00399	0.00458	0.00526	0.0199	0.0242	0.0276	0.0152	0.0159	0.0165	0.0363	0.0407	0.0439
0.45	0.00275	0.00299	0.00329	0.00476	0.00542	0.00620	0.0247	0.0294	0.0331	0.0174	0.0186	0.0195	0.0438	0.0487	0.0522
0.50	0.00327	0.00351	0.00381	0.00552	0.00624	0.00709	0.0296	0.0346	0.0385	0.0192	0.0210	0.0223	0.0512	0.0564	0.0602
0.55	0.00379	0.00402	0.00432	0.00625	0.00703	0.00794	0.0346	0.0397	0.0437	0.0207	0.0231	0.0250	0.0583	0.0639	0.0677
0.60	0.00430	0.00452	0.00481	0.00694	0.00776	0.00873	0.0395	0.0447	0.0488	0.0218	0.0250	0.0274	0.0651	0.0709	0.0747
0.65	0.00481	0.00501	0.00528	0.00759	0.00843	0.00945	0.0444	0.0495	0.0536	0.0226	0.0266	0.0296	0.0714	0.0773	0.0812
0.70	0.00529	0.00547	0.00573	0.00818	0.00905	0.01011	0.0491	0.0542	0.0581	0.0230	0.0279	0.0315	0.0773	0.0833	0.0871
0.75	0.00576	0.00592	0.00615	0.00872	0.00962	0.01071	0.0537	0.0585	0.0624	0.0232	0.0289	0.0332	0.0826	0.0886	0.0924
0.80	0.00621	0.00634	0.00655	0.00922	0.01013	0.01124	0.0580	0.0626	0.0663	0.0232	0.0298	0.0347	0.0875	0.0935	0.0972
0.85	0.00663	0.00674	0.00693	0.00966	0.01058	0.01172	0.0622	0.0665	0.0701	0.0230	0.0304	0.0360	0.0918	0.0979	0.1015
0.90	0.00703	0.00711	0.00728	0.01006	0.01099	0.01214	0.0660	0.0702	0.0736	0.0227	0.0309	0.0372	0.0957	0.1018	0.1053
0.95	0.00740	0.00747	0.00762	0.01041	0.01135	0.01252	0.0697	0.0736	0.0768	0.0222	0.0313	0.0382	0.0992	0.1052	0.1087
1.00	0.00775	0.00780	0.00793	0.01073	0.01167	0.01285	0.0732	0.0768	0.0799	0.0217	0.0315	0.0390	0.1024	0.1083	0.1117
1.10	0.00839	0.00841	0.00850	0.01125	0.01221	0.01341	0.0794	0.0826	0.0853	0.0204	0.0317	0.0403	0.1076	0.1135	0.1167
1.20	0.00895	0.00894	0.00901	0.01166	0.01262	0.01383	0.0849	0.0877	0.0901	0.0190	0.0315	0.0411	0.1116	0.1175	0.1205
1.30	0.00944	0.00941	0.00946	0.01198	0.01294	0.01416	0.0897	0.0922	0.0943	0.0175	0.0312	0.0417	0.1148	0.1205	0.1235
1.40	0.00987	0.00983	0.00986	0.01223	0.01319	0.01442	0.0940	0.0961	0.0980	0.0161	0.0307	0.0420	0.1172	0.1229	0.1258
1.50	0.01025	0.01020	0.01022	0.01242	0.01338	0.01461	0.0977	0.0995	0.1012	0.0147	0.0301	0.0421	0.1190	0.1247	0.1275
1.75	0.01101	0.01095	0.01095	0.01272	0.01368	0.01492	0.1051	0.1065	0.1077	0.0115	0.0286	0.0420	0.1220	0.1276	0.1302
2.00	0.01156	0.01151	0.01150	0.01287	0.01383	0.01507	0.1106	0.1115	0.1125	0.0088	0.0271	0.0414	0.1235	0.1291	0.1316

表 4-23



挠度 = 表中系数 × $\frac{ql_x^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql_x^2。

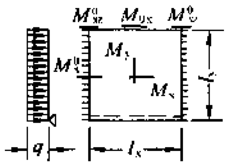
l_y/l_x	f			f_{0x}			M_y^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00027	0.00029	0.00030	0.00071	0.00077	0.00082	−0.0371	−0.0388	−0.0403
0.35	0.00045	0.00048	0.00051	0.00114	0.00125	0.00135	−0.0468	−0.0489	−0.0511
0.40	0.00068	0.00072	0.00077	0.00166	0.00184	0.00202	−0.0562	−0.0588	−0.0615
0.45	0.00096	0.00102	0.00109	0.00227	0.00252	0.00279	−0.0651	−0.0680	−0.0711

续表

l_y/l_x	f			f_{0x}			M_y^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.50	0.00128	0.09136	0.00145	0.00293	0.00327	0.00364	−0.0735	−0.0764	−0.0797
0.55	0.00164	0.00174	0.00185	0.00363	0.00406	0.00453	−0.0811	−0.0839	−0.0873
0.60	0.00203	0.00214	0.00227	0.00435	0.00486	0.00544	−0.0879	−0.0905	−0.0938
0.65	0.00245	0.00256	0.00271	0.00507	0.00566	0.00633	−0.0939	−0.0962	−0.0992
0.70	0.00288	0.00300	0.00315	0.00578	0.00644	0.00720	−0.0992	−0.1011	−0.1038
0.75	0.00332	0.00344	0.00359	0.00646	0.00718	0.00801	−0.1037	−0.1052	−0.1076
0.80	0.00377	0.00388	0.00403	0.00711	0.00787	0.00878	−0.1076	−0.1087	−0.1107
0.85	0.00421	0.00431	0.00446	0.00772	0.00852	0.00948	−0.1108	−0.1116	−0.1133
0.90	0.00465	0.00474	0.00488	0.00828	0.00912	0.01013	−0.1135	−0.1140	−0.1153
0.95	0.00507	0.00515	0.00528	0.00879	0.00966	0.01071	−0.1158	−0.1160	−0.1170
1.00	0.00549	0.00555	0.00567	0.00927	0.01015	0.01124	−0.1176	−0.1176	−0.1184
1.10	0.00627	0.00630	0.00640	0.01008	0.01099	0.01213	−0.1203	−0.1200	−0.1204
1.20	0.00698	0.00699	0.00707	0.01073	0.01167	0.01283	−0.1221	−0.1216	−0.1218
1.30	0.00763	0.00762	0.00768	0.01125	0.01220	0.01339	−0.1232	−0.1227	−0.1227
1.40	0.00822	0.00820	0.00823	0.01166	0.01261	0.01382	−0.1239	−0.1234	−0.1233
1.50	0.00875	0.00871	0.00873	0.01198	0.01293	0.01415	−0.1243	−0.1239	−0.1237
1.75	0.00984	0.00979	0.00979	0.01249	0.01345	0.01468	−0.1248	−0.1245	−0.1244
2.00	0.01066	0.01062	0.01061	0.01275	0.01371	0.01495	−0.1250	−0.1248	−0.1247

l_y/l_x	M_x			M_y			M_{0x}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.0016	0.0007	−0.0004	−0.0052	−0.0060	−0.0068	0.0050	0.0052	0.0051
0.35	0.0030	0.0022	0.0012	−0.0048	−0.0058	−0.0069	0.0088	0.0093	0.0094
0.40	0.0050	0.0045	0.0035	−0.0037	−0.0048	−0.0060	0.0136	0.0147	0.0151
0.45	0.0075	0.0073	0.0067	−0.0020	−0.0031	−0.0043	0.0193	0.0210	0.0218
0.50	0.0104	0.0108	0.0105	−0.0001	−0.0008	−0.0019	0.0257	0.0280	0.0293
0.55	0.0138	0.0146	0.0147	0.0021	0.0018	0.0010	0.0326	0.0355	0.0372
0.60	0.0175	0.0188	0.0193	0.0044	0.0045	0.0042	0.0396	0.0431	0.0453
0.65	0.0214	0.0232	0.0241	0.0066	0.0074	0.0076	0.0467	0.0508	0.0532
0.70	0.0256	0.0277	0.0290	0.0087	0.0102	0.0110	0.0536	0.0582	0.0610
0.75	0.0299	0.0323	0.0339	0.0107	0.0129	0.0143	0.0603	0.0652	0.0683
0.80	0.0342	0.0368	0.0387	0.0124	0.0154	0.0175	0.0667	0.0719	0.0751
0.85	0.0384	0.0413	0.0433	0.0138	0.0177	0.0204	0.0727	0.0781	0.0815
0.90	0.0427	0.0456	0.0478	0.0151	0.0198	0.0232	0.0782	0.0838	0.0872
0.95	0.0468	0.0499	0.0522	0.0161	0.0217	0.0257	0.0833	0.0890	0.0925
1.00	0.0509	0.0539	0.0563	0.0169	0.0233	0.0280	0.0879	0.0938	0.0972
1.10	0.0585	0.0615	0.0640	0.0179	0.0259	0.0318	0.0959	0.1018	0.1052
1.20	0.0655	0.0684	0.0708	0.0183	0.0277	0.0349	0.1024	0.1083	0.1115
1.30	0.0719	0.0746	0.0770	0.0182	0.0289	0.0372	0.1075	0.1134	0.1165
1.40	0.0777	0.0802	0.0824	0.0177	0.0297	0.0389	0.1115	0.1173	0.1204
1.50	0.0828	0.0852	0.0873	0.0170	0.0300	0.0401	0.1147	0.1204	0.1233
1.75	0.0936	0.0955	0.0972	0.0146	0.0298	0.0417	0.1197	0.1254	0.1281
2.00	0.1017	0.1033	0.1047	0.0120	0.0288	0.0420	0.1223	0.1279	0.1305

表 4-24



挠度＝表中系数×$\frac{ql_x^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×ql_x^2。

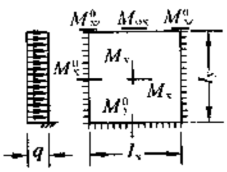
l_y/l_x	f			f_{0x}			M_{xz}^0			M_x		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00080	0.00087	0.00094	0.00146	0.00162	0.00180	−0.0821	−0.0643	−0.0447	0.0106	0.0127	0.0143
0.35	0.00098	0.00104	0.00111	0.00172	0.00189	0.00208	−0.0879	−0.0673	−0.0450	0.0135	0.0157	0.0174
0.40	0.00114	0.00120	0.00126	0.00194	0.00212	0.00232	−0.0917	−0.0688	−0.0446	0.0162	0.0185	0.0201
0.45	0.00130	0.00134	0.00139	0.00212	0.00230	0.00250	−0.0938	−0.0694	−0.0437	0.0188	0.0210	0.0226
0.50	0.00144	0.00147	0.00151	0.00227	0.00244	0.00264	−0.0948	−0.0692	−0.0426	0.0211	0.0232	0.0248
0.55	0.00156	0.00158	0.00162	0.00238	0.00255	0.00275	−0.0949	−0.0686	−0.0413	0.0232	0.0252	0.0267
0.60	0.00168	0.00169	0.00171	0.00247	0.00264	0.00283	−0.0944	−0.0677	−0.0401	0.0251	0.0270	0.0284
0.65	0.00178	0.00178	0.00180	0.00253	0.00270	0.00289	−0.0936	−0.0667	−0.0389	0.0268	0.0286	0.0299
0.70	0.00187	0.00187	0.00188	0.00257	0.00274	0.00293	−0.0926	−0.0656	−0.0379	0.0284	0.0301	0.0313
0.75	0.00196	0.00195	0.00196	0.00260	0.00276	0.00295	−0.0915	−0.0646	−0.0370	0.0298	0.0314	0.0325
0.80	0.00203	0.00202	0.00203	0.00262	0.00278	0.00297	−0.0904	−0.0637	−0.0363	0.0311	0.0326	0.0336
0.85	0.00210	0.00209	0.00209	0.00264	0.00279	0.00298	−0.0893	−0.0629	−0.0358	0.0323	0.0336	0.0346
0.90	0.00216	0.00215	0.00215	0.00264	0.00280	0.00298	−0.0883	−0.0622	−0.0354	0.0333	0.0346	0.0355
0.95	0.00222	0.00220	0.00220	0.00265	0.00280	0.00298	−0.0875	−0.0616	−0.0351	0.0343	0.0354	0.0363
1.00	0.00227	0.00225	0.00225	0.00265	0.00280	0.00298	−0.0867	−0.0612	−0.0350	0.0352	0.0362	0.0370
1.10	0.00235	0.00234	0.00233	0.00264	0.00279	0.00297	−0.0855	−0.0607	−0.0351	0.0367	0.0375	0.0382
1.20	0.00242	0.00240	0.00239	0.00263	0.00278	0.00295	−0.0846	−0.0605	−0.0356	0.0379	0.0386	0.0392
1.30	0.00247	0.00246	0.00245	0.00262	0.00277	0.00294	−0.0841	−0.0606	−0.0363	0.0389	0.0394	0.0399
1.40	0.00251	0.00250	0.00249	0.00262	0.00276	0.00294	−0.0837	−0.0608	−0.0371	0.0396	0.0401	0.0405
1.50	0.00254	0.00253	0.00252	0.00261	0.00276	0.00293	−0.0835	−0.0612	−0.0380	0.0402	0.0406	0.0409
1.75	0.00259	0.00258	0.00258	0.00261	0.00275	0.00292	−0.0833	−0.0624	−0.0405	0.0412	0.0414	0.0415
2.00	0.00261	0.00260	0.00260	0.00260	0.00275	0.00292	−0.0833	−0.0637	−0.0430	0.0416	0.0417	0.0418

l_y/l_x	M_y			M_{0x}			M_x^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.0080	0.0084	0.0087	0.0193	0.0211	0.0223	−0.0349	−0.0372	−0.0396
0.35	0.0093	0.0100	0.0106	0.0237	0.0256	0.0267	−0.0402	−0.0421	−0.0443
0.40	0.0103	0.0114	0.0122	0.0276	0.0295	0.0306	−0.0451	−0.0467	−0.0485
0.45	0.0109	0.0125	0.0136	0.0309	0.0328	0.0338	−0.0496	−0.0508	−0.0522
0.50	0.0113	0.0133	0.0148	0.0337	0.0355	0.0363	−0.0537	−0.0546	−0.0556
0.55	0.0115	0.0139	0.0157	0.0359	0.0376	0.0383	−0.0575	−0.0579	−0.0587
0.60	0.0114	0.0143	0.0165	0.0376	0.0393	0.0399	−0.0608	−0.0610	−0.0615
0.65	0.0112	0.0146	0.0170	0.0389	0.0406	0.0411	−0.0637	−0.0637	−0.0640
0.70	0.0109	0.0146	0.0174	0.0399	0.0415	0.0420	−0.0663	−0.0662	−0.0663
0.75	0.0105	0.0146	0.0177	0.0407	0.0422	0.0426	−0.0687	−0.0684	−0.0684
0.80	0.0100	0.0145	0.0178	0.0412	0.0427	0.0431	−0.0707	−0.0704	−0.0703

续表

l_y/l_x	M_y			M_{0x}			M_x^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.85	0.0095	0.0142	0.0178	0.0416	0.0431	0.0434	−0.0725	−0.0721	−0.0720
0.90	0.0089	0.0140	0.0178	0.0418	0.0433	0.0436	−0.0741	−0.0737	−0.0735
0.95	0.0084	0.0136	0.0177	0.0420	0.0434	0.0437	−0.0755	−0.0751	−0.0748
1.00	0.0078	0.0133	0.0175	0.0421	0.0435	0.0437	−0.0767	−0.0763	−0.0760
1.10	0.0067	0.0125	0.0171	0.0421	0.0435	0.0437	−0.0787	−0.0783	−0.0781
1.20	0.0056	0.0118	0.0166	0.0421	0.0434	0.0436	−0.0802	−0.0799	−0.0797
1.30	0.0047	0.0110	0.0160	0.0420	0.0433	0.0436	−0.0813	−0.0811	−0.0809
1.40	0.0038	0.0104	0.0155	0.0419	0.0433	0.0435	−0.0822	−0.0820	−0.0819
1.50	0.0031	0.0098	0.0150	0.0418	0.0432	0.0434	−0.0828	−0.0826	−0.0825
1.75	0.0017	0.0086	0.0141	0.0417	0.0431	0.0433	−0.0836	−0.0836	−0.0835
2.00	0.0009	0.0078	0.0134	0.0417	0.0431	0.0433	−0.0838	−0.0839	−0.0839

表 4-25



挠度 = 表中系数 × $\frac{ql_x^4}{B_C}$；

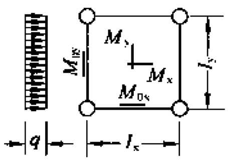
弯矩 = 表中系数 × ql_x^2。

l_y/l_x	f			f_{0x}			M_{xz}^0			M_{0x}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00023	0.00024	0.00026	0.00059	0.00064	0.00068	−0.0436	−0.0345	−0.0250	0.0065	0.0068	0.0069
0.35	0.00036	0.00037	0.00039	0.00087	0.00094	0.00102	−0.0552	−0.0432	−0.0304	0.0106	0.0112	0.0115
0.40	0.00050	0.00052	0.00054	0.00115	0.00125	0.00136	−0.0655	−0.0506	−0.0347	0.0150	0.0160	0.0164
0.45	0.00064	0.00067	0.00069	0.00143	0.00155	0.00168	−0.0739	−0.0564	−0.0378	0.0194	0.0207	0.0213
0.50	0.00079	0.00081	0.00084	0.00167	0.00181	0.00197	−0.0804	−0.0607	−0.0398	0.0236	0.0250	0.0257
0.55	0.00093	0.00095	0.00098	0.00189	0.00204	0.00221	−0.0851	−0.0635	−0.0408	0.0272	0.0288	0.0295
0.60	0.00107	0.00109	0.00111	0.00207	0.00222	0.00240	−0.0883	−0.0652	−0.0411	0.0304	0.0320	0.0327
0.65	0.00120	0.00121	0.00123	0.00221	0.00237	0.00256	−0.0902	−0.0661	−0.0409	0.0330	0.0347	0.0353
0.70	0.00133	0.00133	0.00135	0.00233	0.00249	0.00268	−0.0911	−0.0663	−0.0404	0.0352	0.0368	0.0374
0.75	0.00144	0.00144	0.00145	0.00241	0.00258	0.00277	−0.0914	−0.0661	−0.0398	0.0369	0.0385	0.0391
0.80	0.00155	0.00155	0.00155	0.00248	0.00264	0.00283	−0.0912	−0.0656	−0.0391	0.0383	0.0399	0.0404
0.85	0.00165	0.00164	0.00165	0.00253	0.00269	0.00288	−0.0907	−0.0651	−0.0385	0.0394	0.0409	0.0414
0.90	0.00174	0.00173	0.00173	0.00257	0.00273	0.00291	−0.0901	−0.0644	−0.0379	0.0402	0.0417	0.0421
0.95	0.00183	0.00182	0.00181	0.00260	0.00275	0.00294	−0.0893	−0.0638	−0.0374	0.0408	0.0422	0.0426
1.00	0.00191	0.00189	0.00189	0.00261	0.00277	0.00295	−0.0886	−0.0632	−0.0371	0.0412	0.0427	0.0430
1.10	0.00204	0.00203	0.00203	0.00263	0.00278	0.00296	−0.0871	−0.0623	−0.0366	0.0417	0.0431	0.0434
1.20	0.00216	0.00215	0.00214	0.00263	0.00278	0.00296	−0.0859	−0.0617	−0.0366	0.0419	0.0433	0.0436
1.30	0.00226	0.00225	0.00224	0.00263	0.00278	0.00295	−0.0850	−0.0614	−0.0370	0.0420	0.0434	0.0436
1.40	0.00234	0.00233	0.00232	0.00263	0.00277	0.00295	−0.0844	−0.0614	−0.0376	0.0420	0.0433	0.0436
1.50	0.00240	0.00239	0.00238	0.00262	0.00276	0.00294	−0.0839	−0.0616	−0.0383	0.0419	0.0433	0.0435
1.75	0.00251	0.00250	0.00250	0.00261	0.00275	0.00293	−0.0834	−0.0625	−0.0406	0.0418	0.0431	0.0434
2.00	0.00257	0.00256	0.00256	0.00261	0.00275	0.00292	−0.0833	−0.0637	−0.0430	0.0417	0.0431	0.0433

续表

l_y/l_x	M_x			M_y			M_x^0			M_y^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.0024	0.0018	0.0012	-0.0034	-0.0039	-0.0045	-0.0131	-0.0135	-0.0139	-0.0332	-0.0344	-0.0356
0.35	0.0042	0.0039	0.0034	-0.0022	-0.0026	-0.0031	-0.0174	-0.0179	-0.0185	-0.0394	-0.0406	-0.0420
0.40	0.0063	0.0063	0.0061	-0.0006	-0.0008	-0.0012	-0.0220	-0.0227	-0.0233	-0.0443	-0.0454	-0.0468
0.45	0.0086	0.0090	0.0090	0.0011	0.0014	0.0012	-0.0269	-0.0275	-0.0282	-0.0480	-0.0489	-0.0500
0.50	0.0110	0.0116	0.0119	0.0028	0.0034	0.0037	-0.0317	-0.0322	-0.0329	-0.0507	-0.0513	-0.0522
0.55	0.0133	0.0142	0.0147	0.0044	0.0054	0.0060	-0.0364	-0.0368	-0.0374	-0.0526	-0.0530	-0.0535
0.60	0.0155	0.0166	0.0172	0.0057	0.0072	0.0082	-0.0409	-0.0412	-0.0416	-0.0540	-0.0541	-0.0544
0.65	0.0177	0.0188	0.0196	0.0068	0.0087	0.0101	-0.0451	-0.0453	-0.0456	-0.0549	-0.0548	-0.0549
0.70	0.0197	0.0209	0.0218	0.0077	0.0100	0.0117	-0.0490	-0.0490	-0.0493	-0.0556	-0.0553	-0.0553
0.75	0.0215	0.0228	0.0238	0.0083	0.0111	0.0131	-0.0526	-0.0526	-0.0527	-0.0560	-0.0557	-0.0556
0.80	0.0233	0.0246	0.0256	0.0087	0.0119	0.0142	-0.0560	-0.0558	-0.0558	-0.0563	-0.0560	-0.0558
0.85	0.0249	0.0262	0.0272	0.0090	0.0125	0.0151	-0.0590	-0.0588	-0.0587	-0.0565	-0.0562	-0.0559
0.90	0.0264	0.0277	0.0287	0.0090	0.0129	0.0158	-0.0617	-0.0615	-0.0613	-0.0566	-0.0563	-0.0561
0.95	0.0278	0.0291	0.0301	0.0090	0.0132	0.0164	-0.0642	-0.0639	-0.0638	-0.0567	-0.0564	-0.0562
1.00	0.0292	0.0304	0.0314	0.0089	0.0133	0.0167	-0.0665	-0.0662	-0.0660	-0.0568	-0.0565	-0.0563
1.10	0.0315	0.0327	0.0336	0.0083	0.0133	0.0172	-0.0704	-0.0701	-0.0699	-0.0568	-0.0566	-0.0565
1.20	0.0335	0.0345	0.0354	0.0076	0.0130	0.0172	-0.0735	-0.0732	-0.0730	-0.0569	-0.0567	-0.0566
1.30	0.0352	0.0361	0.0368	0.0067	0.0125	0.0170	-0.0760	-0.0758	-0.0756	-0.0569	-0.0568	-0.0567
1.40	0.0366	0.0374	0.0380	0.0059	0.0119	0.0167	-0.0780	-0.0778	-0.0777	-0.0569	-0.0568	-0.0568
1.50	0.0377	0.0384	0.0390	0.0051	0.0113	0.0163	-0.0795	-0.0794	-0.0793	-0.0569	-0.0569	-0.0568
1.75	0.0397	0.0402	0.0405	0.0032	0.0099	0.0152	-0.0820	-0.0819	-0.0819	-0.0569	-0.0569	-0.0569
2.00	0.0408	0.0411	0.0413	0.0019	0.0087	0.0142	-0.0831	-0.0832	-0.0832	-0.0569	-0.0569	-0.0569

表 4-26



挠度＝表中系数×$\frac{ql_y^4}{B_C}$；

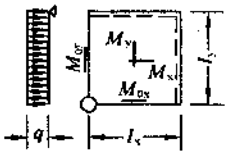
弯矩＝表中系数×ql_y^2。

l_x/l_y	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.50	0	0.01433	0.00180	0.01394	0.0153	0.1221	0.0654	0.1302
	1/6	0.01408	0.00166	0.01425	0.0189	0.1221	0.0592	0.1304
	0.3	0.01445	0.00162	0.01512	0.0214	0.1223	0.0544	0.1301
0.55	0	0.01483	0.00243	0.01418	0.0209	0.1210	0.0728	0.1321
	1/6	0.01444	0.00226	0.01446	0.0245	0.1212	0.0666	0.1319
	0.3	0.01470	0.00222	0.01530	0.0271	0.1216	0.0618	0.1314
0.60	0	0.01545	0.00319	0.01445	0.0272	0.1198	0.0805	0.1342
	1/6	0.01492	0.00300	0.01469	0.0310	0.1203	0.0744	0.1337
	0.3	0.01506	0.00298	0.01551	0.0337	0.1208	0.0695	0.1330
0.65	0	0.01623	0.00412	0.01475	0.0344	0.1184	0.0887	0.1366
	1/6	0.01554	0.00391	0.01494	0.0382	0.1191	0.0826	0.1358
	0.3	0.01556	0.00391	0.01574	0.0410	0.1199	0.0778	0.1347

续表

l_x/l_y	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.70	0	0.01718	0.00524	0.01507	0.0424	0.1169	0.0973	0.1393
	1/6	0.01632	0.00501	0.01521	0.0462	0.1179	0.0913	0.1380
	0.3	0.01623	0.00503	0.01598	0.0490	0.1189	0.0865	0.1365
0.75	0	0.01834	0.00657	0.01541	0.0512	0.1153	0.1063	0.1421
	1/6	0.01730	0.00633	0.01550	0.0549	0.1166	0.1006	0.1403
	0.3	0.01710	0.00639	0.01624	0.0577	0.1178	0.0958	0.1385
0.80	0	0.01973	0.00814	0.01577	0.0607	0.1136	0.1159	0.1452
	1/6	0.01850	0.00788	0.01581	0.0643	0.1153	0.1103	0.1429
	0.3	0.01819	0.00801	0.01651	0.0671	0.1167	0.1056	0.1407
0.85	0	0.02137	0.00998	0.01616	0.0709	0.1118	0.1260	0.1485
	1/6	0.01996	0.00972	0.01613	0.0745	0.1138	0.1206	0.1456
	0.3	0.01953	0.00991	0.01680	0.0772	0.1155	0.1160	0.1429
0.90	0	0.02331	0.01212	0.01656	0.0818	0.1099	0.1366	0.1520
	1/6	0.02170	0.01186	0.01647	0.0854	0.1123	0.1314	0.1485
	0.3	0.02118	0.01215	0.01710	0.0881	0.1143	0.1269	0.1453
0.95	0	0.02558	0.01459	0.01699	0.0935	0.1079	0.1478	0.1557
	1/6	0.02377	0.01434	0.01683	0.0969	0.1107	0.1427	0.1515
	0.3	0.02316	0.01475	0.01742	0.0996	0.1130	0.1384	0.1479
1.00	0	0.02820	0.01743	0.01743	0.1058	0.1058	0.1595	0.1595
	1/6	0.02620	0.01720	0.01720	0.1091	0.1091	0.1547	0.1547
	0.3	0.02551	0.01775	0.01775	0.1117	0.1117	0.1505	0.1505

表 4-27



挠度＝表中系数×$\frac{ql_y^4}{B_C}$；

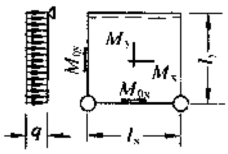
弯矩＝表中系数×ql_y^2。

l_x/l_y	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.50	0	0.00343	0.00101	0.00562	0.0237	0.0271	0.0379	0.0511
	1/6	0.00366	0.00105	0.00633	0.0247	0.0328	0.0383	0.0564
	0.3	0.00394	0.00111	0.00717	0.0255	0.0372	0.0380	0.0602
0.55	0	0.00407	0.00145	0.00641	0.0273	0.0312	0.0450	0.0586
	1/6	0.00427	0.00150	0.00716	0.0287	0.0373	0.0455	0.0641
	0.3	0.00455	0.00159	0.00805	0.0298	0.0420	0.0452	0.0679
0.60	0	0.00475	0.00201	0.00717	0.0310	0.0351	0.0524	0.0658
	1/6	0.00493	0.00209	0.00795	0.0327	0.0416	0.0530	0.0715
	0.3	0.00519	0.00221	0.00889	0.0342	0.0465	0.0528	0.0753
0.65	0	0.00549	0.00270	0.00791	0.0347	0.0389	0.0599	0.0728
	1/6	0.00563	0.00281	0.00870	0.0369	0.0456	0.0608	0.0784
	0.3	0.00587	0.00298	0.00968	0.0387	0.0507	0.0606	0.0821
0.70	0	0.00627	0.00354	0.00861	0.0384	0.0425	0.0675	0.0794
	1/6	0.00637	0.00368	0.00941	0.0412	0.0494	0.0686	0.0850
	0.3	0.00659	0.00392	0.01041	0.0434	0.0546	0.0687	0.0885

续表

l_x/l_y	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.75	0	0.00712	0.00452	0.00927	0.0421	0.0460	0.0751	0.0857
	1/6	0.00717	0.00472	0.01007	0.0455	0.0530	0.0766	0.0912
	0.3	0.00736	0.00504	0.01109	0.0482	0.0582	0.0768	0.0945
0.80	0	0.00802	0.00567	0.00989	0.0459	0.0492	0.0826	0.0916
	1/6	0.00803	0.00593	0.01068	0.0499	0.0563	0.0846	0.0969
	0.3	0.00819	0.00635	0.01172	0.0530	0.0615	0.0850	0.1000
0.85	0	0.00899	0.00698	0.01047	0.0496	0.0523	0.0901	0.0971
	1/6	0.00896	0.00733	0.01125	0.0543	0.0593	0.0925	0.1022
	0.3	0.00911	0.00786	0.01230	0.0579	0.0646	0.0933	0.1050
0.90	0	0.01004	0.00847	0.01102	0.0533	0.0552	0.0974	0.1023
	1/6	0.00997	0.00892	0.01178	0.0587	0.0622	0.1004	0.1071
	0.3	0.01010	0.00960	0.01283	0.0628	0.0675	0.1015	0.1097
0.95	0	0.01115	0.01013	0.01152	0.0570	0.0579	0.1046	0.1071
	1/6	0.01106	0.01072	0.01227	0.0631	0.0649	0.1082	0.1116
	0.3	0.01118	0.01156	0.01332	0.0677	0.0701	0.1097	0.1139
1.00	0	0.01235	0.01199	0.01199	0.0605	0.0605	0.1115	0.1115
	1/6	0.01223	0.01272	0.01272	0.0674	0.0674	0.1158	0.1158
	0.3	0.01237	0.01377	0.01377	0.0726	0.0726	0.1178	0.1178

表 4-28



挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql^2；

式中 l 取用 l_x 或 l_y 中之较大者。

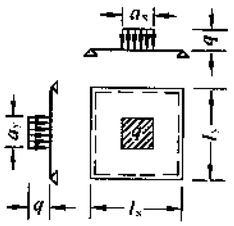
l_x/l_y	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.50	0	0.01366	0.00177	0.01347	0.0075	0.1236	0.0639	0.1276
	1/6	0.01361	0.00164	0.01393	0.0130	0.1231	0.0583	0.1287
	0.3	0.01408	0.00160	0.01488	0.0167	0.1230	0.0537	0.1289
0.55	0	0.01390	0.00235	0.01358	0.0101	0.1231	0.0703	0.1284
	1/6	0.01376	0.00221	0.01404	0.0163	0.1226	0.0649	0.1296
	0.3	0.01415	0.00218	0.01499	0.0204	0.1225	0.0605	0.1298
0.60	0	0.01418	0.00305	0.01370	0.0130	0.1225	0.0766	0.1294
	1/6	0.01397	0.00290	0.01417	0.0198	0.1221	0.0717	0.1306
	0.3	0.01429	0.00289	0.01511	0.0245	0.1221	0.0675	0.1307
0.65	0	0.01453	0.00387	0.01383	0.0162	0.1219	0.0829	0.1305
	1/6	0.01424	0.00373	0.01429	0.0237	0.1215	0.0785	0.1316
	0.3	0.01448	0.00375	0.01524	0.0288	0.1216	0.0746	0.1317
0.70	0	0.01494	0.00483	0.01396	0.0196	0.1213	0.0892	0.1316
	1/6	0.01458	0.00470	0.01443	0.0277	0.1209	0.0854	0.1327
	0.3	0.01475	0.00477	0.01537	0.0333	0.1210	0.0818	0.1328
0.75	0	0.01542	0.00593	0.01410	0.0231	0.1206	0.0954	0.1327
	1/6	0.01499	0.00583	0.01456	0.0319	0.1203	0.0923	0.1339
	0.3	0.01510	0.00597	0.01550	0.0380	0.1205	0.0891	0.1338

续表

l_x/l_y	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.80	0	0.01598	0.00718	0.01424	0.0268	0.1200	0.1016	0.1339
	1/6	0.01548	0.00713	0.01470	0.0363	0.1197	0.0992	0.1351
	0.3	0.01553	0.00735	0.01564	0.0428	0.1200	0.0965	0.1349
0.85	0	0.01662	0.00859	0.01437	0.0305	0.1193	0.1076	0.1351
	1/6	0.01607	0.00860	0.01484	0.0407	0.1192	0.1060	0.1362
	0.3	0.01607	0.00893	0.01577	0.0478	0.1195	0.1040	0.1360
0.90	0	0.01734	0.01016	0.01451	0.0343	0.1187	0.1135	0.1363
	1/6	0.01675	0.01027	0.01497	0.0452	0.1186	0.1129	0.1374
	0.3	0.01671	0.01073	0.01591	0.0528	0.1190	0.1114	0.1371
0.95	0	0.01815	0.01191	0.01464	0.0382	0.1181	0.1193	0.1375
	1/6	0.01752	0.01212	0.01511	0.0497	0.1180	0.1196	0.1386
	0.3	0.01747	0.01274	0.01604	0.0578	0.1185	0.1188	0.1382
1.00	0	0.01905	0.01382	0.01477	0.0420	0.1174	0.1250	0.1387
	1/6	0.01841	0.01418	0.01524	0.0542	0.1175	0.1263	0.1398
	0.3	0.01834	0.01499	0.01617	0.0628	0.1180	0.1261	0.1393
l_y/l_x	μ	f	f_{0x}	f_{0y}	M_x	M_y	M_{0x}	M_{0y}
0.95	0	0.01637	0.01306	0.01214	0.0415	0.1055	0.1181	0.1263
	1/6	0.01584	0.01350	0.01252	0.0532	0.1055	0.1202	0.1272
	0.3	0.01580	0.01435	0.01328	0.0615	0.1061	0.1207	0.1267
0.90	0	0.01404	0.01229	0.00988	0.0407	0.0941	0.1110	0.1144
	1/6	0.01362	0.01280	0.01018	0.0520	0.0943	0.1139	0.1152
	0.3	0.01361	0.01369	0.01079	0.0599	0.0948	0.1151	0.1147
0.85	0	0.01200	0.01151	0.00794	0.0397	0.0835	0.1039	0.1030
	1/6	0.01170	0.01208	0.00818	0.0505	0.0837	0.1075	0.1038
	0.3	0.01172	0.01300	0.00867	0.0581	0.0842	0.1092	0.1032
0.80	0	0.01024	0.01071	0.00629	0.0385	0.0736	0.0967	0.0922
	1/6	0.01004	0.01135	0.00649	0.0487	0.0738	0.1009	0.0929
	0.3	0.01011	0.01228	0.00687	0.0559	0.0743	0.1031	0.0923
0.75	0	0.00871	0.00991	0.00492	0.0369	0.0643	0.0893	0.0819
	1/6	0.00860	0.01058	0.00507	0.0466	0.0646	0.0940	0.0825
	0.3	0.00872	0.01153	0.00536	0.0535	0.0650	0.0968	0.0820
0.70	0	0.00738	0.00909	0.00377	0.0351	0.0558	0.0819	0.0722
	1/6	0.00737	0.00980	0.00389	0.0442	0.0560	0.0870	0.0727
	0.3	0.00753	0.01075	0.00411	0.0507	0.0565	0.0901	0.0721
0.65	0	0.00623	0.00826	0.00284	0.0329	0.0479	0.0743	0.0629
	1/6	0.00629	0.00899	0.00292	0.0414	0.0481	0.0797	0.0633
	0.3	0.00649	0.00992	0.00309	0.0476	0.0486	0.0831	0.0629
0.60	0	0.00523	0.00742	0.00208	0.0304	0.0407	0.0666	0.0542
	1/6	0.00536	0.00815	0.00215	0.0383	0.0409	0.0721	0.0546
	0.3	0.00559	0.00907	0.00227	0.0440	0.0413	0.0758	0.0541
0.55	0	0.00436	0.00657	0.00149	0.0276	0.0342	0.0589	0.0460
	1/6	0.00454	0.00729	0.00153	0.0348	0.0344	0.0644	0.0464
	0.3	0.00480	0.00817	0.00162	0.0401	0.0347	0.0681	0.0460
0.50	0	0.00360	0.00572	0.00102	0.0245	0.0284	0.0511	0.0384
	1/6	0.00381	0.00641	0.00106	0.0311	0.0285	0.0564	0.0387
	0.3	0.00408	0.00724	0.00112	0.0359	0.0288	0.0602	0.0384

（二）局部均布荷载作用下的弯矩系数表

表 4-29



$\mu=0$，

当 q 为面作用时，弯矩＝表中系数×qa_xa_y；
当 q 为线作用时，弯矩＝表中系数×qa_x 或 qa_y。

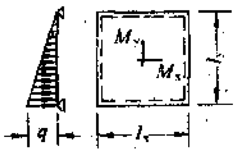
$\frac{l_y}{l_x}$	$\frac{a_y}{l_x}$ \ $\frac{a_x}{l_x}$	M_x						M_y					
		0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.0	0.0	∞	0.1746	0.1213	0.0920	0.0728	0.0592	∞	0.2528	0.1957	0.1602	0.1329	0.1097
	0.2	0.2528	0.1634	0.1176	0.0900	0.0714	0.0581	0.1746	0.1634	0.1434	0.1236	0.1049	0.0872
	0.4	0.1957	0.1434	0.1083	0.0843	0.0674	0.0549	0.1213	0.1176	0.1083	0.0962	0.0831	0.0693
	0.6	0.1602	0.1236	0.0962	0.0762	0.0613	0.0500	0.0920	0.0900	0.0843	0.0762	0.0664	0.0556
	0.8	0.1329	0.1049	0.0831	0.0664	0.0537	0.0439	0.0728	0.0714	0.0674	0.0613	0.0537	0.0451
	1.0	0.1097	0.0872	0.0693	0.0556	0.0451	0.0368	0.0592	0.0581	0.0549	0.0500	0.0439	0.0368
1.2	0.0	∞	0.1936	0.1394	0.1086	0.0874	0.0714	∞	0.2456	0.1889	0.1540	0.1274	0.1051
	0.2	0.2723	0.1826	0.1358	0.1066	0.0861	0.0704	0.1673	0.1563	0.1367	0.1174	0.0995	0.0826
	0.4	0.2156	0.1630	0.1268	0.1013	0.0824	0.0675	0.1143	0.1107	0.1017	0.0903	0.0778	0.0650
	0.6	0.1807	0.1438	0.1154	0.0936	0.0767	0.0629	0.0854	0.0835	0.0782	0.0706	0.0615	0.0515
	0.8	0.1543	0.1259	0.1029	0.0845	0.0696	0.0572	0.0670	0.0657	0.0620	0.0565	0.0495	0.0415
	1.0	0.1322	0.1093	0.0902	0.0745	0.0616	0.0507	0.0544	0.0534	0.0506	0.0463	0.0406	0.0341
	1.2	0.1126	0.0934	0.0773	0.0640	0.0530	0.0436	0.0455	0.0447	0.0424	0.0388	0.0341	0.0286
1.4	0.0	∞	0.2063	0.1515	0.1197	0.0972	0.0796	∞	0.2394	0.1829	0.1485	0.1226	0.1010
	0.2	0.2854	0.1954	0.1480	0.1178	0.0960	0.0787	0.1610	0.1500	0.1308	0.1120	0.0947	0.0786
	0.4	0.2289	0.1761	0.1393	0.1128	0.0925	0.0760	0.1080	0.1045	0.0958	0.0849	0.0731	0.0609
	0.6	0.1946	0.1574	0.1283	0.1055	0.0872	0.0718	0.0792	0.0774	0.0724	0.0653	0.0568	0.0476
	0.8	0.1690	0.1403	0.1166	0.0970	0.0806	0.0665	0.0608	0.0597	0.0563	0.0512	0.0449	0.0377
	1.0	0.1478	0.1246	0.1047	0.0878	0.0733	0.0606	0.0485	0.0476	0.0452	0.0413	0.0362	0.0305
	1.2	0.1294	0.1099	0.0929	0.0783	0.0655	0.0542	0.0400	0.0394	0.0374	0.0342	0.0301	0.0253
	1.4	0.1126	0.0959	0.0813	0.0685	0.0574	0.0475	0.0342	0.0336	0.0319	0.0292	0.0257	0.0216
1.6	0.0	∞	0.2144	0.1592	0.1267	0.1034	0.0849	∞	0.2348	0.1786	0.1445	0.1191	0.0981
	0.2	0.2937	0.2036	0.1558	0.1250	0.1023	0.0840	0.1563	0.1455	0.1264	0.1080	0.0912	0.0756
	0.4	0.2375	0.1845	0.1473	0.1201	0.0989	0.0814	0.1033	0.0998	0.0914	0.0808	0.0695	0.0579
	0.6	0.2035	0.1662	0.1367	0.1132	0.0939	0.0774	0.0744	0.0726	0.0679	0.0612	0.0532	0.0445
	0.8	0.1784	0.1497	0.1255	0.1052	0.0878	0.0725	0.0560	0.0549	0.0518	0.0470	0.0412	0.0346
	1.0	0.1580	0.1346	0.1143	0.0966	0.0810	0.0670	0.0436	0.0428	0.0405	0.0370	0.0325	0.0273
	1.2	0.1405	0.1208	0.1033	0.0878	0.0739	0.0612	0.0351	0.0345	0.0327	0.0299	0.0264	0.0222
	1.4	0.1248	0.1079	0.0926	0.0790	0.0666	0.0552	0.0292	0.0288	0.0273	0.0250	0.0221	0.0185
	1.6	0.1105	0.0956	0.0822	0.0702	0.0592	0.0491	0.0253	0.0249	0.0237	0.0217	0.0191	0.0161

续表

$\frac{l_y}{l_x}$	$\frac{a_x}{l_x}$ / $\frac{a_y}{l_y}$	M_x						M_y					
		0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.8	0.0	∞	0.2194	0.1639	0.1311	0.1073	0.0881	∞	0.2317	0.1756	0.1418	0.1168	0.0961
	0.2	0.2988	0.2086	0.1605	0.1294	0.1061	0.0872	0.1531	0.1423	0.1234	0.1053	0.0888	0.0736
	0.4	0.2427	0.1897	0.1522	0.1246	0.1029	0.0847	0.1000	0.0967	0.0884	0.0781	0.0671	0.0559
	0.6	0.2091	0.1717	0.1419	0.1180	0.0981	0.0810	0.0711	0.0694	0.0648	0.0583	0.0507	0.0424
	0.8	0.1844	0.1555	0.1310	0.1103	0.0923	0.0763	0.0525	0.0515	0.0485	0.0441	0.0386	0.0324
	1.0	0.1645	0.1410	0.1203	0.1021	0.0859	0.0711	0.0400	0.0392	0.0372	0.0339	0.0298	0.0250
	1.2	0.1475	0.1277	0.1099	0.0938	0.0792	0.0657	0.0313	0.0308	0.0292	0.0267	0.0235	0.0198
	1.4	0.1327	0.1156	0.1000	0.0857	0.0725	0.0601	0.0253	0.0249	0.0237	0.0217	0.0191	0.0161
	1.6	0.1193	0.1043	0.0904	0.0777	0.0658	0.0546	0.0213	0.0209	0.0199	0.0183	0.0161	0.0135
	1.8	0.1070	0.0936	0.0812	0.0698	0.0592	0.0491	0.0187	0.0183	0.0174	0.0160	0.0141	0.0119
2.0	0.0	∞	0.2224	0.1668	0.1337	0.1096	0.0901	∞	0.2297	0.1738	0.1401	0.1152	0.0948
	0.2	0.3019	0.2116	0.1634	0.1320	0.1085	0.0892	0.1511	0.1403	0.1215	0.1035	0.0873	0.0723
	0.4	0.2459	0.1928	0.1552	0.1274	0.1053	0.0868	0.0980	0.0946	0.0865	0.0763	0.0655	0.0546
	0.6	0.2124	0.1750	0.1450	0.1209	0.1007	0.0831	0.0689	0.0673	0.0628	0.0565	0.0490	0.0410
	0.8	0.1880	0.1590	0.1344	0.1134	0.0950	0.0786	0.0502	0.0492	0.0464	0.0421	0.0369	0.0309
	1.0	0.1684	0.1448	0.1240	0.1055	0.0889	0.0736	0.0375	0.0369	0.0349	0.0319	0.0280	0.0235
	1.2	0.1519	0.1320	0.1140	0.0976	0.0825	0.0685	0.0287	0.0282	0.0268	0.0245	0.0216	0.0181
	1.4	0.1375	0.1204	0.1045	0.0899	0.0762	0.0632	0.0226	0.0222	0.0211	0.0193	0.0170	0.0143
	1.6	0.1248	0.1097	0.0956	0.0824	0.0700	0.0581	0.0183	0.0180	0.0171	0.0157	0.0138	0.0116
	1.8	0.1132	0.0997	0.0871	0.0752	0.0639	0.0531	0.0155	0.0152	0.0145	0.0133	0.0117	0.0098
	2.0	0.1026	0.0904	0.0790	0.0683	0.0580	0.0482	0.0127	0.0135	0.0128	0.0117	0.0104	0.0087

（三）三角形荷载作用下的计算系数表

表 4-30



$\mu=0$，挠度＝表中系数×$\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×ql^2；

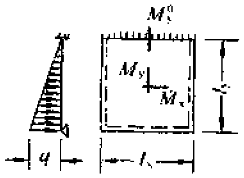
式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}
	0.50	0.00506	0.00506	0.0087	0.0117	0.0482	0.0504
	0.55	0.00470	0.00472	0.0105	0.0126	0.0446	0.0467
	0.60	0.00433	0.00436	0.0121	0.0135	0.0410	0.0432
	0.65	0.00398	0.00400	0.0136	0.0142	0.0375	0.0399
	0.70	0.00364	0.00365	0.0148	0.0149	0.0342	0.0368
	0.75	0.00331	0.00333	0.0159	0.0159	0.0310	0.0338
	0.80	0.00301	0.00303	0.0167	0.0167	0.0280	0.0310
	0.85	0.00273	0.00275	0.0174	0.0174	0.0253	0.0284
	0.90	0.00248	0.00250	0.0179	0.0179	0.0228	0.0260
	0.95	0.00224	0.00227	0.0182	0.0183	0.0205	0.0239
1.00	1.00	0.00203	0.00205	0.0184	0.0185	0.0184	0.0220

续表

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}
0.95		0.00224	0.00227	0.0205	0.0207	0.0182	0.0223
0.90		0.00248	0.00252	0.0228	0.0230	0.0179	0.0225
0.85		0.00273	0.00278	0.0253	0.0256	0.0174	0.0228
0.80		0.00301	0.00307	0.0280	0.0285	0.0167	0.0230
0.75		0.00331	0.00339	0.0310	0.0316	0.0159	0.0231
0.70		0.00364	0.00374	0.0342	0.0349	0.0148	0.0231
0.65		0.00398	0.00412	0.0375	0.0386	0.0136	0.0230
0.60		0.00433	0.00453	0.0410	0.0427	0.0121	0.0226
0.55		0.00470	0.00497	0.0446	0.0470	0.0105	0.0219
0.50		0.00506	0.00543	0.0482	0.0515	0.0087	0.0210

表 4-31



$\mu=0$，

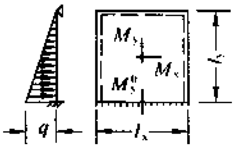
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_y^0
	0.50	0.00267	0.00284	0.0034	0.0070	0.0309	0.0389	−0.0561
	0.55	0.00258	0.00277	0.0046	0.0076	0.0298	0.0373	−0.0547
	0.60	0.00247	0.00265	0.0058	0.0082	0.0284	0.0357	−0.0530
	0.65	0.00236	0.00252	0.0070	0.0090	0.0270	0.0340	−0.0511
	0.70	0.00224	0.00237	0.0082	0.0098	0.0255	0.0323	−0.0490
	0.75	0.00211	0.00224	0.0093	0.0106	0.0239	0.0305	−0.0469
	0.80	0.00198	0.00211	0.0103	0.0113	0.0223	0.0286	−0.0446
	0.85	0.00186	0.00197	0.0112	0.0120	0.0208	0.0268	−0.0423
	0.90	0.00174	0.00184	0.0120	0.0126	0.0192	0.0251	−0.0400
	0.95	0.00162	0.00172	0.0126	0.0133	0.0178	0.0234	−0.0378
1.00	1.00	0.00150	0.00159	0.0132	0.0139	0.0164	0.0218	−0.0356
0.95		0.00170	0.00181	0.0152	0.0160	0.0166	0.0223	−0.0369
0.90		0.00193	0.00205	0.0174	0.0184	0.0167	0.0228	−0.0381
0.85		0.00219	0.00233	0.0199	0.0210	0.0166	0.0232	−0.0392
0.80		0.00248	0.00264	0.0227	0.0241	0.0164	0.0236	−0.0401
0.75		0.00280	0.00299	0.0259	0.0275	0.0159	0.0238	−0.0407
0.70		0.00315	0.00338	0.0294	0.0313	0.0152	0.0238	−0.0410
0.65		0.00354	0.00380	0.0332	0.0355	0.0143	0.0237	−0.0409
0.60		0.00395	0.00426	0.0372	0.0400	0.0130	0.0232	−0.0402
0.55		0.00437	0.00476	0.0414	0.0448	0.0114	0.0225	−0.0390
0.50		0.00481	0.00530	0.0457	0.0500	0.0096	0.0214	−0.0371

表 4-32



$\mu=0$，

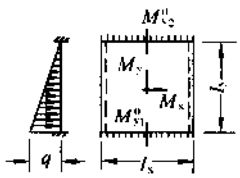
挠度＝表中系数×$\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_y^0
	0.50	0.00220	0.00224	0.0026	0.0051	0.0274	0.0277	−0.0657
	0.55	0.00213	0.00219	0.0036	0.0059	0.0265	0.0265	−0.0641
	0.60	0.00205	0.00211	0.0046	0.0067	0.0254	0.0254	−0.0628
	0.65	0.00196	0.00200	0.0056	0.0076	0.0243	0.0243	−0.0613
	0.70	0.00187	0.00188	0.0066	0.0084	0.0231	0.0231	−0.0597
	0.75	0.00177	0.00178	0.0076	0.0089	0.0218	0.0218	−0.0579
	0.80	0.00167	0.00168	0.0084	0.0093	0.0205	0.0205	−0.0561
	0.85	0.00157	0.00158	0.0092	0.0097	0.0192	0.0192	−0.0542
	0.90	0.00147	0.00147	0.0100	0.0102	0.0179	0.0179	−0.0522
	0.95	0.00138	0.00138	0.0106	0.0107	0.0167	0.0167	−0.0503
1.00	1.00	0.00128	0.00128	0.0111	0.0112	0.0155	0.0156	−0.0483
0.95		0.00146	0.00146	0.0128	0.0129	0.0158	0.0161	−0.0513
0.90		0.00167	0.00167	0.0148	0.0148	0.0161	0.0165	−0.0545
0.85		0.00190	0.00190	0.0171	0.0171	0.0162	0.0168	−0.0578
0.80		0.00216	0.00216	0.0197	0.0197	0.0162	0.0171	−0.0613
0.75		0.00246	0.00246	0.0226	0.0226	0.0160	0.0174	−0.0649
0.70		0.00280	0.00280	0.0259	0.0259	0.0155	0.0175	−0.0686
0.65		0.00317	0.00317	0.0295	0.0295	0.0148	0.0173	−0.0725
0.60		0.00357	0.00359	0.0335	0.0335	0.0138	0.0169	−0.0764
0.55		0.00401	0.00406	0.0378	0.0381	0.0125	0.0161	−0.0804
0.50		0.00446	0.00456	0.0423	0.0430	0.0108	0.0149	−0.0844

表 4-33



$\mu=0$，

挠度＝表中系数×$\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×ql^2；

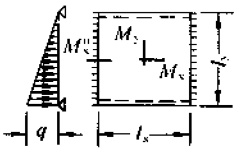
式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_{y1}^0	M_{y2}^0
	0.50	0.00131	0.00131	0.0009	0.0037	0.0208	0.0214	−0.0505	−0.0338
	0.55	0.00129	0.00129	0.0014	0.0042	0.0205	0.0209	−0.0503	−0.0337
	0.60	0.00127	0.00127	0.0021	0.0048	0.0201	0.0205	−0.0501	−0.0334
	0.65	0.00125	0.00125	0.0028	0.0054	0.0196	0.0201	−0.0496	−0.0329
	0.70	0.00122	0.00122	0.0036	0.0060	0.0190	0.0197	−0.0490	−0.0324
	0.75	0.00118	0.00118	0.0044	0.0065	0.0183	0.0189	−0.0483	−0.0316
	0.80	0.00114	0.00114	0.0052	0.0069	0.0175	0.0182	−0.0474	−0.0308

续表

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_{y1}^0	M_{y2}^0
	0.85	0.00110	0.00110	0.0059	0.0072	0.0168	0.0175	−0.0464	−0.0299
	0.90	0.00105	0.00106	0.0066	0.0075	0.0159	0.0167	−0.0454	−0.0289
	0.95	0.00101	0.00101	0.0073	0.0077	0.0151	0.0159	−0.0443	−0.0279
1.00	1.00	0.00096	0.00096	0.0079	0.0079	0.0142	0.0150	−0.0431	−0.0268
0.95		0.00112	0.00112	0.0094	0.0094	0.0148	0.0157	−0.0463	−0.0284
0.90		0.00130	0.00131	0.0112	0.0112	0.0153	0.0164	−0.0497	−0.0300
0.85		0.00152	0.00153	0.0133	0.0133	0.0157	0.0171	−0.0534	−0.0316
0.80		0.00177	0.00179	0.0158	0.0159	0.0160	0.0176	−0.0573	−0.0331
0.75		0.00207	0.00209	0.0187	0.0188	0.0160	0.0180	−0.0615	−0.0344
0.70		0.00241	0.00245	0.0221	0.0223	0.0159	0.0182	−0.0658	−0.0356
0.65		0.00280	0.00285	0.0259	0.0263	0.0154	0.0184	−0.0702	−0.0364
0.60		0.00324	0.00331	0.0302	0.0308	0.0146	0.0184	−0.0747	−0.0367
0.55		0.00371	0.00382	0.0349	0.0358	0.0134	0.182	−0.0792	−0.0364
0.50		0.00422	0.00437	0.0399	0.0412	0.0117	0.0181	−0.0837	−0.0354

表 4-34



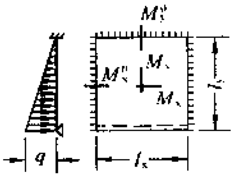
$\mu=0$，　挠度＝表中系数×$\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0
	0.50	0.00422	0.00423	0.0117	0.0117	0.0399	0.0424	−0.0595
	0.55	0.00371	0.00375	0.0134	0.0134	0.0349	0.0376	−0.0578
	0.60	0.00323	0.00327	0.0146	0.0146	0.0302	0.0332	−0.0557
	0.65	0.00280	0.00283	0.0154	0.0154	0.0259	0.0292	−0.0533
	0.70	0.00241	0.00243	0.0159	0.0159	0.0221	0.0258	−0.0507
	0.75	0.00207	0.00209	0.0160	0.0161	0.0187	0.0228	−0.0480
	0.80	0.00177	0.00180	0.0160	0.0161	0.0158	0.0201	−0.0452
	0.85	0.00152	0.00154	0.0157	0.0158	0.0133	0.0179	−0.0425
	0.90	0.00130	0.00133	0.0153	0.0155	0.0112	0.0160	−0.0399
	0.95	0.00112	0.00114	0.0148	0.0150	0.0094	0.0144	−0.0373
1.00	1.00	0.00096	0.00099	0.0142	0.0145	0.0079	0.0129	−0.0349
0.95		0.00101	0.00105	0.0151	0.0154	0.0073	0.0128	−0.0361
0.90		0.00105	0.00111	0.0159	0.0164	0.0066	0.0127	−0.0371
0.85		0.00110	0.00117	0.0168	0.0174	0.0059	0.0125	−0.0382
0.80		0.00114	0.00122	0.0175	0.0185	0.0052	0.0122	−0.0391
0.75		0.00118	0.00129	0.0183	0.0195	0.0044	0.0118	−0.0400
0.70		0.00122	0.00135	0.0190	0.0206	0.0036	0.0113	−0.0407
0.65		0.00125	0.00143	0.0196	0.0217	0.0028	0.0107	−0.0413
0.60		0.00127	0.00149	0.0201	0.0229	0.0021	0.0100	−0.0417
0.55		0.00129	0.00157	0.0205	0.0240	0.0014	0.0090	−0.0420
0.50		0.00131	0.00163	0.0208	0.0254	0.0009	0.0079	−0.0421

表 4-35



$\mu=0$，

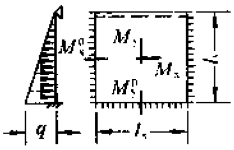
挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0	M_y^0
	0.50	0.00246	0.00261	0.0055	0.0058	0.0282	0.0357	−0.0418	−0.0524
	0.55	0.00229	0.00246	0.0071	0.0075	0.0261	0.0332	−0.0415	−0.0494
	0.60	0.00210	0.00226	0.0085	0.0089	0.0238	0.0306	−0.0411	−0.0461
	0.65	0.00192	0.00205	0.0097	0.0102	0.0214	0.0280	−0.0405	−0.0426
	0.70	0.00173	0.00184	0.0107	0.0111	0.0191	0.0255	−0.0397	−0.0390
	0.75	0.00155	0.00165	0.0114	0.0119	0.0169	0.0229	−0.0386	−0.0354
	0.80	0.00138	0.00147	0.0119	0.0125	0.0148	0.0206	−0.0374	−0.0319
	0.85	0.00122	0.00131	0.0122	0.0129	0.0129	0.0185	−0.0360	−0.0286
	0.90	0.00108	0.00116	0.0124	0.0130	0.0112	0.0167	−0.0346	−0.0256
	0.95	0.00095	0.00102	0.0123	0.0130	0.0096	0.0150	−0.0330	−0.0229
1.00	1.00	0.00084	0.00090	0.0122	0.0129	0.0083	0.0135	−0.0314	−0.0204
0.95		0.00090	0.00097	0.0132	0.0141	0.0078	0.0134	−0.0330	−0.0199
0.90		0.00096	0.00104	0.0143	0.0153	0.0072	0.0132	−0.0345	−0.0194
0.85		0.00101	0.00112	0.0153	0.0165	0.0065	0.0129	−0.0360	−0.0187
0.80		0.00107	0.00119	0.0163	0.0177	0.0058	0.0126	−0.0373	−0.0178
0.75		0.00112	0.00127	0.0173	0.0190	0.0050	0.0121	−0.0386	−0.0169
0.70		0.00117	0.00134	0.0182	0.0203	0.0041	0.0115	−0.0397	−0.0158
0.65		0.00122	0.00142	0.0190	0.0215	0.0033	0.0109	−0.0406	−0.0147
0.60		0.00125	0.00149	0.0197	0.0228	0.0025	0.0100	−0.0413	−0.0135
0.55		0.00128	0.00157	0.0202	0.0240	0.0017	0.0091	−0.0417	−0.0123
0.50		0.00130	0.00163	0.0206	0.0254	0.0010	0.0079	−0.0420	−0.0111

表 4-36



$\mu=0$，

挠度 = 表中系数 × $\frac{ql^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql^2；

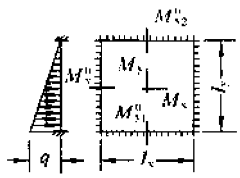
式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0	M_y^0
	0.50	0.00203	0.00206	0.0044	0.0045	0.0252	0.0253	−0.0367	−0.0622
	0.55	0.00190	0.00195	0.0056	0.0059	0.0235	0.0235	−0.0365	−0.0599
	0.60	0.00176	0.00180	0.0068	0.0071	0.0217	0.0217	−0.0362	−0.0572
	0.65	0.00161	0.00163	0.0079	0.0081	0.0198	0.0198	−0.0357	−0.0543
	0.70	0.00146	0.00146	0.0087	0.0089	0.0178	0.0178	−0.0351	−0.0513
	0.75	0.00132	0.00132	0.0094	0.0096	0.0160	0.0160	−0.0343	−0.0483
	0.80	0.00118	0.00118	0.0099	0.0100	0.0142	0.0144	−0.0333	−0.0453
	0.85	0.00105	0.00105	0.0103	0.0103	0.0126	0.0129	−0.0322	−0.0424

续表

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0	M_y^0
	0.90	0.00094	0.00094	0.0105	0.0105	0.0111	0.0116	−0.0311	−0.0397
	0.95	0.00083	0.00083	0.0106	0.0106	0.0097	0.0105	−0.0298	−0.0371
1.00	1.00	0.00073	0.00073	0.0105	0.0105	0.0085	0.0095	−0.0286	−0.0347
0.95		0.00079	0.00079	0.0115	0.0115	0.0082	0.0094	−0.0301	−0.0358
0.90		0.00085	0.00085	0.0125	0.0125	0.0078	0.0094	−0.0318	−0.0369
0.85		0.00092	0.00092	0.0136	0.0136	0.0072	0.0094	−0.0333	−0.0381
0.80		0.00098	0.00099	0.0147	0.0147	0.0066	0.0093	−0.0349	−0.0392
0.75		0.00104	0.00106	0.0158	0.0159	0.0059	0.0094	−0.0364	−0.0403
0.70		0.00110	0.00113	0.0168	0.0171	0.0051	0.0093	−0.0378	−0.0414
0.65		0.00115	0.00121	0.0178	0.0183	0.0043	0.0092	−0.0390	−0.0425
0.60		0.00120	0.00130	0.0187	0.0197	0.0034	0.0093	−0.0401	−0.0436
0.55		0.00124	0.00138	0.0195	0.0211	0.0025	0.0092	−0.0410	−0.0447
0.50		0.00127	0.00146	0.0202	0.0225	0.0017	0.0088	−0.0416	−0.0458

表 4-37



$\mu=0$，

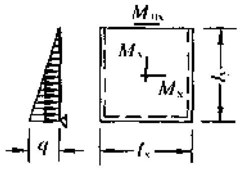
挠度＝表中系数×$\frac{ql^4}{B_c}$；

弯矩＝表中系数×ql^2；

式中 l 取用 l_x 和 l_y 中之较小者。

l_x/l_y	l_y/l_x	f	f_{max}	M_x	M_{xmax}	M_y	M_{ymax}	M_x^0	M_{y1}^0	M_{y2}^0
	0.50	0.00127	0.00127	0.0019	0.0050	0.0200	0.0207	−0.0285	−0.0498	−0.0331
	0.55	0.00123	0.00126	0.0028	0.0051	0.0193	0.0198	−0.0285	−0.0490	−0.0324
	0.60	0.00118	0.00121	0.0038	0.0052	0.0183	0.0188	−0.0286	−0.0480	−0.0313
	0.65	0.00112	0.00114	0.0048	0.0055	0.0172	0.0179	−0.0285	−0.0466	−0.0300
	0.70	0.00105	0.00106	0.0057	0.0058	0.0161	0.0168	−0.0284	−0.0451	−0.0285
	0.75	0.00098	0.00099	0.0065	0.0066	0.0148	0.0156	−0.0283	−0.0433	−0.0268
	0.80	0.00091	0.00092	0.0072	0.0072	0.0135	0.0144	−0.0280	−0.0414	−0.0250
	0.85	0.00084	0.00085	0.0078	0.0078	0.0123	0.0133	−0.0276	−0.0394	−0.0232
	0.90	0.00077	0.00078	0.0082	0.0082	0.0111	0.0122	−0.0270	−0.0374	−0.0214
	0.95	0.00070	0.00071	0.0086	0.0086	0.0099	0.0111	−0.0264	−0.0354	−0.0196
1.00	1.00	0.00063	0.00064	0.0088	0.0088	0.0088	0.0100	−0.0257	−0.0334	−0.0179
0.95		0.00070	0.00071	0.0099	0.0100	0.0086	0.0100	−0.0275	−0.0348	−0.0179
0.90		0.00077	0.00078	0.0111	0.0112	0.0082	0.0100	−0.0294	−0.0362	−0.0178
0.85		0.00084	0.00086	0.0123	0.0125	0.0078	0.0100	−0.0313	−0.0376	−0.0175
0.80		0.00091	0.00094	0.0135	0.0138	0.0072	0.0098	−0.0332	−0.0389	−0.0171
0.75		0.00098	0.00102	0.0148	0.0152	0.0065	0.0097	−0.0350	−0.0401	−0.0164
0.70		0.00105	0.00111	0.0161	0.0166	0.0057	0.0096	−0.0368	−0.0413	−0.0156
0.65		0.00112	0.00120	0.0172	0.0181	0.0048	0.0094	−0.0383	−0.0425	−0.0146
0.60		0.00118	0.00129	0.0183	0.0195	0.0038	0.0094	−0.0396	−0.0436	−0.0135
0.55		0.00123	0.00137	0.0193	0.0210	0.0028	0.0092	−0.0407	−0.0447	−0.0123
0.50		0.00127	0.00146	0.0200	0.0225	0.0019	0.0088	−0.0414	−0.0458	−0.0112

表 4-38



挠度＝表中系数×$\frac{ql_x^4}{B_C}$；

弯矩＝表中系数×ql_x^2。

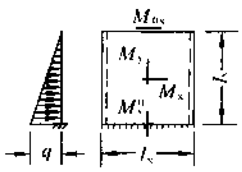
l_y/l_x	f			f_{0x}			M_x		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00046	0.00052	0.00059	0.00082	0.00096	0.00111	0.0039	0.0052	0.0062
0.35	0.00062	0.00069	0.00077	0.00107	0.00123	0.00142	0.0053	0.0069	0.0082
0.40	0.00079	0.00087	0.00095	0.00132	0.00151	0.00172	0.0069	0.0088	0.0103
0.45	0.00098	0.00106	0.00115	0.00157	0.00178	0.00202	0.0087	0.0108	0.0124
0.50	0.00118	0.00125	0.00134	0.00181	0.00203	0.00229	0.0105	0.0128	0.0145
0.55	0.00139	0.00145	0.00154	0.00204	0.00227	0.00255	0.0124	0.0148	0.0167
0.60	0.00159	0.00165	0.00173	0.00225	0.00249	0.00278	0.0144	0.0168	0.0187
0.65	0.00180	0.00185	0.00192	0.00244	0.00268	0.00298	0.0164	0.0188	0.0208
0.70	0.00200	0.00205	0.00211	0.00261	0.00285	0.00315	0.0183	0.0208	0.0227
0.75	0.00221	0.00224	0.00229	0.00276	0.00300	0.00329	0.0203	0.0227	0.0246
0.80	0.00240	0.00242	0.00247	0.00288	0.00312	0.00341	0.0222	0.0246	0.0265
0.85	0.00259	0.00261	0.00265	0.00298	0.00322	0.00351	0.0240	0.0264	0.0282
0.90	0.00278	0.00278	0.00281	0.00307	0.00330	0.00359	0.0258	0.0281	0.0299
0.95	0.00295	0.00295	0.00298	0.00313	0.00335	0.00364	0.0275	0.0297	0.0315
1.00	0.00312	0.00312	0.00314	0.00318	0.00340	0.00368	0.0292	0.0313	0.0331
1.10	0.00345	0.00343	0.00344	0.00324	0.00344	0.00371	0.0323	0.0343	0.0360
1.20	0.00374	0.00372	0.00372	0.00324	0.00343	0.00369	0.0352	0.0371	0.0387
1.30	0.00401	0.00399	0.00398	0.00321	0.00339	0.00364	0.0379	0.0396	0.0411
1.40	0.00426	0.00423	0.00423	0.00316	0.00333	0.00356	0.0403	0.0419	0.0433
1.50	0.00449	0.00446	0.00445	0.00309	0.00325	0.00347	0.0426	0.0441	0.0453
1.75	0.00497	0.00495	0.00494	0.00286	0.00300	0.00319	0.0473	0.0486	0.0496
2.00	0.00535	0.00534	0.00533	0.00262	0.00274	0.00291	0.0511	0.0521	0.0529

l_y/l_x	M_y			M_{0x}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.0052	0.0052	0.0053	0.0073	0.0083	0.0091
0.35	0.0066	0.0067	0.0069	0.0097	0.0109	0.0118
0.40	0.0080	0.0083	0.0085	0.0121	0.0135	0.0145
0.45	0.0093	0.0098	0.0101	0.0146	0.0161	0.0172
0.50	0.0104	0.0111	0.0117	0.0170	0.0186	0.0197
0.55	0.0114	0.0124	0.0132	0.0193	0.0210	0.0220
0.60	0.0122	0.0135	0.0145	0.0214	0.0231	0.0241
0.65	0.0129	0.0145	0.0158	0.0234	0.0250	0.0260
0.70	0.0134	0.0154	0.0169	0.0251	0.0266	0.0275

续表

l_y/l_x	M_y			M_{0x}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.75	0.0137	0.0161	0.0179	0.0265	0.0281	0.0289
0.80	0.0140	0.0167	0.0188	0.0278	0.0293	0.0300
0.85	0.0141	0.0172	0.0196	0.0288	0.0302	0.0309
0.90	0.0141	0.0176	0.0203	0.0297	0.0310	0.0316
0.95	0.0140	0.0179	0.0209	0.0304	0.0316	0.0321
1.00	0.0139	0.0181	0.0214	0.0309	0.0321	0.0325
1.10	0.0135	0.0184	0.0222	0.0315	0.0325	0.0328
1.20	0.0129	0.0184	0.0227	0.0316	0.0325	0.0327
1.30	0.0122	0.0183	0.0229	0.0313	0.0322	0.0323
1.40	0.0115	0.0180	0.0231	0.0308	0.0316	0.0316
1.50	0.0107	0.0177	0.0231	0.0301	0.0308	0.0308
1.75	0.0087	0.0166	0.0228	0.0279	0.0285	0.0284
2.00	0.0070	0.0155	0.0222	0.0256	0.0260	0.0258

表 4-39



挠度 = 表中系数 × $\frac{ql_x^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql_x^2。

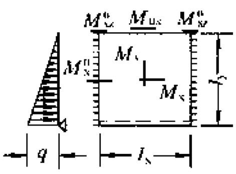
l_y/l_x	f			f_{0x}			M_x		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00008	0.00008	0.00009	0.00019	0.00021	0.00022	0.0004	0.0004	0.0002
0.35	0.00014	0.00014	0.00015	0.00031	0.00034	0.00036	0.0008	0.0009	0.0008
0.40	0.00021	0.00022	0.00023	0.00045	0.00050	0.00054	0.0014	0.0016	0.0016
0.45	0.00030	0.00031	0.00033	0.00062	0.00068	0.00075	0.0022	0.0025	0.0027
0.50	0.00040	0.00042	0.00045	0.00080	0.00089	0.00098	0.0031	0.0037	0.0040
0.55	0.00053	0.00055	0.00058	0.00099	0.00110	0.00122	0.0042	0.0050	0.0054
0.60	0.00066	0.00069	0.00072	0.00119	0.00132	0.00146	0.0054	0.0064	0.0070
0.65	0.00081	0.00083	0.00087	0.00139	0.00153	0.00170	0.0068	0.0080	0.0088
0.70	0.00097	0.00099	0.00102	0.00158	0.00174	0.00192	0.0083	0.0096	0.0105
0.75	0.00113	0.00115	0.00119	0.00176	0.00193	0.00213	0.0098	0.0113	0.0124
0.80	0.00130	0.00132	0.00135	0.00193	0.00211	0.00232	0.0114	0.0130	0.0142
0.85	0.00147	0.00149	0.00152	0.00209	0.00227	0.00249	0.0131	0.0148	0.0161
0.90	0.00165	0.00166	0.00169	0.00223	0.00241	0.00264	0.0148	0.0165	0.0179
0.95	0.00182	0.00183	0.00186	0.00235	0.00254	0.00277	0.0165	0.0183	0.0197
1.00	0.00200	0.00200	0.00202	0.00246	0.00265	0.00288	0.0182	0.0200	0.0215
1.10	0.00234	0.00234	0.00235	0.00263	0.00281	0.00305	0.0215	0.0234	0.0250

续表

l_y/l_x	f			f_{0x}			M_x		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
1.20	0.00268	0.00267	0.00267	0.00274	0.00292	0.00315	0.0247	0.0267	0.0282
1.30	0.00300	0.00298	0.00298	0.00280	0.00297	0.00320	0.0279	0.0298	0.0313
1.40	0.00330	0.00328	0.00327	0.00283	0.00299	0.00321	0.0308	0.0327	0.0342
1.50	0.00358	0.00356	0.00355	0.00282	0.00297	0.00319	0.0336	0.0354	0.0369
1.75	0.00421	0.00419	0.00419	0.00271	0.00285	0.00304	0.0399	0.0415	0.0428
2.00	0.00474	0.00472	0.00471	0.00254	0.00266	0.00283	0.0450	0.0464	0.0475

l_y/l_x	M_y			M_{0x}			M^0_y		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	-0.0003	-0.0005	-0.0007	0.0013	0.0014	0.0014	-0.0130	-0.0134	-0.0138
0.35	0.0002	-0.0001	-0.0003	0.0024	0.0025	0.0025	-0.0167	-0.0172	-0.0178
0.40	0.0009	0.0007	0.0004	0.0037	0.0040	0.0041	-0.0205	-0.0211	-0.0218
0.45	0.0018	0.0016	0.0013	0.0053	0.0057	0.0059	-0.0243	-0.0250	-0.0258
0.50	0.0028	0.0027	0.0025	0.0071	0.0077	0.0080	-0.0281	-0.0288	-0.0296
0.55	0.0039	0.0039	0.0038	0.0090	0.0098	0.0101	-0.0317	-0.0324	-0.0332
0.60	0.0050	0.0052	0.0053	0.0110	0.0119	0.0123	-0.0352	-0.0358	-0.0366
0.65	0.0061	0.0066	0.0068	0.0130	0.0139	0.0145	-0.0386	-0.0390	-0.0397
0.70	0.0072	0.0079	0.0083	0.0149	0.0159	0.0165	-0.0418	-0.0421	-0.0427
0.75	0.0081	0.0091	0.0097	0.0167	0.0178	0.0185	-0.0448	-0.0450	-0.0455
0.80	0.0090	0.0103	0.0112	0.0184	0.0196	0.0202	-0.0476	-0.0477	-0.0481
0.85	0.0098	0.0114	0.0125	0.0200	0.0212	0.0218	-0.0502	-0.0503	-0.0506
0.90	0.0105	0.0124	0.0138	0.0214	0.0226	0.0232	-0.0527	-0.0527	-0.0529
0.95	0.0111	0.0133	0.0149	0.0226	0.0238	0.0243	-0.0550	-0.0549	-0.0551
1.00	0.0115	0.0141	0.0160	0.0237	0.0248	0.0254	-0.0572	-0.0571	-0.0572
1.10	0.0122	0.0154	0.0178	0.0254	0.0265	0.0269	-0.0613	-0.0611	-0.0611
1.20	0.0125	0.0163	0.0193	0.0266	0.0275	0.0279	-0.0649	-0.0647	-0.0646
1.30	0.0126	0.0170	0.0204	0.0272	0.0281	0.0283	-0.0682	-0.0680	-0.0679
1.40	0.0124	0.0174	0.0212	0.0275	0.0283	0.0284	-0.0713	-0.0711	-0.0710
1.50	0.0121	0.0176	0.0219	0.0275	0.0282	0.0283	-0.0740	-0.0739	-0.0738
1.75	0.0108	0.0174	0.0226	0.0265	0.0270	0.0270	-0.0801	-0.0800	-0.0799
2.00	0.0092	0.0167	0.0226	0.0248	0.0252	0.0251	-0.0851	-0.0850	-0.0850

表 4-40



挠度 = 表中系数 × $\frac{ql_x^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql_x^2。

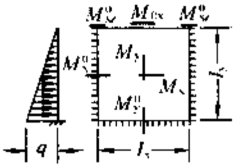
l_y/l_x	f			f_{0x}			M^0_{xz}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00028	0.00030	0.00032	0.00048	0.00053	0.00059	-0.0247	-0.0189	-0.0126
0.35	0.00035	0.00037	0.00039	0.00056	0.00061	0.00067	-0.0255	-0.0190	-0.0120

续表

l_y/l_x	f			f_{0x}			M_{xy}^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.40	0.00042	0.00043	0.00045	0.00062	0.00068	0.00074	−0.0256	−0.0185	−0.0110
0.45	0.00048	0.00049	0.00051	0.00067	0.00072	0.00078	−0.0250	−0.0175	−0.0098
0.50	0.00054	0.00055	0.00056	0.00070	0.00075	0.00080	−0.0239	−0.0163	−0.0086
0.55	0.00061	0.00061	0.00062	0.00072	0.00076	0.00081	−0.0224	−0.0148	−0.0073
0.60	0.00066	0.00066	0.00067	0.00072	0.00076	0.00081	−0.0208	−0.0133	−0.0060
0.65	0.00072	0.00072	0.00072	0.00072	0.00075	0.00080	−0.0190	−0.0118	−0.0047
0.70	0.00077	0.00077	0.00077	0.00070	0.00073	0.00078	−0.0173	−0.0104	−0.0036
0.75	0.00082	0.00082	0.00082	0.00068	0.00071	0.00075	−0.0156	−0.0090	−0.0026
0.80	0.00087	0.00087	0.00086	0.00066	0.00069	0.00072	−0.0140	−0.0078	−0.0017
0.85	0.00092	0.00091	0.00091	0.00063	0.00066	0.00069	−0.0125	−0.0066	−0.0010
0.90	0.00096	0.00095	0.00095	0.00061	0.00063	0.00065	−0.0112	−0.0056	−0.0004
0.95	0.00100	0.00099	0.00099	0.00058	0.00060	0.00062	−0.0100	−0.0048	−0.0001
1.00	0.00103	0.00103	0.00102	0.00055	0.00057	0.00059	−0.0090	−0.0041	0.0006
1.10	0.00109	0.00109	0.00109	0.00050	0.00051	0.00053	−0.0073	−0.0029	0.0011
1.20	0.00115	0.00114	0.00114	0.00045	0.00046	0.00048	−0.0060	−0.0022	0.0014
1.30	0.00119	0.00119	0.00118	0.00041	0.00042	0.00043	−0.0051	−0.0017	0.0015
1.40	0.00122	0.00122	0.00122	0.00038	0.00039	0.00040	−0.0045	−0.0014	0.0015
1.50	0.00125	0.00125	0.00124	0.00035	0.00036	0.00037	−0.0040	−0.0012	0.0014
1.75	0.00129	0.00129	0.00129	0.00029	0.00030	0.00031	−0.0033	−0.0011	0.0010
2.00	0.00131	0.00130	0.00130	0.00026	0.00026	0.00027	−0.0029	−0.0011	0.0007

l_y/l_x	M_x			M_y			M_{0x}			M_x^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.0036	0.0046	0.0053	0.0044	0.0046	0.0047	0.0064	0.0070	0.0074	−0.0133	−0.0140	−0.0147
0.35	0.0047	0.0058	0.0066	0.0054	0.0056	0.0058	0.0079	0.0085	0.0088	−0.0156	−0.0162	−0.0168
0.40	0.0057	0.0069	0.0078	0.0061	0.0066	0.0069	0.0091	0.0097	0.0100	−0.0179	−0.0183	−0.0188
0.45	0.0067	0.0079	0.0089	0.0068	0.0074	0.0079	0.0101	0.0107	0.0109	−0.0201	−0.0204	−0.0208
0.50	0.0077	0.0090	0.0099	0.0073	0.0081	0.0088	0.0109	0.0114	0.0115	−0.0222	−0.0224	−0.0226
0.55	0.0087	0.0099	0.0109	0.0076	0.0087	0.0095	0.0114	0.0118	0.0119	−0.0242	−0.0242	−0.0244
0.60	0.0096	0.0108	0.0118	0.0079	0.0091	0.0101	0.0117	0.0120	0.0121	−0.0260	−0.0260	−0.0261
0.65	0.0105	0.0117	0.0127	0.0079	0.0094	0.0105	0.0118	0.0121	0.0121	−0.0278	−0.0277	−0.0277
0.70	0.0113	0.0126	0.0135	0.0079	0.0096	0.0108	0.0117	0.0120	0.0120	−0.0294	−0.0292	−0.0292
0.75	0.0122	0.0133	0.0143	0.0078	0.0096	0.0110	0.0115	0.0118	0.0117	−0.0308	−0.0307	−0.0306
0.80	0.0129	0.0141	0.0150	0.0076	0.0096	0.0112	0.0113	0.0115	0.0114	−0.0322	−0.0320	−0.0319
0.85	0.0137	0.0148	0.0157	0.0073	0.0095	0.0112	0.0109	0.0111	0.0110	−0.0334	−0.0332	−0.0331
0.90	0.0144	0.0155	0.0163	0.0070	0.0093	0.0111	0.0106	0.0107	0.0106	−0.0345	−0.0344	−0.0343
0.95	0.0150	0.0161	0.0169	0.0066	0.0091	0.0110	0.0102	0.0103	0.0101	−0.0355	−0.0354	−0.0353
1.00	0.0157	0.0166	0.0174	0.0063	0.0088	0.0109	0.0098	0.0098	0.0097	−0.0364	−0.0363	−0.0362
1.10	0.0168	0.0176	0.0183	0.0055	0.0083	0.0105	0.0090	0.0090	0.0088	−0.0379	−0.0378	−0.0377
1.20	0.0177	0.0184	0.0190	0.0047	0.0077	0.0100	0.0082	0.0082	0.0081	−0.0391	−0.0390	−0.0390
1.30	0.0185	0.0191	0.0196	0.0040	0.0070	0.0095	0.0075	0.0075	0.0074	−0.0400	−0.0400	−0.0399
1.40	0.0191	0.0196	0.0200	0.0033	0.0065	0.0090	0.0069	0.0069	0.0068	−0.0407	−0.0407	−0.0406
1.50	0.0196	0.0200	0.0204	0.0027	0.0060	0.0086	0.0064	0.0064	0.0062	−0.0412	−0.0412	−0.0412
1.75	0.0204	0.0206	0.0208	0.0015	0.0049	0.0076	0.0054	0.0054	0.0053	−0.0419	−0.0419	−0.0419
2.00	0.0208	0.0209	0.0210	0.0008	0.0042	0.0070	0.0047	0.0047	0.0046	−0.0421	−0.0421	−0.0421

表 4-41



挠度 = 表中系数 × $\frac{ql_x^4}{B_C}$；

弯矩 = 表中系数 × ql_x^2。

l_y/l_x	f			f_{0x}			M_{0x}^0			M_{0x}		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.00007	0.00007	0.00008	0.00016	0.00017	0.00018	−0.0103	−0.0079	−0.0055	0.0018	0.0019	0.0019
0.35	0.00011	0.00011	0.00012	0.00023	0.00025	0.00027	−0.0129	−0.0098	−0.0065	0.0029	0.0031	0.0031
0.40	0.00016	0.00016	0.00017	0.00031	0.00033	0.00036	−0.0151	−0.0112	−0.0072	0.0041	0.0044	0.0045
0.45	0.00021	0.00021	0.00022	0.00038	0.00041	0.00044	−0.0166	−0.0121	−0.0075	0.0053	0.0056	0.0058
0.50	0.00026	0.00027	0.00027	0.00044	0.00047	0.00051	−0.0176	−0.0126	−0.0074	0.0064	0.0068	0.0069
0.55	0.00032	0.00032	0.00033	0.00049	0.00053	0.00056	−0.0179	−0.0126	−0.0070	0.0074	0.0078	0.0079
0.60	0.00037	0.00038	0.00038	0.00053	0.00056	0.00060	−0.0178	−0.0122	−0.0064	0.0082	0.0085	0.0087
0.65	0.00043	0.00043	0.00044	0.00056	0.00059	0.00063	−0.0173	−0.0116	−0.0057	0.0088	0.0091	0.0092
0.70	0.00049	0.00049	0.00049	0.00057	0.00060	0.00064	−0.0166	−0.0107	−0.0049	0.0092	0.0095	0.0096
0.75	0.00055	0.00054	0.00054	0.00058	0.00061	0.00065	−0.0156	−0.0098	−0.0041	0.0095	0.0098	0.0098
0.80	0.00060	0.00060	0.00060	0.00058	0.00061	0.00064	−0.0145	−0.0089	−0.0033	0.0096	0.0099	0.0099
0.85	0.00065	0.00065	0.00065	0.00057	0.00060	0.00063	−0.0134	−0.0079	−0.0026	0.0096	0.0099	0.0098
0.90	0.00071	0.00070	0.00070	0.00056	0.00058	0.00061	−0.0123	−0.0070	−0.0019	0.0096	0.0097	0.0097
0.95	0.00076	0.00075	0.00075	0.00055	0.00057	0.00059	−0.0112	−0.0061	−0.0013	0.0094	0.0096	0.0095
1.00	0.00080	0.00080	0.00080	0.00053	0.00055	0.00057	−0.0102	−0.0053	−0.0007	0.0092	0.0093	0.0092
1.10	0.00089	0.00089	0.00089	0.00049	0.00051	0.00053	−0.0083	−0.0040	0.0001	0.0087	0.0088	0.0086
1.20	0.00097	0.00097	0.00096	0.00045	0.00047	0.00048	−0.0069	−0.0030	0.0006	0.0081	0.0082	0.0080
1.30	0.00104	0.00103	0.00103	0.00042	0.00043	0.00044	−0.0058	−0.0023	0.0010	0.0075	0.0075	0.0074
1.40	0.00109	0.00109	0.00109	0.00038	0.00039	0.00040	−0.0049	−0.0018	0.0011	0.0070	0.0070	0.0068
1.50	0.00114	0.00114	0.00114	0.00035	0.00036	0.00037	−0.0043	−0.0015	0.0011	0.0065	0.0065	0.0063
1.75	0.00123	0.00123	0.00123	0.00030	0.00030	0.00031	−0.0034	−0.0011	0.0010	0.0054	0.0054	0.0053
2.00	0.00127	0.00127	0.00127	0.00026	0.00026	0.00027	−0.0029	−0.0011	0.0007	0.0047	0.0047	0.0046

l_y/l_x	M_x			M_y			M_x^0			M_y^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.30	0.0007	0.0007	0.0007	0.0002	0.0001	0.0001	−0.0049	−0.0050	−0.0051	−0.0119	−0.0122	−0.0125
0.35	0.0012	0.0014	0.0014	0.0009	0.0008	0.0007	−0.0065	−0.0067	−0.0068	−0.0146	−0.0149	−0.0152
0.40	0.0018	0.0022	0.0023	0.0018	0.0017	0.0017	−0.0083	−0.0085	−0.0086	−0.0171	−0.0173	−0.0177
0.45	0.0026	0.0031	0.0034	0.0026	0.0028	0.0028	−0.0103	−0.0104	−0.0106	−0.0193	−0.0195	−0.0198
0.50	0.0034	0.0040	0.0044	0.0035	0.0038	0.0039	−0.0123	−0.0124	−0.0125	−0.0214	−0.0215	−0.0216
0.55	0.0042	0.0050	0.0055	0.0044	0.0048	0.0050	−0.0143	−0.0144	−0.0145	−0.0232	−0.0232	−0.0233
0.60	0.0051	0.0059	0.0066	0.0051	0.0057	0.0061	−0.0163	−0.0164	−0.0164	−0.0249	−0.0249	−0.0249
0.65	0.0059	0.0069	0.0076	0.0057	0.0065	0.0070	−0.0183	−0.0183	−0.0183	−0.0265	−0.0264	−0.0264
0.70	0.0068	0.0078	0.0086	0.0062	0.0071	0.0078	−0.0202	−0.0202	−0.0202	−0.0280	−0.0279	−0.0278

续表

l_y/l_x	M_x			M_y			M_x^0			M_y^0		
	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$	$\mu=0$	$\mu=\frac{1}{6}$	$\mu=0.3$
0.75	0.0077	0.0087	0.0096	0.0066	0.0077	0.0085	−0.0221	−0.0220	−0.0220	−0.0293	−0.0292	−0.0292
0.80	0.0086	0.0096	0.0105	0.0068	0.0081	0.0091	−0.0238	−0.0237	−0.0237	−0.0306	−0.0305	−0.0305
0.85	0.0094	0.0105	0.0114	0.0070	0.0085	0.0096	−0.0255	−0.0254	−0.0253	−0.0318	−0.0317	−0.0317
0.90	0.0103	0.0114	0.0122	0.0071	0.0087	0.0099	−0.0271	−0.0270	−0.0269	−0.0330	−0.0329	−0.0328
0.95	0.0111	0.0122	0.0130	0.0070	0.0088	0.0102	−0.0285	−0.0284	−0.0284	−0.0341	−0.0340	−0.0339
1.00	0.0118	0.0129	0.0138	0.0069	0.0089	0.0104	−0.0299	−0.0298	−0.0297	−0.0351	−0.0350	−0.0349
1.10	0.0133	0.0144	0.0152	0.0066	0.0088	0.0105	−0.0324	−0.0323	−0.0322	−0.0369	−0.0368	−0.0368
1.20	0.0147	0.0156	0.0164	0.0061	0.0085	0.0104	−0.0345	−0.0344	−0.0343	−0.0384	−0.0384	−0.0384
1.30	0.0158	0.0167	0.0174	0.0055	0.0081	0.0102	−0.0362	−0.0361	−0.0361	−0.0398	−0.0398	−0.0398
1.40	0.0168	0.0176	0.0182	0.0048	0.0076	0.0099	−0.0376	−0.0376	−0.0375	−0.0410	−0.0410	−0.0410
1.50	0.0177	0.0184	0.0189	0.0042	0.0071	0.0095	−0.0387	−0.0387	−0.0387	−0.0421	−0.0421	−0.0421
1.75	0.0193	0.0197	0.0201	0.0027	0.0059	0.0085	−0.0406	−0.0406	−0.0406	−0.0442	−0.0442	−0.0442
2.00	0.0202	0.0204	0.0206	0.0016	0.0050	0.0077	−0.0415	−0.0415	−0.0415	−0.0458	−0.0458	−0.0458

四、连续板的实用计算方法

在计算等区格的矩形四边支承连续板时,[1] 仍可利用表 4-16 至表 4-21 的数值,但需按下述方法进行。

(一) 求跨内最大弯矩

当按间隔交叉形式排列的活荷载和静荷载叠加时(图 4-25a),可得跨内最大弯矩。

将总荷载 $q=g+p$ 分为两部分:

$$q'=g+\frac{1}{2}p$$

$$q''=\pm\frac{1}{2}p$$

式中　g——均布静荷载;

p——均布活荷载。

当板的各区格均承受 q'时(图 4-25b),可近似地认为板都嵌固在中间支座上,亦即内部区格的板可按四边固定的单块板计算。当 q''在一区格中向上作用而在相邻的区格中向下作用时(图 4-25c),近似符合反对称关系,可认为中间支座的弯矩等于零,亦即内部区格的板可按四边简支的单块板计算。将上述两种情况叠加可得跨内最大弯矩。

(二) 求支座中点最大弯矩

当活荷载和静荷载全部满布在各区格上时,可近似求得支座中点最大弯矩。

此时,可先将内部区格的板按四边固定的单块板求得支座中点固端弯矩,然后与相邻板的支座中点固端弯矩平均,即得该支座的中点最大弯矩。

必须注意,在求跨内最大弯矩或支座中点最大弯矩时,边界区格的板在外边界处的支座

[1] 当同一方向板的跨度相差不大时可近似采用。

按实际的支座情况决定。

【例题 4-1】 已知一连续钢筋混凝土板，周边简支（图 4-26），计算荷载为 $g=3.00\text{kN/m}^2$，$p=4.00\text{kN/m}^2$。求 A、B、D、E 区格的跨内最大弯矩和支座中点最大弯矩。

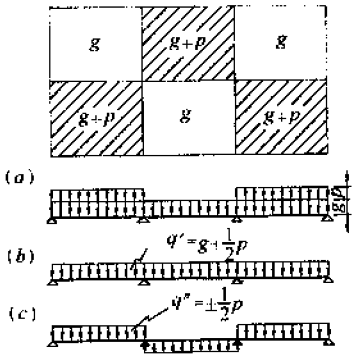


图 4-25

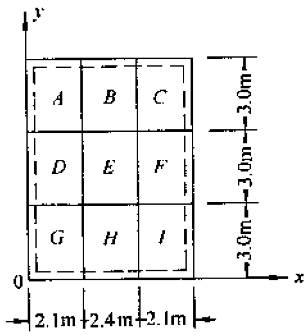


图 4-26

【解】
$$q=3.00+4.00=7.00\text{kN/m}^2$$
$$q'=3.00+\frac{1}{2}\times 4.00=5.00\text{kN/m}^2;$$
$$q''=\pm\frac{1}{2}\times 4.00=\pm 2.00\text{kN/m}^2$$

钢筋混凝土的泊桑比 μ 可取 $\frac{1}{6}$。

1. A 区格：　$\frac{l_x}{l_y}=\frac{2.1}{3.0}=0.70$

（1）求跨内最大弯矩 $M_{x(A)}$、$M_{y(A)}$

在 q' 作用下，查表 4-20　$\mu=0$ 的
$$M_{x\max}=0.0432\times q'\times l_x^2=0.0432\times 5.00\times 2.1^2=0.95\text{kN}\cdot\text{m};$$
$$M_{y\max}=0.0195\times q'\times l_x^2=0.0195\times 5.00\times 2.1^2=0.43\text{kN}\cdot\text{m}。$$

换算成 $\mu=\frac{1}{6}$ 时可利用公式
$$M_x^{(\mu)}=M_x+\mu M_y;$$
$$M_y^{(\mu)}=M_y+\mu M_x。$$
$$M_x^{(\mu)}=0.95+\frac{1}{6}\times 0.43=0.95+0.07=1.02\text{kN}\cdot\text{m};$$
$$M_y^{(\mu)}=0.43+\frac{1}{6}\times 0.95=0.43+0.16=0.59\text{kN}\cdot\text{m}。$$

q'' 作用下查表 4-16 得 $\mu=0$ 时的
$$M_x=0.0683\times q''\times l_x^2=0.0683\times 2.00\times 2.1^2=0.60\text{kN}\cdot\text{m};$$
$$M_y=0.0296\times q''\times l_x^2=0.0296\times 2.00\times 2.1^2=0.26\text{kN}\cdot\text{m}。$$

换算成 $\mu=\frac{1}{6}$ 后得：
$$M_x^{(\mu)}=0.60+\frac{1}{6}\times 0.26=0.60+0.04=0.64\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.26+\frac{1}{6}\times0.60=0.26+0.10=0.36\text{kN·m。}$$

叠加得：$M_{x(A)}=1.02+0.64=1.66\text{kN·m}$；

$M_{y(A)}=0.59+0.36=0.95\text{kN·m}$。

(2) 求支座中点固端弯矩 $M_{x(A)}^0$、$M_{y(A)}^0$：

q 作用下查表 4-20 得 $\mu=0$ 时的

$$M_x^0=-0.0992\times q\times l_x^2=-0.0992\times7.00\times2.1^2=-3.06\text{kN·m};$$

$$M_y^0=-0.0770\times q\times l_x^2=-0.0770\times7.00\times2.1^2=-2.38\text{kN·m。}$$

在四边支承矩形板中，当 $\mu\neq0$ 时的支座弯矩系数与 $\mu=0$ 时的支座弯矩系数相同，所以：

$$M_{x(A)}^0=M_x^0=-3.06\quad\text{kN·m};$$

$$M_{y(A)}^0=M_y^0=-2.38\quad\text{kN·m。}$$

2. B 区格：

$$\frac{l_x}{l_y}=\frac{2.4}{3.0}=0.8$$

(1) 求跨内最大弯矩 $M_{x(B)}$、$M_{y(B)}$：

q'作用下查表 4-21 得 $\mu=0$ 时的

$$M_{xmax}=0.0314\times5.00\times2.4^2=0.90\text{kN·m};$$

$$M_{ymax}=0.0147\times5.00\times2.4^2=0.42\text{kN·m。}$$

换算后得

$$M_x^{(\mu)}=0.90+\frac{1}{6}\times0.42=0.97\text{kN·m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.42+\frac{1}{6}\times0.90=0.57\text{kN·m。}$$

q''作用下查表 4-16 得 $\mu=0$ 时的

$$M_x=0.0561\times2.00\times2.4^2=0.65\text{kN·m};$$

$$M_y=0.0334\times2.00\times2.4^2=0.38\text{kN·m。}$$

换算后得

$$M_x^{(\mu)}=0.65+\frac{1}{6}\times0.38=0.71\text{kN·m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.38+\frac{1}{6}\times0.65=0.49\text{kN·m。}$$

叠加得 $M_{x(B)}=0.97+0.71=1.68\text{kN·m}$；

$M_{y(B)}=0.57+0.49=1.06\text{kN·m}$。

(2) 求支座中点固端弯矩 $M_{x(B)}^0$、$M_{y(B)}^0$：

q 作用下查表 4-21 得

$$M_{x(B)}^0=-0.0722\times7.00\times2.4^2=-2.91\text{kN·m};$$

$$M_{y(B)}^0=-0.0570\times7.00\times2.4^2=-2.30\text{kN·m。}$$

3. D 区格： $\frac{l_x}{l_y}=\frac{2.1}{3.0}=0.70$

(1) 求跨内最大弯矩 $M_{x(D)}$、$M_{y(D)}$：

在 q'作用下需查表 4-21。由于图 4-26D 区格中座标 x 的方向相当于表 4-21 中座标 y 的方向，故查表时应查$\frac{l_y}{l_x}=0.70$ 之项，并将 M_{xmax}与 M_{ymax}互换，即得：

$$M_{xmax}=0.0400\times5.00\times2.1^2=0.88\text{kN·m};$$

$$M_{ymax}=0.0200\times5.00\times2.1^2=0.44\text{kN·m}。$$

换算后得

$$M_x^{(\mu)}=0.88+\frac{1}{6}\times0.44=0.95\text{kN·m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.44+\frac{1}{6}\times0.88=0.59\text{kN·m}。$$

q''作用下查表 4-16 得 $\mu=0$ 时的

$$M_x=0.0683\times2.00\times2.1^2=0.60\text{kN·m};$$

$$M_y=0.0296\times2.00\times2.1^2=0.26\text{kN·m}。$$

换算后得

$$M_x^{(\mu)}=0.60+\frac{1}{6}\times0.26=0.64\text{kN·m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.26+\frac{1}{6}\times0.60=0.36\text{kN·m}。$$

叠加得

$$M_{x(D)}=0.95+0.64=1.59\text{kN·m};$$

$$M_{y(D)}=0.59+0.36=0.95\text{kN·m}。$$

(2) 求支座中点固端弯矩 $M^0_{x(D)}$、$M^0_{y(D)}$：

q 作用下查表 4-21 得(注意应查$\frac{l_y}{l_x}=0.70$ 之项，并将 M^0_x 与 M^0_y 互换)

$$M^0_{x(D)}=-0.0903\times7.00\times2.1^2=-2.79\text{kN·m};$$

$$M^0_{y(D)}=-0.0748\times7.00\times2.1^2=-2.31\text{kN·m}。$$

4. E 区格：

$$\frac{l_x}{l_y}=\frac{2.4}{3.0}=0.8。$$

(1) 求跨内最大弯矩 $M_{x(E)}$、$M_{y(E)}$：

q'作用下查表 4-19 得 $\mu=0$ 时的

$$M_x=0.0271\times5.00\times2.4^2=0.78\text{kN·m};$$

$$M_y=0.0144\times5.00\times2.4^2=0.41\text{kN·m}。$$

换算后得

$$M_x^{(\mu)}=0.78+\frac{1}{6}\times0.41=0.85\text{kN·m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.41+\frac{1}{6}\times0.78=0.54\text{kN·m}。$$

q''作用下查表 4-16 得 $\mu=0$ 时的

$$M_x=0.0561\times2.00\times2.4^2=0.65\text{kN·m};$$

$$M_y=0.0334\times2.00\times2.4^2=0.38\text{kN·m}。$$

换算后得

$$M_x^{(\mu)}=0.65+\frac{1}{6}\times0.38=0.71\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_y^{(\mu)}=0.38+\frac{1}{6}\times0.65=0.49\text{kN}\cdot\text{m}。$$

叠加得　$M_{x(E)}=0.85+0.71=1.56\text{kN}\cdot\text{m};$

$M_{y(E)}=0.54+0.49=1.03\text{kN}\cdot\text{m}。$

(2) 求支座中点固端弯矩 $M_{x(E)}^0$、$M_{y(E)}^0$：

q 作用下查表 4-19 得：

$$M_{x(E)}^0=-0.0664\times7.00\times2.4^2=-2.68\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_{y(E)}^0=-0.0559\times7.00\times2.4^2=-2.25\text{kN}\cdot\text{m}。$$

5. 求支座中点最大弯矩 $M_{x(AB)}^0$、$M_{x(DE)}^0$、$M_{y(AD)}^0$、$M_{y(BE)}^0$：

$$M_{x(AB)}^0=\frac{1}{2}\left[M_{x(A)}^0+M_{x(B)}^0\right]$$

$$=-\frac{1}{2}(3.06+2.91)=-2.99\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_{x(DE)}^0=\frac{1}{2}\left[M_{x(D)}^0+M_{x(E)}^0\right]$$

$$=-\frac{1}{2}(2.79+2.68)=-2.74\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_{y(AD)}^0=\frac{1}{2}\left[M_{y(A)}^0+M_{y(D)}^0\right]$$

$$=-\frac{1}{2}(2.38+2.30)=-2.34\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_{y(BE)}^0=\frac{1}{2}\left[M_{y(B)}^0+M_{y(E)}^0\right]$$

$$=-\frac{1}{2}(2.30+2.25)=-2.28\text{kN}\cdot\text{m}。$$

当板的四周与梁整体连接时，上述计算所得的弯矩值可按钢筋混凝土结构设计规范的有关规定予以折减。

第三节　按极限平衡法计算四边支承弹塑性板

一、计 算 假 定

(一) 本节在分析内力时，假定板为四边支承的正交异性板，采用极限平衡法进行分析，主要适用于四边支承钢筋混凝土板考虑弹塑性变形的计算。

(二) 用极限平衡法进行板的内力分析时，假定板在极限荷载作用下发生破坏，在板底或板面的裂缝形成了塑性铰线体系，并假定这一塑性铰线体系的图形如图 4-27 所示。

(三) 在极限平衡条件下，同整个板的塑性变形相比，被塑性铰线切割成的若干块小节板的弹性变形很小，可以忽略不计，因而假定各小节板均为不变形的刚片，板的塑性变形主要集中在塑性铰线附近很小的区域内。

（四）根据板在极限荷载作用下所形成的塑性铰体系，可按虚功原理求其极限承载力。即在任一微小虚位移下，外力所做的功恒等于内力所做的功：

$$U_e = U_i$$

亦即： $\int q_c\delta = \sum M\theta$ (4-1)

式中 q_c——均布荷载；

δ——板的虚位移；

M,θ——分别为各塑性铰线上的总内力矩及该塑性铰线所连结的一对小节板之间的虚角变位。

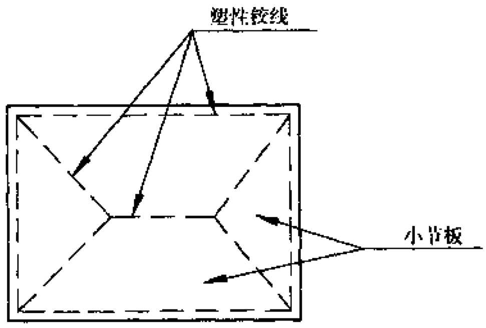


图 4-27

二、计 算 公 式

（一）在极限平衡条件下，板的塑性铰线位置，除与荷载、板的边比以及板在跨中两个方向的极限内力矩的比值等有关外，还随板的支座情况不同而变动，本节的计算公式，是按板在极限平衡条件下的塑性铰线位置进行推导的。

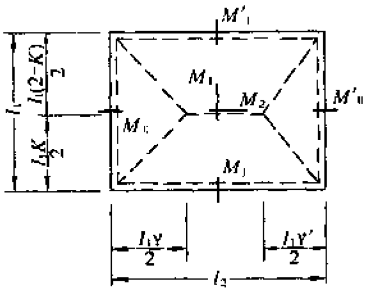


图 4-28

（二）四边支承的正交异性板在任意支座情况下的计算图形如图 4-28 所示。图 4-28 中，

$M_1、M_2、M_Ⅰ、M_Ⅱ、M_Ⅰ'、M_Ⅱ'$——分别为各塑性铰线上单位长度的极限内力矩；

$\gamma、\gamma'、K$——分别为各塑性铰线位置的参变数；

$l_1、l_2$——分别为板在短跨方向及长跨方向的计算跨度。

令：

$$\frac{l_2}{l_1}=\lambda;\frac{M_2}{M_1}=\alpha;\frac{M_Ⅰ}{M_1}=\beta_1;\frac{M'_1}{M_1}=\beta'_1;\frac{M_Ⅱ}{M_2}=\beta_2;\frac{M'_Ⅱ}{M_2}=\beta'_2;\sqrt{\frac{1+\beta_1}{1+\beta'_1}}=S;$$

$$\sqrt{\frac{1+\beta_2}{1+\beta'_2}}=W;\frac{1+\beta_2}{1+\beta_1}=\rho;\frac{\alpha\rho S^2(1+W)^2}{\lambda^2W^2(1+S)^2}=\eta$$

（三）假设板中部塑性铰线的虚位移为 1，按公式(4-1)进行计算，可得

总外力功： $U_e=\frac{q_c l_1^2}{12}[6\lambda-(\gamma+\gamma')]$

总内力功： $U_i=\frac{2\alpha}{\gamma\gamma'}M_1[(1+\beta_2)\gamma'+(1+\beta'_2)\gamma]+\frac{2\lambda M_1}{K(2-K)}(2+2\beta_1-K\beta_1+K\beta'_1)$

由于 $U_e=U_i$，得

$$q_c=\frac{24M_1}{l_1^2[6\lambda-(\gamma+\gamma')]}\left\{\alpha\left(\frac{1+\beta_2}{\gamma}+\frac{1+\beta'_2}{\gamma'}\right)+\lambda\left(\frac{1+\beta_1}{K}+\frac{1+\beta'_1}{2-K}\right)\right\} \quad (4-2)$$

（四）塑性铰线位置的参变数 γ、γ'、K 可根据 q_c 的极小值的条件确定。

参变数 K 的极值条件为 $\frac{\partial q_c}{\partial K}=0$，可得

$$K=\frac{2S}{1+S} \tag{4-3}$$

参变数 γ、γ' 的极值条件为 $\frac{\partial q_c}{\partial \gamma}=0$ 及 $\frac{\partial q_c}{\partial \gamma'}=0$，可得：

$$\gamma'=\frac{\gamma}{W} \tag{4-4}$$

$$\gamma=\frac{2\lambda W\eta}{1+W}\left(\sqrt{1+\frac{3}{\eta}}-1\right) \tag{4-5}$$

（五）将公式(4-3)、(4-4)、(4-5)代入公式(4-2)，经化简，便得

$$M_1=\frac{\gamma^2}{24\alpha(1+\beta_2)}q_c l_1^2 \tag{4-6}$$

（六）当 $\left(\frac{l_1\gamma}{2}+\frac{l_1\gamma'}{2}\right)>l_2$，亦即计算图形由图4-28，变成图4-29时，则上列公式演变成下列公式：

$$T=\frac{2}{1+W} \tag{4-7}$$

$$Z'=\frac{Z}{S} \tag{4-8}$$

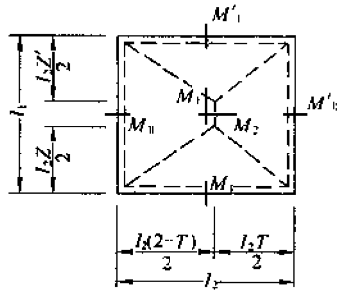


图 4-29

$$Z=\frac{2S}{\lambda(1+S)\eta}\left(\sqrt{1+3\eta}-1\right) \tag{4-9}$$

$$M_1=\frac{\lambda^2 Z^2}{24(1+\beta_1)}q_c l_1^2 \tag{4-10}$$

三、计　算　用　表

（一）表4-42至表4-50适用于钢筋混凝土四边支承板。

（二）在表4-42至表4-50中，对于每个 λ 值按给定的 α 与 β 列出了对应的系数。当取用其他的 α 与 β 值时，可用插入法求系数或用本节所给公式计算系数。

（三）当跨中钢筋在支座处不减少时，弯矩 M_1 按下式计算：

$$M_1=\zeta q_c l_1^2$$

当跨中钢筋的有效面积在距支座 $l_1/4$ 范围内减少50%时，弯矩 M_1 可按下式计算：

$$M_1=C\zeta q_c l_1^2$$

上述两式中，ζ、C 可由表4-42至4-50查得。

（四）系数 ζ 的求法：

当 $\left(\frac{l_1\gamma}{2}+\frac{l_1\gamma'}{2}\right)\leqslant l_2$ 时，

$$\zeta=\frac{\gamma^2}{24\alpha(1+\beta_2)}$$

当$\left(\frac{l_1\gamma}{2}+\frac{l_1\gamma'}{2}\right)>l_2$时，

$$\zeta=\frac{\lambda^2 Z^2}{24(1+\beta_1)}$$

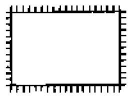
（五）系数 C 为跨中钢筋在支座处减少时与不减少时极限内力距的比值。由于考虑塑性铰线位置变动时 C 值的求解相当复杂，故近似地按斜塑性铰线与板边的交角恒为 45°计算。假定跨中钢筋的有效面积在距支座$l_1/4$ 处减少 50％，并近似地认为其相应的极限内力矩也减少 50％。由钢筋减少时的极限内力矩与不减少时的极限内力矩相比，得系数 C 如下：

$$C=1+\frac{1+\alpha}{2\lambda(2+\beta_1+\beta'_1)+2\alpha(2+\beta_2+\beta'_2)-(1+\alpha)}$$

（六）当板的四周与梁整体连接，计算弯矩时可按钢筋混凝土结构设计规范的有关规定予以折减。

（七）按考虑塑性变形的方法设计四边支承的钢筋混凝土板时，应注意其配筋率及钢筋的选择等，使塑性铰线有足够的延性，以免使结构发生突然的脆性破坏。

表 4-42



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50%时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$；　$M_{\mathrm{I}}=\beta_1 M_1$；　$M'_{\mathrm{I}}=\beta'_1 M_1$；

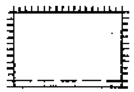
$M_{\mathrm{II}}=\beta_2 M_2$；　$M'_{\mathrm{II}}=\beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=2.0$						$\beta_1=\beta'_1=2.0,\beta_2=\beta'_2=1.6$						$\beta_1=\beta'_1=2.0,\beta_2=\beta'_2=1.2$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.00	0.0139	1.09	1.20	0.0126	1.09	1.10	0.0142	1.10	1.30	0.0131	1.10	1.20	0.0148	1.11	1.40	0.0137	1.11
1.05	0.90	0.0153	1.09	1.10	0.0139	1.09	1.00	0.0156	1.10	1.20	0.0143	1.10	1.10	0.0161	1.10	1.30	0.0149	1.11
1.10	0.85	0.0164	1.09	1.05	0.0149	1.09	0.95	0.0166	1.09	1.15	0.0152	1.09	1.05	0.0171	1.10	1.25	0.0158	1.10
1.15	0.75	0.0179	1.08	0.95	0.0162	1.08	0.85	0.0180	1.09	1.05	0.0165	1.09	0.95	0.0184	1.10	1.15	0.0171	1.10
1.20	0.70	0.0190	1.08	0.90	0.0172	1.08	0.80	0.0191	1.09	1.00	0.0175	1.09	0.90	0.0194	1.09	1.10	0.0180	1.10
1.25	0.65	0.0201	1.08	0.85	0.0182	1.08	0.75	0.0201	1.08	0.95	0.0184	1.09	0.85	0.0204	1.09	1.05	0.0189	1.09
1.30	0.60	0.0212	1.08	0.80	0.0192	1.08	0.70	0.0211	1.08	0.90	0.0194	1.08	0.80	0.0214	1.09	1.00	0.0198	1.09
1.35	0.55	0.0223	1.07	0.75	0.0202	1.07	0.65	0.0222	1.08	0.85	0.0203	1.08	0.75	0.0223	1.08	0.95	0.0207	1.09
1.40	0.50	0.0234	1.07	0.70	0.0212	1.07	0.60	0.0232	1.07	0.80	0.0212	1.08	0.70	0.0233	1.08	0.90	0.0216	1.08
1.45	0.50	0.0239	1.07	0.70	0.0217	1.07	0.60	0.0236	1.07	0.80	0.0217	1.08	0.70	0.0237	1.08	0.90	0.0221	1.08
1.50	0.45	0.0250	1.07	0.65	0.0226	1.07	0.55	0.0246	1.07	0.75	0.0226	1.07	0.65	0.0246	1.07	0.85	0.0229	1.08
1.55	0.40	0.0261	1.06	0.60	0.0236	1.07	0.50	0.0256	1.07	0.70	0.0235	1.07	0.60	0.0255	1.07	0.80	0.0237	1.08
1.60	0.40	0.0265	1.06	0.60	0.0240	1.06	0.50	0.0260	1.07	0.70	0.0239	1.07	0.60	0.0259	1.07	0.80	0.0241	1.07
1.65	0.35	0.0276	1.06	0.55	0.0249	1.06	0.45	0.0270	1.06	0.65	0.0248	1.07	0.55	0.0268	1.07	0.75	0.0249	1.07
1.70	0.35	0.0280	1.06	0.55	0.0253	1.06	0.45	0.0273	1.06	0.65	0.0252	1.06	0.55	0.0272	1.07	0.75	0.0253	1.07
1.75	0.35	0.0283	1.06	0.55	0.0257	1.06	0.45	0.0277	1.06	0.65	0.0255	1.06	0.55	0.0275	1.06	0.75	0.0257	1.07
1.80	0.35	0.0286	1.06	0.55	0.0260	1.06	0.45	0.0280	1.06	0.65	0.0259	1.06	0.55	0.0278	1.06	0.75	0.0260	1.07
1.85	0.30	0.0297	1.05	0.50	0.0269	1.06	0.40	0.0289	1.06	0.60	0.0267	1.06	0.50	0.0286	1.06	0.70	0.0267	1.06
1.90	0.30	0.0299	1.05	0.50	0.0272	1.05	0.40	0.0292	1.05	0.60	0.0270	1.06	0.50	0.0289	1.06	0.70	0.0270	1.06
1.95	0.25	0.0310	1.05	0.45	0.0281	1.05	0.35	0.0301	1.05	0.55	0.0278	1.06	0.45	0.0297	1.06	0.65	0.0278	1.06
2.00	0.25	0.0313	1.05	0.45	0.0284	1.05	0.35	0.0304	1.05	0.55	0.0280	1.06	0.45	0.0300	1.05	0.65	0.0280	1.06

续表

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=1.6$						$\beta_1=\beta'_1=1.6,\beta_2=\beta'_2=1.2$						$\beta_1=\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=1.2$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.00	0.0160	1.11	1.20	0.0146	1.11	1.10	0.0166	1.12	1.30	0.0153	1.12	1.00	0.0189	1.13	1.20	0.0172	1.13
1.05	0.90	0.0177	1.10	1.10	0.0160	1.10	1.00	0.0182	1.11	1.20	0.0167	1.11	0.90	0.0209	1.12	1.10	0.0190	1.12
1.10	0.85	0.0189	1.10	1.05	0.0172	1.10	0.95	0.0194	1.11	1.15	0.0178	1.11	0.85	0.0223	1.12	1.05	0.0203	1.12
1.15	0.75	0.0207	1.10	0.95	0.0187	1.10	0.85	0.0210	1.11	1.05	0.0193	1.11	0.75	0.0244	1.12	0.95	0.0221	1.12
1.20	0.70	0.0219	1.09	0.90	0.0199	1.10	0.80	0.0222	1.10	1.00	0.0204	1.10	0.70	0.0259	1.11	0.90	0.0235	1.11
1.25	0.65	0.0232	1.09	0.85	0.0210	1.09	0.75	0.0234	1.10	0.95	0.0215	1.10	0.65	0.0274	1.11	0.85	0.0248	1.11
1.30	0.60	0.0245	1.09	0.80	0.0222	1.09	0.70	0.0246	1.09	0.90	0.0226	1.10	0.60	0.0289	1.11	0.80	0.0262	1.11
1.35	0.55	0.0258	1.09	0.75	0.0233	1.09	0.65	0.0258	1.09	0.85	0.0236	1.09	0.55	0.0304	1.10	0.75	0.0275	1.10
1.40	0.50	0.0270	1.08	0.70	0.0244	1.08	0.60	0.0269	1.09	0.80	0.0247	1.09	0.50	0.0320	1.10	0.70	0.0289	1.10
1.45	0.50	0.0276	1.08	0.70	0.0250	1.08	0.60	0.0275	1.09	0.80	0.0252	1.09	0.50	0.0326	1.10	0.70	0.0295	1.10
1.50	0.45	0.0288	1.08	0.65	0.0261	1.08	0.55	0.0286	1.08	0.75	0.0263	1.09	0.45	0.0341	1.09	0.65	0.0308	1.10
1.55	0.40	0.0301	1.07	0.60	0.0272	1.08	0.50	0.0298	1.08	0.70	0.0273	1.08	0.40	0.0356	1.09	0.60	0.0322	1.09
1.60	0.40	0.0306	1.07	0.60	0.0277	1.08	0.50	0.0302	1.08	0.70	0.0278	1.08	0.40	0.0361	1.09	0.60	0.0327	1.09
1.65	0.35	0.0319	1.07	0.55	0.0288	1.07	0.45	0.0313	1.07	0.65	0.0288	1.08	0.35	0.0377	1.08	0.55	0.0340	1.09
1.70	0.35	0.0323	1.07	0.55	0.0292	1.07	0.45	0.0317	1.07	0.65	0.0292	1.08	0.35	0.0381	1.08	0.55	0.0345	1.08
1.75	0.35	0.0326	1.07	0.55	0.0296	1.07	0.45	0.0321	1.07	0.65	0.0296	1.07	0.35	0.0385	1.08	0.55	0.0350	1.08
1.80	0.35	0.0330	1.06	0.55	0.0300	1.07	0.45	0.0324	1.07	0.65	0.0300	1.07	0.35	0.0390	1.08	0.55	0.0355	1.08
1.85	0.30	0.0342	1.06	0.50	0.0310	1.07	0.40	0.0335	1.07	0.60	0.0309	1.07	0.30	0.0404	1.07	0.50	0.0367	1.08
1.90	0.30	0.0345	1.06	0.50	0.0314	1.06	0.40	0.0338	1.06	0.60	0.0313	1.07	0.30	0.0408	1.07	0.50	0.0371	1.08
1.95	0.25	0.0358	1.06	0.45	0.0324	1.06	0.35	0.0349	1.06	0.55	0.0322	1.07	0.25	0.0423	1.07	0.45	0.0383	1.07
2.00	0.25	0.0361	1.06	0.45	0.0327	1.06	0.35	0.0352	1.06	0.55	0.0325	1.06	0.25	0.0426	1.07	0.45	0.0387	1.07

表 4-43



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50%时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$；　$M_{\mathrm{I}}=\beta_1 M_1$；　$M'_{\mathrm{I}}=\beta'_1 M_1$；

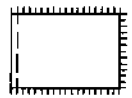
$M_{\mathrm{II}}=\beta_2 M_2$；　$M'_{\mathrm{II}}=\beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=0.0$，$\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=2.0$						$\beta_1=0.0$，$\beta'_1=2.0$，$\beta_2=\beta'_2=1.6$						$\beta_1=0.0$，$\beta'_1=2.0$，$\beta_2=\beta'_2=1.2$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	0.90	0.0183	1.11	1.10	0.0163	1.11	1.00	0.0187	1.12	1.20	0.0169	1.12	1.20	0.0186	1.13	1.40	0.0170	1.13
1.05	0.80	0.0206	1.11	1.00	0.0183	1.11	0.90	0.0209	1.12	1.10	0.0187	1.12	1.10	0.0205	1.13	1.30	0.0187	1.13
1.10	0.75	0.0224	1.11	0.95	0.0198	1.11	0.85	0.0226	1.12	1.05	0.0202	1.12	1.05	0.0221	1.13	1.25	0.0202	1.13
1.15	0.70	0.0241	1.11	0.90	0.0213	1.10	0.80	0.0243	1.11	1.00	0.0217	1.11	0.95	0.0242	1.12	1.15	0.0221	1.13
1.20	0.65	0.0260	1.10	0.85	0.0229	1.10	0.75	0.0260	1.11	0.95	0.0233	1.11	0.90	0.0258	1.12	1.10	0.0235	1.12
1.25	0.60	0.0278	1.10	0.80	0.0245	1.10	0.70	0.0277	1.11	0.90	0.0248	1.11	0.85	0.0274	1.12	1.05	0.0250	1.12
1.30	0.55	0.0297	1.10	0.75	0.0262	1.10	0.65	0.0294	1.11	0.85	0.0264	1.11	0.80	0.0290	1.12	1.00	0.0264	1.12
1.35	0.50	0.0317	1.10	0.70	0.0278	1.10	0.60	0.0312	1.10	0.80	0.0279	1.10	0.75	0.0306	1.11	0.95	0.0279	1.11
1.40	0.45	0.0337	1.10	0.65	0.0295	1.10	0.55	0.0330	1.10	0.75	0.0295	1.10	0.70	0.0322	1.11	0.90	0.0293	1.11
1.45	0.45	0.0344	1.09	0.65	0.0303	1.09	0.55	0.0338	1.10	0.75	0.0303	1.10	0.70	0.0330	1.11	0.90	0.0301	1.11
1.50	0.40	0.0365	1.09	0.60	0.0320	1.09	0.50	0.0356	1.10	0.70	0.0319	1.10	0.65	0.0346	1.10	0.85	0.0316	1.10
1.55	0.40	0.0372	1.09	0.60	0.0327	1.09	0.50	0.0363	1.09	0.70	0.0326	1.09	0.60	0.0362	1.10	0.80	0.0330	1.10
1.60	0.35	0.0392	1.09	0.55	0.0344	1.09	0.45	0.0381	1.09	0.65	0.0341	1.09	0.60	0.0368	1.10	0.80	0.0337	1.10
1.65	0.35	0.0399	1.08	0.55	0.0351	1.08	0.45	0.0388	1.09	0.65	0.0348	1.09	0.55	0.0384	1.09	0.75	0.0351	1.10
1.70	0.35	0.0405	1.08	0.55	0.0357	1.08	0.45	0.0394	1.09	0.65	0.0355	1.09	0.55	0.0390	1.09	0.75	0.0357	1.09
1.75	0.30	0.0425	1.08	0.50	0.0374	1.08	0.40	0.0411	1.08	0.60	0.0370	1.09	0.55	0.0396	1.09	0.75	0.0364	1.09
1.80	0.30	0.0431	1.08	0.50	0.0380	1.08	0.40	0.0417	1.08	0.60	0.0376	1.08	0.55	0.0402	1.09	0.75	0.0370	1.09
1.85	0.30	0.0436	1.08	0.50	0.0385	1.08	0.40	0.0422	1.08	0.60	0.0381	1.08	0.50	0.0417	1.08	0.70	0.0383	1.09
1.90	0.25	0.0457	1.07	0.45	0.0402	1.08	0.35	0.0440	1.08	0.55	0.0396	1.08	0.50	0.0422	1.08	0.70	0.0388	1.09
1.95	0.25	0.0461	1.07	0.45	0.0407	1.07	0.35	0.0444	1.08	0.55	0.0401	1.08	0.45	0.0437	1.08	0.65	0.0401	1.08
2.00	0.25	0.0465	1.07	0.45	0.0412	1.07	0.35	0.0449	1.07	0.55	0.0406	1.08	0.45	0.0441	1.08	0.65	0.0406	1.08

续表

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=0.0,\quad \beta'_1=\beta_2=\beta'_2=1.6$						$\beta_1=0.0,\quad \beta'_1=1.6,\quad \beta_2=\beta'_2=1.2$						$\beta_1=0.0,\quad \beta'_1=\beta_2=\beta'_2=1.2$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	0.90	0.0207	1.13	1.10	0.0184	1.13	1.00	0.0214	1.14	1.20	0.0193	1.14	0.90	0.0237	1.15	1.10	0.0212	1.15
1.05	0.80	0.0232	1.13	1.00	0.0206	1.13	0.90	0.0238	1.14	1.10	0.0214	1.14	0.80	0.0266	1.15	1.00	0.0236	1.15
1.10	0.75	0.0251	1.13	0.95	0.0223	1.12	0.85	0.0256	1.14	1.05	0.0231	1.14	0.75	0.0287	1.15	0.95	0.0255	1.14
1.15	0.70	0.0271	1.12	0.90	0.0240	1.12	0.80	0.0275	1.13	1.00	0.0247	1.13	0.70	0.0309	1.14	0.90	0.0274	1.14
1.20	0.65	0.0291	1.12	0.85	0.0257	1.12	0.75	0.0294	1.13	0.95	0.0264	1.13	0.65	0.0331	1.14	0.85	0.0294	1.14
1.25	0.60	0.0311	1.12	0.80	0.0275	1.12	0.70	0.0313	1.13	0.90	0.0281	1.13	0.60	0.0353	1.14	0.80	0.0313	1.14
1.30	0.55	0.0332	1.11	0.75	0.0293	1.11	0.65	0.0332	1.12	0.85	0.0298	1.12	0.55	0.0376	1.13	0.75	0.0333	1.13
1.35	0.50	0.0353	1.11	0.70	0.0311	1.11	0.60	0.0351	1.12	0.80	0.0315	1.12	0.50	0.0400	1.13	0.70	0.0353	1.13
1.40	0.45	0.0375	1.11	0.65	0.0329	1.11	0.55	0.0371	1.12	0.75	0.0332	1.12	0.45	0.0424	1.13	0.65	0.0374	1.13
1.45	0.45	0.0383	1.11	0.65	0.0338	1.11	0.55	0.0379	1.11	0.75	0.0341	1.11	0.45	0.0433	1.12	0.65	0.0383	1.12
1.50	0.40	0.0405	1.10	0.60	0.0356	1.10	0.50	0.0399	1.11	0.70	0.0358	1.11	0.40	0.0457	1.12	0.60	0.0403	1.12
1.55	0.40	0.0413	1.10	0.60	0.0365	1.10	0.50	0.0406	1.11	0.70	0.0366	1.11	0.40	0.0465	1.12	0.60	0.0412	1.12
1.60	0.35	0.0435	1.10	0.55	0.0383	1.10	0.45	0.0426	1.10	0.65	0.0383	1.11	0.35	0.0490	1.11	0.55	0.0432	1.11
1.65	0.35	0.0442	1.10	0.55	0.0390	1.10	0.45	0.0433	1.10	0.65	0.0390	1.10	0.35	0.0497	1.11	0.55	0.0440	1.11
1.70	0.35	0.0448	1.09	0.55	0.0397	1.09	0.45	0.0439	1.10	0.65	0.0397	1.10	0.35	0.0504	1.11	0.55	0.0448	1.11
1.75	0.30	0.0471	1.09	0.50	0.0415	1.09	0.40	0.0458	1.10	0.60	0.0413	1.10	0.30	0.0528	1.10	0.50	0.0468	1.11
1.80	0.30	0.0476	1.09	0.50	0.0421	1.09	0.40	0.0464	1.09	0.60	0.0420	1.10	0.30	0.0535	1.10	0.50	0.0475	1.10
1.85	0.30	0.0482	1.09	0.50	0.0428	1.09	0.40	0.0470	1.09	0.60	0.0426	1.09	0.30	0.0540	1.10	0.50	0.0481	1.10
1.90	0.25	0.0505	1.08	0.45	0.0445	1.09	0.35	0.0488	1.09	0.55	0.0442	1.09	0.25	0.0565	1.10	0.45	0.0501	1.10
1.95	0.25	0.0509	1.08	0.45	0.0451	1.08	0.35	0.0493	1.09	0.55	0.0447	1.09	0.25	0.0570	1.09	0.45	0.0507	1.10
2.00	0.25	0.0514	1.08	0.45	0.0456	1.08	0.35	0.0498	1.08	0.55	0.0453	1.09	0.25	0.0575	1.09	0.45	0.0513	1.09

表 4-44



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50% 时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$；　$M_{\text{I}}=\beta_1 M_1$；　$M'_{\text{I}}=\beta'_1 M_1$；

$M_{\text{II}}=\beta_2 M_2$；　$M'_{\text{II}}=\beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=2.0,\ \beta_2=0.0,\ \beta'_2=2.0$						$\beta_1=\beta'_1=2.0,\ \beta_2=0.0,\ \beta'_2=1.6$						$\beta_1=\beta'_1=2.0,\ \beta_2=0.0,\ \beta'_2=1.2$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.10	0.0166	1.11	1.30	0.0154	1.11	1.20	0.0166	1.12	1.40	0.0155	1.12	1.30	0.0167	1.13	1.50	0.0157	1.13
1.05	1.00	0.0179	1.11	1.20	0.0166	1.11	1.10	0.0179	1.11	1.30	0.0167	1.12	1.20	0.0180	1.12	1.40	0.0169	1.13
1.10	0.95	0.0190	1.10	1.15	0.0176	1.11	1.05	0.0189	1.11	1.25	0.0177	1.11	1.15	0.0190	1.12	1.35	0.0178	1.12
1.15	0.85	0.0204	1.10	1.05	0.0189	1.10	0.95	0.0202	1.10	1.15	0.0189	1.11	1.05	0.0202	1.11	1.25	0.0190	1.12
1.20	0.80	0.0214	1.09	1.00	0.0198	1.10	0.90	0.0212	1.10	1.10	0.0198	1.10	1.00	0.0212	1.11	1.20	0.0199	1.11
1.25	0.75	0.0224	1.09	0.95	0.0208	1.09	0.85	0.0222	1.10	1.05	0.0207	1.10	0.95	0.0221	1.10	1.15	0.0208	1.11
1.30	0.70	0.0234	1.09	0.90	0.0217	1.09	0.80	0.0231	1.09	1.00	0.0216	1.10	0.90	0.0230	1.10	1.10	0.0216	1.10
1.35	0.65	0.0243	1.08	0.85	0.0226	1.09	0.75	0.0240	1.09	0.95	0.0224	1.09	0.85	0.0238	1.09	1.05	0.0225	1.10
1.40	0.60	0.0253	1.08	0.80	0.0235	1.08	0.70	0.0249	1.08	0.90	0.0233	1.09	0.80	0.0247	1.09	1.00	0.0233	1.09
1.45	0.60	0.0257	1.08	0.80	0.0239	1.08	0.70	0.0253	1.08	0.90	0.0237	1.09	0.80	0.0251	1.09	1.00	0.0237	1.09
1.50	0.55	0.0267	1.07	0.75	0.0248	1.08	0.65	0.0262	1.08	0.85	0.0245	1.08	0.75	0.0260	1.08	0.95	0.0245	1.09
1.55	0.50	0.0276	1.07	0.70	0.0256	1.08	0.60	0.0271	1.08	0.80	0.0253	1.08	0.70	0.0268	1.08	0.90	0.0252	1.08
1.60	0.50	0.0279	1.07	0.70	0.0260	1.07	0.60	0.0274	1.07	0.80	0.0257	1.08	0.70	0.0271	1.08	0.90	0.0256	1.08
1.65	0.45	0.0288	1.07	0.65	0.0268	1.07	0.55	0.0282	1.07	0.75	0.0265	1.07	0.65	0.0279	1.07	0.85	0.0263	1.08
1.70	0.45	0.0291	1.06	0.65	0.0271	1.07	0.55	0.0286	1.07	0.75	0.0268	1.07	0.65	0.0282	1.07	0.85	0.0267	1.08
1.75	0.45	0.0294	1.06	0.65	0.0275	1.07	0.55	0.0289	1.07	0.75	0.0272	1.07	0.65	0.0285	1.07	0.85	0.0270	1.08
1.80	0.45	0.0297	1.06	0.65	0.0278	1.07	0.55	0.0292	1.06	0.75	0.0275	1.07	0.65	0.0288	1.07	0.85	0.0274	1.07
1.85	0.40	0.0306	1.06	0.60	0.0285	1.06	0.50	0.0299	1.06	0.70	0.0282	1.07	0.60	0.0295	1.07	0.80	0.0280	1.07
1.90	0.40	0.0308	1.06	0.60	0.0288	1.06	0.50	0.0302	1.06	0.70	0.0285	1.07	0.60	0.0298	1.06	0.80	0.0283	1.07
1.95	0.35	0.0316	1.05	0.55	0.0295	1.06	0.45	0.0309	1.06	0.65	0.0291	1.06	0.55	0.0305	1.06	0.75	0.0289	1.07
2.00	0.35	0.0319	1.05	0.55	0.0298	1.06	0.45	0.0311	1.06	0.65	0.0294	1.06	0.55	0.0307	1.06	0.75	0.0292	1.06

续表

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta_1'=1.6$，$\beta_2=0.0$，$\beta_2'=1.6$						$\beta_1=\beta_1'=1.6$，$\beta_2=0.0$，$\beta_2'=1.2$						$\beta_1=\beta_1'=1.2$，$\beta_2=0.0$，$\beta_2'=1.2$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.10	0.0187	1.13	1.30	0.0173	1.13	1.20	0.0188	1.14	1.40	0.0175	1.14	1.10	0.0214	1.15	1.30	0.0198	1.16
1.05	1.00	0.0203	1.12	1.20	0.0188	1.13	1.10	0.0203	1.13	1.30	0.0189	1.14	1.00	0.0233	1.15	1.20	0.0215	1.15
1.10	0.95	0.0215	1.12	1.15	0.0199	1.12	1.05	0.0215	1.13	1.25	0.0200	1.13	0.95	0.0247	1.14	1.15	0.0229	1.14
1.15	0.85	0.0231	1.11	1.05	0.0214	1.12	0.95	0.0230	1.12	1.15	0.0215	1.13	0.85	0.0267	1.13	1.05	0.0246	1.14
1.20	0.80	0.0243	1.11	1.00	0.0225	1.11	0.90	0.0241	1.12	1.10	0.0225	1.12	0.80	0.0281	1.13	1.00	0.0259	1.13
1.25	0.75	0.0254	1.11	0.95	0.0235	1.11	0.85	0.0252	1.11	1.05	0.0236	1.12	0.75	0.0294	1.12	0.95	0.0272	1.13
1.30	0.70	0.0266	1.10	0.90	0.0246	1.10	0.80	0.0263	1.11	1.00	0.0246	1.11	0.70	0.0308	1.12	0.90	0.0285	1.12
1.35	0.65	0.0277	1.10	0.85	0.0256	1.10	0.75	0.0274	1.10	0.95	0.0256	1.11	0.65	0.0321	1.11	0.85	0.0297	1.12
1.40	0.60	0.0288	1.09	0.80	0.0267	1.10	0.70	0.0284	1.10	0.90	0.0266	1.10	0.60	0.0335	1.11	0.80	0.0309	1.12
1.45	0.60	0.0293	1.09	0.80	0.0272	1.09	0.70	0.0289	1.10	0.90	0.0271	1.10	0.60	0.0341	1.11	0.80	0.0316	1.11
1.50	0.55	0.0304	1.09	0.75	0.0282	1.09	0.65	0.0299	1.09	0.85	0.0280	1.10	0.55	0.0354	1.10	0.75	0.0327	1.11
1.55	0.50	0.0315	1.08	0.70	0.0292	1.09	0.60	0.0309	1.09	0.80	0.0289	1.09	0.50	0.0367	1.10	0.70	0.0339	1.10
1.60	0.50	0.0319	1.08	0.70	0.0296	1.09	0.60	0.0314	1.08	0.80	0.0294	1.09	0.50	0.0372	1.10	0.70	0.0345	1.10
1.65	0.45	0.0329	1.08	0.65	0.0306	1.08	0.55	0.0323	1.08	0.75	0.0303	1.09	0.45	0.0385	1.09	0.65	0.0356	1.10
1.70	0.45	0.0333	1.07	0.65	0.0310	1.08	0.55	0.0327	1.08	0.75	0.0307	1.08	0.45	0.0389	1.09	0.65	0.0361	1.09
1.75	0.45	0.0337	1.07	0.65	0.0313	1.08	0.55	0.0331	1.08	0.75	0.0311	1.08	0.45	0.0393	1.09	0.65	0.0365	1.09
1.80	0.45	0.0340	1.07	0.65	0.0317	1.08	0.55	0.0334	1.07	0.75	0.0314	1.08	0.45	0.0397	1.08	0.65	0.0370	1.09
1.85	0.40	0.0350	1.07	0.60	0.0326	1.07	0.50	0.0343	1.07	0.70	0.0322	1.08	0.40	0.0409	1.08	0.60	0.0380	1.09
1.90	0.40	0.0353	1.07	0.60	0.0329	1.07	0.50	0.0346	1.07	0.70	0.0326	1.08	0.40	0.0412	1.08	0.60	0.0384	1.08
1.95	0.35	0.0362	1.06	0.55	0.0337	1.07	0.45	0.0354	1.07	0.65	0.0334	1.07	0.35	0.0424	1.07	0.55	0.0394	1.08
2.00	0.35	0.0365	1.06	0.55	0.0340	1.07	0.45	0.0357	1.07	0.65	0.0337	1.07	0.35	0.0427	1.07	0.55	0.0398	1.08

表 4-45

当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50% 时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$； $M_{\text{I}}=\beta_1 M_1$； $M'_{\text{I}}=\beta'_1 M_1$；

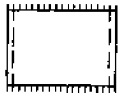
$M_{\text{II}}=\beta_2 M_2$； $M'_{\text{II}}=\beta'_2 M_2$。(所有符号均见本节文字说明)

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=2.0$, $\beta'_1=0.0$, $\beta_2=2.0$, $\beta'_2=0.0$						$\beta_1=2.0$, $\beta'_1=0.0$, $\beta_2=1.6$, $\beta'_2=0.0$						$\beta_1=2.0$, $\beta'_1=0.0$, $\beta_2=1.2$, $\beta'_2=0.0$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.00	0.0223	1.14	1.20	0.0203	1.14	1.10	0.0223	1.15	1.30	0.0204	1.15	1.20	0.0224	1.16	1.40	0.0207	1.16
1.05	0.90	0.0246	1.14	1.10	0.0224	1.14	1.00	0.0244	1.15	1.20	0.0224	1.15	1.10	0.0245	1.16	1.30	0.0226	1.16
1.10	0.85	0.0263	1.13	1.05	0.0239	1.14	0.95	0.0261	1.14	1.15	0.0239	1.14	1.05	0.0261	1.15	1.25	0.0241	1.15
1.15	0.75	0.0288	1.13	0.95	0.0261	1.13	0.85	0.0284	1.14	1.05	0.0260	1.14	0.95	0.0283	1.15	1.15	0.0261	1.15
1.20	0.70	0.0306	1.13	0.90	0.0277	1.13	0.80	0.0301	1.13	1.00	0.0275	1.14	0.90	0.0299	1.14	1.10	0.0276	1.14
1.25	0.65	0.0323	1.12	0.85	0.0293	1.12	0.75	0.0317	1.13	0.95	0.0290	1.13	0.85	0.0315	1.14	1.05	0.0290	1.14
1.30	0.60	0.0341	1.12	0.80	0.0309	1.12	0.70	0.0334	1.12	0.90	0.0305	1.13	0.80	0.0330	1.13	1.00	0.0305	1.14
1.35	0.55	0.0359	1.11	0.75	0.0325	1.12	0.65	0.0350	1.12	0.85	0.0320	1.12	0.75	0.0346	1.13	0.95	0.0319	1.13
1.40	0.50	0.0377	1.11	0.70	0.0340	1.11	0.60	0.0367	1.11	0.80	0.0335	1.12	0.70	0.0361	1.12	0.90	0.0334	1.13
1.45	0.50	0.0384	1.11	0.70	0.0348	1.11	0.60	0.0374	1.11	0.80	0.0343	1.12	0.70	0.0369	1.12	0.90	0.0341	1.12
1.50	0.45	0.0402	1.10	0.65	0.0364	1.11	0.55	0.0391	1.11	0.75	0.0358	1.11	0.65	0.0384	1.11	0.85	0.0355	1.12
1.55	0.40	0.0420	1.10	0.60	0.0379	1.10	0.50	0.0407	1.10	0.70	0.0372	1.11	0.60	0.0399	1.11	0.80	0.0369	1.11
1.60	0.40	0.0426	1.10	0.60	0.0386	1.10	0.50	0.0413	1.10	0.70	0.0379	1.11	0.60	0.0405	1.11	0.80	0.0376	1.11
1.65	0.35	0.0444	1.09	0.55	0.0401	1.10	0.45	0.0429	1.10	0.65	0.0393	1.10	0.55	0.0420	1.10	0.75	0.0389	1.11
1.70	0.35	0.0449	1.09	0.55	0.0407	1.09	0.45	0.0435	1.09	0.65	0.0399	1.10	0.55	0.0425	1.10	0.75	0.0395	1.11
1.75	0.35	0.0454	1.09	0.55	0.0413	1.09	0.45	0.0440	1.09	0.65	0.0405	1.10	0.55	0.0431	1.10	0.75	0.0401	1.10
1.80	0.35	0.0459	1.09	0.55	0.0418	1.09	0.45	0.0445	1.09	0.65	0.0411	1.09	0.55	0.0436	1.09	0.75	0.0406	1.10
1.85	0.30	0.0477	1.08	0.50	0.0432	1.09	0.40	0.0460	1.09	0.60	0.0424	1.09	0.50	0.0450	1.09	0.70	0.0419	1.10
1.90	0.30	0.0481	1.08	0.50	0.0437	1.08	0.40	0.0465	1.08	0.60	0.0429	1.09	0.50	0.0454	1.09	0.70	0.0424	1.09
1.95	0.25	0.0499	1.08	0.45	0.0451	1.08	0.35	0.0480	1.08	0.55	0.0442	1.09	0.45	0.0468	1.09	0.65	0.0435	1.09
2.00	0.25	0.0502	1.07	0.45	0.0456	1.08	0.35	0.0484	1.08	0.55	0.0446	1.08	0.45	0.0472	1.08	0.65	0.0440	1.09

续表

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=1.6$, $\beta'_1=0.0$, $\beta_2=1.6$, $\beta'_2=0.0$						$\beta_1=1.6$, $\beta'_1=0.0$, $\beta_2=1.2$, $\beta'_2=0.0$						$\beta_1=1.2$, $\beta'_1=0.0$, $\beta_2=1.2$, $\beta'_2=0.0$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.00	0.0244	1.16	1.20	0.0222	1.16	1.10	0.0245	1.17	1.30	0.0225	1.17	1.00	0.0270	1.19	1.20	0.0246	1.19
1.05	0.90	0.0269	1.16	1.10	0.0244	1.16	1.00	0.0269	1.17	1.20	0.0246	1.17	0.90	0.0298	1.18	1.10	0.0271	1.18
1.10	0.85	0.0288	1.15	1.05	0.0262	1.15	0.95	0.0287	1.16	1.15	0.0263	1.16	0.85	0.0319	1.17	1.05	0.0290	1.18
1.15	0.75	0.0315	1.15	0.95	0.0285	1.15	0.85	0.0312	1.16	1.05	0.0285	1.16	0.75	0.0349	1.17	0.95	0.0316	1.17
1.20	0.70	0.0334	1.14	0.90	0.0303	1.14	0.80	0.0330	1.15	1.00	0.0302	1.15	0.70	0.0370	1.16	0.90	0.0335	1.16
1.25	0.65	0.0354	1.14	0.85	0.0320	1.14	0.75	0.0348	1.15	0.95	0.0319	1.15	0.65	0.0391	1.16	0.85	0.0354	1.16
1.30	0.60	0.0373	1.13	0.80	0.0338	1.14	0.70	0.0367	1.14	0.90	0.0336	1.14	0.60	0.0413	1.15	0.80	0.0374	1.15
1.35	0.55	0.0392	1.13	0.75	0.0355	1.13	0.65	0.0385	1.13	0.85	0.0352	1.14	0.55	0.0434	1.15	0.75	0.0393	1.15
1.40	0.50	0.0412	1.12	0.70	0.0372	1.13	0.60	0.0403	1.13	0.80	0.0368	1.13	0.50	0.0456	1.14	0.70	0.0412	1.14
1.45	0.50	0.0420	1.12	0.70	0.0381	1.12	0.60	0.0411	1.13	0.80	0.0377	1.13	0.50	0.0465	1.14	0.70	0.0421	1.14
1.50	0.45	0.0440	1.12	0.65	0.0398	1.12	0.55	0.0429	1.12	0.75	0.0393	1.13	0.45	0.0487	1.13	0.65	0.0440	1.14
1.55	0.40	0.0459	1.11	0.60	0.0415	1.12	0.50	0.0446	1.12	0.70	0.0409	1.12	0.40	0.0508	1.13	0.60	0.0459	1.13
1.60	0.40	0.0466	1.11	0.60	0.0422	1.11	0.50	0.0453	1.11	0.70	0.0416	1.12	0.40	0.0516	1.12	0.60	0.0467	1.13
1.65	0.35	0.0486	1.10	0.55	0.0438	1.11	0.45	0.0471	1.11	0.65	0.0431	1.11	0.35	0.0538	1.12	0.55	0.0485	1.12
1.70	0.35	0.0491	1.10	0.55	0.0445	1.11	0.45	0.0477	1.11	0.65	0.0438	1.11	0.35	0.0544	1.11	0.55	0.0493	1.12
1.75	0.35	0.0497	1.10	0.55	0.0451	1.10	0.45	0.0482	1.10	0.65	0.0444	1.11	0.35	0.0550	1.11	0.55	0.0499	1.12
1.80	0.35	0.0502	1.10	0.55	0.0457	1.10	0.45	0.0488	1.10	0.65	0.0450	1.11	0.35	0.0556	1.11	0.55	0.0506	1.11
1.85	0.30	0.0521	1.09	0.50	0.0473	1.10	0.40	0.0504	1.10	0.60	0.0465	1.10	0.30	0.0577	1.10	0.50	0.0523	1.11
1.90	0.30	0.0526	1.09	0.50	0.0478	1.10	0.40	0.0509	1.09	0.60	0.0470	1.10	0.30	0.0582	1.10	0.50	0.0529	1.11
1.95	0.25	0.0545	1.09	0.45	0.0494	1.09	0.35	0.0526	1.09	0.55	0.0484	1.10	0.25	0.0604	1.10	0.45	0.0546	1.10
2.00	0.25	0.0549	1.08	0.45	0.0499	1.09	0.35	0.0530	1.09	0.55	0.0489	1.09	0.25	0.0608	1.10	0.45	0.0552	1.10

表 4-46



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

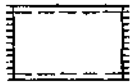
当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50%时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$；　$M_{\mathrm{I}}=\beta_1 M_1$；　$M'_{\mathrm{I}}=\beta'_1 M_1$；

$M_{\mathrm{II}}=\beta_2 M_2$；　$M'_{\mathrm{II}}=\beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=2.0$，　$\beta_2=\beta'_2=0.0$						$\beta_1=\beta'_1=1.6$，　$\beta_2=\beta'_2=0.0$						$\beta_1=\beta'_1=1.2$，　$\beta_2=\beta'_2=0.0$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.30	0.0198	1.15	1.50	0.0188	1.16	1.20	0.0224	1.17	1.40	0.0211	1.18	1.10	0.0256	1.19	1.30	0.0240	1.20
1.05	1.20	0.0211	1.14	1.40	0.0200	1.15	1.10	0.0239	1.16	1.30	0.0225	1.17	1.00	0.0275	1.18	1.20	0.0258	1.19
1.10	1.15	0.0220	1.14	1.35	0.0209	1.14	1.05	0.0250	1.15	1.25	0.0236	1.16	0.95	0.0289	1.17	1.15	0.0271	1.18
1.15	1.05	0.0232	1.13	1.25	0.0220	1.14	0.95	0.0264	1.14	1.15	0.0249	1.15	0.85	0.0307	1.16	1.05	0.0288	1.17
1.20	1.00	0.0241	1.12	1.20	0.0229	1.13	0.90	0.0275	1.13	1.10	0.0260	1.14	0.80	0.0321	1.15	1.00	0.0300	1.16
1.25	0.95	0.0249	1.12	1.15	0.0237	1.12	0.85	0.0285	1.13	1.05	0.0269	1.14	0.75	0.0333	1.14	0.95	0.0312	1.15
1.30	0.90	0.0257	1.11	1.10	0.0245	1.12	0.80	0.0295	1.12	1.00	0.0279	1.13	0.70	0.0346	1.14	0.90	0.0324	1.14
1.35	0.85	0.0265	1.10	1.05	0.0253	1.11	0.75	0.0305	1.11	0.95	0.0288	1.12	0.65	0.0358	1.13	0.85	0.0336	1.14
1.40	0.80	0.0273	1.10	1.00	0.0260	1.11	0.70	0.0314	1.11	0.90	0.0297	1.12	0.60	0.0371	1.12	0.80	0.0347	1.13
1.45	0.80	0.0277	1.10	1.00	0.0264	1.10	0.70	0.0319	1.11	0.90	0.0302	1.11	0.60	0.0376	1.12	0.80	0.0353	1.13
1.50	0.75	0.0284	1.09	0.95	0.0271	1.10	0.65	0.0328	1.10	0.85	0.0311	1.11	0.55	0.0388	1.11	0.75	0.0364	1.12
1.55	0.70	0.0291	1.09	0.90	0.0278	1.09	0.60	0.0337	1.09	0.80	0.0319	1.10	0.50	0.0399	1.11	0.70	0.0374	1.12
1.60	0.70	0.0295	1.08	0.90	0.0281	1.09	0.60	0.0340	1.09	0.80	0.0323	1.10	0.50	0.0403	1.10	0.70	0.0379	1.11
1.65	0.65	0.0301	1.08	0.85	0.0288	1.09	0.55	0.0349	1.09	0.75	0.0331	1.10	0.45	0.0415	1.10	0.65	0.0389	1.11
1.70	0.65	0.0304	1.08	0.85	0.0291	1.08	0.55	0.0352	1.08	0.75	0.0334	1.09	0.45	0.0418	1.09	0.65	0.0394	1.10
1.75	0.65	0.0307	1.08	0.85	0.0294	1.08	0.55	0.0355	1.08	0.75	0.0338	1.09	0.45	0.0422	1.09	0.65	0.0398	1.10
1.80	0.65	0.0309	1.07	0.85	0.0297	1.08	0.55	0.0358	1.08	0.75	0.0341	1.09	0.45	0.0426	1.09	0.65	0.0402	1.10
1.85	0.60	0.0315	1.07	0.80	0.0302	1.08	0.50	0.0366	1.08	0.70	0.0348	1.08	0.40	0.0436	1.08	0.60	0.0411	1.09
1.90	0.60	0.0318	1.07	0.80	0.0305	1.07	0.50	0.0369	1.07	0.70	0.0351	1.08	0.40	0.0439	1.08	0.60	0.0414	1.09
1.95	0.55	0.0324	1.06	0.75	0.0310	1.07	0.45	0.0376	1.07	0.65	0.0358	1.08	0.35	0.0449	1.08	0.55	0.0423	1.09
2.00	0.55	0.0326	1.06	0.75	0.0313	1.07	0.45	0.0378	1.07	0.65	0.0361	1.08	0.35	0.0452	1.08	0.55	0.0426	1.08

表 4-47



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50%时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$；　$M_{\mathrm{I}}=\beta_1 M_1$　；$M'_{\mathrm{I}}=\beta'_1 M_1$；

$M_{\mathrm{II}}=\beta_2 M_2$；　$M'_{\mathrm{II}}=\beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=0.0$,			$\beta_2=\beta'_2=2.0$			$\beta_1=\beta'_1=0.0$,			$\beta_2=\beta'_2=1.6$			$\beta_1=\beta'_1=0.0$,			$\beta_2=\beta'_2=1.2$		
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	0.65	0.0287	1.16	0.75	0.0262	1.16	0.70	0.0299	1.18	0.85	0.0265	1.17	0.75	0.0317	1.20	0.90	0.0284	1.19
1.05	0.60	0.0319	1.16	0.70	0.0291	1.16	0.65	0.0331	1.18	0.75	0.0304	1.17	0.70	0.0349	1.20	0.85	0.0312	1.19
1.10	0.60	0.0337	1.16	0.70	0.0308	1.15	0.60	0.0365	1.18	0.75	0.0321	1.17	0.65	0.0382	1.19	0.80	0.0341	1.19
1.15	0.55	0.0371	1.16	0.65	0.0338	1.15	0.55	0.0400	1.18	0.70	0.0352	1.17	0.60	0.0417	1.19	0.75	0.0371	1.19
1.20	0.50	0.0408	1.16	0.60	0.0371	1.15	0.55	0.0418	1.17	0.65	0.0384	1.17	0.55	0.0453	1.19	0.70	0.0403	1.18
1.25	0.50	0.0425	1.16	0.60	0.0387	1.15	0.50	0.0455	1.17	0.60	0.0417	1.17	0.50	0.0491	1.19	0.65	0.0435	1.18
1.30	0.45	0.0464	1.16	0.55	0.0422	1.15	0.45	0.0495	1.17	0.60	0.0433	1.16	0.50	0.0508	1.19	0.65	0.0452	1.18
1.35	0.45	0.0480	1.16	0.55	0.0438	1.15	0.45	0.0511	1.17	0.55	0.0468	1.16	0.45	0.0547	1.18	0.60	0.0485	1.18
1.40	0.40	0.0521	1.16	0.50	0.0473	1.15	0.40	0.0552	1.17	0.55	0.0483	1.16	0.40	0.0587	1.18	0.55	0.0519	1.17
1.45	0.40	0.0536	1.15	0.50	0.0488	1.15	0.40	0.0567	1.16	0.50	0.0519	1.16	0.40	0.0602	1.18	0.55	0.0534	1.17
1.50	0.40	0.0550	1.15	0.50	0.0503	1.14	0.40	0.0581	1.16	0.50	0.0533	1.15	0.40	0.0616	1.17	0.50	0.0569	1.17
1.55	0.35	0.0593	1.15	0.45	0.0539	1.14	0.35	0.0623	1.16	0.45	0.0570	1.15	0.35	0.0657	1.17	0.50	0.0583	1.16
1.60	0.35	0.0606	1.15	0.45	0.0553	1.14	0.35	0.0636	1.16	0.45	0.0583	1.15	0.35	0.0670	1.17	0.45	0.0619	1.16
1.65	0.35	0.0619	1.14	0.45	0.0566	1.14	0.35	0.0649	1.15	0.45	0.0596	1.15	0.30	0.0713	1.16	0.45	0.0631	1.16
1.70	0.35	0.0632	1.14	0.45	0.0579	1.13	0.35	0.0661	1.15	0.45	0.0609	1.14	0.30	0.0725	1.16	0.45	0.0644	1.16
1.75	0.30	0.0675	1.14	0.40	0.0616	1.13	0.30	0.0704	1.15	0.40	0.0646	1.14	0.30	0.0736	1.16	0.45	0.0656	1.15
1.80	0.30	0.0686	1.14	0.40	0.0628	1.13	0.30	0.0715	1.14	0.40	0.0657	1.14	0.30	0.0747	1.15	0.45	0.0667	1.15
1.85	0.30	0.0697	1.13	0.40	0.0639	1.13	0.30	0.0725	1.14	0.40	0.0668	1.14	0.30	0.0757	1.15	0.40	0.0702	1.15
1.90	0.30	0.0708	1.13	0.40	0.0650	1.13	0.30	0.0735	1.14	0.40	0.0679	1.14	0.25	0.0799	1.15	0.40	0.0712	1.14
1.95	0.25	0.0753	1.13	0.35	0.0688	1.13	0.25	0.0779	1.14	0.35	0.0716	1.13	0.25	0.0809	1.14	0.35	0.0748	1.14
2.00	0.25	0.0762	1.13	0.35	0.0698	1.12	0.25	0.0788	1.13	0.35	0.0726	1.13	0.25	0.0817	1.14	0.35	0.0757	1.14

表 4-48

当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

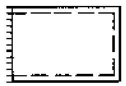
当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50% 时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$； $M_{\mathrm{I}}=\beta_1 M_1$； $M'_{\mathrm{I}}=\beta'_1 M_1$；

$M_{\mathrm{II}}=\beta_2 M_2$； $M'_{\mathrm{II}}=\beta'_2 M_2$。(所有符号均见本节文字说明)

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=2.0$, $\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=0.0$						$\beta_1=1.6$, $\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=2.0$						$\beta_1=1.2$, $\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=0.0$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.20	0.0274	1.21	1.40	0.0256	1.21	1.10	0.0299	1.22	1.30	0.0278	1.23	1.00	0.0330	1.24	1.20	0.0305	1.24
1.05	1.10	0.0295	1.20	1.30	0.0276	1.20	1.00	0.0323	1.21	1.20	0.0300	1.22	0.90	0.0358	1.23	1.10	0.0330	1.23
1.10	1.05	0.0311	1.19	1.25	0.0291	1.19	0.95	0.0341	1.20	1.15	0.0317	1.21	0.85	0.0379	1.22	1.05	0.0350	1.22
1.15	0.95	0.0332	1.18	1.15	0.0310	1.18	0.85	0.0366	1.19	1.05	0.0340	1.20	0.75	0.0408	1.20	0.95	0.0376	1.21
1.20	0.90	0.0347	1.17	1.10	0.0325	1.18	0.80	0.0383	1.18	1.00	0.0356	1.19	0.70	0.0429	1.19	0.90	0.0395	1.20
1.25	0.85	0.0363	1.16	1.05	0.0339	1.17	0.75	0.0401	1.17	0.95	0.0373	1.18	0.65	0.0449	1.18	0.85	0.0414	1.19
1.30	0.80	0.0377	1.15	1.00	0.0353	1.16	0.70	0.0418	1.16	0.90	0.0388	1.17	0.60	0.0469	1.18	0.80	0.0432	1.19
1.35	0.75	0.0392	1.15	0.95	0.0367	1.15	0.65	0.0435	1.15	0.85	0.0404	1.16	0.55	0.0489	1.17	0.75	0.0450	1.18
1.40	0.70	0.0406	1.14	0.90	0.0381	1.15	0.60	0.0451	1.15	0.80	0.0420	1.16	0.50	0.0509	1.16	0.70	0.0468	1.17
1.45	0.70	0.0413	1.13	0.90	0.0388	1.14	0.60	0.0459	1.14	0.80	0.0427	1.15	0.50	0.0517	1.15	0.70	0.0477	1.16
1.50	0.65	0.0427	1.13	0.85	0.0401	1.14	0.55	0.0475	1.14	0.75	0.0442	1.15	0.45	0.0537	1.15	0.65	0.0494	1.16
1.55	0.60	0.0440	1.12	0.80	0.0413	1.13	0.50	0.0491	1.13	0.70	0.0457	1.14	0.40	0.0556	1.14	0.60	0.0512	1.15
1.60	0.60	0.0446	1.12	0.80	0.0419	1.13	0.50	0.0497	1.12	0.70	0.0463	1.13	0.40	0.0563	1.13	0.60	0.0519	1.14
1.65	0.55	0.0459	1.11	0.75	0.0431	1.12	0.45	0.0512	1.12	0.65	0.0477	1.13	0.35	0.0582	1.13	0.55	0.0535	1.14
1.70	0.55	0.0464	1.11	0.75	0.0437	1.12	0.45	0.0518	1.12	0.65	0.0483	1.13	0.35	0.0587	1.12	0.55	0.0542	1.13
1.75	0.55	0.0469	1.11	0.75	0.0442	1.11	0.45	0.0523	1.11	0.65	0.0489	1.12	0.35	0.0593	1.12	0.55	0.0548	1.13
1.80	0.55	0.0474	1.10	0.75	0.0447	1.11	0.45	0.0528	1.11	0.65	0.0494	1.12	0.35	0.0598	1.12	0.55	0.0554	1.13
1.85	0.50	0.0486	1.10	0.70	0.0458	1.11	0.40	0.0542	1.10	0.60	0.0507	1.11	0.30	0.0616	1.11	0.50	0.0569	1.12
1.90	0.50	0.0490	1.10	0.70	0.0463	1.10	0.40	0.0546	1.10	0.60	0.0512	1.11	0.30	0.0621	1.11	0.50	0.0575	1.12
1.95	0.45	0.0501	1.09	0.65	0.0473	1.10	0.35	0.0561	1.10	0.55	0.0524	1.11	0.25	0.0639	1.10	0.45	0.0590	1.11
2.00	0.45	0.0505	1.09	0.65	0.0477	1.10	0.35	0.0564	1.09	0.55	0.0529	1.10	0.25	0.0643	1.10	0.45	0.0594	1.11

表 4-49



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1 = \zeta q_c l_1^2$；

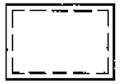
当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50% 时，$M_1 = C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2 = \alpha M_1$；　$M_{\rm I} = \beta_1 M_1$；　$M'_{\rm I} = \beta'_1 M_1$；

$M_{\rm II} = \beta_2 M_2$；　$M'_{\rm II} = \beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda = \frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=0.0$，$\beta_2=2.0$，$\beta'_2=0.0$						$\beta_1=\beta'_1=0.0$，$\beta_2=1.6$，$\beta'_2=0.0$						$\beta_1=\beta'_1=0.0$，$\beta_2=1.2$，$\beta'_2=0.0$					
	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	0.70	0.0362	1.22	0.85	0.0324	1.21	0.75	0.0366	1.23	0.90	0.0331	1.22	0.85	0.0362	1.24	1.00	0.0330	1.24
1.05	0.65	0.0397	1.21	0.75	0.0368	1.21	0.70	0.0400	1.23	0.85	0.0361	1.22	0.75	0.0407	1.24	0.90	0.0370	1.24
1.10	0.60	0.0433	1.21	0.75	0.0387	1.20	0.65	0.0435	1.22	0.80	0.0392	1.22	0.70	0.0441	1.24	0.85	0.0400	1.23
1.15	0.55	0.0470	1.21	0.70	0.0419	1.20	0.60	0.0471	1.22	0.75	0.0424	1.21	0.60	0.0492	1.23	0.80	0.0431	1.23
1.20	0.55	0.0488	1.20	0.65	0.0453	1.20	0.55	0.0508	1.21	0.70	0.0456	1.21	0.55	0.0529	1.23	0.75	0.0463	1.22
1.25	0.50	0.0526	1.20	0.60	0.0487	1.20	0.50	0.0545	1.21	0.65	0.0489	1.21	0.55	0.0547	1.22	0.70	0.0495	1.22
1.30	0.45	0.0566	1.20	0.60	0.0504	1.19	0.50	0.0562	1.21	0.65	0.0506	1.20	0.50	0.0584	1.22	0.65	0.0528	1.21
1.35	0.45	0.0582	1.19	0.55	0.0539	1.19	0.45	0.0601	1.20	0.60	0.0539	1.20	0.45	0.0622	1.21	0.60	0.0561	1.21
1.40	0.40	0.0622	1.19	0.55	0.0554	1.18	0.40	0.0640	1.20	0.55	0.0574	1.19	0.40	0.0661	1.21	0.55	0.0595	1.20
1.45	0.40	0.0636	1.18	0.50	0.0590	1.18	0.40	0.0655	1.19	0.55	0.0588	1.19	0.40	0.0675	1.20	0.55	0.0610	1.20
1.50	0.40	0.0650	1.18	0.50	0.0604	1.18	0.40	0.0669	1.19	0.50	0.0623	1.19	0.35	0.0715	1.20	0.50	0.0644	1.19
1.55	0.35	0.0691	1.18	0.45	0.0640	1.17	0.35	0.0708	1.18	0.50	0.0636	1.18	0.35	0.0728	1.19	0.50	0.0657	1.19
1.60	0.35	0.0703	1.17	0.45	0.0653	1.17	0.35	0.0721	1.18	0.45	0.0671	1.18	0.30	0.0769	1.19	0.45	0.0691	1.19
1.65	0.35	0.0715	1.17	0.45	0.0665	1.17	0.30	0.0762	1.17	0.45	0.0683	1.17	0.30	0.0780	1.18	0.45	0.0703	1.18
1.70	0.35	0.0727	1.16	0.45	0.0677	1.16	0.30	0.0772	1.17	0.45	0.0695	1.17	0.30	0.0791	1.18	0.45	0.0715	1.18
1.75	0.30	0.0767	1.16	0.40	0.0712	1.16	0.30	0.0783	1.17	0.45	0.0707	1.16	0.25	0.0832	1.17	0.40	0.0749	1.17
1.80	0.30	0.0777	1.16	0.40	0.0723	1.16	0.30	0.0793	1.16	0.45	0.0718	1.16	0.25	0.0842	1.17	0.40	0.0759	1.17
1.85	0.30	0.0787	1.15	0.40	0.0734	1.15	0.30	0.0803	1.16	0.40	0.0751	1.16	0.25	0.0850	1.16	0.40	0.0769	1.16
1.90	0.30	0.0796	1.15	0.40	0.0744	1.15	0.25	0.0843	1.15	0.40	0.0760	1.15	0.25	0.0859	1.16	0.35	0.0803	1.16
1.95	0.25	0.0836	1.15	0.35	0.0778	1.15	0.25	0.0851	1.15	0.35	0.0794	1.15	0.25	0.0867	1.15	0.35	0.0812	1.16
2.00	0.25	0.0845	1.14	0.35	0.0787	1.14	0.25	0.0859	1.15	0.35	0.0803	1.15	0.25	0.0875	1.15	0.35	0.0821	1.15

表 4-50



当跨中钢筋在支座处不减少时，$M_1=\zeta q_c l_1^2$；

当跨中钢筋的有效面积在支座 $l_1/4$ 范围内减少 50%时，$M_1=C\zeta q_c l_1^2$；

$M_2=\alpha M_1$；　$M_{\mathrm{I}}=\beta_1 M_1$；　$M'_{\mathrm{I}}=\beta'_1 M_1$；

$M_{\mathrm{II}}=\beta_2 M_2$；　$M'_{\mathrm{II}}=\beta'_2 M_2$。（所有符号均见本节文字说明）

$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=0.0$						$\lambda=\frac{l_2}{l_1}$	$\beta_1=\beta'_1=\beta_2=\beta'_2=0.0$					
	α	ζ	C	α	ζ	C		α	ζ	C	α	ζ	C
1.00	1.00	0.0417	1.33	1.20	0.0379	1.33	1.55	0.40	0.0784	1.22	0.60	0.0707	1.23
1.05	0.90	0.0459	1.32	1.10	0.0417	1.32	1.60	0.40	0.0795	1.21	0.60	0.0720	1.22
1.10	0.85	0.0491	1.31	1.05	0.0446	1.31	1.65	0.35	0.0829	1.20	0.55	0.0748	1.21
1.15	0.75	0.0537	1.30	0.95	0.0487	1.30	1.70	0.35	0.0839	1.20	0.55	0.0759	1.21
1.20	0.70	0.0570	1.29	0.90	0.0517	1.29	1.75	0.35	0.0848	1.19	0.55	0.0770	1.20
1.25	0.65	0.0603	1.28	0.85	0.0546	1.28	1.80	0.35	0.0857	1.19	0.55	0.0780	1.20
1.30	0.60	0.0636	1.27	0.80	0.0576	1.27	1.85	0.30	0.0890	1.18	0.50	0.0807	1.19
1.35	0.55	0.0670	1.26	0.75	0.0606	1.26	1.90	0.30	0.0897	1.17	0.50	0.0816	1.19
1.40	0.50	0.0703	1.25	0.70	0.0635	1.25	1.95	0.25	0.0931	1.17	0.45	0.0842	1.18
1.45	0.50	0.0717	1.24	0.70	0.0650	1.25	2.00	0.25	0.0938	1.16	0.45	0.0851	1.17
1.50	0.45	0.0750	1.23	0.65	0.0678	1.24							

第五章　桁　　架

第一节　桁架内力的图解法

作用在桁架每一节点的各力是一个平衡的平面共点力系，所有这些力组成的力多边形必将闭合。桁架内力图解法的步骤为：

1．按适当的比例绘制桁架的计算简图，在桁架上仅表示桁架各杆件的轴线及节点荷载的作用线和位置（图 5-1a）。

2．在桁架四周各外力（包括节点荷载及反力）之间各标注一个字母，如图 5-1a 中的 a、b、c 等；在桁架内的每一个三角形内标注一个数字，如图 5-1a 中的 1、2、3 等，以与外部相区别。各力均用其作用处相邻的字母或数字来表示，并且绕着所考虑的节点按顺时针方向排列。

3．求桁架的支座反力：根据作用于一个结构上所有外力的平衡条件（即 $\Sigma X=0$、$\Sigma Y=0$ 及 $\Sigma M=0$）求出桁架在荷载作用下的支座反力。当荷载垂直作用于屋面时，采用图解法求支座反力较为简便，例如图 5-1a 的桁架（支座条件：A 端为固定铰支座、B 端为可动铰支座），图解时按图 5-1b 所示，将各荷载按其大小及方向绘出，取任意点 O 为极点，绘出力多边形 $o\,a\,b\,c\,d\,e\,f$，并通过桁架的固定铰支座 A 端绘制索线多边形，索线与 R_B（或 R_B 的延长线）相交并使其闭合，然后，再自 O 点引闭合线的平行线与从 f 点引出的垂直线交于 g，则 ag 为 R'_A，gf 为 R_B。

4．绘制桁架的内力图：图 5-1a 所示的芬克式屋架，需先求出杆件 $7g$ 的内力，取剖面 X-X 的右半部分，由 $\Sigma M_D=0$，得：

$$S_{7g}=\frac{R_B l}{2h}$$

然后进行图解，从左到右按节点顺序进行（但需注意：考虑节点的顺序时，应取其中未知力的杆件不多于 2 者），绘出内力闭合图（图 5-1b）。当内力的方向指向所考虑的节点时为压力，反之为拉力。

第二节　桁架变位的计算

桁架的变位，按下式计算：

$$\Delta_{kp}=\sum\frac{\overline{N}_k N_p}{EA}l \tag{5-1}$$

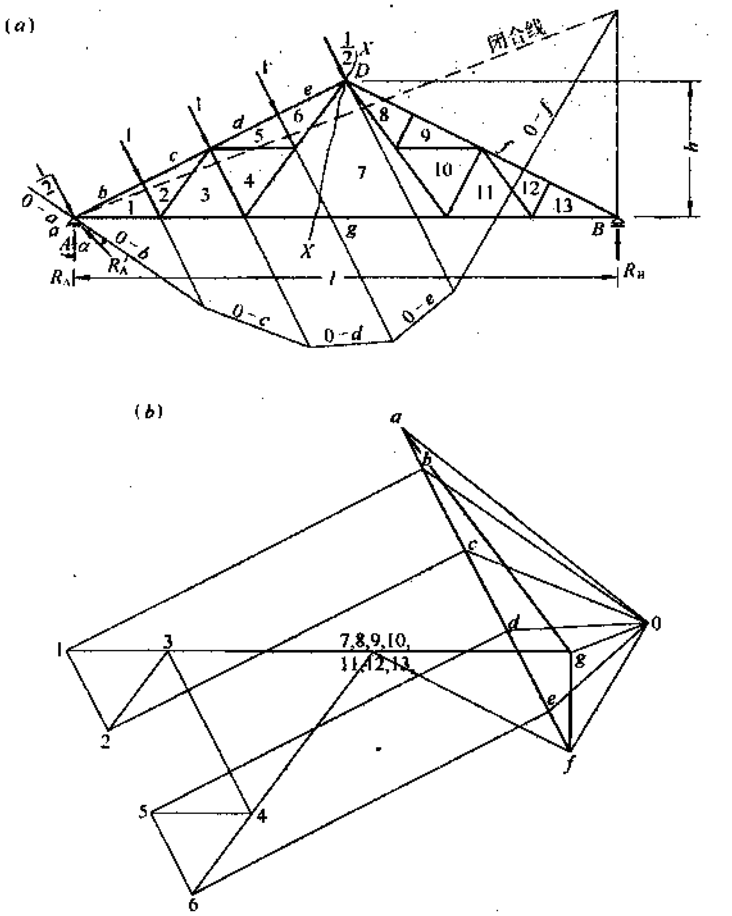


图 5-1

式中　$\overline{N}_k$——单位节点虚荷载 $S_k=1$ 所产生的桁架各杆件的内力，拉力为正，压力为负（S_k 应作用于桁架变位所求点，其方向应与所求的桁架变位的方向相同）；

N_p——节点外荷载 S_p 所产生的桁架各杆件的内力，拉力为正，压力为负；

E——桁架杆件材料的弹性模量；

A——桁架各杆件的截面积；

l——桁架各杆件的轴线长度；

Δ_{kp}——桁架的变位。

在计算时，采用列表的方式较为方便。

求非竖直方向的变位时，单位节点虚荷载的作用方向为：

1. 当求任意节点沿任意方向的线变位，则沿该方向上作用 $S_k=1$（图 5-2a）。

2. 当求两节点间的距离改变（如节点 B 及 D），则于该两节点的连线上作用两个方向相反的 $S_k=1$（图 5-2b）。

3. 当求任一杆件（如杆件 CE）的转角（以弧度计），则于该杆件的两端点处垂直杆件作用两个大小相等而方向相反的力，这一对力形成一个单位力偶（即力矩 $M=1$），其每一个力

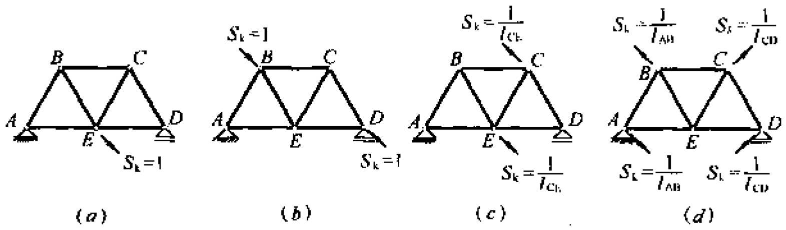


图 5-2

的大小等于$\frac{1}{l_{CE}}$(图 5-2c)。

4．当求两杆件间(如杆件 AB 与 CD 间)的角度改变，则于该两杆件的端点分别作用两个方向相反的单位力偶(即力矩 $M=1$)(图 5-2d)。

第三节　桁架次应力的计算

(一) 计算桁架杆件内力时，通常假定桁架中的节点为理想铰，因此桁架受力变形时，各杆可绕节点自由转动。但是实际上，理想铰并不存在。首先，为了增加桁架的刚度，节点总是刚性联结，各杆之间的角度不能自由改变，而使各杆件在桁架变形时产生弯矩。其次，因节点处各杆内力不同，各杆载面大小亦不尽相同，可能使各杆的轴线不能完全交于一点，而在节点上产生偏心弯矩。再有，桁架上往往作用有非节点荷载，而使桁架中的某些杆件直接受弯。

按理想铰接桁架进行计算，在桁架上没有非节点荷载时，各杆只承受轴力。考虑桁架节点的刚性联结，则将在杆件内产生弯矩。杆件内由于轴力而产生的应力通常叫主应力，而由于弯曲产生的应力则叫次应力。

在有些情况下，次应力的影响不能忽视。例如，钢筋混凝土桁架的上弦往往具有较大的刚度，当桁架受力变形时，在上弦将产生较大的附加弯矩。所以有必要对桁架的次应力进行计算。

(二) 用弯矩分配法计算桁架的次应力：桁架节点成为刚性联结后，桁架为超静定结构。无论用力法或位移法求解，都比较繁琐。若进一步考虑轴向力变形的影响，问题将更加复杂。为了简化计算，在计算桁架的次应力时忽略主应力与次应力之间的相互影响。用弯矩分配法进行次应力计算的具体步骤如下：

1．假定桁架节点为理想铰接，计算各杆件的内力。

2．根据公式(5-1)，求出各杆件两端在垂直于杆件轴线方向的相对位移。

3．根据表 2-4、2-5 中有关公式，求出杆件两端的固端弯矩。

4．对各节点上的不平衡弯矩进行分配，得出各杆两端的弯矩值。

5．对钢桁架，应用公式 $\sigma=\frac{M}{W}$算出各杆端的次应力，与各杆内的主应力叠加后校核各杆件强度。对钢筋混凝土桁架，按 N、M 值校核其中各杆件截面的承载能力及抗裂性。

当节点有偏心或桁架上作用有非节点荷载时，只要在相应杆件的固端弯矩中计入这些影响，其余的计算完全相同。

在计算桁架的次应力时，还常常对计算图形作一些简化。例如有些钢筋混凝土桁架上弦的刚度往往较下弦及腹杆为大，对这类桁架计算次应力时就可以只考虑上弦，而将下弦及腹杆予以忽略，把上弦看成为弹性支承于上弦各节点的多跨连续梁(图 5-3)。

图 5-3

在上述计算中，对钢筋混凝土桁架中的受压杆件，可采用混凝土弹性模量 E_c 及杆件截面面积 A 计算位移。对在使用荷载作用下将出现裂缝的受拉杆件，计算位移时杆件的弹性模量及截面面积，应参照钢筋混凝土结构有关资料考虑裂缝的影响。

在普通情况下用手工计算桁架的次应力时，计算工作量很大。因为，求位移时必须知道单位节点虚荷载所产生的桁架各杆件内力，在多数情况下这些杆件的内力系数不能通过本章给出的内力系数表直接算出。另外，对于一榀较复杂的桁架，单位节点虚荷载的数量也较多，更加大了计算工作量。

下面的例题是通过简化了的过程来介绍用弯矩分配法计算桁架次应力的思路。为了不使计算过程过于繁琐，又近似地将杆件在垂直于杆件轴线方向的位移用竖向位移代替。在实际工程中不宜按照例题中的办法采用代替位移，这样的代替会产生较大的误差。

【例题 5-1】 计算图 5-4 所示 18m 组合屋架的次应力。

【解】 1. 计算条件：u_1、u_2、u_3 及 D_2、D_3 杆为型钢，其余各杆为钢筋混凝土杆。

钢筋混凝土的弹性模量 $E_c = 3.00 \times 10^4 \text{N/mm}^2$，型钢的弹性模量 $E = 2.06 \times 10^5 \text{N/mm}^2$。

其余条件见图 5-4。

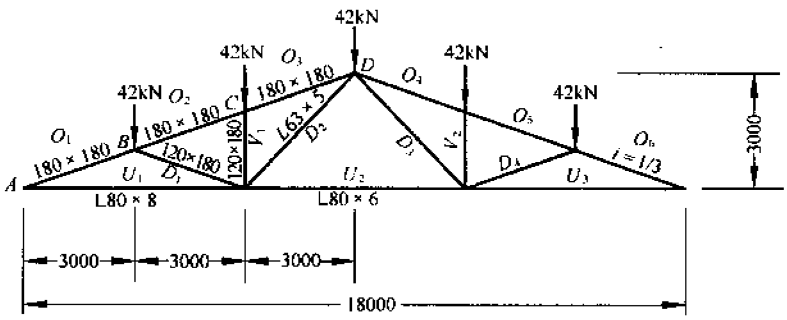


图 5-4

2. 次应力计算的假定：由于屋架及荷载均为对称，所以可仅考虑半个屋架。

仅计算上弦的次应力，此时节点 D 可视为固定端。

为了不使例题的计算过于繁琐，将杆件在垂直于杆件轴线方向的位移用竖向位移代替。

3. 上弦节点竖向位移 Δ_B、Δ_C、Δ_D 的计算见表 5-1。

表 5-1

杆　件	竖向荷载下的内力 N_p	截面积 A	长　度 L	弹性模量 E 或 E_C	$\frac{N_pL}{AE}$	Δ_B $\overline{N}_K$	Δ_B $\frac{N_p\overline{N}_KL}{AE}$	Δ_C $\overline{N}_K$	Δ_C $\frac{N_p\overline{N}_KL}{AE}$	Δ_D $\overline{N}_K$	Δ_D $\frac{N_p\overline{N}_KL}{AE}$
单位	kN	m^2	m	kN/m^2	mm	—	mm	—	mm	—	mm
O_1.O_6	−330.21	0.0324	3.16	3×10^7	−1.074	−2.638 −0.527	+2.833 +0.566	−2.108 −1.054	+2.264 +1.132	−1.580 −1.580	+1.697 +1.697
O_2.O_5	−265.70	0.0324	3.16	3×10^7	−0.864	−1.054 −0.527	+0.911 +0.455	−2.108 −1.054	+1.821 +0.911	−1.580 −1.580	+1.365 +1.365
O_3.O_4	−265.70	0.0324	3.16	3×10^7	−0.864	−1.054 −0.527	+0.911 +0.455	−2.108 −1.054	+1.821 +0.911	−1.580 −1.580	+1.365 +1.365
u_1.u_3	+315.00	0.00123	6.0	2.06×10^8	+7.459	+2.500 +0.500	+18.648 +3.730	+2.00 +1.00	+14.918 +7.459	+1.500 +1.500	+11.189 +11.189
u_2	+189.00	0.00094	6.0	2.06×10^8	+5.856	+0.500	+2.928	+1.00	+5.856	+1.500	+8.784
D_1.D_4	−66.38	0.0216	3.16	3×10^7	−0.324	−1.580 0	+0.512 0	0 0	0 0	0 0	0 0
D_2.D_3	+89.10	0.00061	4.24	2.06×10^8	+3.006	+0.707 0	+2.125 0	+1.414 0	+4.250 0	0 0	0 0
V_1.V_2	−42.00	0.0216	2.00	3×10^7	−0.130	0 0	0 0	−1.000 0	+0.130 0	0 0	0 0

$\Delta_B=34.07$mm　$\Delta_C=41.47$mm　$\Delta_D=40.02$mm

4. 求杆件两端相对位移、固端弯矩。并进行弯矩分配。

由屋架的支承条件及表 5-1 的计算结果可知：

$$\Delta_A=0,$$
$$\Delta_B=34.07\text{mm}=34.07\times10^{-3}\text{m},$$
$$\Delta_C=41.47\text{mm}=41.47\times10^{-3}\text{m},$$
$$\Delta_D=40.02\text{mm}=40.02\times10^{-3}\text{m}。$$

因此：
$$\Delta_{BA}=\Delta_B-\Delta_A=34.07\times10^{-3}\text{m};$$
$$\overline{M}_{BA}=\frac{-3E_cI\Delta_{BA}}{L^2}=\frac{-3\times3\times10^7\times0.18^4\times34.07\times10^{-3}}{3.16^2\times12}$$
$$=-26.86\text{kN}\cdot\text{m};$$
$$\Delta_{CB}=\Delta_C-\Delta_B=41.47\times10^{-3}-34.07\times10^{-3}$$
$$=7.4\times10^{-3}\text{m};$$
$$\overline{M}_{BC}=\overline{M}_{CB}=\frac{-6E_CI\Delta_{CB}}{L^2}=\frac{-6\times3\times10^7\times0.18^4\times7.4\times10^{-3}}{3.16^2\times12}$$
$$=-11.67\text{kN}\cdot\text{m};$$

$$\Delta_{DC}=\Delta_D-\Delta_C=40.02\times10^{-3}-41.47\times10^{-3}$$
$$=-1.45\times10^{-3}\text{m};$$
$$\overline{M}_{CD}=\overline{M}_{DC}=\frac{-6E_CI\Delta_{DC}}{L^2}=\frac{-6\times3\times10^7\times0.18^4\times(-1.45\times10^{-3})}{3.16^2\times12}$$
$$=+2.29\text{kN·m}。$$

弯矩分配系数：上弦为等截面等长度杆，故可取单位刚度来计算分配系数，因 A 为铰支端故 BC 杆的单位刚度尚应乘以修正系数 0.75。

$$\mu_{CB}=\mu_{CD}=0.5,$$
$$\mu_{BC}=\frac{1}{1+0.75}=0.571,$$
$$\mu_{BA}=\frac{0.75}{1+0.75}=0.429。$$

弯矩分配如下(图 5-5)：

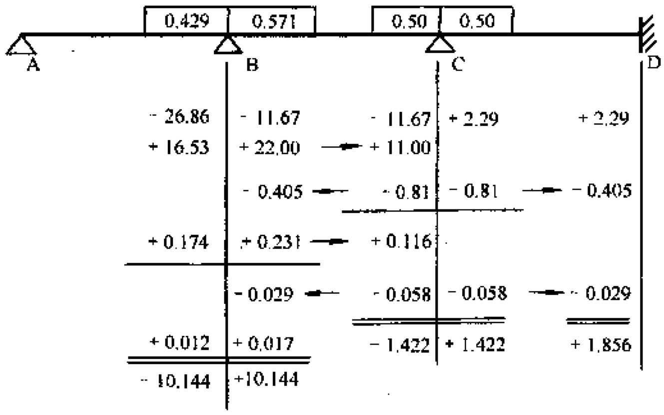


图 5-5

5. 弯矩分配的结果，得到上弦各杆端的弯矩。这些弯矩是该组合屋架的次应力。

(三) 用计算机程序计算桁架次应力的简介：在平面杆件系统的通用计算机程序中，如果能够处理铰接节点及带刚性区域的杆件，就可以用来计算桁架的次应力。

计算机程序中处理铰接节点及带刚性区域杆件的概念，见附录一中的介绍。

在这类计算机程序中，桁架的主应力与次应力是综合计算，一次完成的。除去考虑节点的刚性联结、杆件轴线对节点的偏心外，还考虑了杆件轴向力变形的影响。

当桁架节点上各杆的轴线不能完全交于一点时，应以其中一个交点为基准点。交于基准点的桁架杆件视为普通杆，不交于基准点的桁架杆件视为带刚性区域杆。

桁架的节点可以全部刚接、全部铰接或在某些节点上部分杆刚接部分杆铰接。因此，可以处理图 5-3 中的简化计算图形。

在这类计算机程序中，一般均可处理非节点荷载。

求得桁架各杆件主应力与次应力的综合结果后，可以手算校核各杆的强度。

第四节 桁架杆件的长度及内力系数

一、说 明

(一) 各表中全跨屋面荷载的内力系数为屋面上弦节点满布竖向荷载 P 时的内力系数，即除第一及最终节点为$\frac{1}{2}$外，其他各节点均为单位荷载 1 时的内力值。内力正负号，以受拉为正，受压为负。

(二) 各表中半跨屋面荷载的内力系数有两种情况：一为上弦节点满布竖向荷载 P、另一为上弦节点满布风荷载 W(垂直于屋面)，即除第一及中间节点为$\frac{1}{2}$外，其他各节点均为单位荷载 1 时的内力值。

(三) 风荷载都按风压力考虑，并垂直作用于左半跨的屋面，在风荷载作用下，对于芬克式屋架考虑有四种情况：

第Ⅰ种情况：左端固定铰支座，右端可动铰支座(图 5-6a)；

第Ⅱ种情况：左端可动铰支座，右端固定铰支座(图 5-6b)；

第Ⅲ种情况：两端均为固定铰支座，为简化计算，假定 $H_A = H_B$(图 5-6c)；

第Ⅳ种情况：两端均为固定铰支座，为简化计算，假定 R'_A、R'_B 的方向与 W 一致，此时，$R_A = R'_A\cos\theta$，$R_B = R'_B\cos\theta$，$H_A = R'_A\sin\theta$，$H_B = R'_B\sin\theta$(图 5-6c)。

对于较大跨度的芬克式屋架，当两端均为固定铰支座，可按第Ⅲ、Ⅳ两种支座情况分别计算桁架杆件的内力，取最不利情况选择断面。

对于豪式屋架，仅考虑支座为第Ⅳ种情况。

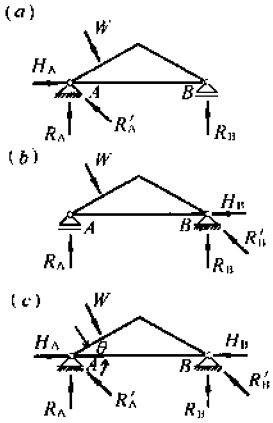


图 5-6

(四) 为便于计算，对于屋架中常用的几种跨高比 n 值及以 n 为参数的几种函数(n^2、N、N^2、N^3、G、M、E、F、S、Q 及 T 等各值)列于表 5-2。

表 5-2

$n = \frac{l}{h}$； $M = \sqrt{n^2+36}$； $S = 3n^2-4$；

$N = \sqrt{n^2+4}$； $E = \sqrt{n^2+64}$； $Q = 7n^2-4$；

$G = \sqrt{n^2+16}$； $F = \sqrt{n^2+100}$； $T = 9n^2-4$。

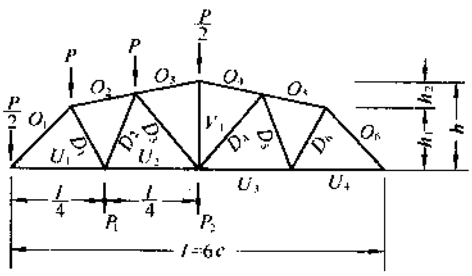
n	n^2	N	N^2	N^3	G	M	E	F	S	Q	T
2.0	4.00	2.8284	8.00	22.627	4.4721	6.3246	8.2462	10.1980	8.00	24.00	32.00
2.5	6.25	3.2016	10.25	32.816	4.7170	6.5000	8.3815	10.3078	14.75	39.75	52.25
3.0	9.00	3.6056	13.00	46.873	5.0000	6.7082	8.5440	10.4403	23.00	59.00	77.00
$2\sqrt{3}$	12.00	4.0000	16.00	64.000	5.2915	6.9282	8.7178	10.5830	32.00	80.00	104.00

续表

n	n^2	N	N^2	N^3	G	M	E	F	S	Q	T
3.5	12.25	4.0311	16.25	65.506	5.3151	6.9462	8.7321	10.5948	32.75	81.75	106.25
4.0	16.00	4.4721	20.00	89.443	5.6569	7.2111	8.9443	10.7703	44.00	108.00	140.00
4.5	20.25	4.9244	24.25	119.417	6.0208	7.5000	9.1788	10.9659	56.75	137.75	178.25
5.0	25.00	5.3852	29.00	156.171	6.4031	7.8102	9.4340	11.1803	71.00	171.00	221.00
5.5	30.25	5.8524	34.25	200.443	6.8007	8.1394	9.7082	11.4127	86.75	207.75	268.25
6.0	36.00	6.3246	40.00	252.982	7.2111	8.4853	10.0000	11.6619	104.00	248.00	320.00
6.5	42.25	6.8007	46.25	314.534	7.6322	8.8459	10.3078	11.9269	122.75	291.75	376.25
7.0	49.00	7.2801	53.00	385.845	8.0623	9.2195	10.6301	12.2066	143.00	339.00	437.00
7.5	56.25	7.7621	60.25	467.666	8.5000	9.6047	10.9659	12.5000	164.75	389.75	502.25
8.0	64.00	8.2462	68.00	560.742	8.9443	10.0000	11.3137	12.8062	188.00	444.00	572.00

二、 六节间折线形屋架

表 5-3



$m=\frac{l}{h}$；$n=\frac{l}{h_2}$；$N=\sqrt{n^2+9}$；

$K_1=\sqrt{m^2n^2+36(n-m)^2}$；

$K_2=\sqrt{m^2n^2+144(n-m)^2}$；

$K_3=\sqrt{m^2n^2+36(2n-m)^2}$；

$K_4=\sqrt{m^2n^2+9(2n-m)^2}$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i。

杆件	长度系数	内力系数			
		上弦荷载		下弦荷载	
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2
O_1	$\frac{K_1}{6n}$	$-\frac{5K_1}{12(n-m)}$	$-\frac{7K_1}{24(n-m)}$	$-\frac{K_1}{8(n-m)}$	$-\frac{K_1}{12(n-m)}$
O_2	$\frac{mN}{6n}$	$-\frac{13mN}{6(4n-3m)}$	$-\frac{17mN}{12(4n-3m)}$	$-\frac{3mN}{4(4n-3m)}$	$-\frac{mN}{2(4n-3m)}$
O_3,O_4	$\frac{mN}{6n}$	$-\frac{3mN}{4n}$	$-\frac{3mN}{8n}$	$-\frac{mN}{8n}$	$-\frac{mN}{4n}$
O_5	$\frac{mN}{6n}$	$-\frac{13mN}{6(4n-3m)}$	$-\frac{3mN}{4(4n-3m)}$	$-\frac{mN}{4(4n-3m)}$	$-\frac{mN}{2(4n-3m)}$
O_6	$\frac{K_1}{6n}$	$-\frac{5K_1}{12(n-m)}$	$-\frac{K_1}{8(n-m)}$	$-\frac{K_1}{24(n-m)}$	$-\frac{K_1}{12(n-m)}$
U_1	$\frac{m}{4}$	$\frac{5mn}{12(n-m)}$	$\frac{7mn}{24(n-m)}$	$\frac{mn}{8(n-m)}$	$\frac{mn}{12(n-m)}$
U_2	$\frac{m}{4}$	$\frac{4mn}{3(2n-m)}$	$\frac{5mn}{6(2n-m)}$	$\frac{mn}{3(2n-m)}$	$\frac{mn}{3(2n-m)}$
U_3	$\frac{m}{4}$	$\frac{4mn}{3(2n-m)}$	$\frac{mn}{2(2n-m)}$	$\frac{mn}{6(2n-m)}$	$\frac{mn}{3(2n-m)}$
U_4	$\frac{m}{4}$	$\frac{5mn}{12(n-m)}$	$\frac{mn}{8(n-m)}$	$\frac{mn}{24(n-m)}$	$\frac{mn}{12(n-m)}$

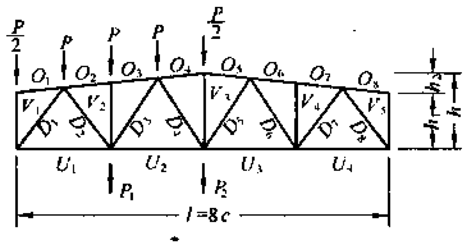
续表

杆件	长度系数	内力系数			
		上弦荷载		下弦荷载	
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2
D_1	$\frac{K_2}{12n}$	$\frac{(6n-11m)K_2}{12(n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(6n-13m)K_2}{24(n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(2n-3m)K_2}{8(n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(2n-3m)K_2}{12(n-m)(4n-3m)}$
D_2	$\frac{K_3}{12n}$	$-\frac{(6n-11m)K_3}{6(2n-m)(4n-3m)}$	$-\frac{(6n-13m)K_3}{12(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(2n+3m)K_3}{12(2n-m)(4n-3m)}$	$-\frac{(2n-3m)K_3}{6(2n-m)(4n-3m)}$
D_3	$\frac{K_4}{6n}$	$\frac{(2n-9m)K_4}{12n(2n-m)}$	$-\frac{(2n+9m)K_4}{24n(2n-m)}$	$-\frac{(2n+3m)K_4}{24n(2n-m)}$	$\frac{(2n-3m)K_4}{12n(2n-m)}$
D_4	$\frac{K_4}{6n}$	$\frac{(2n-9m)K_4}{12n(2n-m)}$	$\frac{(2n-3m)K_4}{8n(2n-m)}$	$\frac{(2n-3m)K_4}{24n(2n-m)}$	$\frac{(2n-3m)K_4}{12n(2n-m)}$
D_5	$\frac{K_3}{12n}$	$-\frac{(6n-11m)K_3}{6(2n-m)(4n-3m)}$	$-\frac{(2n-3m)K_3}{4(2n-m)(4n-3m)}$	$-\frac{(2n-3m)K_3}{12(2n-m)(4n-3m)}$	$-\frac{(2n-3m)K_3}{6(2n-m)(4n-3m)}$
D_6	$\frac{K_2}{12n}$	$\frac{(6n-11m)K_2}{12(n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(2n-3m)K_2}{8(n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(2n-3m)K_2}{24(n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(2n-3m)K_2}{12(n-m)(4n-3m)}$
V_1	1	$\frac{9m}{2n}-1$	$\frac{9m}{4n}-\frac{1}{2}$	$\frac{3m}{4n}$	$\frac{3m}{2n}$

三、梯形屋架

（一）端斜杆为上升式的八节间梯形屋架

表 5-4



$m=\frac{l}{h}$；$n=\frac{l}{h_2}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；

$K_1=\sqrt{m^2n^2+(8n-6m)^2}$；

$K_2=\sqrt{m^2n^2+(8n-2m)^2}$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i。

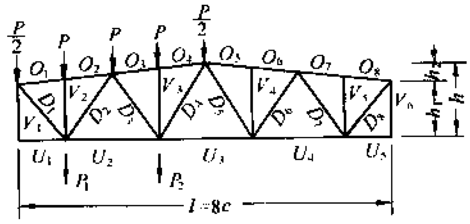
杆件	长度系数	内力系数			
		上弦荷载		下弦荷载	
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2
O_1,O_8	$\frac{Nm}{8n}$	0	0	0	0
O_2,O_3	$\frac{Nm}{8n}$	$-\frac{3mN}{2(2n-m)}$	$-\frac{mN}{2n-m}$	$-\frac{3mN}{8(2n-m)}$	$-\frac{mN}{4(2n-m)}$
O_4,O_5	$\frac{Nm}{8n}$	$-\frac{mN}{n}$	$-\frac{mN}{2n}$	$-\frac{mN}{8n}$	$-\frac{mN}{4n}$
O_6,O_7	$\frac{Nm}{8n}$	$-\frac{3mN}{2(2n-m)}$	$-\frac{mN}{2(2n-m)}$	$-\frac{mN}{8(2n-m)}$	$-\frac{mN}{4(2n-m)}$
U_1	$\frac{m}{4}$	$\frac{7mn}{4(4n-3m)}$	$\frac{5mn}{4(4n-3m)}$	$\frac{3mn}{8(4n-3m)}$	$\frac{mn}{4(4n-3m)}$

续表

杆件	长度系数	内力系数			
		上弦荷载		下弦荷载	
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2
U_2	$\frac{m}{4}$	$\frac{15mn}{4(4n-m)}$	$\frac{9mn}{4(4n-m)}$	$\frac{5mn}{8(4n-m)}$	$\frac{3mn}{4(4n-m)}$
U_3	$\frac{m}{4}$	$\frac{15mn}{4(4n-m)}$	$\frac{3mn}{2(4n-m)}$	$\frac{3mn}{8(4n-m)}$	$\frac{3mn}{4(4n-m)}$
U_4	$\frac{m}{4}$	$\frac{7mn}{4(4n-3m)}$	$\frac{mn}{2(4n-3m)}$	$\frac{mn}{8(4n-3m)}$	$\frac{mn}{4(4n-3m)}$
D_1	$\frac{K_1}{8n}$	$-\frac{7K_1}{4(4n-3m)}$	$-\frac{5K_1}{4(4n-3m)}$	$-\frac{3K_1}{8(4n-3m)}$	$-\frac{K_1}{4(4n-3m)}$
D_2	$\frac{K_1}{8n}$	$\frac{(10n-11m)K_1}{4(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(6n-7m)K_1}{4(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{3(n-m)K_1}{4(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(n-m)K_1}{2(2n-m)(4n-3m)}$
D_3	$\frac{K_2}{8n}$	$-\frac{3(2n-3m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$-\frac{(2n-5m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$\frac{(m+n)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{2(2n-m)(4n-m)}$
D_4	$\frac{K_2}{8n}$	$\frac{(n-4m)K_2}{4n(4n-m)}$ (D_4, D_5)	$-\frac{(2m+n)K_2}{4n(4n-m)}$	$-\frac{(m+n)K_2}{8n(4n-m)}$	$\frac{(n-m)K_2}{4n(4n-m)}$ (D_4, D_5)
D_5	$\frac{K_2}{8n}$		$\frac{(n-m)K_2}{2n(4n-m)}$	$\frac{(n-m)K_2}{8n(4n-m)}$	
D_6	$\frac{K_2}{8n}$	$-\frac{3(2n-3m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{(2n-m)(4n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{2(2n-m)(4n-m)}$
D_7	$\frac{K_1}{8n}$	$\frac{(10n-11m)K_1}{4(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(n-m)K_1}{(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(n-m)K_1}{4(2n-m)(4n-3m)}$	$\frac{(n-m)K_1}{2(2n-m)(4n-3m)}$
D_8	$\frac{K_1}{8n}$	$-\frac{7K_1}{4(4n-3m)}$	$-\frac{K_1}{2(4n-3m)}$	$-\frac{K_1}{8(4n-3m)}$	$-\frac{K_1}{4(4n-3m)}$
V_1	$\frac{n-m}{n}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
V_2	$\frac{2n-m}{2n}$	−1	−1	0	0
V_3	1	$\frac{4m-n}{n}$	$\frac{4m-n}{2n}$	$\frac{m}{2n}$	$\frac{m}{n}$
V_4	$\frac{2n-m}{2n}$	−1	0	0	0
V_5	$\frac{n-m}{n}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0

（二）端斜杆为下降式的八节间梯形屋架

表 5-5



$m=\frac{l}{h}$；$n=\frac{l}{h_2}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；

$K_1=\sqrt{m^2n^2+64(n-m)^2}$；

$K_2=\sqrt{m^2n^2+16(2n-m)^2}$；

$K_3=\sqrt{m^2+64}$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i。

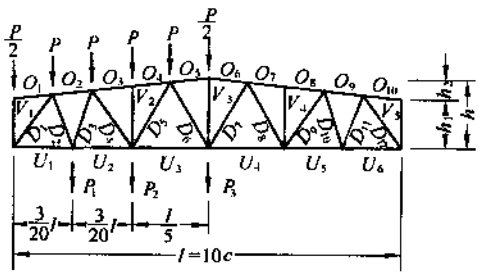
杆件	长度系数	内力系数			
		上弦荷载		下弦荷载	
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2
O_1,O_2	$\frac{Nm}{8n}$	$-\frac{7mN}{4(4n-3m)}$	$-\frac{5mN}{4(4n-3m)}$	$-\frac{7mN}{16(4n-3m)}$	$-\frac{5mN}{16(4n-3m)}$
O_3,O_4	$\frac{Nm}{8n}$	$-\frac{15mN}{4(4n-m)}$（$O_3 \sim O_6$）	$-\frac{9mN}{4(4n-m)}$	$-\frac{5mN}{16(4n-m)}$	$-\frac{5mN}{16(4n-m)}$
O_5,O_6	$\frac{Nm}{8n}$		$-\frac{3mN}{2(4n-m)}$	$-\frac{3mN}{16(4n-m)}$	$-\frac{9mN}{16(4n-m)}$
O_7,O_8	$\frac{Nm}{8n}$	$-\frac{7mN}{4(4n-3m)}$	$-\frac{mN}{2(4n-3m)}$	$-\frac{mN}{16(4n-3m)}$	$-\frac{3mN}{16(4n-3m)}$
U_1,U_5	$\frac{m}{8}$	0	0	0	0
U_2	$\frac{m}{4}$	$\frac{3mn}{2(2n-m)}$	$\frac{mn}{2n-m}$	$\frac{3mn}{16(2n-m)}$	$\frac{5mn}{16(2n-m)}$
U_3	$\frac{m}{4}$	m	$\frac{m}{2}$	$\frac{m}{16}$	$\frac{3m}{16}$
U_4	$\frac{m}{4}$	$\frac{3mn}{2(2n-m)}$	$\frac{mn}{2(2n-m)}$	$\frac{mn}{16(2n-m)}$	$\frac{3mn}{16(2n-m)}$
D_1	$\frac{K_1}{8n}$	$\frac{7K_1}{4(4n-3m)}$	$\frac{5K_1}{4(4n-3m)}$	$\frac{7K_1}{16(4n-3m)}$	$\frac{5K_1}{16(4n-3m)}$
D_2	$\frac{K_2}{8n}$	$-\frac{(10n-11m)K_2}{4(4n-3m)(2n-m)}$	$-\frac{(6n-7m)K_2}{4(4n-3m)(2n-m)}$	$\frac{(n+m)K_2}{8(4n-3m)(2n-m)}$	$-\frac{5(n-m)K_2}{8(2n-m)(4n-3m)}$
D_3	$\frac{K_2}{8n}$	$\frac{3(2n-3m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$\frac{(2n-5m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$-\frac{(n+m)K_2}{8(4n-m)(2n-m)}$	$\frac{5(n-m)K_2}{8(4n-m)(2n-m)}$
D_4	$\frac{K_3}{8}$	$\frac{(4m-n)K_3}{4(4n-m)}$（$D_4$、$D_5$）	$\frac{(n+2m)K_3}{4(4n-m)}$	$\frac{(n+m)K_3}{16(4n-m)}$	$\frac{3(n+m)K_3}{16(4n-m)}$
D_5	$\frac{K_3}{8}$		$-\frac{(n-m)K_3}{2(4n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_3}{16(4n-m)}$	$-\frac{3(n-m)K_3}{16(4n-m)}$
D_6	$\frac{K_2}{8n}$	$\frac{3(2n-3m)K_2}{4(2n-m)(4n-m)}$	$\frac{(n-m)K_2}{(4n-m)(2n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{8(2n-m)(4n-m)}$	$\frac{3(n-m)K_2}{8(4n-m)(2n-m)}$
D_7	$\frac{K_2}{8n}$	$-\frac{(10n-11m)K_2}{4(4n-3m)(2n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{(4n-3m)(2n-m)}$	$-\frac{(n-m)K_2}{8(4n-3m)(2n-m)}$	$-\frac{3(n-m)K_2}{8(4n-3m)(2n-m)}$
D_8	$\frac{K_1}{8n}$	$\frac{7K_1}{4(4n-3m)}$	$\frac{K_1}{2(4n-3m)}$	$\frac{K_1}{16(4n-3m)}$	$\frac{3K_1}{16(4n-3m)}$

续表

杆件	长度系数	内力系数			
		上弦荷载		下弦荷载	
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2
V_1	$\frac{n-m}{n}$	-4	-3	$-\frac{7}{8}$	$-\frac{5}{8}$
V_2	$\frac{4n-3m}{4n}$	-1	-1	0	0
V_3	$\frac{4n-m}{4n}$	-1	-1	0	0
V_4	$\frac{4n-m}{4n}$	-1	0	0	0
V_5	$\frac{4n-3m}{4n}$	-1	0	0	0
V_6	$\frac{n-m}{n}$	-4	-1	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{8}$

（三）端斜杆为上升式的十节间梯形屋架

表5-6



$m=\frac{l}{h}$；$n=\frac{l}{h_2}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；

$K_1=\sqrt{m^2n^2+(10n-8m)^2}$；

$K_2=\sqrt{m^2n^2+(20n-16m)^2}$；

$K_3=\sqrt{m^2n^2+(20n-12m)^2}$；

$K_4=\sqrt{m^2n^2+(10n-6m)^2}$；

$K_5=\sqrt{m^2n^2+(10n-2m)^2}$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i。

杆件	长度系数	内力系数				
		上弦荷载		下弦荷载		
		全跨屋面	半跨屋面	P_1	P_2	P_3
O_1O_{10}	$\frac{Nm}{10n}$	0	0	0	0	0
O_2	$\frac{Nm}{10n}$	$-\frac{12.5mN}{2(10n-7m)}$	$-\frac{8.75mN}{2(10n-7m)}$	$-\frac{2.55mN}{2(10n-7m)}$	$-\frac{2.1mN}{2(10n-7m)}$	$-\frac{3mN}{4(10n-7m)}$
O_3O_4	$\frac{Nm}{10n}$	$-\frac{10.5mN}{2(5n-2m)}$	$-\frac{6.75mN}{2(5n-2m)}$	$-\frac{2.1mN}{4(5n-2m)}$	$-\frac{2.1mN}{2(5n-2m)}$	$-\frac{3mN}{4(5n-2m)}$
O_5O_6	$\frac{Nm}{10n}$	$-\frac{12.5mN}{10n}$	$-\frac{6.25mN}{10n}$	$-\frac{1.5mN}{20n}$	$-\frac{3mN}{20n}$	$-\frac{mN}{4n}$
O_7O_8	$\frac{Nm}{10n}$	$-\frac{10.5mN}{2(5n-2m)}$	$-\frac{3.75mN}{2(5n-2m)}$	$-\frac{4.5mN}{20(5n-2m)}$	$-\frac{9mN}{20(5n-2m)}$	$-\frac{3mN}{4(5n-2m)}$
O_9	$\frac{Nm}{10n}$	$-\frac{12.5mN}{2(10n-7m)}$	$-\frac{3.75mN}{2(10n-7m)}$	$-\frac{4.5mN}{20(10n-7m)}$	$-\frac{9mN}{20(10n-7m)}$	$-\frac{3mN}{4(10n-7m)}$
U_1	$\frac{3m}{20}$	$\frac{4.5mn}{2(5n-4m)}$	$\frac{3.25mn}{2(5n-4m)}$	$\frac{8.5mn}{20(5n-4m)}$	$\frac{7mn}{20(5n-4m)}$	$\frac{mn}{4(5n-4m)}$
U_2	$\frac{3m}{20}$	$\frac{4mn}{5n-3m}$	$\frac{5.5mn}{2(5n-3m)}$	$\frac{3mn}{5(5n-3m)}$	$\frac{7mn}{10(5n-3m)}$	$\frac{mn}{2(5n-3m)}$
U_3	$\frac{m}{5}$	$\frac{6mn}{5n-m}$	$\frac{7mn}{2(5n-m)}$	$\frac{9mn}{20(5n-m)}$	$\frac{9mn}{10(5n-m)}$	$\frac{mn}{5n-m}$

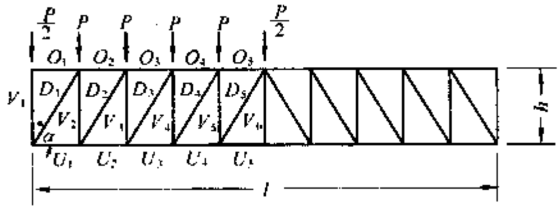
续表

杆件	长度系数	内力系数：上弦荷载 全跨屋面	上弦荷载 半跨屋面	下弦荷载 P_1	下弦荷载 P_2	下弦荷载 P_3
U_4	$\frac{m}{5}$	$\frac{6mn}{5n-m}$	$\frac{5mn}{2(5n-m)}$	$\frac{3mn}{10(5n-m)}$	$\frac{3mn}{5(5n-m)}$	$\frac{mn}{5n-m}$
U_5	$\frac{3m}{20}$	$\frac{4mn}{5n-3m}$	$\frac{1.25mn}{5n-3m}$	$\frac{1.5mn}{10(5n-3m)}$	$\frac{3mn}{10(5n-3m)}$	$\frac{mn}{2(5n-3m)}$
U_6	$\frac{3m}{20}$	$\frac{4.5mn}{2(5n-4m)}$	$\frac{1.25mn}{2(5n-4m)}$	$\frac{1.5mn}{20(5n-4m)}$	$\frac{3mn}{20(5n-4m)}$	$\frac{mn}{4(5n-4m)}$
D_1	$\frac{K_1}{10n}$	$-\frac{4.5K_1}{2(5n-4m)}$	$-\frac{3.25K_1}{2(5n-4m)}$	$-\frac{8.5K_1}{20(5n-4m)}$	$-\frac{7K_1}{20(5n-4m)}$	$-\frac{K_1}{4(5n-4m)}$
D_2	$\frac{K_2}{20n}$	$\frac{(17.5n-18.5m)K_2}{2(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{(11.25n-12.25m)K_2}{2(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{4.25(n-m)K_2}{2(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{7(n-m)K_2}{4(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{5(n-m)K_2}{4(5n-4m)(10n-7m)}$
D_3	$\frac{K_3}{20n}$	$-\frac{(17.5n-18.5m)K_3}{2(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{(11.25n-12.25m)K_3}{2(5n-3m)(10n-7m)}$	$\frac{1.5(n+m)K_3}{4(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{7(n-m)K_3}{4(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{5(n-m)K_3}{4(5n-3m)(10n-7m)}$
D_4	$\frac{K_4}{10n}$	$\frac{(12.5n-15.5m)K_4}{2(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{(6.25n-9.25m)K_4}{2(5n-3m)(5n-2m)}$	$-\frac{1.5(n+m)K_4}{4(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{7(n-m)K_4}{4(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{5(n-m)K_4}{4(5n-3m)(5n-2m)}$
D_5	$\frac{K_5}{10n}$	$-\frac{(7.5n-13.5m)K_5}{2(5n-2m)(5n-m)}$	$\frac{(-1.25n+7.25m)K_5}{2(5n-2m)(5n-m)}$	$\frac{1.5(n+m)K_5}{4(5n-2m)(5n-m)}$	$\frac{3(n+m)K_5}{4(5n-2m)(5n-m)}$	$-\frac{5(n-m)K_5}{4(5n-2m)(5n-m)}$
D_6	$\frac{K_5}{10n}$	$\frac{(2.5n-12.5m)K_5}{10n(5n-m)}$	$-\frac{(3.75n+6.25m)K_5}{10n(5n-m)}$	$-\frac{1.5(n+m)K_5}{20n(5n-m)}$	$-\frac{3(n+m)K_5}{20n(5n-m)}$	$\frac{(n-m)K_5}{4n(5n-m)}$
D_7	$\frac{K_5}{10n}$	$\frac{(2.5n-12.5m)K_5}{10n(5n-m)}$	$\frac{1.25(n-m)K_5}{2n(5n-m)}$	$\frac{1.5(n-m)K_5}{20n(5n-m)}$	$\frac{3(n-m)K_5}{20n(5n-m)}$	$\frac{(n-m)K_5}{4n(5n-m)}$
D_8	$\frac{K_5}{10n}$	$-\frac{(7.5n-13.5m)K_5}{2(5n-2m)(5n-m)}$	$-\frac{6.25(n-m)K_5}{2(5n-2m)(5n-m)}$	$-\frac{7.5(n-m)K_5}{20(5n-2m)(5n-m)}$	$-\frac{3(n-m)K_5}{4(5n-2m)(5n-m)}$	$-\frac{5(n-m)K_5}{4(5n-2m)(5n-m)}$
D_9	$\frac{K_4}{10n}$	$\frac{(12.5n-15.5m)K_4}{2(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{6.25(n-m)K_4}{2(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{7.5(n-m)K_4}{20(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{3(n-m)K_4}{4(5n-3m)(5n-2m)}$	$\frac{5(n-m)K_4}{4(5n-3m)(5n-2m)}$
D_{10}	$\frac{K_3}{20n}$	$-\frac{(17.5n-18.5m)K_3}{2(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{6.25(n-m)K_3}{2(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{7.5(n-m)K_3}{20(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{3(n-m)K_3}{4(5n-3m)(10n-7m)}$	$-\frac{5(n-m)K_3}{4(5n-3m)(10n-7m)}$
D_{11}	$\frac{K_2}{20n}$	$\frac{(17.5n-18.5m)K_2}{2(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{6.25(n-m)K_2}{2(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{7.5(n-m)K_2}{20(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{3(n-m)K_2}{4(5n-4m)(10n-7m)}$	$\frac{5(n-m)K_2}{4(5n-4m)(10n-7m)}$
D_{12}	$\frac{K_1}{10n}$	$-\frac{4.5K_1}{2(5n-4m)}$	$-\frac{1.25K_1}{2(5n-4m)}$	$-\frac{1.5K_1}{20(5n-4m)}$	$-\frac{3K_1}{20(5n-4m)}$	$-\frac{K_1}{4(5n-4m)}$
V_1	$\frac{n-m}{n}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0
V_2	$\frac{5n-2m}{5n}$	-1	-1	0	0	0
V_3	1	$\frac{5m-n}{n}$	$\frac{5m-n}{2n}$	$\frac{3m}{10n}$	$\frac{3m}{5n}$	$\frac{m}{n}$
V_4	$\frac{5n-2m}{5n}$	-1	0	0	0	0
V_5	$\frac{n-m}{n}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0

四、平行弦杆桁架

(一) 斜杆为上升式的平行弦杆桁架

表 5-7

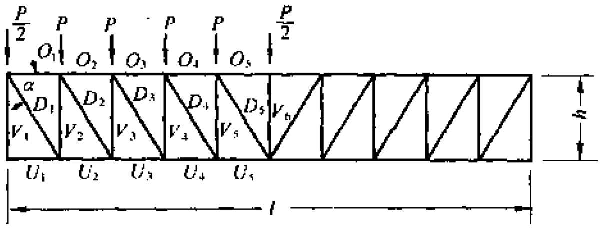


杆件	四节间			六节间			八节间			十节间			乘数
	左半跨 P	右半跨 P	满载	左半跨 P	右半跨 P	满载	左半跨 P	右半跨 P	满载	左半跨 P	右半跨 P	满载	
O_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
O_2	-1.0	-0.5	-1.5	-1.75	-0.75	-2.5	-2.5	-1.0	-3.5	-3.25	-1.25	-4.5	
O_3	—	—	—	-2.50	-1.50	-4.0	-4.0	-2.0	-6.0	-5.50	-2.50	-8.0	$P\text{ctg}\alpha$
O_4	—	—	—	—	—	—	-4.5	-3.0	-7.5	-6.75	-3.75	-10.5	
O_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-7.00	-5.00	-12.0	
U_1	1.0	0.5	1.5	1.75	0.75	2.5	2.5	1.0	3.5	3.25	1.25	4.5	
U_2	1.0	1.0	2.0	2.50	1.50	4.0	4.0	2.0	6.0	5.50	2.50	8.0	
U_3	—	—	—	2.25	2.25	4.5	4.5	3.0	7.5	6.75	3.75	10.5	$P\text{ctg}\alpha$
U_4	—	—	—	—	—	—	4.0	4.0	8.0	7.00	5.00	12.0	
U_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6.25	6.25	12.5	
D_1	-1.0	-0.5	-1.5	-1.75	-0.75	-2.5	-2.5	-1.0	-3.5	-3.25	-1.25	-4.5	
D_2	0	-0.5	-0.5	-0.75	-0.75	-1.5	-1.5	-1.0	-2.5	-2.25	-1.25	-3.5	
D_3	—	—	—	0.25	-0.75	-0.5	-0.5	-1.0	-1.5	-1.25	-1.25	-2.5	$\frac{P}{\sin\alpha}$
D_4	—	—	—	—	—	—	0.5	-1.0	-0.5	-0.25	-1.25	-1.5	
D_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.75	-1.25	-0.5	
V_1	-0.5	0	-0.5	-0.50	0	-0.5	-0.5	0	-0.5	-0.50	0	-0.5	
V_2	0	0.5	0.5	0.75	0.75	1.5	1.5	1.0	2.5	2.25	1.25	3.5	
V_3	0	0	0	-0.25	0.75	0.5	0.5	1.0	1.5	1.25	1.25	2.5	
V_4	—	—	—	0	0	0	-0.5	1.0	0.5	0.25	1.25	1.5	P
V_5	—	—	—	—	—	—	0	0	0	-0.75	1.25	0.5	
V_6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0	0	0	

注：当荷载在下弦节点满载时，表中"满载"栏：V 杆的系数除 V_1 杆加 0.5 外，其余均应加 1.0；其他各杆的系数不变。

（二）斜杆为下降式的平行弦杆桁架

表 5-8



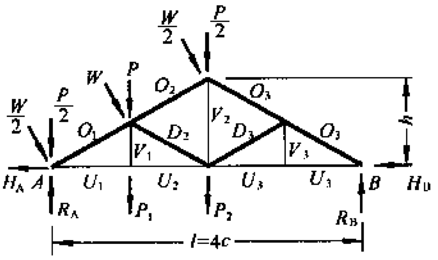
杆件	四节间			六节间			八节间			十节间			乘数
	左半跨 P	右半跨 P	满载	左半跨 P	右半跨 P	满载	左半跨 P	右半跨 P	满载	左半跨 P	右半跨 P	满载	
O_1	-1.0	-0.5	-1.5	-1.75	-0.75	-2.5	-2.5	-1.0	-3.5	-3.25	-1.25	-4.5	
O_2	-1.0	-1.0	-2.0	-2.50	-1.50	-4.0	-4.0	-2.0	-6.0	-5.50	-2.50	-8.0	
O_3	—	—	—	-2.25	-2.25	-4.5	-4.5	-3.0	-7.5	-6.75	-3.75	-10.5	$P\text{ctg}\alpha$
O_4	—	—	—	—	—	—	-4.0	-4.0	-8.0	-7.00	-5.00	-12.0	
O_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-6.25	-6.25	-12.5	
U_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
U_2	1.0	0.5	1.5	1.75	0.75	2.5	2.5	1.0	3.5	3.25	1.25	4.5	
U_3	—	—	—	2.50	1.50	4.0	4.0	2.0	6.0	5.50	2.50	8.0	$P\text{ctg}\alpha$
U_4	—	—	—	—	—	—	4.5	3.0	7.5	6.75	3.75	10.5	
U_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7.00	5.00	12.0	
D_1	1.0	0.5	1.5	1.75	0.75	2.5	2.5	1.0	3.5	3.25	1.25	4.5	
D_2	0	0.5	0.5	0.75	0.75	1.5	1.5	1.0	2.5	2.25	1.25	3.5	
D_3	—	—	—	-0.25	0.75	0.5	0.5	1.0	1.5	1.25	1.25	2.5	$\frac{P}{\sin\alpha}$
D_4	—	—	—	—	—	—	-0.5	1.0	0.5	0.25	1.25	1.5	
D_5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.75	1.25	0.5	
V_1	-1.5	-0.5	-2.0	-2.25	-0.75	-3.0	-3.0	-1.0	-4.0	-3.75	-1.25	-5.0	
V_2	-1.0	-0.5	-1.5	-1.75	-0.75	-2.5	-2.5	-1.0	-3.5	-3.25	-1.25	-4.5	
V_3	-0.5	-0.5	-1.0	-0.75	-0.75	-1.5	-1.5	-1.0	-2.5	-2.25	-1.25	-3.5	P
V_4	—	—	—	-0.50	-0.50	-1.0	-0.5	-1.0	-1.5	-1.25	-1.25	-2.5	
V_5	—	—	—	—	—	—	-0.5	-0.5	-1.0	-0.25	-1.25	-1.5	
V_6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.50	-0.50	-1.0	

注：当荷载在下弦节点为满载时，表中"满载"栏：V 杆的系数除 V_1 杆加 0.5 外，其余均应加 1.0；其他各杆的系数不变。

五、 豪式屋架(节间等长)

(一) 四节间豪式屋架

表 5-9



$n=\frac{l}{h}$;$N=\sqrt{n^2+4}$;$S=3n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h;

杆件内力＝表中系数×P_i(或 W)。

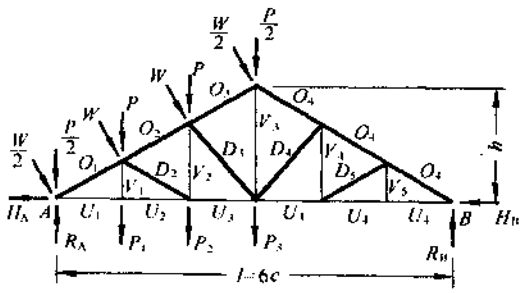
N 及 S 值见表 5-2。

杆件	通式	n 值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数						
O	$\frac{N}{4}$	0.901	1.000	1.118	1.346	1.581
U	$\frac{n}{4}$	0.750	0.866	1.000	1.250	1.500
D_2	$\frac{N}{4}$	0.901	1.000	1.118	1.346	1.581
V_1	$\frac{1}{2}$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
V_2	1	1	1	1	1	1
全跨屋面荷载 P 的内力系数						
O_1	$-\frac{3N}{4}$	−2.70	−3.00	−3.35	−4.04	−4.74
O_2	$-\frac{N}{2}$	−1.80	−2.00	−2.24	−2.69	−3.16
U_1,U_2	$\frac{3n}{4}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50
D_2	$-\frac{N}{4}$	−0.90	−1.00	−1.12	−1.35	−1.58
V_1	0	0	0	0	0	0
V_2	1	1	1	1	1	1

杆件	荷载形式：半跨屋面 P	半跨屋面 W	下弦节点 P_1	下弦节点 P_2
图示局部荷载的内力系数				
O_1	$-\frac{N}{2}$	$-\frac{n^2-2}{2n}$	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{N}{4}$
O_2	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{n}{4}$	$-\frac{N}{8}$	$-\frac{N}{4}$
O_3	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^2}{4n}$	$-\frac{N}{8}$	$-\frac{N}{4}$
U_1,U_2	$\frac{n}{2}$	$\frac{N(n^2-2)}{2n^2}$	$\frac{3n}{8}$	$\frac{n}{4}$
U_3	$\frac{n}{4}$	$\frac{N(n^2-4)}{4n^2}$	$\frac{n}{8}$	$\frac{n}{4}$
D_2	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^2}{4n}$	$-\frac{N}{4}$	0
V_1	0	0	1	0
V_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{N}{2n}$	$\frac{1}{2}$	1
其他杆件	0	0	0	0
R_A	$\frac{3}{2}$	$\frac{S}{2Nn}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
R_B	$\frac{1}{2}$	$\frac{N}{2n}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
H_A	—	$\frac{S}{Nn^2}$	—	—
H_B	—	$\frac{N}{n^2}$	—	—

（二）六节间豪式屋架

表 5-10



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$G=\sqrt{n^2+16}$；

$S=3n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i（或 W）。

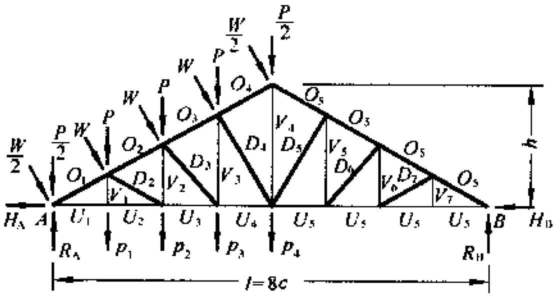
N、G 及 S 值见表 5-2。

杆件	通式	n 值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数						
O	$\frac{N}{6}$	0.601	0.667	0.745	0.898	1.054
U	$\frac{n}{6}$	0.500	0.577	0.667	0.833	1.000
D_2	$\frac{N}{6}$	0.601	0.667	0.745	0.898	1.054
D_3	$\frac{G}{6}$	0.833	0.882	0.943	1.067	1.202
V_1	$\frac{1}{3}$	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
V_2	$\frac{2}{3}$	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
V_3	1	1	1	1	1	1
全跨屋面荷载 P 的内力系数						
O_1	$-\frac{5N}{4}$	−4.51	−5.00	−5.59	−6.73	−7.91
O_2	$-N$	−3.61	−4.00	−4.47	−5.39	−6.32
O_3	$-\frac{3N}{4}$	−2.70	−3.00	−3.35	−4.04	−4.74
U_1,U_2	$\frac{5n}{4}$	3.75	4.33	5.00	6.25	7.50
U_3	n	3.00	3.46	4.00	5.00	6.00
D_2	$-\frac{N}{4}$	−0.90	−1.00	−1.12	−1.35	−1.58
D_3	$-\frac{G}{4}$	−1.25	−1.32	−1.41	−1.60	−1.80
V_1	0	0	0	0	0	0
V_2	$\frac{1}{2}$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
V_3	2	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00

杆件	荷载形式：半跨屋面 P	W	下弦节点 P_1	P_2	P_3
图示局部荷载的内力系数					
O_1	$-\frac{7N}{8}$	$-\frac{7n^2-12}{8n}$	$-\frac{5N}{12}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$
O_2	$-\frac{5N}{8}$	$-\frac{5n^2-4}{8n}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$
O_3	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{3n^2+4}{8n}$	$-\frac{N}{12}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{4}$
O_4	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{3N^2}{8n}$	$-\frac{N}{12}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{4}$
U_1,U_2	$\frac{7n}{8}$	$\frac{N(7n^2-12)}{8n^2}$	$\frac{5n}{12}$	$\frac{n}{3}$	$\frac{n}{4}$
U_3	$\frac{5n}{8}$	$\frac{N(5n^2-12)}{8n^2}$	$\frac{n}{6}$	$\frac{n}{3}$	$\frac{n}{4}$
U_4	$\frac{3n}{8}$	$\frac{3N(n^2-4)}{8n^2}$	$\frac{n}{12}$	$\frac{n}{6}$	$\frac{n}{4}$
D_2	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^2}{4n}$	$-\frac{N}{4}$	0	0
D_3	$-\frac{G}{4}$	$-\frac{NG}{4n}$	$-\frac{G}{12}$	$-\frac{G}{6}$	0
V_1	0	0	1	0	0
V_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{N}{2n}$	$\frac{1}{2}$	1	0
V_3	1	$\frac{N}{n}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
其他杆件	0	0	0	0	0
R_A	$\frac{9}{4}$	$\frac{3S}{4Nn}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
R_B	$\frac{3}{4}$	$\frac{3N}{4n}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
H_A	—	$\frac{3S}{2Nn^2}$	—	—	—
H_B	—	$\frac{3N}{2n^2}$	—	—	—

（三）八节间豪式屋架

表 5-11



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$G=\sqrt{n^2+16}$；

$M=\sqrt{n^2+36}$；$S=3n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i（或 W）。

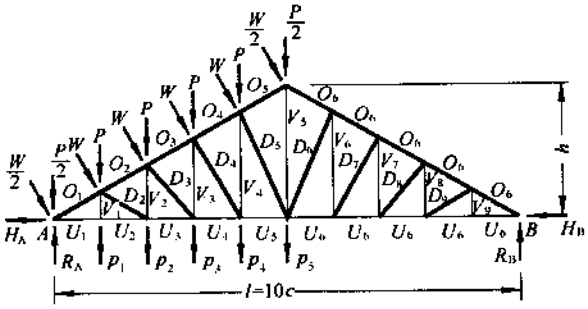
N、G、M 及 S 值见表 5-2。

杆件	通式	n 值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数						
O	$\frac{N}{8}$	0.451	0.500	0.559	0.673	0.791
U	$\frac{n}{8}$	0.375	0.433	0.500	0.625	0.750
D_2	$\frac{N}{8}$	0.451	0.500	0.559	0.673	0.791
D_3	$\frac{G}{8}$	0.625	0.661	0.707	0.800	0.901
D_4	$\frac{M}{8}$	0.839	0.866	0.901	0.976	1.061
V_1	$\frac{1}{4}$	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
V_2	$\frac{1}{2}$	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
V_3	$\frac{3}{4}$	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750
V_4	1	1	1	1	1	1
全跨屋面荷载 P 的内力系数						
O_1	$-\frac{7N}{4}$	−6.31	−7.00	−7.83	−9.42	−11.07
O_2	$-\frac{3N}{2}$	−5.41	−6.00	−6.71	−8.08	−9.49
O_3	$-\frac{5N}{4}$	−4.51	−5.00	−5.59	−6.73	−7.91
O_4	$-N$	−3.61	−4.00	−4.47	−5.39	−6.32
U_1, U_2	$\frac{7n}{4}$	5.25	6.06	7.00	8.75	10.50
U_3	$\frac{3n}{2}$	4.50	5.20	6.00	7.50	9.00
U_4	$\frac{5n}{4}$	3.75	4.33	5.00	6.25	7.50
D_2	$-\frac{N}{4}$	−0.90	−1.00	−1.12	−1.35	−1.58
D_3	$-\frac{G}{4}$	−1.25	−1.32	−1.41	−1.60	−1.80
D_4	$-\frac{M}{4}$	−1.68	−1.73	−1.80	−1.95	−2.12
V_1	0	0	0	0	0	0
V_2	$\frac{1}{2}$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
V_3	1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
V_4	3	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00

杆件	荷载形式：半跨屋面 P	半跨屋面 W	下弦节点 P_1	P_2	P_3	P_4
图示局部荷载的内力系数						
O_1	$-\frac{5N}{4}$	$-\frac{5n^2-8}{4n}$	$-\frac{7N}{16}$	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{5N}{16}$	$-\frac{N}{4}$
O_2	$-N$	$-\frac{n^2-1}{n}$	$-\frac{3N}{16}$	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{5N}{16}$	$-\frac{N}{4}$
O_3	$-\frac{3N}{4}$	$-\frac{3n}{4}$	$-\frac{5N}{48}$	$-\frac{5N}{24}$	$-\frac{5N}{16}$	$-\frac{N}{4}$
O_4	$-\frac{N}{2}$	$-\frac{n^2+2}{2n}$	$-\frac{N}{16}$	$-\frac{N}{8}$	$-\frac{3N}{16}$	$-\frac{N}{4}$
O_5	$-\frac{N}{2}$	$-\frac{N^2}{2n}$	$-\frac{N}{16}$	$-\frac{N}{8}$	$-\frac{3N}{16}$	$-\frac{N}{4}$
U_1, U_2	$\frac{5n}{4}$	$\frac{N(5n^2-8)}{4n^2}$	$\frac{7n}{16}$	$\frac{3n}{8}$	$\frac{5n}{16}$	$\frac{n}{4}$
U_3	n	$\frac{N(n^2-2)}{n^2}$	$\frac{3n}{16}$	$\frac{3n}{8}$	$\frac{5n}{16}$	$\frac{n}{4}$
U_4	$\frac{3n}{4}$	$\frac{N(3n^2-8)}{4n^2}$	$\frac{5n}{48}$	$\frac{5n}{24}$	$\frac{5n}{16}$	$\frac{n}{4}$
U_5	$\frac{n}{2}$	$\frac{N(n^2-4)}{2n^2}$	$\frac{n}{16}$	$\frac{n}{8}$	$\frac{3n}{16}$	$\frac{n}{4}$
D_2	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^2}{4n}$	$-\frac{N}{4}$	0	0	0
D_3	$-\frac{G}{4}$	$-\frac{NG}{4n}$	$-\frac{G}{12}$	$-\frac{G}{6}$	0	0
D_4	$-\frac{M}{4}$	$-\frac{NM}{4n}$	$-\frac{M}{24}$	$-\frac{M}{12}$	$-\frac{M}{8}$	0
V_1	0	0	1	0	0	0
V_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{N}{2n}$	$\frac{1}{2}$	1	0	0
V_3	1	$\frac{N}{n}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	0
V_4	$\frac{3}{2}$	$\frac{3N}{2n}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
其他杆件	0	0	0	0	0	0
R_A	3	$\frac{S}{Nn}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$
R_B	1	$\frac{N}{n}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
H_A	—	$\frac{2S}{Nn^2}$	—	—	—	—
H_B	—	$\frac{2N}{n^2}$	—	—	—	—

（四）十节间豪式屋架

表 5-12



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$G=\sqrt{n^2+16}$；

$M=\sqrt{n^2+36}$；

$E=\sqrt{n^2+64}$；$S=3n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i（或 W）。

N、G、M、E 及 S 值见表 5-2。

杆件	通式	n 值				
		3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数						
O	$\frac{N}{10}$	0.361	0.400	0.447	0.539	0.632
U	$\frac{n}{10}$	0.300	0.346	0.400	0.500	0.600
D_2	$\frac{N}{10}$	0.361	0.400	0.447	0.539	0.632
D_3	$\frac{G}{10}$	0.500	0.529	0.566	0.640	0.721
D_4	$\frac{M}{10}$	0.671	0.693	0.721	0.781	0.849
D_5	$\frac{E}{10}$	0.854	0.872	0.894	0.943	1.000
V_1	$\frac{1}{5}$	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
V_2	$\frac{2}{5}$	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
V_3	$\frac{3}{5}$	0.600	0.600	0.600	0.600	0.600
V_4	$\frac{4}{5}$	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800
V_5	1	1	1	1	1	1
全跨屋面荷载 P 的内力系数						
O_1	$-\frac{9N}{4}$	−8.11	−9.00	−10.06	−12.12	−14.23
O_2	$-2N$	−7.21	−8.00	−8.94	−10.77	−12.65
O_3	$-\frac{7N}{4}$	−6.31	−7.00	−7.83	−9.42	−11.07
O_4	$-\frac{3N}{2}$	−5.41	−6.00	−6.71	−8.08	−9.49
O_5	$-\frac{5N}{4}$	−4.51	−5.00	−5.59	−6.73	−7.91
U_1,U_2	$\frac{9n}{4}$	6.75	7.79	9.00	11.25	13.50
U_3	$2n$	6.00	6.93	8.00	10.00	12.00

杆件	荷载形式						
	半跨屋面		下弦节点				
	P	W	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
图示局部荷载的内力系数							
O_1	$-\frac{13N}{8}$	$-\frac{13n^2-20}{8n}$	$-\frac{9N}{20}$	$-\frac{2N}{5}$	$-\frac{7N}{20}$	$-\frac{3N}{10}$	$-\frac{N}{4}$
O_2	$-\frac{11N}{8}$	$-\frac{11n^2-12}{8n}$	$-\frac{N}{5}$	$-\frac{2N}{5}$	$-\frac{7N}{20}$	$-\frac{3N}{10}$	$-\frac{N}{4}$
O_3	$-\frac{9N}{8}$	$-\frac{9n^2-4}{8n}$	$-\frac{7N}{60}$	$-\frac{7N}{30}$	$-\frac{7N}{20}$	$-\frac{3N}{10}$	$-\frac{N}{4}$
O_4	$-\frac{7N}{8}$	$-\frac{7n^2+4}{8n}$	$-\frac{3N}{40}$	$-\frac{3N}{20}$	$-\frac{9N}{40}$	$-\frac{3N}{10}$	$-\frac{N}{4}$
O_5	$-\frac{5N}{8}$	$-\frac{5n^2+12}{8n}$	$-\frac{N}{20}$	$-\frac{N}{10}$	$-\frac{3N}{20}$	$-\frac{N}{5}$	$-\frac{N}{4}$
O_6	$-\frac{5N}{8}$	$-\frac{5N^2}{8n}$	$-\frac{N}{20}$	$-\frac{N}{10}$	$-\frac{3N}{20}$	$-\frac{N}{5}$	$-\frac{N}{4}$
U_1,U_2	$\frac{13n}{8}$	$\frac{N(13n^2-20)}{8n^2}$	$\frac{9n}{20}$	$\frac{2n}{5}$	$\frac{7n}{20}$	$\frac{3n}{10}$	$\frac{n}{4}$
U_3	$\frac{11n}{8}$	$\frac{N(11n^2-20)}{8n^2}$	$\frac{n}{5}$	$\frac{2n}{5}$	$\frac{7n}{20}$	$\frac{3n}{10}$	$\frac{n}{4}$
U_4	$\frac{9n}{8}$	$\frac{N(9n^2-20)}{8n^2}$	$\frac{7n}{60}$	$\frac{7n}{30}$	$\frac{7n}{20}$	$\frac{3n}{10}$	$\frac{n}{4}$
U_5	$\frac{7n}{8}$	$\frac{N(7n^2-20)}{8n^2}$	$\frac{3n}{40}$	$\frac{3n}{20}$	$\frac{9n}{40}$	$\frac{3n}{10}$	$\frac{n}{4}$
U_6	$\frac{5n}{8}$	$\frac{5N(n^2-4)}{8n^2}$	$\frac{n}{20}$	$\frac{n}{10}$	$\frac{3n}{20}$	$\frac{n}{5}$	$\frac{n}{4}$
D_2	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^2}{4n}$	$-\frac{N}{4}$	0	0	0	0
D_3	$-\frac{G}{4}$	$-\frac{NG}{4n}$	$-\frac{G}{12}$	$-\frac{G}{6}$	0	0	0
D_4	$-\frac{M}{4}$	$-\frac{NM}{4n}$	$-\frac{M}{24}$	$-\frac{M}{12}$	$-\frac{M}{8}$	0	0
D_5	$-\frac{E}{4}$	$-\frac{NE}{4n}$	$-\frac{E}{40}$	$-\frac{E}{20}$	$-\frac{3E}{40}$	$-\frac{E}{10}$	0
V_1	0	0	1	0	0	0	0
V_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{N}{2n}$	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0

续表

杆件	通式	n值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
全跨屋面荷载 P 的内力系数						
U_4	$\frac{7n}{4}$	5.25	6.06	7.00	8.75	10.50
U_5	$\frac{3n}{2}$	4.50	5.20	6.00	7.50	9.00
D_2	$-\frac{N}{4}$	−0.90	−1.00	−1.12	−1.35	−1.58
D_3	$-\frac{G}{4}$	−1.25	−1.32	−1.41	−1.60	−1.80
D_4	$-\frac{M}{4}$	−1.68	−1.73	−1.80	−1.95	−2.12
D_5	$-\frac{E}{4}$	−2.14	−2.18	−2.24	−2.36	−2.50
V_1	0	0	0	0	0	0
V_2	$\frac{1}{2}$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
V_3	1	1	1	1	1	1
V_4	$\frac{3}{2}$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
V_5	4	4	4	4	4	4

杆件	荷载形式：荷载屋面 P	W	下弦节点 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
图示局部荷载的内力系数							
V_3	1	$\frac{N}{n}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	0	0
V_4	$\frac{3}{2}$	$\frac{3N}{2n}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0
V_5	2	$\frac{2N}{n}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	1
其他杆件	0	0	0	0	0	0	0
R_A	$\frac{15}{4}$	$\frac{5S}{4Nn}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$
R_B	$\frac{5}{4}$	$\frac{5N}{4n}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
H_A	—	$\frac{5S}{2Nn^2}$	—	—	—	—	—
H_B	—	$\frac{5N}{2n^2}$	—	—	—	—	—

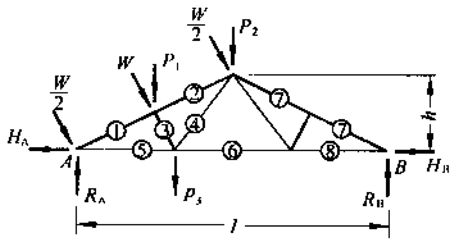
六、芬克式屋架

(一) 四节间芬克式屋架

屋架外形特征：1. 上弦节间等长；

2. 杆件①—⑤间夹角等于②—④间夹角。

表 5-13



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$S=3n^2-4$

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i(或 W)。

N 及 S 值见表 5-2。

	杆件	通式	n值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6	图示风荷载 W 的内力系数：支座情况	杆件	通式
长度系数	1,2	$\frac{N}{4}$	0.901	1.000	1.118	1.346	1.581	Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ 及 Ⅳ 均同	1,2	$-\frac{n^2-2}{2n}$
									3	−1
	3	$\frac{N}{2n}$	0.601	0.577	0.559	0.539	0.527		7	$-\frac{N^2}{4n}$
	4,5	$\frac{N^2}{4n}$	1.083	1.155	1.250	1.450	1.667		4	$\frac{N}{4}$
									R_A	$\frac{S}{2Nn}$
	6	$\frac{n^2-4}{2n}$	0.834	1.155	1.500	2.100	2.667		R_B	$\frac{N}{2n}$

续表

	杆件	通式	n 值 3	2√3	4	5	6
全跨屋面荷载 P 的内力系数	1	$-\frac{3N}{4}$	-2.70	-3.00	-3.35	-4.04	-4.74
	2	$-\frac{3n^2+4}{4N}$	-2.15	-2.50	-2.91	-3.67	-4.43
	3	$-\frac{n}{N}$	-0.83	-0.87	-0.89	-0.93	-0.95
	4	$\frac{n}{4}$	0.75	0.87	1.00	1.25	1.50
	5	$\frac{3n}{4}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50
	6	$\frac{n}{2}$	1.50	1.73	2.00	2.50	3.00

	杆件	荷载形式 $P_1+\frac{1}{2}P_2$ $(P_1=P_2)$	P_1	P_2	P_3
图示局部荷载 P 的内力系数	1	$-\frac{N}{2}$	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
	2	$-\frac{n^2}{2N}$	$-\frac{S}{8N}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
	3	$-\frac{n}{N}$	$-\frac{n}{N}$	0	0
	7	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N}{8}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^3}{8n^2}$
	4	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{4}$	0	$\frac{N^2}{4n}$
	5	$\frac{n}{2}$	$\frac{3n}{8}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{S}{8n}$
	6,8	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{8}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{N^2}{8n}$
	其他杆件均为 0 杆				

图示风荷载 W 的内力系数 支座情况	杆件	通式
Ⅰ	5	$\frac{N}{2}$
	6,8	$\frac{N}{4}$
	H_A	$\frac{4}{N}$
	H_B	0
Ⅱ	5	$\frac{n^2-4}{2N}$
	6,8	$\frac{n^2-12}{4N}$
	H_A	0
	H_B	$\frac{4}{N}$
Ⅲ	5	$\frac{n^2}{2N}$
	6,8	$\frac{n^2-4}{4N}$
	H_A	$\frac{2}{N}$
	H_B	$\frac{2}{N}$
Ⅳ	5	$\frac{N(n^2-2)}{2n^2}$
	6,8	$\frac{N(n^2-4)}{4n^2}$
	H_A	$\frac{S}{Nn^2}$
	H_B	$\frac{N}{n^2}$

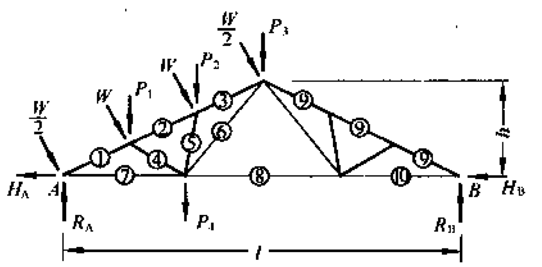
（二）六节间芬克式屋架

1．型式Ⅰ：

屋架外形特征：1．上弦节间等长；

2．杆件①—⑦间夹角等于③—⑥间夹角。

表 5-14



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$M=\sqrt{n^2+36}$；

$S=3n^2-4$。

杆件长度 = 表中系数 × h；

杆件内力 = 表中系数 × P_i（或 W）。

N、M 及 S 值见表 5-2。

续表

	杆件	通式	n值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数	1～3	$\frac{N}{6}$	0.601	0.667	0.745	0.898	1.054
	4,5	$\frac{NM}{12n}$	0.672	0.667	0.672	0.701	0.745
	6,7	$\frac{N^2}{4n}$	1.083	1.155	1.250	1.450	1.667
	8	$\frac{n^2-4}{2n}$	0.834	1.155	1.500	2.100	2.667
全跨屋面荷载P的内力系数	1	$-\frac{5N}{4}$	-4.51	-5.00	-5.59	-6.73	-7.91
	2	$-\frac{13n^2+36}{12N}$	-3.54	-4.00	-4.55	-5.59	-6.64
	3	$-\frac{5n^2+4}{4N}$	-3.40	-4.00	-4.70	-5.99	-7.27
	4	$-\frac{nM}{6N}$	-0.93	-1.00	-1.08	-1.21	-1.34
	5	$-\frac{nM}{6N}$	-0.93	-1.00	-1.08	-1.21	-1.34
	6	$\frac{n}{2}$	1.50	1.73	2.00	2.50	3.00
	7	$\frac{5n}{4}$	3.75	4.33	5.00	6.25	7.50
	8	$\frac{3n}{2}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50

	杆件	荷载形式：半跨屋面荷载	P_1	P_2	P_3	P_4
图示局部荷载P的内力系数	1	$-\frac{7N}{8}$	$-\frac{5N}{12}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
	2	$-\frac{17n^2+36}{24N}$	$-\frac{S}{12N}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
	3	$-\frac{7n^2-4}{8N}$	$-\frac{S}{12N}$	$-\frac{S}{6N}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
	4	$-\frac{nM}{6N}$	$-\frac{nM}{6N}$	0	0	0
	5	$-\frac{nM}{6N}$	0	$-\frac{nM}{6N}$	0	0
	9	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{N}{12}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N^3}{8n^2}$
	6	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{6}$	$\frac{n}{3}$	0	$\frac{N^2}{4n}$
	7	$\frac{7n}{8}$	$\frac{5n}{12}$	$\frac{n}{3}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{S}{8n}$
	8,10	$\frac{3n}{8}$	$\frac{n}{12}$	$\frac{n}{6}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{N^2}{8n}$
	其他杆件均为0杆					

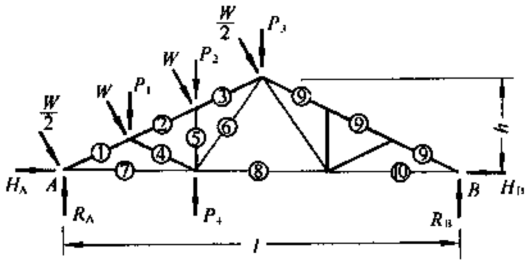
图示风荷载W的内力系数：支座情况	杆件	通式
Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ及Ⅳ均同	1	$-\frac{7n^2-12}{8n}$
	2	$-\frac{17n^2-36}{24n}$
	3	$-\frac{7n^2-12}{8n}$
	4,5	$-\frac{M}{6}$
	9	$-\frac{3N^2}{8n}$
	6	$\frac{N}{2}$
	R_A	$\frac{3S}{4Nn}$
	R_B	$\frac{3N}{4n}$
Ⅰ	7	$\frac{7n^2+28}{8N}$
	8,10	$\frac{3N}{8}$
	H_A	$\frac{6}{N}$
	H_B	0
Ⅱ	7	$\frac{7n^2-20}{8N}$
	8,10	$\frac{3(n^2-12)}{8N}$
	H_A	0
	H_B	$\frac{6}{N}$
Ⅲ	7	$\frac{7n^2+4}{8N}$
	8,10	$\frac{3(n^2-4)}{8N}$
	H_A	$\frac{3}{N}$
	H_B	$\frac{3}{N}$
Ⅳ	7	$\frac{N(7n^2-12)}{8n^2}$
	8,10	$\frac{3N(n^2-4)}{8n^2}$
	H_A	$\frac{3S}{2Nn^2}$
	H_B	$\frac{3N}{2n^2}$

2. 型式Ⅱ：

屋架外形特征：1. 上弦节间等长；

2. 下弦节间等长。

表 5-15



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$M=\sqrt{n^2+36}$；

$S=3n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i（或 W）。

N、M 及 S 值见表 5-2。

	杆件	通式	n 值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数	1～4	$\frac{N}{6}$	0.601	0.667	0.745	0.898	1.054
	5	$\frac{2}{3}$	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	6	$\frac{M}{6}$	1.118	1.155	1.202	1.302	1.414
	7,8	$\frac{n}{3}$	1.000	1.155	1.333	1.667	2.000
全跨屋面荷载 P 的内力系数	1	$-\frac{5N}{4}$	−4.51	−5.00	−5.59	−6.73	−7.91
	2	$-N$	−3.61	−4.00	−4.47	−5.39	−6.32
	3	$-N$	−3.61	−4.00	−4.47	−5.39	−6.32
	4	$-\frac{N}{4}$	−0.90	−1.00	−1.12	−1.35	−1.58
	5	−1	−1.00	−1.00	−1.00	−1.00	−1.00
	6	$\frac{M}{4}$	1.68	1.73	1.80	1.95	2.12
	7	$\frac{5n}{4}$	3.75	4.33	5.00	6.25	7.50
	8	$\frac{3n}{4}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50

	杆件	荷载形式 半跨屋面荷载	P_1	P_2	P_3	P_4
图示局部荷载 P 的内力系数	1	$-\frac{7N}{8}$	$-\frac{5N}{12}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N}{3}$
	2	$-\frac{5N}{8}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N}{3}$
	3	$-\frac{5N}{8}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{3}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N}{3}$
	9	$-\frac{3N}{8}$	$-\frac{N}{12}$	$-\frac{N}{6}$	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N}{6}$
	4	$-\frac{N}{4}$	$-\frac{N}{4}$	0	0	0
	5	−1	0	−1	0	0
	6	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{12}$	$\frac{M}{6}$	0	$\frac{M}{6}$
	7	$\frac{7n}{8}$	$\frac{5n}{12}$	$\frac{n}{3}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{3}$
	8,10	$\frac{3n}{8}$	$\frac{n}{12}$	$\frac{n}{6}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{6}$
	其他杆件均为 0 杆					

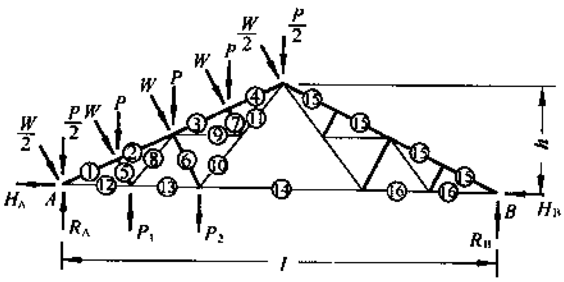
图示风荷载 W 的内力系数 支座情况	杆件	通式
Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ及Ⅳ均同	1	$-\frac{7n^2-12}{8n}$
	2	$-\frac{5n^2-4}{8n}$
	3	$-\frac{5n^2+12}{8n}$
	4	$-\frac{N^2}{4n}$
	5	$-\frac{N}{n}$
	9	$-\frac{3N^2}{8n}$
	6	$\frac{NM}{4n}$
	R_A	$\frac{3S}{4Nn}$
	R_B	$\frac{3N}{4n}$
Ⅰ	7	$\frac{7n^2+28}{8N}$
	8,10	$\frac{3N}{8}$
	H_A	$\frac{6}{N}$
	H_B	0
Ⅱ	7	$\frac{7n^2-20}{8N}$
	8,10	$\frac{3(n^2-12)}{8N}$
	H_A	0
	H_B	$\frac{6}{N}$
Ⅲ	7	$\frac{7n^2+4}{8N}$
	8,10	$\frac{3(n^2-4)}{8N}$
	H_A	$\frac{3}{N}$
	H_B	$\frac{3}{N}$
Ⅳ	7	$\frac{N(7n^2-12)}{8n^2}$
	8,10	$\frac{3N(n^2-4)}{8n^2}$
	H_A	$\frac{3S}{2Nn^2}$
	H_B	$\frac{3N}{2n^2}$

（三）八节间芬克式屋架

屋架外形特征：1．上弦节间等长；

2．下列杆件间夹角相等：①—⑫、②—⑧、③—⑨、④—⑪。

表 5-16



$n=\frac{l}{h}$；$Q=7n^2-4$；

$N=\sqrt{n^2+4}$；$S=3n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i（或 W）。

N、Q 及 S 值见表 5-2。

	杆件	通式	n 值: 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数	1～4	$\frac{N}{8}$	0.451	0.500	0.559	0.673	0.791
	5,7	$\frac{N}{4n}$	0.301	0.289	0.280	0.269	0.264
	6	$\frac{N}{2n}$	0.601	0.577	0.559	0.539	0.527
	8～13	$\frac{N^2}{8n}$	0.542	0.577	0.625	0.725	0.833
	14	$\frac{n^2-4}{2n}$	0.834	1.155	1.500	2.100	2.667
全跨屋面荷载 P 的内力系数	1	$-\frac{7N}{4}$	−6.31	−7.00	−7.83	−9.42	−11.07
	2	$-\frac{7n^2+20}{4N}$	−5.76	−6.50	−7.38	−9.05	−10.75
	3	$-\frac{7n^2+12}{4N}$	−5.20	−6.00	−6.93	−8.68	−10.44
	4	$-\frac{7n^2+4}{4N}$	−4.65	−5.50	−6.48	−8.31	−10.12
	5,7	$-\frac{n}{N}$	−0.83	−0.87	−0.89	−0.93	−0.95
	6	$-\frac{2n}{N}$	−1.66	−1.73	−1.79	−1.86	−1.90
	8,9	$\frac{n}{4}$	0.75	0.87	1.00	1.25	1.50
	10	$\frac{n}{2}$	1.50	1.73	2.00	2.50	3.00
	11	$\frac{3n}{4}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50
	12	$\frac{7n}{4}$	5.25	6.06	7.00	8.75	10.50
	13	$\frac{3n}{2}$	4.50	5.20	6.00	7.50	9.00
	14	n	3.00	3.46	4.00	5.00	6.00

图示风荷载 W 的内力系数

支座情况	杆件	通式
Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ及Ⅳ均同	1～4	$-\frac{5n^2-8}{4n}$
	15	$-\frac{N^2}{2n}$
	5,7	−1
	6	−2
	8,9	$\frac{N}{4}$
	10	$\frac{N}{2}$
	11	$\frac{3N}{4}$
	R_A	$\frac{S}{Nn}$
	R_B	$\frac{N}{n}$
Ⅰ	12	$\frac{5N}{4}$
	13	N
	14,16	$\frac{N}{2}$
	H_A	$\frac{8}{N}$
	H_B	0

续表

图示局部荷载 P 的内力系数

杆件	荷载形式：半跨屋面荷载	荷载形式：P_1	荷载形式：P_2
1	$-\frac{5N}{4}$	$-\frac{NQ}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
2	$-\frac{5n^2+12}{4N}$	$-\frac{NQ}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
3	$-\frac{5n^2+4}{4N}$	$-\frac{NS}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
4	$-\frac{5n^2-4}{4N}$	$-\frac{NS}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$
15	$-\frac{N}{2}$	$-\frac{N^3}{16n^2}$	$-\frac{N^3}{8n^2}$
5	$-\frac{n}{N}$	0	0
6	$-\frac{2n}{N}$	$-\frac{N}{2n}$	0
7	$-\frac{n}{N}$	0	0
8	$\frac{n}{4}$	$\frac{N^2}{4n}$	0
9	$\frac{n}{4}$	0	0
10	$\frac{n}{2}$	$\frac{N^2}{8n}$	$\frac{N^2}{4n}$
11	$\frac{3n}{4}$	$\frac{N^2}{8n}$	$\frac{N^2}{4n}$
12	$\frac{5n}{4}$	$\frac{Q}{16n}$	$\frac{S}{8n}$
13	n	$\frac{3N^2}{16n}$	$\frac{S}{8n}$
14,16	$\frac{n}{2}$	$\frac{N^2}{16n}$	$\frac{N^2}{8n}$
其他杆件均为0杆			

图示风荷载 W 的内力系数

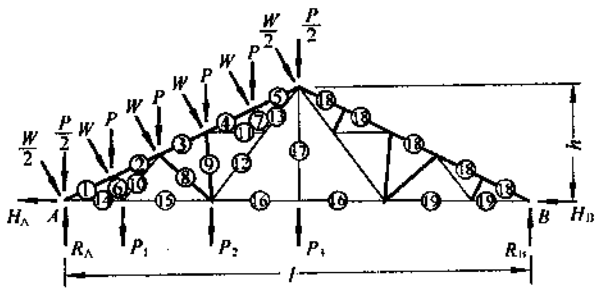
支座情况	杆件	通式
Ⅱ	12	$\frac{5n^2-12}{4N}$
	13	$\frac{n^2-4}{N}$
	14,16	$\frac{n^2-12}{2N}$
	H_A	0
	H_B	$\frac{8}{N}$
Ⅲ	12	$\frac{5n^2+4}{4N}$
	13	$\frac{n^2}{N}$
	14,16	$\frac{n^2-4}{2N}$
	H_A	$\frac{4}{N}$
	H_B	$\frac{4}{N}$
Ⅳ	12	$\frac{N(5n^2-8)}{4n^2}$
	13	$\frac{N(n^2-2)}{n^2}$
	14,16	$\frac{N(n^2-4)}{2n^2}$
	H_A	$\frac{2S}{Nn^2}$
	H_B	$\frac{2N}{n^2}$

(四) 十节间芬克式屋架

屋架外形特征：1. 上弦节间等长；

2. 下列杆件间夹角相等：①—⑭、②—⑩、④—⑪、⑤—⑬。

表 5-17



$n=\frac{l}{h}$；$N=\sqrt{n^2+4}$；$F=\sqrt{n^2+100}$；

$S=3n^2-4$；$T=9n^2-4$。

杆件长度＝表中系数×h；

杆件内力＝表中系数×P_i（或 W）。

N、F、S 及 T 值见表 5-2。

续表

	杆件	通式	n值 3	$2\sqrt{3}$	4	5	6
长度系数	1～5	$\frac{N}{10}$	0.361	0.400	0.447	0.539	0.632
	6,7	$\frac{N}{5n}$	0.240	0.231	0.224	0.215	0.211
	8,9	$\frac{NF}{20n}$	0.627	0.611	0.602	0.602	0.615
	10,11 13,14	$\frac{N^2}{10n}$	0.433	0.462	0.500	0.580	0.667
	12,15	$\frac{3N^2}{20n}$	0.650	0.693	0.750	0.870	1.000
	16	$\frac{n^2-4}{4n}$	0.417	0.577	0.750	1.050	1.333
	17	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
全跨屋面荷载P的内力系数	1	$-\frac{9N}{4}$	−8.11	−9.00	−10.06	−12.12	−14.23
	2	$-\frac{9n^2+28}{4N}$	−7.56	−8.50	−9.62	−11.75	−13.91
	3	$-\frac{37n^2+100}{20N}$	−6.00	−6.80	−7.74	−9.52	−11.32
	4	$-\frac{9n^2+12}{4N}$	−6.45	−7.50	−8.72	−11.00	−13.28
	5	$-\frac{9n^2+4}{4N}$	−5.89	−7.00	−8.27	−10.63	−12.97
	6,7	$-\frac{n}{N}$	−0.83	−0.87	−0.89	−0.93	−0.95
	8,9	$-\frac{3nF}{20N}$	−1.30	−1.38	−1.45	−1.56	−1.66
	10,11	$\frac{n}{4}$	0.75	0.87	1.00	1.25	1.50
	12	$\frac{3n}{4}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50
	13	n	3.00	3.46	4.00	5.00	6.00
	14	$\frac{9n}{4}$	6.75	7.79	9.00	11.25	13.50
	15	$2n$	6.00	6.92	8.00	10.00	12.00
	16	$\frac{5n}{4}$	3.75	4.33	5.00	6.25	7.50
	17	0	0	0	0	0	0

	杆件	荷载形式 半跨屋面荷载	P_1	P_2	P_3
图示局部荷载P的内力系数	1	$-\frac{13N}{8}$	$-\frac{NT}{20n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$
	2	$-\frac{13n^2+36}{8N}$	$-\frac{NT}{20n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$
	3	$-\frac{49n^2+100}{40N}$	$-\frac{NS}{20n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$
	4	$-\frac{13n^2+4}{8N}$	$-\frac{NS}{20n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$
	5	$-\frac{13n^2-12}{3N}$	$-\frac{NS}{20n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$
	6,7	$-\frac{n}{N}$	0	0	0
	8	$-\frac{3nF}{20N}$	$-\frac{NF}{20n}$	0	0
	9	$-\frac{3nF}{20N}$	0	0	0

图示风荷载 W 的内力系数

支座情况	杆件	通式
Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ及Ⅳ均同	1	$-\frac{13n^2-20}{8n}$
	2	$-\frac{13n^2-20}{8n}$
	3	$-\frac{49n^2-100}{40n}$
	4	$-\frac{13n^2-20}{8n}$
	5	$-\frac{13n^2-20}{8n}$
	6,7	−1
	8,9	$-\frac{3F}{20}$
	18	$-\frac{5N^2}{8n}$
	10,11	$\frac{N}{4}$
	12	$\frac{3N}{4}$
	13	N
	R_A	$\frac{5S}{4Nn}$
	R_B	$\frac{5N}{4n}$
Ⅰ	14	$\frac{13n^2+52}{8N}$
	15	$\frac{11N}{8}$
	16,19	$\frac{5N}{8}$
	H_A	$\frac{10}{N}$
	H_B	0
Ⅱ	14	$\frac{13n^2-28}{8N}$
	15	$\frac{11n^2-36}{8N}$
	16,19	$\frac{5(n^2-12)}{8N}$
	H_A	0
	H_B	$\frac{10}{N}$

续表

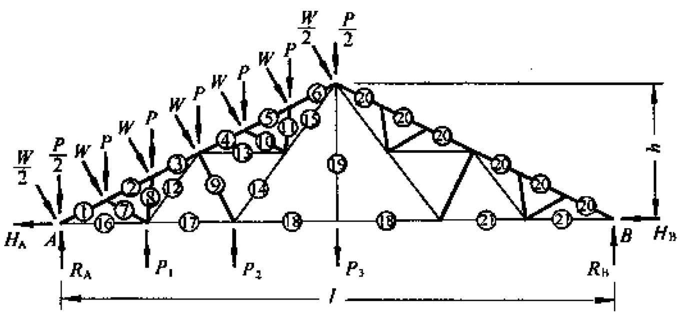
	杆件	荷载形式				图示风荷载W的内力系数		
		半跨屋面荷载	P_1	P_2	P_3	支座情况	杆件	通式
图示局部荷载P的内力系数	18	$-\frac{5N}{8}$	$-\frac{N^3}{20n^2}$	$-\frac{N^3}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$	Ⅲ	14	$\frac{13n^2+12}{8N}$
	10	$\frac{n}{4}$	$\frac{N^2}{4n}$	0	0		15	$\frac{11n^2+4}{8N}$
	11	$\frac{n}{4}$	0	0	0		16,19	$\frac{5(n^2-4)}{8N}$
	12	$\frac{3n}{4}$	$\frac{N^2}{10n}$	$\frac{N^2}{4n}$	0		H_A	$\frac{5}{N}$
	13	n	$\frac{N^2}{10n}$	$\frac{N^2}{4n}$	0		H_B	$\frac{5}{N}$
	14	$\frac{13n}{8}$	$\frac{T}{20n}$	$\frac{S}{8n}$	$\frac{n}{4}$	Ⅳ	14	$\frac{N(13n^2-20)}{8n^2}$
	15	$\frac{11n}{8}$	$\frac{N^2}{5n}$	$\frac{S}{8n}$	$\frac{n}{4}$		15	$\frac{N(11n^2-20)}{8n^2}$
	16,19	$\frac{5n}{8}$	$\frac{N^2}{20n}$	$\frac{N^2}{8n}$	$\frac{n}{4}$		16,19	$\frac{5N(n^2-4)}{8n^2}$
	17	0	0	0	1		H_A	$\frac{5S}{2Nn^2}$
	其他杆件均为0杆						H_B	$\frac{5N}{2n^2}$

(五) 十二节间芬克式屋架

屋架外形特征:1. 上弦节间等长;

2. 下列杆件间夹角相等:①—⑯、③—⑫、④—⑬、⑥—⑮。

表 5-18



$n=\frac{l}{h}$; $N=\sqrt{n^2+4}$;

$Q=7n^2-4$; $M=\sqrt{n^2+36}$;

$S=3n^2-4$。

杆件长度=表中系数×h;

杆件内力=表中系数×P_i(或W)。

N、Q、M及S值见表5-2。

	杆件	通式	n值					图示风荷载W的内力系数		
			3	$2\sqrt{3}$	4	5	6	支座情况	杆件	通式
长度系数	1～6	$\frac{N}{12}$	0.301	0.333	0.373	0.449	0.527	Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ及Ⅳ均同	1	$-\frac{2n^2-3}{n}$
	7,8,10,11	$\frac{NM}{24n}$	0.336	0.333	0.336	0.351	0.373			
	9	$\frac{N}{2n}$	0.601	0.577	0.559	0.539	0.527		2	$-\frac{11n^2-18}{6n}$
	12～17	$\frac{N^2}{8n}$	0.542	0.577	0.625	0.725	0.833		3	$-\frac{2n^2-3}{n}$
	18	$\frac{n^2-4}{4n}$	0.417	0.577	0.750	1.050	1.333			
	19	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		4	$-\frac{2n^2-3}{n}$

续表

	杆件	通式	n 值 3	2√3	4	5	6	图示风荷载 W 的内力系数 支座情况	杆件	通式
全跨屋面荷载 P 的内力系数	1	$-\frac{11N}{4}$	−9.92	−11.00	−12.30	−14.81	−17.39	Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ及Ⅳ均同	5	$-\frac{11n^2-18}{6n}$
	2	$-\frac{31n^2+108}{12N}$	−8.95	−10.00	−11.25	−13.66	−16.13			
	3	$-\frac{33n^2+84}{12N}$	−8.81	−10.00	−11.40	−14.07	−16.76		6	$-\frac{2n^2-3}{n}$
	4	$-\frac{33n^2+60}{12N}$	−8.25	−9.50	−10.96	−13.70	−16.44		7,8,10,11	$-\frac{M}{6}$
	5	$-\frac{31n^2+36}{12N}$	−7.28	−8.50	−9.91	−12.55	−15.18			
	6	$-\frac{33n^2+12}{12N}$	−7.14	−8.50	−10.06	−12.95	−15.81		9	−3
	7,8,10,11	$-\frac{nM}{6N}$	−0.93	−1.00	−1.08	−1.21	−1.34		20	$-\frac{3N^2}{4n}$
	9	$-\frac{3n}{N}$	−2.50	−2.60	−2.68	−2.79	−2.85			
	12,13	$\frac{n}{2}$	1.50	1.73	2.00	2.50	3.00		12,13	$\frac{N}{2}$
	14	$\frac{3n}{4}$	2.25	2.60	3.00	3.75	4.50		14	$\frac{3N}{4}$
	15	$\frac{5n}{4}$	3.75	4.33	5.00	6.25	7.50			
	16	$\frac{11n}{4}$	8.25	9.53	11.00	13.75	16.50		15	$\frac{5N}{4}$
	17	$\frac{9n}{4}$	6.75	7.79	9.00	11.25	13.50		R_A	$\frac{3S}{2Nn}$
	18	$\frac{3n}{2}$	4.50	5.20	6.00	7.50	9.00			
	19	0	0	0	0	0	0		R_B	$\frac{3N}{2n}$

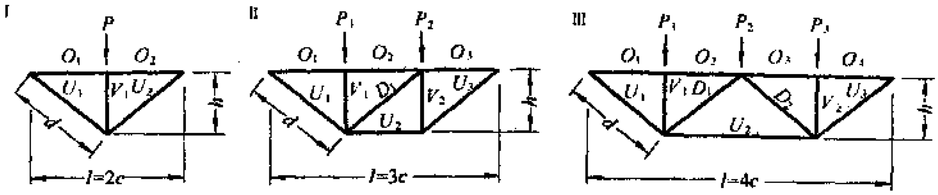
	杆件	荷载形式 半跨屋面荷载	P_1	P_2	P_3	图示风荷载 W 的内力系数 支座情况	杆件	通式
图示局部荷载 P 的内力系数	1	$-2N$	$-\frac{NQ}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$	Ⅰ	16	$2N$
	2	$-\frac{11n^2+36}{6N}$	$-\frac{NQ}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$		17	$\frac{3N}{2}$
	3	$-\frac{2(n^2+2)}{N}$	$-\frac{NQ}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$		18,21	$\frac{3N}{4}$
	4	$-\frac{2(n^2+1)}{N}$	$-\frac{NS}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$		H_A	$\frac{12}{N}$
	5	$-\frac{11n^2}{6N}$	$-\frac{NS}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$		H_B	0
	6	$-\frac{2(n^2-1)}{N}$	$-\frac{NS}{16n^2}$	$-\frac{NS}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$	Ⅱ	16	$\frac{2(n^2-2)}{N}$
	20	$-\frac{3N}{4}$	$-\frac{N^3}{16n^2}$	$-\frac{N^3}{8n^2}$	$-\frac{N}{4}$		17	$\frac{3(n^2-4)}{2N}$
	7,8,10,11	$-\frac{nM}{6N}$	0	0	0		18,21	$\frac{3(n^2-12)}{4N}$
	9	$-\frac{3n}{N}$	$-\frac{N}{2n}$	0	0		H_A	0
							H_B	$\frac{12}{N}$

续表

	杆件	荷载形式				图示风荷载W的内力系数		
		半跨屋面荷载	P_1	P_2	P_3	支座情况	杆件	通式
图示局部荷载P的内力系数	12	$\frac{n}{2}$	$\frac{N^2}{4n}$	0	0	Ⅲ	16	$\frac{2(n^2+1)}{N}$
	13	$\frac{n}{2}$	0	0	0		17	$\frac{3n^2}{2N}$
	14	$\frac{3n}{4}$	$\frac{N^2}{8n}$	$\frac{N^2}{4n}$	0		18,21	$\frac{3(n^2-4)}{4N}$
	15	$\frac{5n}{4}$	$\frac{N^2}{8n}$	$\frac{N^2}{4n}$	0		H_A	$\frac{6}{N}$
	16	$2n$	$\frac{Q}{16n}$	$\frac{S}{8n}$	$\frac{n}{4}$		H_B	$\frac{6}{N}$
	17	$\frac{3n}{2}$	$\frac{3N^2}{16n}$	$\frac{S}{8n}$	$\frac{n}{4}$	Ⅳ	16	$\frac{N(2n^2-3)}{n^2}$
	18,21	$\frac{3n}{4}$	$\frac{N^2}{16n}$	$\frac{N^2}{8n}$	$\frac{n}{4}$		17	$\frac{3N(n^2-2)}{2n^2}$
	19	0	0	0	1		18,21	$\frac{3N(n^2-4)}{4n^2}$
	其他杆件均为0杆						H_A	$\frac{3S}{Nn^2}$
							H_B	$\frac{3N}{n^2}$

七、下撑式桁架

表 5-19



杆件内力＝表中系数×P_i

杆件	桁架Ⅰ	桁架Ⅱ			桁架Ⅲ			
		P_1	P_2	满载 ($P_1=P_2$)	P_1	P_2	P_3	满载 ($P_1=P_2=P_3$)
O_1	$-\frac{c}{2h}$	$-\frac{2c}{3h}$	$-\frac{c}{3h}$	$-\frac{c}{h}$	$-\frac{3c}{4h}$	$-\frac{c}{2h}$	$-\frac{c}{4h}$	$-\frac{3c}{2h}$
O_2	$-\frac{c}{2h}$	$-\frac{2c}{3h}$	$-\frac{c}{3h}$	$-\frac{c}{h}$	$-\frac{3c}{4h}$	$-\frac{c}{2h}$	$-\frac{c}{4h}$	$-\frac{3c}{2h}$
O_3	—	$-\frac{c}{3h}$	$-\frac{2c}{3h}$	$-\frac{c}{h}$	$-\frac{c}{4h}$	$-\frac{c}{2h}$	$-\frac{3c}{4h}$	$-\frac{3c}{2h}$
O_4	—	—	—	—	$-\frac{c}{4h}$	$-\frac{c}{2h}$	$-\frac{3c}{4h}$	$-\frac{3c}{2h}$
U_1	$\frac{d}{2h}$	$\frac{2d}{3h}$	$\frac{d}{3h}$	$\frac{d}{h}$	$\frac{3d}{4h}$	$\frac{d}{2h}$	$\frac{d}{4h}$	$\frac{3d}{2h}$
U_2	$\frac{d}{2h}$	$\frac{c}{3h}$	$\frac{2c}{3h}$	$\frac{c}{h}$	$\frac{c}{2h}$	$\frac{c}{h}$	$\frac{c}{2h}$	$\frac{2c}{h}$
U_3	—	$\frac{d}{3h}$	$\frac{2d}{3h}$	$\frac{d}{h}$	$\frac{d}{4h}$	$\frac{d}{2h}$	$\frac{3d}{4h}$	$\frac{3d}{2h}$

续表

杆件	桁架Ⅰ	桁架Ⅱ			桁架Ⅲ			
		P_1	P_2	满载 ($P_1=P_2$)	P_1	P_2	F_3	满载 ($P_1=P_2=P_3$)
D_1	—	$\frac{d}{3h}$	$-\frac{d}{3h}$	0	$\frac{d}{4h}$	$-\frac{d}{2h}$	$-\frac{d}{4h}$	$-\frac{d}{2h}$
D_2	—	—	—	—	$-\frac{d}{4h}$	$-\frac{d}{2h}$	$\frac{d}{4h}$	$-\frac{d}{2h}$
V_1	−1	−1	0	−1	−1	0	0	−1
V_2	—	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	−1	0	0	−1	−1

注：当荷载在下弦节点时：桁架Ⅰ，$V_1=0$；

桁架Ⅱ，

杆件	P_1	P_2	满载
V_1	0	0	0
V_2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0

桁架Ⅲ，$V_1=0$，$V_2=0$；

其他各杆的系数不变。

第六章　拱

第一节　概　　述

一、拱 的 类 型

1. 本章列出的拱，按结构的静定与超静定来划分有：三铰拱——静定结构；双铰拱——一次超静定结构；无铰拱——三次超静定结构。

当有弹性支座时，视弹性支座的不同情况，结构的超静定次数将相应增加。本章不考虑具有弹性支座的拱。

2. 按拱轴曲线来划分有：圆弧拱与二次抛物线拱，用于双铰拱与无铰拱中。

三铰拱是一个静定结构，对拱轴曲线形式可不加限制。

3. 对于双铰拱可分为无拉杆与带拉杆的两种。由于本章不考虑弹性支座，所以双铰拱的具体支座情况可分为下列三种(图6-1)：

(1) 两端都为固定铰支座，无拉杆。

(2) 左端为固定铰支座，右端为可动铰支座，带拉杆。

(3) 左端为可动铰支座，右端为固定铰支座，带拉杆。

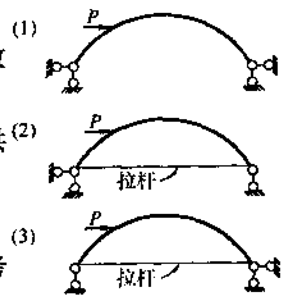


图 6-1

二、　求解超静定拱的解析法

1. 双铰拱

对于不带拉杆的双铰拱，去掉一根支座水平连杆形成静定的基本结构，用支座的水平推力 H 作赘余力。

对于带拉杆的双铰拱，切开拉杆形成静定的基本结构，用拉杆的拉力 Z 作赘余力。

上述两个基本结构是相同的，可以用相同的方法求解。对于不带拉杆的双铰拱，可得下列力法方程：$\delta_{11}H+\Delta_{1P}=0$。由此方程可以解得支座水平推力 H，进一步可以求得支座反力及各截面的轴向力、剪力与弯矩。

2. 无铰拱

分析本章所列出的无铰拱可以采用弹性中心法。在无铰拱的结构简图中，切开拱顶中点造成一个缺口使拱变为两根悬臂曲梁，然后用两根竖向的绝对刚性杆连在两根曲梁的端点，并一直通到拱的弹性中心形成静定的基本结构。在弹性中心添加三个赘余力 M_0、H_0 及 V_0(图 6-2)。

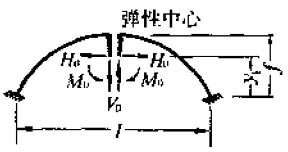


图 6-2

在弹性中心处,力法方程组中所有的副变位项都为零。所以,赘余力可用互相独立的力法方程求解:

$$\delta_{11}M_0+\Delta_{1P}=0;$$

$$\delta_{22}H_0+\Delta_{2P}=0;$$

$$\delta_{33}V_0+\Delta_{3P}=0。$$

求得赘余力后,按照静力平衡条件可以求得支座反力及各截面的轴向力、剪力与弯矩。

三、 轴向力变形的影响

(一) 概述

三铰拱是一个静定结构。只需根据静力平衡条件求解内力,不存在轴向力变形影响的问题。

双铰拱与无铰拱是超静定结构,需求解力法方程。在计算形变位 δ 与载变位 Δ 时,除应考虑由于弯曲变形所产生的变位外还应考虑由于轴向力变形所产生的变位。但这种表达形式过于复杂,所以本章列出的基本公式仅考虑弯曲变形所产生的变位。

轴向力变形的影响包括两部分:一是拉杆的轴向力变形影响;二是拱圈的轴向力变形影响。

拉杆的轴向力变形影响相对较大,计算公式也不复杂,宜优先考虑。

拱圈轴向力变形影响的大小主要取决于拱圈厚度 h 与拱的矢高 f 的比值。h/f 的值愈小则拱圈轴向力变形的影响愈小。当 h/f 的值小于 0.3 时拱圈轴向力变形的影响已经不太明显,当 h/f 的值小于 0.1 时可不考虑拱圈轴向力变形的影响。

水平荷载作用下可近似地不考虑拱圈轴向力变形的影响。

(二) 双铰拱

在双铰拱中,轴向力变形影响的修正系数 K 是为了对水平推力 H(或拉杆拉力 Z)进行修正。拱中其他部位的内力应根据修正后的 H(或 Z)值,按照静力平衡条件求得。

本章使用的修正系数 K 是一个近似值,仅考虑了形变位的影响,没有考虑载变位的影响。

下面是对双铰拱载变位影响的定性分析:

在竖向荷载作用下,形变位的影响使水平推力 H(或拉杆拉力 Z)减小。如果考虑拱圈压缩变形中的载变位影响会使水平推力 H(或拉杆拉力 Z)进一步减小。

当拱轴的矢跨比 f/l 较小时载变位的影响相对较小。矢跨比为 0.2 时,载变位的影响大约占形变位影响的 1/5 左右。

当拱轴的矢跨比 f/l 较大时载变位的影响相对增加。矢跨比为 0.4 时,载变位的影响大约占形变位影响的 2/3 左右。这样,误差会大一些。但是在拱圈厚度不太厚的情况下,当矢跨比增大时拱圈轴向力变形总的影响量已经很小,此时在修正系数 K 中只考虑形变位的影响时误差并不大。

(三) 无铰拱

无铰拱的轴向力变形影响更为复杂。因为在计算弹性中心位置时也要考虑轴向力变形的影响,这样推导出的计算公式将比较复杂。对于表 6-10 中截面变化的抛物线拱,在通常

情况下截面惯性矩的变化规律与截面面积的变化规律不可能相同，在计算弹性中心时与轴向力变形有关的定积分项难以简化成普通的代数公式，计算将更为复杂。

为此，在本章中对于无铰拱仅列出了不考虑轴向力变形影响的计算公式。与双铰拱轴向力变形影响的定性分析相似，当拱圈厚度 h 与拱的矢高 f 的比值较小时，不考虑轴向力变形影响的误差也较小。

(四) 注意事项

1. 超静定拱的受力特点比较特殊，对荷载不均匀的变化比较敏感，加上轴向力变形的影响也难于准确计算，最终可能使拱圈的弯矩产生较大的误差。

在实际计算时，可考虑将水平推力 H(或拉杆拉力 Z)乘以 0.95、1.0、1.05 三个不同的系数。针对三种不同的情况求出最不利的内力状态，以保证拱结构的安全可靠。

2. 当遇到重要工程，希望比较准确的考虑轴向力变形的影响时，可用能处理复杂计算简图的平面杆件系统的通用计算机程序计算。这类程序一般都同时考虑形变位与载变位的轴向力变形的影响，因此可以满足使用要求。

在计算简图中可以近似地将拱轴用数量足够多的直线段代替。

当为等截面拱时，使用这类程序一般均能得到比较准确的结果。

当为变截面拱时，情况就比较复杂。这是由于多数程序在处理变截面杆时采用的是解析公式，在截面变化较小的情况下会引起不能容忍的误差。具体理由见附录一中的"五、工程设计中的一些问题"。可以按附录一中所介绍的方法来处理变截面杆。如果采用了按这种思路编写的程序就能计算出比较准确的结果。

四、符 号 规 定

本章所采用的符号，规定如下(图 6-3)：

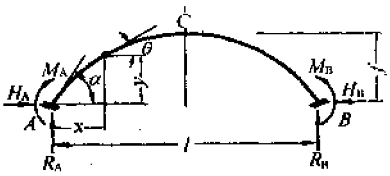


图 6-3

R_A、R_B——支座 A、B 的竖向反力，向上者为正；

H_A、H_B、H——支座 A、B 的水平反力或水平推力，向内者为正，当 $H_A=H_B$ 时，可用 H 表示；

Z——拉杆的内力，受拉者为正；

M_A、M_B、M_C——拱脚 A、B 及拱顶 C 点的弯矩，使拱圈内侧受拉者为正；

M_x——拱圈任意截面(离左支座水平距离为 x)的弯矩，使拱圈内侧受拉者为正；

N_x——拱圈任意截面(离左支座水平距离为 x)的轴向力，受压者为正；

V_x——拱圈任意截面(离左支座水平距离为 x)的剪力，对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正；

x，y——以左支座为原点，拱轴任意点的横座标及纵座标；

l——拱的跨度；

f——矢高；

α——拱脚切线的倾角(计算公式中的 α 值均以弧度计算)；

θ——拱轴任意点切线的倾角(计算公式中的 θ 值均以弧度计算)；左半拱为正，右半拱为负；

E, E_1——分别为拱圈及拉杆材料的弹性模量；
I, I_C——分别为拱圈任一截面及拱顶截面的惯性矩；
A, A_C, A_1——分别为拱圈任一截面、拱顶及拉杆的截面积；
K——考虑轴向力变形影响的修正系数。

第二节　任意外形对称的三铰拱

三铰拱是一个静定结构，其支座反力及截面上的内力，可按静定结构的平衡条件求得。

(一) 竖向荷载的计算

1. 支座反力

$$\left.\begin{aligned} R_A = R_A^0 = \frac{M_B^{(p)}}{l} \\ R_B = R_B^0 = \frac{M_A^{(p)}}{l} \end{aligned}\right\} \tag{6-1}$$

式中　R_A 及 R_B——拱支座 A 及 B 的支座反力(图 6-4a)；
R_A^0 及 R_B^0——与拱有同一跨长且在同样荷载作用下的简支梁支座反力(图 6-4b)；
$M_A^{(p)}$ 及 $M_B^{(p)}$——荷载对支座 A 及 B 的力矩。

2. 支座推力

$$H = \frac{M_C^0}{f} \tag{6-2}$$

式中　H——拱支座 A 及 B 的支座推力(图 6-4a)；
M_C^0——与拱有同一跨长且在同样荷载作用下的简支梁的跨中弯矩(图 6-4b)；
f——拱的矢高。

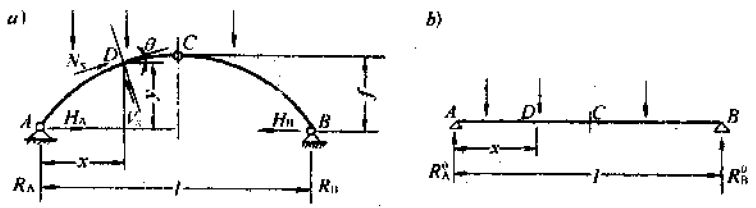


图 6-4

3. 任意截面的弯矩

$$M_x = M_x^0 - Hy \tag{6-3}$$

式中　M_x——离左支座水平距离为 x，在拱轴上所求截面 D 的弯矩(图 6-3a)；
M_x^0——与拱有同一跨长且在同样荷载作用下的简支梁的相应截面上的弯矩；
y——以支座 A 为原点，拱轴上 D 点的纵座标。

(二) 水平荷载的计算

1. 支座反力 R_A 与 R_B

由节点 B 与节点 A 的弯矩平衡条件可以计算支座反力 R_A 与 R_B。

2. 支座推力 H_A 与 H_B

沿拱顶 C 处切开，分成左、右两个自由体。

在算得 R_A 后，取左边的自由体，由节点 C 处的弯矩平衡条件可以计算支座推力 H_A；

在算得 R_B 后，取右边的自由体，由节点 C 处的弯矩平衡条件可以计算支座推力 H_B。

3. 任意截面的弯矩

在已算得支座反力与支座推力后，沿任意截面切开取自由体，由该点的弯矩平衡条件可以计算其弯矩。

(三) 任意荷载作用下截面轴向力 N 与剪力 V 的计算

在已算得支座反力与支座推力后，沿需计算的截面处切开取自由体。

取该截面处力的水平分量为 X，竖向分量为 Y。

X 与 Y 正负号的规定：对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

由自由体上水平力的平衡条件计算 X，竖向力的平衡条件计算 Y。

1. 任意截面的轴向力

$$\left.\begin{aligned} &AC\text{段：} & N_x &= Y\sin\theta - X\cos\theta \\ &CB\text{段：} & N_x &= Y\sin\theta + X\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{6-4}$$

式中 N_x——离左支座水平距离为 x，在拱轴上所求截面 D 的轴向力（即截面一边各作用力在该截面拱轴切线上投影的总和），使拱受压的轴向力为正。

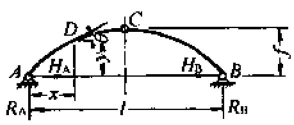
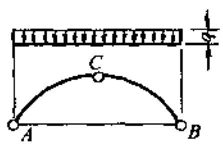
θ——在所求截面 D 处拱轴切线的倾斜角，左半拱为正，右半拱为负。

2. 任意截面的剪力

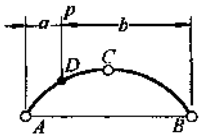
$$\left.\begin{aligned} &AC\text{段：} & V_x &= Y\cos\theta + X\sin\theta \\ &CB\text{段：} & V_x &= Y\cos\theta - X\sin\theta \end{aligned}\right\} \tag{6-5}$$

式中 V_x——离左支座水平距离为 x，在拱轴上所求截面 D 的剪力（剪力的方向与拱轴切线相垂直），对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

各种荷载作用下三铰拱计算公式 **表 6-1**

 $\xi = \frac{x}{l}$； $\eta = \frac{y}{f}$	 $R_{A,B} = \frac{ql}{2}$；$H_{A,B} = \frac{ql^2}{8f}$； AC 段：$M_x = \frac{ql^2}{8}(4\xi - 4\xi^2 - \eta)$

续表



$\alpha=\frac{a}{l}$；$\beta=\frac{b}{l}$

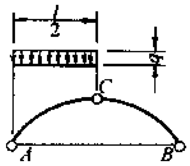
$R_A=P\beta;R_B=P\alpha$；　$H_{A,B}=\frac{P\alpha}{2f}$；

AD 段：$M_x=\frac{P\alpha}{2}\left(\frac{2b\xi}{a}-\eta\right)$；

CB 段：$M_x=\frac{P\alpha}{2}(2-2\xi-\eta)$

当 $\alpha=\frac{1}{2}$：$R_{A,B}=\frac{P}{2}$；$H_{A,B}=\frac{Pl}{4f}$；

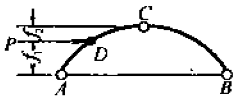
AC 段：$M_x=\frac{Pl}{4}(2\xi-\eta)$



$R_A=\frac{3ql}{8}$；　$R_B=\frac{ql}{8}$；$H_{A,B}=\frac{ql^2}{16f}$；

AC 段：$M_x=\frac{ql^2}{16}(6\xi-8\xi^2-\eta)$；

CB 段：$M_x=\frac{ql^2}{16}(2-2\xi-\eta)$



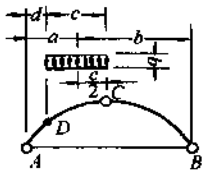
$\alpha=\frac{f_1}{f}$；　$R_A=-R_B=-\frac{Pf_1}{l}$；

$\beta=\frac{f_2}{f}$；　$H_A=-\frac{P}{2}(1+\beta)$；$H_B=\frac{P\alpha}{2}$；

AD 段：$M_x=-\frac{Pf_1}{2}\left[2\xi-\frac{\eta(f+f_2)}{f_1}\right]$；

DC 段：$M_x=-\frac{Pf_1}{2}(2\xi+\eta-2)$；　CB 段：$M_x=\frac{Pf_1}{2}(2-2\xi-\eta)$；

当 $f_1=f$：$R_A=-R_B=-\frac{Pf}{l}$；$H_A=-H_B=-\frac{P}{2}$；　AC 段：$M_x=-\frac{Pf}{2}(2\xi-\eta)$



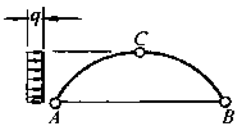
$\gamma=\frac{c}{l}$

$R_A=qb\gamma;R_B=qa\gamma$；　$H_{A,B}=\frac{qca}{2f}$；

AD 段：$M_x=\frac{qca}{2}\left(\frac{2b\xi}{a}-\eta\right)$；

DC 段：$M_x=\frac{qca}{2}\left[\frac{2b\xi}{a}-\frac{(x-d)^2}{ac}-\eta\right]$；

CB 段：$M_x=\frac{qca}{2}(2-2\xi-\eta)$

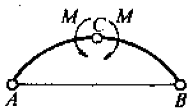


$R_A=-R_B=-\frac{qf^2}{2l}$；

$H_A=-\frac{3qf}{4}$；　$H_B=\frac{qf}{4}$；

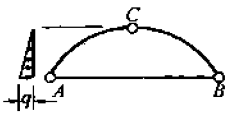
AC 段：$M_x=-\frac{qf^2}{4}(2\xi+2\eta^2-3\eta)$；

CB 段：$M_x=\frac{qf^2}{4}(2-2\xi-\eta)$



$V_{A,B}=0$；　$H_{A,B}=-\frac{M}{f}$；

AC 段：　$M_x=M\eta$

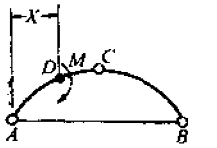
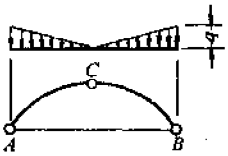
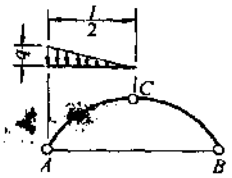
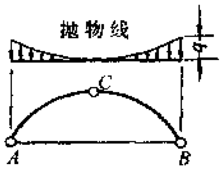


$R_A=-R_B=-\frac{qf^2}{6l}$；　$H_A=-\frac{5qf}{12}$；$H_B=\frac{qf}{12}$；

AC 段：$M_x=\frac{qf^2}{12}(5\eta-6\eta^2+2\eta^3-2\xi)$；

CB 段：$M_x=\frac{qf^2}{12}(2-2\xi-\eta)$

续表

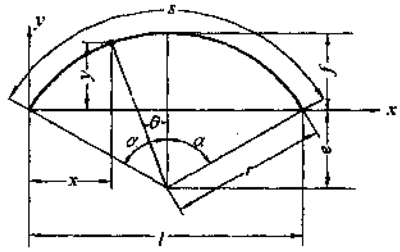
 $R_A=-R_B=-\frac{M}{l}$；$H_{A,B}=\frac{M}{2f}$； AD 段：$M_x=-\frac{M}{2}(2\xi+\eta)$； DC 段与CB 段：$M_x=\frac{M}{2}(2-2\xi-\eta)$	 $R_{A,B}=\frac{ql}{4}$；$H_{A,B}=\frac{ql^2}{24f}$； AC 段：$M_x=\frac{ql^2}{24}(6\xi-12\xi^2+8\xi^3-\eta)$
 $R_A=\frac{5ql}{24}$；$R_B=\frac{ql}{24}$；$H_{A,B}=\frac{ql^2}{48f}$； AC 段：$M_x=\frac{ql^2}{48}(10\xi-24\xi^2+16\xi^3-\eta)$； CB 段：$M_x=\frac{ql^2}{48}(2-2\xi-\eta)$	 $R_{A,B}=\frac{ql}{6}$；$H_{A,B}=\frac{ql^2}{48f}$； AC 段：$M_x=\frac{ql^2}{48}(\xi-3\xi^2+4\xi^3-2\xi^4)$

第三节 圆 弧 拱

本节内容包括等截面的双铰、无铰圆弧拱。双铰拱包括无拉杆与带拉杆两种。

一、 拱轴几何数据

表 6-2



令：ρ——高跨比，$\rho=\frac{f}{l}$；

r——圆弧半径；

s——弧长；$\xi=\frac{x}{l}$，$\eta=\frac{y}{f}$；

α——半弧心角；

θ——任意点的截面线与对称轴的夹角；α,θ 亦为拱脚及任意点拱轴切线的倾角，左半拱为正，右半拱为负；其他符号的意义见图示及本章第一节说明。

$\frac{r}{l}=\frac{1+4\rho^2}{8\rho}$，$\frac{e}{l}=\frac{1-4\rho^2}{8\rho}$，$\frac{s}{l}=\frac{\alpha}{\sin\alpha}$，$\sin\alpha=\frac{4\rho}{1+4\rho^2}$，$\cos\alpha=\frac{1-4\rho^2}{1+4\rho^2}$，$\alpha=\arcsin\frac{4\rho}{1+4\rho^2}$，

$\sin\theta=(1-2\xi)\sin\alpha$，$\cos\theta=\sqrt{1-(1-2\xi)^2\sin^2\alpha}$，$x=r(\sin\alpha-\sin\theta)$，$y=r(\cos\theta-\cos\alpha)$。

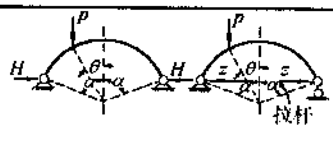
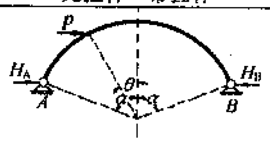
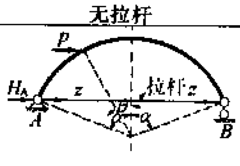
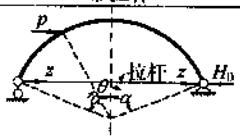
续表

ρ	项目	ξ 0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	sinα	cosα	$\frac{s}{l}$	$\frac{r}{l}$	$\frac{e}{l}$
0.1	η	0.196	0.369	0.520	0.649	0.757	0.845	0.913	0.961	0.990	1.000	$\frac{5}{13}$	$\frac{12}{13}$	1.0265	1.3000	1.2000
	sinθ	0.346	0.308	0.269	0.231	0.192	0.154	0.115	0.077	0.038	0					
	cosθ	0.938	0.951	0.963	0.973	0.981	0.988	0.993	0.997	0.999	1.000					
0.2	η	0.217	0.398	0.550	0.675	0.778	0.859	0.922	0.965	0.991	1.000	$\frac{20}{29}$	$\frac{21}{29}$	1.1035	0.7250	0.5250
	sinθ	0.621	0.552	0.483	0.414	0.345	0.276	0.207	0.138	0.069	0					
	cosθ	0.784	0.834	0.876	0.910	0.939	0.961	0.978	0.990	0.998	1.000					
0.3	η	0.259	0.449	0.597	0.714	0.806	0.878	0.933	0.970	0.993	1.000	$\frac{15}{17}$	$\frac{8}{17}$	1.2250	0.5667	0.2667
	sinθ	0.794	0.706	0.618	0.529	0.441	0.353	0.265	0.176	0.088	0					
	cosθ	0.608	0.708	0.786	0.848	0.897	0.936	0.964	0.984	0.996	1.000					
0.4	η	0.332	0.520	0.655	0.758	0.837	0.898	0.944	0.975	0.994	1.000	$\frac{40}{41}$	$\frac{9}{41}$	1.3832	0.5125	0.1125
	sinθ	0.878	0.780	0.683	0.585	0.488	0.390	0.293	0.195	0.098	0					
	cosθ	0.479	0.625	0.730	0.811	0.873	0.921	0.956	0.981	0.995	1.000					
0.5	η	0.436	0.600	0.714	0.800	0.866	0.917	0.954	0.980	0.995	1.000	1.0	0	1.5708	0.5000	0
	sinθ	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.300	0.200	0.100	0					
	cosθ	0.436	0.600	0.714	0.800	0.866	0.917	0.954	0.980	0.995	1.000					

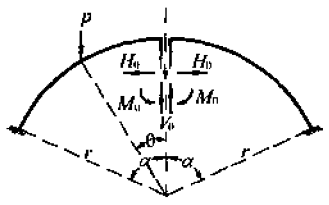
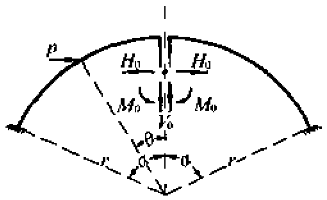
二、计算公式与系数

(一) 集中荷载(任意位置)作用下,赘余力的公式

集中荷载在任意位置作用下的赘余力计算公式 **表 6-3**

计算简图	公式
 无拉杆　带拉杆	$H(\text{或 } Z)=\dfrac{-\alpha\sin\alpha\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+\cos\alpha(\theta\sin\theta+\cos\theta)-\frac{1}{2}\sin^2\theta}{\alpha(1+2\cos^2\alpha)-3\sin\alpha\cos\alpha}PK$
 无拉杆	$H_A=-\left[1-\dfrac{\sin\theta\cos\theta-\theta(1+2\cos\alpha\cos\theta)+2\cos\alpha\sin\theta}{\alpha(1+2\cos^2\alpha)-3\sin\alpha\cos\alpha}\right]\dfrac{P}{2}$ $H_B=\left[1+\dfrac{\sin\theta\cos\theta-\theta(1+2\cos\alpha\cos\theta)+2\cos\alpha\sin\theta}{\alpha(1+2\cos^2\alpha)-3\sin\alpha\cos\alpha}\right]\dfrac{P}{2}$
 带拉杆	$Z=\left[1+\dfrac{\sin\theta\cos\theta-\theta(1+2\cos\alpha\cos\theta)+2\cos\alpha\sin\theta}{\alpha(1+2\cos^2\alpha)-3\sin\alpha\cos\alpha}\right]\dfrac{P}{2}K$ $H_A=-P, H_B=0$
 带拉杆	$Z=-\left[1-\dfrac{\sin\theta\cos\theta-\theta(1+2\cos\alpha\cos\theta)+2\cos\alpha\sin\theta}{\alpha(1+2\cos^2\alpha)-3\sin\alpha\cos\alpha}\right]\dfrac{P}{2}K$ $H_A=0, H_B=P$

续表

计　算　简　图	公　　　　式
	$M_0=\frac{Pr}{2\alpha}[(\theta-\alpha)\sin\theta+\cos\theta-\cos\alpha]$ $H_0=\frac{\theta\sin\alpha\sin\theta-\frac{\alpha}{2}(\sin^2\theta+\sin^2\alpha)+\sin\alpha(\cos\theta-\cos\alpha)}{\alpha(\alpha+\sin\alpha\cos\alpha)-2\sin^2\alpha}P$ $V_0=\frac{\theta-\alpha+\sin\theta\cos\theta-\cos\alpha(2\sin\theta-\sin\alpha)}{2(\alpha-\sin\alpha\cos\alpha)}P$
	$M_0=\frac{Pr}{2\alpha}[(\alpha-\theta)\cos\theta+\sin\theta-\sin\alpha]$ $H_0=\frac{\frac{\alpha}{2}(\alpha-\theta+\sin\theta\cos\theta+\sin\alpha\cos\alpha)-\sin^2\alpha+\sin\alpha(\sin\theta-\theta\cos\theta)}{\alpha(\alpha+\sin\alpha\cos\alpha)-2\sin^2\alpha}P$ $V_0=\frac{\frac{1}{2}(\sin^2\alpha+\sin^2\theta)+\cos\alpha\cos\theta-1}{\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}P$

（二）各种荷载作用下赘余力的公式

表 6-3 所列公式可以视为圆弧拱赘余力的基本公式，其他各种荷载形式的赘余力公式一般可由此推导而得。表 6-5 列出了圆弧拱在常见荷载作用下的赘余力公式。

（三）轴向力变形影响的修正系数 K

如本章第一节所述，这里仅考虑双铰拱在无拉杆与有拉杆两种情况下的轴向力变形影响，并且仅考虑形变位的影响。无铰拱需参见本章第一节的说明。

1. 无拉杆双铰拱

（1）在竖向荷载作用下的轴向力变形修正系数

$$K=\frac{1}{1+\frac{In_1}{Af^2}} \tag{6-6}$$

式中 $n_1=\frac{64\rho^4}{(1+4\rho^2)^2}\frac{\alpha(1+4\rho^2)^2+4\rho(1-4\rho^2)}{\alpha(3-8\rho^2+48\rho^4)-12\rho(1-4\rho^2)}$

其数值见表 6-4。

（2）在水平荷载作用下的轴向力变形修正系数，近似取

$$K=1 \tag{6-7}$$

2. 带拉杆双铰拱

（1）在竖向荷载作用下的轴向力变形修正系数

$$K=\frac{1}{1+\frac{In_1}{Af^2}+\frac{EIn_2}{E_1A_1f^2}} \tag{6-8}$$

式中 $n_2=\frac{512\rho^5}{(1+4\rho^2)[\alpha(3-8\rho^2+48\rho^4)-12\rho(1-4\rho^2)]}$

其数值见表 6-4。

(2) 在水平荷载作用下的轴向力变形修正系数(略去拱圈轴向力变形影响)

$$K=\frac{1}{1+\frac{EIn_2}{E_1A_1f^2}} \tag{6-9}$$

(四) 反力及内力的计算

1. 双铰拱支座反力

$$\left.\begin{aligned}R_A&=\frac{M_B^{(p)}}{l}\\R_B&=\frac{M_A^{(p)}}{l}\end{aligned}\right\} \tag{6-10}$$

式中 $M_A^{(p)}$ 及 $M_B^{(p)}$——荷载对支座 A 及 B 的力矩。

2. 双铰拱任意截面的弯矩

在已算得支座反力及赘余力 H 或 Z 后(对于带拉杆双铰拱还应根据拉杆拉力 Z 进一步计算支座水平反力 H),在基本结构中沿任意截面切开取自由体,由该点的弯矩平衡条件计算其弯矩。

3. 无铰拱支座反力

在基本结构中根据竖向力的平衡条件计算支座反力 R。

在基本结构中根据水平力的平衡条件计算支座水平反力 H。

4. 无铰拱任意截面的弯矩

在基本结构中沿任意截面切开,将包含弹性中心的一侧取作自由体,由切点处的弯矩平衡条件计算其弯矩。

5. 截面轴向力 N 与剪力 V 的计算

在基本结构中沿需计算的截面处切开取自由体。

取该截面处力的水平分量为 X,竖向分量为 Y。

X 与 Y 正负号的规定:对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

由自由体上水平力的平衡条件计算 X,竖向力的平衡条件计算 Y。

(1) 任意截面的轴向力

左半拱:

右半拱:

$$\left.\begin{aligned}N_x&=Y\sin\theta-X\cos\theta\\N_x&=Y\sin\theta+X\cos\theta\end{aligned}\right\} \tag{6-11}$$

(2) 任意截面的剪力

左半拱:

右半拱:

$$\left.\begin{aligned}V_x&=Y\cos\theta+X\sin\theta\\V_x&=Y\cos\theta-X\sin\theta\end{aligned}\right\} \tag{6-12}$$

(五) 公式中的附属系数及弹性中心的位置

1. 在计算轴向力变形影响的修正系数 K 时,需要引用附属系数 n_1 和 n_2,见公式(6-6)、(6-8)、(6-9)。这两个系数值列于表 6-4 中。

2. 表 6-5 的计算公式中有两个附属系数 Φ_1 与 Φ_2。其中:

$$\Phi_1 = (3 - 8\rho^2 + 48\rho^4)\alpha - 12\rho(1 - 4\rho^2) \quad (6-13)$$

$$\Phi_2 = (1 + 4\rho^2)^2\alpha^2 + 4\rho(1 - 4\rho^2)\alpha - 32\rho^2 \quad (6-14)$$

这两个系数值列于表 6-4 中。

3. 在任意荷载作用下,无铰圆弧拱内力计算中用到的赘余力及相关的几何数据一并表达在图 6-5 中。其中的 y_1 与 y_2 的值决定了弹性中心的位置,y_1 与 y_2 按下式计算:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \left(\frac{1}{2\alpha\rho} - \frac{1-4\rho^2}{8\rho^2}\right)f \\ y_2 &= f - y_1 \end{aligned}\right\} \quad (6-15)$$

y_1、y_2 与 α 的值一并列于表 6-4 中。

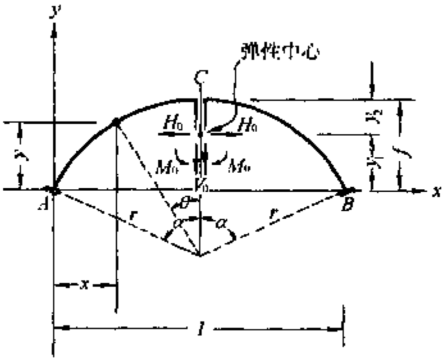


图 6-5

计算公式中的附属系数及参数值　　表 6-4

ρ	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
α	43°36′10″	53°07′48″	61°55′39″	69°59′03″	77°19′11″	83°58′28″	90°
α(弧度)	0.761013	0.927295	1.08084	1.22145	1.34948	1.46563	1.5708
Φ_1	0.081960	0.242106	0.580543	1.20514	2.25135	3.88137	6.28319
Φ_2	0.0106919	0.0390283	0.110811	0.264383	0.555336	1.05854	1.86960
y_1	0.6601f	0.6568f	0.6531f	0.6492f	0.6450f	0.6408f	0.6366f
y_2	0.3399f	0.3432f	0.3469f	0.3508f	0.3550f	0.3592f	0.3634f
n_1	1.575	1.453	1.336	1.230	1.138	1.062	1
n_2	1.723	1.652	1.576	1.498	1.420	1.345	1.273

(六) 各种荷载作用下双铰、无铰圆弧拱赘余力公式

表6-5 列出了在各种荷载作用下,双铰、无铰圆弧拱的赘余力公式。并将 $\rho=0.2$, 0.25,0.3,0.35,0.4,0.45,0.5 的赘余力系数一并列出。

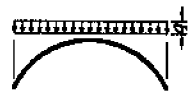
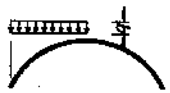
在表 6-5 中:

1. 荷载简图为双铰拱与无铰拱共用(简图中已表明者除外)。对于带拉杆的双铰拱只须将公式中的水平推力 H 换成拉杆的拉力 Z(表中已指明者除外),经过替换之后的公式与系数都适用,但 K 的取值不同。

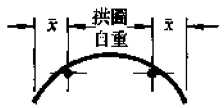
2. 为了简化公式,引用了 A_1、B_1、C_1……等参数,这些参数所代表的代数式均可在本表中找出。例如,表中第二种荷载下公式中的 A_1 可由第一种荷载下的第一个公式得出。

各种荷载作用下双铰、无铰圆弧拱赘余力公式

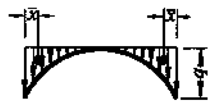
表 6-5

荷载简图	支座	公式	ρ 0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
	双铰	$H=\frac{1}{16\Phi_1}\left[(1-4\rho^2)(1-24\rho^2+16\rho^4)\alpha-\frac{4}{3}\rho(3-88\rho^2+48\rho^4)\right]\frac{ql}{f}K=A_1\frac{ql}{f}K$	0.1221	0.1204	0.1184	0.1159	0.1131	0.1098	0.1061	$\frac{ql^2}{f}K$
	无铰	$M_0=\frac{1}{256\rho^2}\left[(1+4\rho^2)^2-\frac{4\rho}{\alpha}(1-4\rho^2)\right]ql^2=B_1ql^2$	0.04517	0.04711	0.04944	0.05215	0.05524	0.05870	0.06250	ql^2
		$H_0=\frac{\rho}{12\Phi_2}[\alpha(3-8\rho^2+48\rho^4)-12\rho(1-4\rho^2)]\frac{ql^2}{f}=C_1\frac{ql^2}{f}$	0.1278	0.1292	0.1310	0.1330	0.1351	0.1375	0.1400	$\frac{ql^2}{f}$
		$V_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—
	双铰	$H=\frac{A_1}{2}\frac{ql^2}{f}K$	0.06105	0.06022	0.05920	0.05797	0.05654	0.05490	0.05305	$\frac{ql^2}{f}K$
	无铰	$M_0=\frac{B_1}{2}ql^2$	0.02259	0.02355	0.02472	0.02608	0.02762	0.02935	0.03125	ql^2
		$H_0=\frac{C_1}{2}\frac{ql^2}{f}$	0.06388	0.06462	0.06549	0.06648	0.06757	0.06875	0.07001	$\frac{ql^2}{f}$
		$V_0=-\frac{4\rho^3(3+4\rho^2)}{3[\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)]}ql$	−0.0958	−0.0969	−0.0983	−0.0999	−0.1017	−0.1038	−0.1061	ql
	双铰	$H=\frac{2\rho^2}{9\Phi_1}[12\rho-8\rho^3(1+2\rho^2)-3\alpha(1-4\rho^2)]\frac{ql^2}{f}K=A_2\frac{ql^2}{f}K$	0.04481	0.04434	0.04375	0.04301	0.04212	0.04105	0.03979	$\frac{ql^2}{f}K$
	无铰	$M_0=\frac{\rho}{72\alpha}(3+4\rho^2)ql^2=B_2ql^2$	0.01153	0.01217	0.01295	0.01389	0.01499	0.01625	0.01768	ql^2
		$H_0=\frac{2\rho^3}{9\Phi_2}(12\rho+16\rho^3-3\alpha)\frac{ql^2}{f}=C_2\frac{ql^2}{f}$	0.04073	0.04165	0.04275	0.04403	0.04547	0.04708	0.04885	$\frac{ql^2}{f}$
		$V_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—

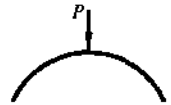
续表

荷载简图	支座	公式	ρ = 0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
	双铰	$H=\frac{A_2}{2}\frac{ql^2}{f}K$	0.02240	0.02217	0.02187	0.02151	0.02106	0.02052	0.01989	$\frac{ql^2}{f}K$
	无铰	$M_0=\frac{B_2}{2}ql^2$	0.00577	0.00608	0.00648	0.00694	0.00749	0.00812	0.00884	ql^2
		$H_0=\frac{C_2}{2}\frac{ql^2}{f}$	0.02037	0.02082	0.02137	0.02201	0.02274	0.02354	0.02442	$\frac{ql}{f}$
		$V_0=\frac{1}{48}\left[\frac{4\rho(1-4\rho^2)}{\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)}-\frac{3}{32}\frac{(1+4\rho^2)^2}{\rho^2}\right]ql$	−0.02593	−0.02647	−0.02714	−0.02795	−0.02890	−0.03000	−0.03125	ql
	双铰	$H=(A_1-A_2)\frac{ql^2}{f}K$	0.07730	0.07610	0.07464	0.07293	0.07096	0.06875	0.06631	$\frac{ql^2}{f}K$
	无铰	$M_0=(B_1-B_2)ql^2$	0.03364	0.03494	0.03648	0.03826	0.04026	0.04245	0.04482	ql^2
		$H_0=(C_1-C_2)\frac{ql^2}{f}$	0.08703	0.08759	0.08823	0.08893	0.08966	0.09042	0.09118	$\frac{ql^2}{f}$
		$V_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—
拱圈自重 		$W=\frac{\alpha(1+4\rho^2)}{8\rho}ql$	0.5517	0.5796	0.6125	0.6500	0.6916	0.7369	0.7854	ql
		$\bar{x}=\left(\frac{1}{2}-\frac{\rho}{\alpha}\right)l$	0.2372	0.2304	0.2224	0.2135	0.2036	0.1930	0.1817	l
	双铰	$H=\frac{\rho}{2\Phi_1}\left[4\rho(1-4\rho^2)\left(\frac{9}{\alpha}-4\alpha\right)-9+88\rho^2-144\rho^4\right]\frac{wl}{f}K$	0.2334	0.2245	0.2140	0.2021	0.1889	0.1745	0.1592	$\frac{Wl}{f}K$
W——半跨拱的自重； $\bar{x}$——W 的重心离支座的水平距离； q——沿拱圈单位长度的自重。	无铰	$M_0=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{4\rho}\right)Wl$	0.08415	0.08455	0.08500	0.08548	0.08598	0.08648	0.08697	Wl
		$H_0=\frac{\rho}{2\Phi_2}\left[\frac{128}{\alpha}\rho^2-\alpha(1+40\rho^2+16\rho^4)-28\rho(1-4\rho^2)\right]\frac{Wl}{f}$	0.2409	0.2362	0.2307	0.2246	0.2180	0.2109	0.2036	$\frac{Wl}{f}$
		$V_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—

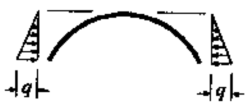
续表

荷载简图	支座	公式	ρ = 0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
		$W_1=\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{128\rho^3}[\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)]\right\}ql$	0.1562	0.1506	0.1438	0.1360	0.1273	0.1177	0.1073	ql
		$\overline{x}=\left(\frac{1}{2}-\frac{3-4\rho^2}{48}\frac{ql}{W_1}\right)l$	0.1213	0.1195	0.1175	0.1154	0.1136	0.1122	0.1117	l
	双铰	$H=\frac{1}{16\rho^2\Phi_1}\left\{\alpha\left[\alpha\rho(1-4\rho^2)(1+4\rho^2)^2+\frac{55}{96}-\frac{19}{6}\rho^2-37\rho^4+\frac{136}{3}\rho^6+\frac{248}{3}\rho^8\right]-\frac{55}{24}\rho-\frac{5}{18}\rho^3+\frac{922}{9}\rho^5+\frac{248}{3}\rho^7\right\}\frac{ql^2}{f}K$	0.02144	0.02022	0.01881	0.01727	0.01565	0.01400	0.01235	$\frac{ql^2}{f}K$
W_1——半跨拱的充填重量； $\overline{x}$——W_1的重心离支座的水平距离。	无铰	$M_0=\frac{1}{1536\rho^3}\left[\frac{1}{4\rho}(1+4\rho^2)^2(13+4\rho^2)-\frac{1}{\alpha}\left(13+\frac{272}{3}\rho^2+112\rho^4\right)\right]ql^2$	0.004196	0.004212	0.004231	0.004255	0.004283	0.004318	0.004362	ql^2
	无铰	$H_0=\left\{\frac{\alpha}{4\rho^2}\left[\alpha(1+4\rho^2)^2\left(\frac{1}{16}+\frac{9}{2}\rho^2+\rho^4\right)+\frac{49}{12}\rho+\frac{49}{3}\rho^3-\frac{164}{3}\rho^5-\frac{400}{3}\rho^7\right]-\frac{13}{3}-\frac{272}{9}\rho^2-\frac{112}{3}\rho^4\right\}\frac{ql^2}{f}$	0.01706	0.01664	0.01617	0.01565	0.01510	0.01454	0.01399	$\frac{ql^2}{f}$
	无铰	$V_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—

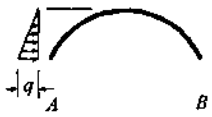
续表

荷载简图	支座	公式		ρ=0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
	双铰	$H=\frac{4\rho^2}{\Phi_1}[2\rho(2-4\rho^2)-\alpha(1-4\rho^2)]\frac{Pl}{f}K$		0.1889	0.1854	0.1812	0.1765	0.1712	0.1654	0.1592	$\frac{Pl}{f}K$
	无铰	$M_0=\frac{\rho}{2\alpha}Pl$	说明：计算任意截面内力时，应取$\frac{P}{2}$作用在其中一个基本结构上进行计算。	0.1314	0.1348	0.1388	0.1433	0.1482	0.1535	0.1592	Pl
		$H_0=\frac{8\rho^3}{\Phi_2}(4\rho-\alpha)\frac{Pl}{f}$		0.2334	0.2329	0.2323	0.2316	0.2310	0.2303	0.2296	$\frac{Pl}{f}K$
		$V_0=0$		0	0	0	0	0	0	0	—
	双铰	$H=\frac{1}{16\rho^2\Phi_1}\left\{[\alpha(1-4\rho^2)-4\rho](5+8\rho^2+80\rho^4)+\frac{320\rho^3}{3}\right\}qfK = A_3qfK$		-0.4276	-0.4271	-0.4266	-0.4260	-0.4255	-0.4249	-0.4244	qfK
	无铰	$M_0=\frac{1}{256\alpha\rho^4}\left\{3[\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)]-128\rho^3\right\}qf^2 = B_3qf^2$		0.1028	0.1043	0.1059	0.1077	0.1095	0.1114	0.1134	qf^2
		$H_0=\left\{\frac{1+4\rho^2}{8\rho^2}-\frac{1}{12\rho\Phi_2}[\alpha(3-8\rho^2+48\rho^4)-12\rho+48\rho^3]\right\}qf = C_3qf$		0.4310	0.4322	0.4336	0.4351	0.4367	0.4383	0.4399	qf
		$V_0=0$		0	0	0	0	0	0	0	—

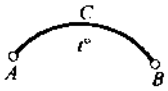
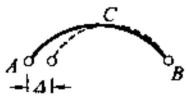
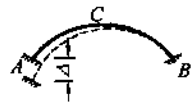
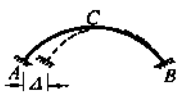
续表

荷载简图	支座	公式	ρ = 0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
	(1)	$H_A=-\frac{1}{2}(1-A_3)qf$	−0.7138	−0.7136	−0.7133	−0.7130	−0.7127	−0.7125	−0.7122	qf
		$H_B=\frac{1}{2}(1+A_3)qf$	0.2862	0.2864	0.2867	0.2870	0.2873	0.2875	0.2878	qf
	(2)	$Z=\frac{1}{2}(1+A_3)qfK$	0.2862	0.2864	0.2867	0.2870	0.2873	0.2875	0.2878	qfK
支座情况： (1) 双铰无拉杆； (2) 双铰带拉杆，B 为可动铰支座； (3) 双铰带拉杆，A 为可动铰支座。	(3)	$Z=-\frac{1}{2}(1-A_3)qfK$	−0.7138	−0.7136	−0.7133	−0.7130	−0.7127	−0.7125	−0.7122	qfK
	无铰	$M_0=\frac{B_3}{2}qf^2$	0.05142	0.05214	0.05295	0.05384	0.05477	0.05572	0.05669	qf^2
		$H_0=\frac{C_3}{2}qf$	0.2155	0.2161	0.2168	0.2175	0.2183	0.2191	0.2199	qf
		$V_0=-\frac{32\rho^3}{3\alpha(1+4\rho^2)^2-12\rho(1-4\rho^2)}\frac{qf^2}{l}$	−0.2424	−0.2385	−0.2339	−0.2289	−0.2236	−0.2180	−0.2122	$\frac{qf^2}{l}$
	双铰	$H=\frac{5}{192\rho^3\Phi_1}\left\{\frac{\alpha}{4\rho}\left(\frac{7}{2}+40\rho^2-\frac{432}{5}\rho^4+\frac{1664}{5}\rho^6-2176\rho^8\right)-\frac{7}{2}-\frac{106}{3}\rho^2+\frac{1928}{15}\rho^4-544\rho^6\right\}qfK=A_4qfK$	−0.3011	−0.3008	−0.3006	−0.3003	−0.3000	−0.2997	−0.2994	qfK
	无铰	$M_0=\frac{1}{384\rho^4}\left(\frac{5(1+4\rho^2)^3}{16\rho^2}-\frac{1}{12\alpha\rho}(15+160\rho^2+528\rho^4)\right)qf^2=B_4qf^2$	0.02460	0.02501	0.02547	0.02597	0.02651	0.02706	0.02762	qf^2
		$H_0=\left\{\frac{5(1+4\rho^2)^2}{512\rho^4}-\frac{1}{64\rho^3\Phi_2}\left(\frac{\alpha}{3}(5+20\rho^2-16\rho^4+448\rho^6)-\frac{20}{3}\rho-\frac{160}{9}\rho^3+\frac{448}{3}\rho^5\right)\right\}qf=C_4qf$	0.1202	0.1207	0.1214	0.1221	0.1228	0.1235	0.1243	qf
		$V_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—

续表

荷载简图	支座	公式	ρ=0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	乘数
	(1)	$H_A=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-A_4\right)qf$	-0.4005	-0.4004	-0.4003	-0.4001	-0.4000	-0.3998	-0.3997	qf
		$H_B=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+A_4\right)qf$	0.0995	0.0996	0.0997	0.0999	0.1000	0.1002	0.1003	qf
	(2)	$Z=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+A_4\right)qfK$	0.0995	0.0996	0.0997	0.0999	0.1000	0.1002	0.1003	qfK
支座情况： (1) 双铰无拉杆； (2) 双铰带拉杆，B为可动铰支座； (3) 双铰带拉杆，A为可动铰支座。	(3)	$Z=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-A_4\right)qfK$	-0.4005	-0.4004	-0.4003	-0.4001	-0.4000	-0.3998	-0.3997	qfK
	无铰	$M_0=\frac{B_4}{2}qf^2$	0.01230	0.01250	0.01273	0.01299	0.01325	0.01353	0.01381	qf^2
		$H_0=\frac{C_4}{2}qf$	0.06008	0.06036	0.06068	0.06103	0.06139	0.06177	0.06216	qf
		$V_0=-\frac{8\rho^3}{3[\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)]}\frac{qf^2}{l}$	-0.06060	-0.05962	-0.05848	-0.05723	-0.05589	-0.05449	-0.05305	$\frac{qf^2}{l}$
	(1)	$H_A=-H_B=-\frac{P}{2}$	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	P
	(2)	$Z=\frac{P}{2}K$	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	PK
支座情况： (1) 双铰无拉杆； (2) 双铰带拉杆，B为可动铰支座； (3) 双铰带拉杆，A为可动铰支座。	(3)	$Z=-\frac{P}{2}K$	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	PK
	无铰	$M_0=0$ 说明：计算任意截面内力时，应取$\frac{P}{2}$作用在其中一个基本结构上进行计算	0	0	0	0	0	0	0	—
		$H_0=0$	0	0	0	0	0	0	0	—
		$V_0=-\frac{32\rho^3}{\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)}\frac{Pf}{l}$	-0.7272	-0.7154	-0.7018	-0.6868	-0.6707	-0.6539	-0.6366	$\frac{Pf}{l}$

续表

简图	公式
 均匀升温 t° α_t—拱圈的线膨胀系数 仅用于无拉杆双铰拱	$H=\dfrac{512\rho^5}{(1+4\rho^2)\Phi_1}\dfrac{EI\alpha_t t^\circ}{f^2}K$
 支座相对水平位移 仅用于无拉杆双铰拱	$H=\dfrac{512\rho^5}{(1+4\rho^2)\Phi_1}\dfrac{EI\Delta}{f^2 l}K$
 均匀升温 t° α_t— 拱圈的线膨胀系数	$M_0=0, V_0=0$ $H_0=\dfrac{512\rho^5\alpha}{(1+4\rho^2)\Phi_2}\dfrac{EI\alpha_t t^\circ}{f^2}$
 支座相对沉陷	$M_0=0, H_0=0$ $V_0=-\dfrac{512\rho^3}{(1+4\rho^2)[\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)]}\dfrac{EI\Delta}{l^3}$
 支座相对水平位移	$M_0=0, V_0=0$ $H_0=\dfrac{512\rho^5\alpha}{(1+4\rho^2)\Phi_2}\dfrac{EI\Delta}{f^2 l}$
 支座角变	$M_0=\dfrac{4\rho}{1-16\rho^4}\dfrac{EI\psi}{l}$ $H_0=\dfrac{16\rho^2[16\rho^2-4\alpha\rho(1-4\rho^2)]}{(1+4\rho^2)\Phi_2}\dfrac{EI\psi}{fl}$ $V_0=-\dfrac{256\rho^3}{(1+4\rho^2)[\alpha(1+4\rho^2)^2-4\rho(1-4\rho^2)]}\dfrac{EI\psi}{l^2}$

第四节 抛 物 线 拱

本节内容包括双铰及无铰的对称形二次抛物线拱。双铰拱包括无拉杆与带拉杆两种。

抛物线拱的优点是，在均布荷载作用下拱圈的弯矩较小，当不考虑轴向力变形影响时弯矩为零。缺点是，等截面抛物线拱的赘余力公式没有表达为代数公式的形式，只在截面按特定规律变化时赘余力才有代数公式的表达形式。按特定规律变化的变截面拱，对其参数作适当调整有时也可得到近似的等截面拱。但参数值随$\frac{f}{l}$的数值变化，没有简明的变化规律。

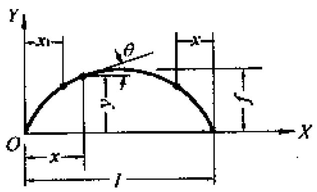
为此，本节仅列出最基本的变截面抛物线拱计算公式。

对于特定工程，如需计算等截面抛物线拱或按另外规律变化的变截面抛物线拱，可按本章第一节中提到的方法，用平面杆件系统的通用计算机程序计算。

一、拱轴几何数据及截面变化规律

（一）拱轴几何数据（表 6-6）

表 6-6



拱轴方程式：

$y=4f\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{x}{l}$

$\mathrm{tg}\theta=\frac{dy}{dx}=\frac{4f}{l}\left(1-2\frac{x}{l}\right)$

点 位	x	y	tgθ
0	0	0	4.00
1	0.05	0.19	3.60
2	0.10	0.36	3.20
3	0.15	0.51	2.80
4	0.20	0.64	2.40
5	0.25	0.75	2.00
6	0.30	0.84	1.60
7	0.35	0.91	1.20
8	0.40	0.96	0.80
9	0.45	0.99	0.40
10	0.50	1.00	0
乘 数	l	f	f/l

（二）拱轴线长度

$$l_s=\left\{\sqrt{1+\left(\frac{4f}{l}\right)^2}+\frac{l}{4f}\ln\left[\frac{4f}{l}+\sqrt{1+\left(\frac{4f}{l}\right)^2}\right]\right\}\frac{l}{2} \tag{6-16}$$

式中 f、l——见表 6-6 的表头图。

（三）截面变化规律

$$I=\frac{I_c}{\cos\theta} \tag{6-17}$$

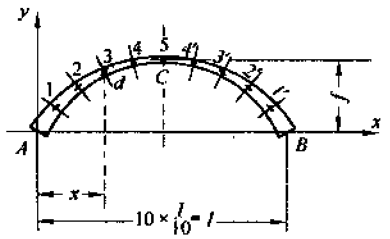
式中 I_c——拱顶截面惯性矩；

I——拱轴任意点截面惯性矩；

θ——任意点拱轴切线的倾角，见表 6-6 的表头图。

（四）矩形实腹式变截面拱相对厚度（表 6-7）

表 6-7



$$\frac{d}{d_c}=\sqrt[6]{1+16\left(\frac{f}{l}\right)^2\left(1-2\frac{x}{l}\right)^2}$$

式中 d——任意点的截面厚度；

d_c——拱顶的截面厚度。

$\frac{f}{l}$	点次					
	0	1	2	3	4	5
0.2	1.086	1.059	1.035	1.016	1.004	1.0
0.3	1.160	1.115	1.072	1.035	1.009	1.0
0.4	1.236	1.176	1.115	1.059	1.016	1.0
0.5	1.308	1.236	1.160	1.086	1.025	1.0
0.6	1.375	1.294	1.206	1.115	1.035	1.0

二、双铰抛物线拱

(一) 轴向力变形影响的修正系数 K

如本章第一节所述，这里仅考虑双铰拱在无拉杆与有拉杆两种情况下的轴向力变形影响，并且仅考虑形变位的影响。

1. 无拉杆双铰拱

(1) 在竖向荷载作用下的轴向力变形修正系数

$$K=\frac{1}{1+\frac{I_c n}{A_c f^2}} \tag{6-18}$$

式中 I_c——拱顶截面惯性矩；

A_c——拱顶截面面积；

$$n=\frac{15}{8}\times\frac{1}{l}\int\frac{A_c}{A}\cos^2\theta ds$$

A——拱上任意点截面面积。

当为矩形等宽度实腹式变截面拱时，公式(6-17)所代表的截面惯性矩变化规律相当于下列的截面面积变化公式：

$$A=\frac{A_c}{\sqrt[3]{\cos\theta}} \tag{6-19}$$

此时，公式(6-18)中的 n 可表达成如下形式：

$$n=\frac{15}{8l}\int\sqrt[3]{\frac{1}{\left[1+\frac{16f^2}{l^2}\left(1-2\frac{x}{l}\right)^2\right]^2}}dx \tag{6-20}$$

表 6-8 中列出了矩形等宽度实腹式变截面拱的 n 值。

表 6-8

$\frac{f}{l}$	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6
n	1.67	1.59	1.51	1.43	1.36	1.29	1.23	1.17	1.12

(2) 在水平荷载作用下的轴向力变形修正系数，近似取

$$K = 1 \tag{6-21}$$

2. 带拉杆双铰拱

(1) 在竖向荷载作用下的轴向力变形修正系数

$$K = \frac{1}{1 + \frac{I_c n}{A_c f^2} + \frac{15}{8f^2}\frac{EI_c}{E_1 A_1}} \tag{6-22}$$

式中　E——拱圈材料的弹性模量；

E_1——拉杆材料的弹性模量；

A_1——拉杆的截面积。

(2) 在水平荷载作用下的轴向力变形修正系数(略去拱圈轴向力变形影响)。

$$K = \frac{1}{1 + \frac{15}{8f^2}\frac{EI_c}{E_1 A_1}} \tag{6-23}$$

(二) 内力的计算

1. 支座反力

按下式计算支座反力：

$$\left.\begin{aligned} R_A &= \frac{M_B^{(P)}}{l} \\ R_B &= \frac{M_A^{(P)}}{l} \end{aligned}\right\} \tag{6-24}$$

式中　$M_A^{(P)}$ 及 $M_B^{(P)}$——荷载对支座 A 及 B 的力矩。

2. 任意截面的弯矩

在已算得支座反力及赘余力 $H(Z)$后，在基本结构中沿任意截面切开取自由体，由该点的弯矩平衡条件计算其弯矩。

3. 任意截面轴向力 N 与剪力 V 的计算

在基本结构中沿需计算的截面处切开取自由体。

取该截面处力的水平分量为 X，竖向分量为 Y。

X 与 Y 正负号的规定：对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

由自由体上水平力的平衡条件计算 X，竖向力的平衡条件计算 Y。

(1) 任意截面的轴向力

左半拱：

右半拱：

$$\left.\begin{aligned} N_x &= Y\sin\theta - X\cos\theta \\ N_x &= Y\sin\theta + X\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{6-25}$$

(2) 任意截面的剪力

左半拱：

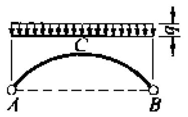
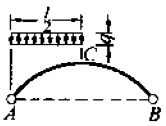
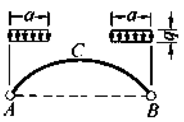
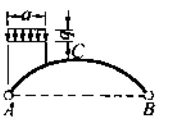
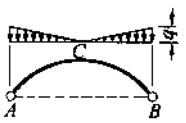
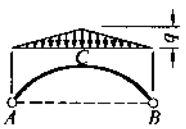
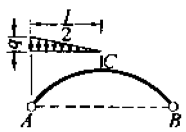
右半拱：

$$
\left.\begin{aligned} V_x &= Y\cos\theta + X\sin\theta \\ V_x &= Y\cos\theta - X\sin\theta \end{aligned}\right\} \tag{6-26}
$$

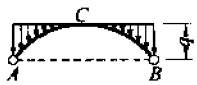
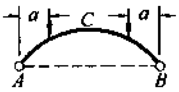
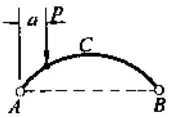
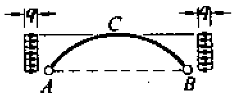
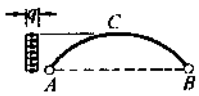
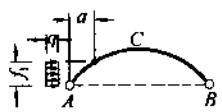
（三）关于表 6-9 的说明

荷载简图中两支座间以虚线相联时，表示对无拉杆及带拉杆两种情况均适用。对于带拉杆的双铰拱只须将公式中的水平推力 H 换成拉杆拉力 Z（表中已指明者除外），经过替换之后的公式与系数都适用，但 K 的取值不同。

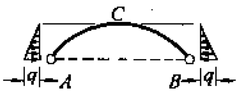
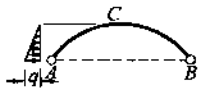
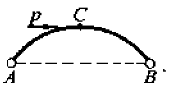
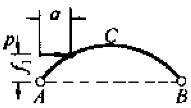
各种荷载作用下双铰抛物线拱计算公式　　表 6-9

简　图	公　式
	$H=\frac{ql^2}{8f}K, M_C=\frac{1-K}{8}ql^2$ $R_A=R_B=\frac{ql}{2}$
	$H=\frac{ql^2}{16f}K, M_C=\frac{1-K}{16}ql^2$ $R_A=\frac{3}{8}ql, R_B=\frac{ql}{8}$
 $\alpha=\frac{a}{l}$	$H=\frac{5-5\alpha^2+2\alpha^3}{8}\frac{qa^2}{f}K, M_C=\frac{qa^2}{2}-Hf$ $R_A=R_B=qa$
 $\alpha=\frac{a}{l}\leqslant\frac{l}{2}$	$H=\frac{5-5\alpha^2+2\alpha^3}{16}\frac{qa^2}{f}K, M_C=\frac{qa^2}{4}-Hf$ $R_A=\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)qa, R_B=\frac{\alpha}{2}qa$
	$H=\frac{35}{768}\frac{ql^2}{f}K, M_C=\frac{32-35K}{768}ql^2$ $R_A=R_B=\frac{ql}{4}$
	$H=\frac{61}{768}\frac{ql^2}{f}K, M_C=\frac{64-61K}{768}ql^2$ $R_A=R_B=\frac{ql}{4}$
	$H=\frac{35}{1536}\frac{ql^2}{f}K, M_C=\frac{32-35K}{1536}ql^2$ $R_A=\frac{5}{24}ql, R_B=\frac{ql}{24}$

续表

简 图	公 式
	$H=\frac{ql^2}{42f}K,M_C=\frac{7-8K}{336}ql^2$ $R_A=R_B=\frac{ql}{6}$
 $\alpha=\frac{a}{l}$	$H=\frac{5}{4}(\alpha-2\alpha^3+\alpha^4)\frac{Pl}{f}K$ $M_C=\left[\alpha-\frac{5}{4}(\alpha-2\alpha^3+\alpha^4)K\right]Pl$ $R_A=R_B=P$
 $\alpha=\frac{a}{l}\leqslant\frac{1}{2}$	$H=\frac{5}{8}(\alpha-2\alpha^3+\alpha^4)\frac{Pl}{f}K$ $M_C=\left[\frac{\alpha}{2}-\frac{5}{8}(\alpha-2\alpha^3+\alpha^4)K\right]Pl$ $R_A=(1-\alpha)P,R_B=\alpha P$
	$H=-\frac{3}{7}qfK,M_C=\frac{6K-7}{14}qf^2$ $R_A=R_B=0$
	(1) $H_B=\frac{2}{7}qf,H_A=-\frac{5}{7}qf$ $M_C=-\frac{qf^2}{28}$
	(2) $Z=\frac{2}{7}qfK,H_B=0$ $H_A=-qf,M_C=\frac{7-8K}{28}qf^2$
支座情况： (1) 无拉杆； (2) 带拉杆，B 为可动铰支座； (3) 带拉杆，A 为可动铰支座。	(3) $Z=-\frac{5}{7}qfK,H_A=0$ $H_B=qf,M_C=\frac{20K-21}{28}qf^2$
	(1)(2)(3) $R_A=-R_B=-\frac{qf^2}{2l}$
	(1) $H_B=\alpha^2\left(5-10\alpha+16\alpha^3-16\alpha^4+\frac{32}{7}\alpha^5\right)qf$ $H_A=H_B-qf_1$ $M_C=\frac{qf_1^2}{4}-H_Bf$
	(2) $Z=\alpha^2\left(5-10\alpha+16\alpha^3-16\alpha^4+\frac{32}{7}\alpha^5\right)qfK$ $H_A=-qf_1,H_B=0$ $M_C=\frac{qf_1^2}{4}-Zf$
$\alpha=\frac{a}{l}=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{f-f_1}{4f}}$ 支座情况： (1) 无拉杆； (2) 带拉杆，B 为可动铰支座； (3) 带拉杆；A 为可动铰支座。	(3) $Z=\left[\alpha^2\left(5-10\alpha+16\alpha^3-16\alpha^4+\frac{32}{7}\alpha^5\right)-\frac{f_1}{f}\right]qfK$ $H_A=0,H_B=qf_1$ $M_C=\left(\frac{f_1}{4f}-1\right)qff_1-Zf$
	(1)(2)(3) $R_A=-R_B=-\frac{qf_1^2}{2l}$

续表

简 图	公 式
	$H=-\frac{19}{63}qfK, M_C=\frac{19K-21}{63}qf^2$ $R_A=R_B=0$
 支座情况： (1) 无拉杆； (2) 带拉杆，B 为可动铰支座； (3) 带拉杆，A 为可动铰支座。	(1) $H_B=\frac{25}{252}qf$, $H_A=-\frac{101}{252}qf$, $M_C=-\frac{qf^2}{63}$ (2) $Z=\frac{25}{252}qfK$, $H_B=0, H_A=-\frac{qf}{2}$, $M_C=\frac{21-25K}{252}qf^2$ (3) $Z=-\frac{101}{252}qfK$, $H_A=0, H_B=\frac{qf}{2}$, $M_C=\frac{101K-105}{252}qf^2$ (1)(2)(3) $R_A=-R_B=-\frac{qf^2}{6l}$
 支座情况： (1) 无拉杆； (2) 带拉杆，B 为可动铰支座； (3) 带拉杆，A 为可动铰支座。	(1) $H_B=\frac{P}{2}, H_A=-\frac{P}{2}, M_C=0$ (2) $Z=\frac{P}{2}K, H_B=0, H_A=-P, M_C=\frac{1-K}{2}Pf$ (3) $Z=-\frac{P}{2}K, H_A=0, H_B=P, M_C=\frac{K-1}{2}Pf$ (1)(2)(3) $R_A=-R_B=-\frac{Pf}{l}$
 $\alpha=\frac{a}{l}$ $=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{f-f_1}{4f}}$ 支座情况： (1) 无拉杆； (2) 带拉杆，B 为可动铰支座； (3) 带拉杆，A 为可动铰支座。	(1) $H_B=\frac{5}{2}\alpha(1-\alpha-2\alpha^2+4\alpha^3-\frac{8}{5}\alpha^4)P$ $H_A=-(P-H_B)$ $M_C=\frac{Pf_1}{2}-H_Bf$ (2) $Z=\frac{5}{2}\alpha(1-\alpha-2\alpha^2+4\alpha^3-\frac{8}{5}\alpha^4)PK$ $H_A=-P, H_B=0$ $M_C=\frac{Pf_1}{2}-Zf$ (3) $Z=\left[\frac{5}{2}\alpha\left(1-\alpha-2\alpha^2+4\alpha^3-\frac{8}{5}\alpha^4\right)-1\right]PK$ $H_A=0, H_B=P$ $M_C=\left(\frac{f_1}{2f}-1\right)Pf-Zf$ (1)(2)(3) $R_A=-R_B=-\frac{Pf_1}{l}$
 均匀升温 $t°$ α_t— 线膨胀系数 仅用于无拉杆双铰拱	$H=\frac{15}{8f^2}EI_C\alpha_t t°K$ $M_C=-\frac{15}{8f}EI_C\alpha_t t°K$
 支座相对水平位移 仅用于无拉杆双铰拱	$H=\frac{15}{8f^2}\frac{EI_C\Delta}{l}K$ $M_C=-\frac{15}{8f}\frac{EI_C\Delta}{l}K$

三、无铰抛物线拱

（一）轴向力变形的影响

如本章第一节所述，无铰拱难以考虑轴向力变形的影响。应用表 6-10 时需参见本章第一节的说明。

（二）内力的计算

第一步应按照表 6-10 的公式计算支座 A 及 B 的内力 M_A、M_B、R_A、R_B、H_A 及 H_B。然后撤消两个固定支座用相应的支座内力代替，形成静力平衡的计算简图。在此基础上计算任意截面的内力。

1. 任意截面的弯矩

在上述计算简图中，沿任意截面切开取自由体，由切点处的弯矩平衡条件计算其弯矩。

2. 任意截面轴向力 N 与剪力 V 的计算

在上述计算简图中沿需计算的截面处切开取自由体。

取该截面处力的水平分量为 X，竖向分量为 Y。

X 与 Y 正负号的规定：对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

由自由体上水平力的平衡条件计算 X，竖向力的平衡条件计算 Y。

(1) 任意截面的轴向力

左半拱：

右半拱：

$$\left.\begin{aligned} N_x &= Y\sin\theta - X\cos\theta \\ N_x &= Y\sin\theta + X\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (6-27)$$

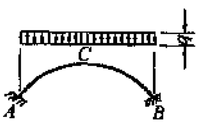
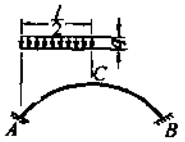
(2) 任意截面的剪力

左半拱：

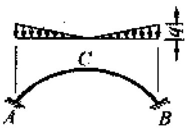
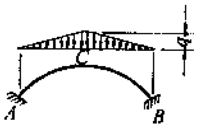
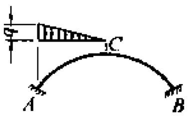
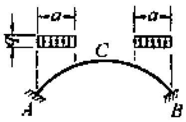
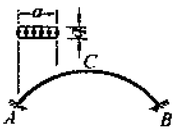
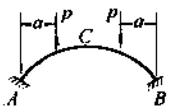
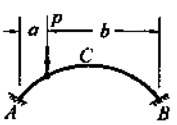
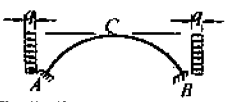
右半拱：

$$\left.\begin{aligned} V_x &= Y\cos\theta + X\sin\theta \\ V_x &= Y\cos\theta - X\sin\theta \end{aligned}\right\} \qquad (6-28)$$

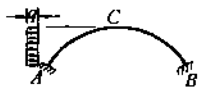
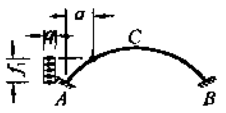
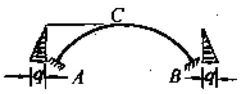
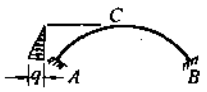
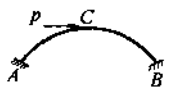
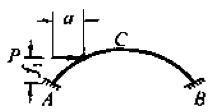
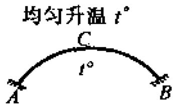
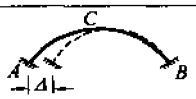
各种荷载作用下无铰抛物线拱计算公式　　表 6-10

简　图	公　式
	$H=\frac{ql^2}{8f}$，$R_A=R_B=\frac{ql}{2}$ $M_A=M_B=0$
	$H=\frac{ql^2}{16f}$ $R_A=\frac{13}{32}ql$，$R_B=\frac{3}{32}ql$ $M_A=-\frac{3}{192}ql^2$，$M_B=\frac{3}{192}ql^2$

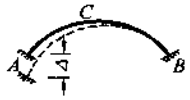
续表

简图	公式
	$H=\frac{5}{128}\frac{ql^2}{f}$ $R_A=R_B=\frac{ql}{4}$ $M_A=M_B=-\frac{1}{192}ql^2$
	$H=\frac{11}{128}\frac{ql^2}{f}$ $R_A=R_B=\frac{ql}{4}$ $M_A=M_B=\frac{1}{192}ql^2$
	$H=\frac{5}{256}\frac{ql^2}{f}$ $R_A=\frac{9}{40}ql, R_B=\frac{ql}{40}$ $M_A=\frac{7}{640}ql^2, M_B=\frac{11}{1920}ql^2$
 $\alpha=\frac{a}{l}$	$H=\frac{\alpha}{4}(10-15\alpha+6\alpha^2)\frac{qa^2}{f}$ $R_A=R_B=qa$ $M_A=M_B=\frac{2}{3}Hf-\frac{3-2\alpha}{6}qa^2$
 $\alpha=\frac{a}{l}\leqslant\frac{1}{2}$	$H=\frac{\alpha}{8}(10-15\alpha+6\alpha^2)\frac{qa^2}{f}$ $R_A=\left(1-\alpha^2+\frac{\alpha^3}{2}\right)qa, R_B=\alpha^2\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)qa$ $M_A=\frac{2}{3}Hf-\frac{6-8\alpha+3\alpha^2}{12}qa^2$ $M_B=\frac{2}{3}Hf-\frac{\alpha(4-3\alpha)}{12}qa^2$
	$H=\frac{ql^2}{56f}, R_A=R_B=\frac{ql}{6}$ $M_A=M_B=-\frac{1}{210}ql^2$
 $\alpha=\frac{a}{l}$	$H=\frac{15}{2}\alpha^2(1-\alpha)^2\frac{Pl}{f}$ $R_A=R_B=P$ $M_A=M_B=[5\alpha^2(1-\alpha)^2-\alpha+\alpha^2]Pl$
 $\alpha=\frac{a}{l}\leqslant\frac{1}{2},\beta=\frac{b}{l}$	$H=\frac{15}{4}\alpha^2\beta^2\frac{Pl}{f}$ $R_A=(1-3\alpha^2+2\alpha^3)P \quad R_B=\alpha^2(3-2\alpha)P$ $M_A=\left(\frac{5}{2}\alpha^2\beta^2-\alpha+2\alpha^2-\alpha^3\right)Pl$ $M_B=\left(\frac{5}{2}\alpha^2\beta^2-\alpha^2+\alpha^3\right)Pl$
	$H=-\frac{4}{7}qf,\ R_A=R_B=0$ $M_A=M_B=-\frac{4}{35}qf^2$

续表

简 图	公 式
	$H_B=\frac{3}{14}qf, H_A=-\frac{11}{14}qf$ $R_A=-R_B=-\frac{qf^2}{4l}$ $M_A=-\frac{51}{280}qf^2\quad M_B=\frac{19}{280}qf^2$
 $\alpha=\frac{a}{l}=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{f-f_1}{4f}}$	$H_B=\alpha^3\left(20-80\alpha+128\alpha^2-96\alpha^3+\frac{192}{7}\alpha^4\right)qf, H_A=-(qf_1-H_B)$ $R_A=-R_B=-\left[\frac{f_1^2}{2f^2}-\alpha^2(8-32\alpha+56\alpha^2-48\alpha^3+16\alpha^4)\right]\frac{qf^2}{l}$ $M_A=\frac{2}{3}H_Bf-\frac{\alpha^2}{15}(120-400\alpha+580\alpha^2-424\alpha^3+120\alpha^4)qf^2$ $M_B=\frac{2}{3}H_Bf-\frac{\alpha^3}{15}(80-260\alpha+296\alpha^2-120\alpha^3)qf^2$
	$H=-\frac{8}{21}qf$ $R_A=R_B=0$ $M_A=M_B=-\frac{4}{63}qf^2$
	$H_B=\frac{5}{84}qf, H_A=-\frac{37}{84}qf$ $R_A=-R_B=-\frac{qf^2}{16l}$ $M_A=-\frac{169}{2016}qf^2, M_B=\frac{41}{2016}qf^2$
	$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\mp\frac{P}{2}, \left.\begin{matrix}R_A\\R_B\end{matrix}\right\}=\mp\frac{3}{4}\frac{Pf}{l}$ $\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\mp\frac{Pf}{8}$
 $\alpha=\frac{a}{l}=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{f-f_1}{4f}}$	$H_B=\alpha^2(15-50\alpha+60\alpha^2-24\alpha^3)P$ $H_A=-(P-H_B)$ $R_A=-R_B=-\left[\frac{f_1}{f}-4\alpha(1-4\alpha+6\alpha^2-3\alpha^3)\right]\frac{Pf}{l}$ $M_A=\frac{2}{3}H_Bf-2\alpha\left(2-6\alpha+\frac{22}{3}\alpha^2-3\alpha^3\right)Pf$ $M_B=\frac{2}{3}H_Bf-2\alpha^2\left(2-\frac{14}{3}\alpha+3\alpha^2\right)Pf$
均匀升温 $t°$  α_t—线膨胀系数	$H=\frac{45}{4}\frac{EI_C\alpha_t t°}{f^2}$ $R_A=R_B=0$ $M_A=M_B=\frac{15}{2}\frac{EI_C\alpha_t t°}{f}$
 支座相对水平位移	$H=\frac{45}{4}\frac{EI_C\Delta}{f^2l}$ $R_A=R_B=0$ $M_A=M_B=\frac{15}{2}\frac{EI_C\Delta}{fl}$

续表

简 图	公 式
 支座相对沉陷	$H=0$ $R_A=-R_B=-12\frac{EI_C\Delta}{l^3}$ $M_A=-M_B=6\frac{EI_C\Delta}{l^2}$
 支座角变	$H=\frac{15}{2}\frac{EI_C\psi}{fl}$ $R_A=-R_B=-6\frac{EI_C\psi}{l^2}$ $M_A=9\frac{EI_C\psi}{l}$ $M_B=3\frac{EI_C\psi}{l}$

第七章 等截面刚架内力分析

第一节 用弯矩分配法计算刚架

在无侧移刚架中，应用弯矩分配法比较简便。经过几次循环计算之后，一般可达到理想的精度。

在有侧移的刚架中，应用普通的弯矩分配法一般需解联立方程组，计算比较复杂。但对于承受水平节点荷载的单跨多层刚架，可以将节点的转动与位移并作一步进行弯矩分配，计算同样简便。

正负号规定：

杆端弯矩：作用于杆端的弯矩沿顺时针方向者为正。

一、无侧移刚架的计算

计算步骤：

1．计算弯矩分配系数 μ_{ik}：当交于 i 节点各杆的远端均为固定时，则任一杆的弯矩分配系数为

$$\mu_{ik}=\frac{i_{ik}}{\sum\limits_{(i)} i_{ik}} \tag{7-1}$$

式中 $i=\dfrac{EI}{l}$——杆件的单位刚度。

当某一杆的远端为铰接时，则应以修正刚度 $i'\left(i'=\dfrac{3}{4}i\right)$代替其单位刚度，然后按公式(7-1)计算弯矩分配系数，并将其分别注于矩形格内(图 7-1)。

2．计算杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$及节点的不平衡弯矩$\overline{M}_i$：

暂令各节点处于锁住状态，算出受有荷载各杆的固端弯矩。如边跨的外端为铰接时，可用该跨的修正刚度 i'而不必将其外端锁住，但需根据一端固定一端铰接的情况求其内端的固端弯矩。计算固端弯矩可利用第二章中有关的公式来计算，其正负号的规定和杆端弯矩相同。任一节点 i 固端弯矩的代数和即为该节点的不平衡弯矩$\overline{M}_i$。

3．计算分配弯矩及传递弯矩：

首先松开具有较大不平衡弯矩的节点 i，以连于此 i 节点各杆的弯矩分配系数分别乘不平衡弯矩$\overline{M}_i$ 而附以相反的正负号，即得各杆的分配弯矩，并各在其下划一横线，以示该线以上的弯矩暂先平衡，然后再将该节点锁住。

每一分配弯矩将对其所在杆的远端产生传递弯矩，二者具有相同的正负号，但传递弯矩

的数值等于原有分配弯矩的$\frac{1}{2}$，即传递系数为0.5。此项传递弯矩应当看成是对远端新加的不平衡弯矩，以待将来再平衡。

按照适当的顺序继续松开并平衡其他各节点。待各杆的传递弯矩小到可忽略不计时，即可停止进行。

4. 计算杆端的最后弯矩：将各杆杆端的固端弯矩、分配弯矩及传递弯矩相加(代数和)，即为该杆端的最后弯矩。

【例题7-1】 已知一等截面刚架(图7-1)，各杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内。求算各杆件的杆端弯矩值。

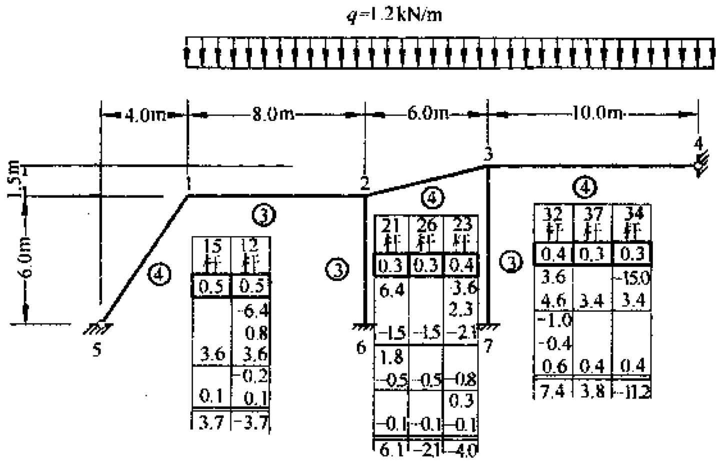


图7-1

【解】

1. 弯矩分配系数 μ_{ik}：

15杆和34杆的外端为铰接，计算弯矩分配系数时应取其修正刚度 i'，如节点1处15杆的修正刚度：$i'=\frac{3}{4}\times i=\frac{3}{4}\times 4=3$

节点1各杆的弯矩分配系数：

$$\mu_{15}=\frac{3}{3+3}=0.5$$

$$\mu_{12}=\frac{3}{3+3}=0.5$$

其他节点的弯矩分配系数可同样算出，并写在图7-1的长方格内。

2. 杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$：

$$\overline{M}_{21}=-\overline{M}_{12}=\frac{1}{12}\times 1.2\times 8^2=6.4\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{32}=-\overline{M}_{23}=\frac{1}{12}\times 1.2\times 6^2=3.6\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{34}=-\frac{1}{8}\times 1.2\times 10^2=-15.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

3. 依次放松各节点，并进行弯矩的分配与传递。

节点计算顺序：第一循环为 3→2→1；第二循环为 2→3→1；第三循环为节点2。

计算在图 7-1 上进行。

4．杆端的最后弯矩：

以 23 杆为例：$M_{23}=-3.6+2.3-2.1-0.8+0.3-0.1=-4.0\text{kN}\cdot\text{m}$

各杆端的最后弯矩值，写在图 7-1 各相应杆件最末一行位置上。

各竖柱下端的弯矩值，可由其上端的最后弯矩值乘以 0.5 求得：

$$M_{62}=0.5(-2.1)=-1.1\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{73}=0.5\times3.8=1.9\text{kN}\cdot\text{m}$$

5．刚架的弯矩图示于图 7-2。

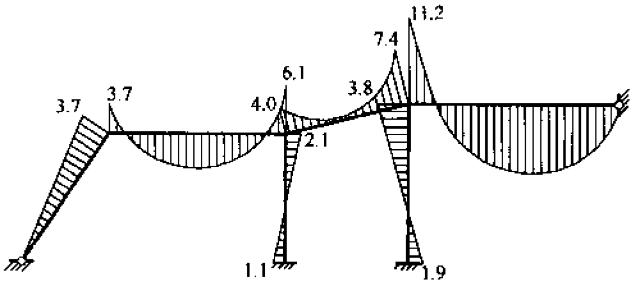


图 7-2

二、单跨对称多层刚架在水平节点荷载作用下的计算

对于承受水平节点荷载的单跨对称多层刚架（矩形刚架[1] 和斜柱刚架），可将节点的转动与侧移并作一步计算，以使计算简化。

下面列述的弯矩分配方法，除杆件的刚度和传递系数外，其余的计算步骤均与一般弯矩分配法相似。这种计算方法比较简单，收敛速度也比较快。

单跨对称多层刚架承受水平节点荷载时，刚架呈反对称变形，故可取对称中心线一边的半个刚架进行计算。

（一）单跨对称矩形刚架

计算步骤（图 7-3）：

1．计算杆件的综合刚度 K_{ik} 及弯矩分配系数 μ_{ik}：

竖柱的综合刚度取原单位刚度——$K_{ik}=i_z$，

横梁的综合刚度取原单位刚度的六倍——$K_{ii'}=6i_l$，

弯矩分配系数　　$\mu_{ik}=\dfrac{K_{ik}}{\sum\limits_{(i)}K_{ik}}$，

计算时可仅计算竖柱的弯矩分配系数。

2．计算各层竖柱的侧移固端弯矩（简称固端弯矩）：

固端弯矩为竖柱中的剪力乘以层高的一半，即：

[1] 上下弦杆刚度对称的矩形空腹桁架亦可用此方法计算。

$$\overline{M}_{ik} = \overline{M}_{ki} = -\frac{1}{4} \times \Sigma W \times h_{ik} \qquad (7-2)$$

式中　ΣW——ik 柱所在楼层以上所有水平节点荷载的代数和，水平节点荷载以自左向右作用者为正；

h_{ik}——ik 柱所在楼层的高度。

3. 按弯矩分配法的步骤进行弯矩的分配与传递，但弯矩沿竖柱方向的传递系数为 -1。

4. 计算杆端的最后弯矩：对于每一竖柱的柱端，将固端弯矩、分配弯矩及传递弯矩相加（代数和），即为该柱柱端的最后弯矩。梁端弯矩为上下竖柱柱端弯矩的代数和，但正负号相反。

5. 刚架侧位移的计算：

各层柱的相对侧位移：

$$\Delta_{ik} = -\frac{M''_{ik} \times h_{ik}^2}{6EI_{ik}} \qquad (7-3)$$

式中　Δ_{ik}——ik 柱的相对侧位移，其正负号是，使柱 ik 沿顺时针方向旋转者为正。

M''_{ik}——ik 柱的侧移弯矩，M''_{ik} = （ik 柱的固端弯矩）+（ik 柱两端分配弯矩的代数和）×（-3）。

将刚架中各层柱的相对侧位移逐层相加，即得各节点的总位移。

【例题 7-2】　已知一单跨对称刚架（图 7-4），杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内，求算各杆件的杆端弯矩值及各节点的侧位移。

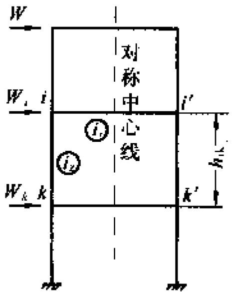


图 7-3

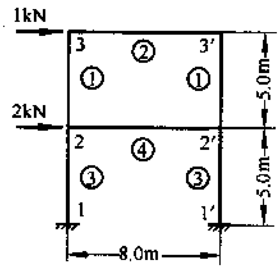


图 7-4

【解】

1. 竖柱的弯矩分配系数 μ_{ik}：

$$\mu_{32} = \frac{1}{6\times2+1} = \frac{1}{13}$$

$$\mu_{23} = \frac{1}{6\times4+1+3} = \frac{1}{28}$$

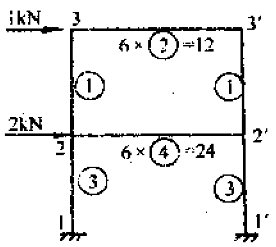
$$\mu_{21} = \frac{3}{6\times4+1+3} = \frac{3}{28}$$

2. 竖柱的固端弯矩：

$$\overline{M}_{32} = \overline{M}_{23} = -\frac{1}{4}\times1\times5 = -1.25\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{21} = \overline{M}_{12} = -\frac{1}{4}\times3\times5 = -3.75\text{kN}\cdot\text{m}$$

3．弯矩分配运算：



节点	杆件	分配系数	固端弯矩	分配	传递　分配	传递	柱端弯矩	梁端弯矩
3	3-2	$\frac{1}{13}$	−1.25	0.10	−0.18　0.01	0	−1.32	33′杆 1.32
2	2-3	$\frac{1}{28}$	−1.25	0.18	−0.10　0	−0.01	−1.18	22′杆 4.38
	2-1	$\frac{3}{28}$	−3.75	0.54	0　0.01	0	−3.20	
1	1-2	0	−3.75	0	−0.54　0	−0.01	−4.30	—

4．刚架的最后弯矩图示于图 7-5。

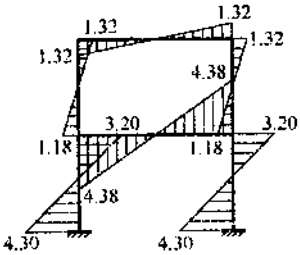


图 7-5

5．刚架的侧位移：

侧移弯矩　$M''_{12}=-3.75+(0.54+0.01)(-3)$

$=-3.75-1.65$

$=-5.40\text{kN}\cdot\text{m}$

$M''_{23}=-1.25+(0.10+0.18+0.01)(-3)$

$=-1.25-0.87=-2.12\text{kN}\cdot\text{m}$

节点 2 的侧位移　$\Delta_2=\Delta_{12}=-\dfrac{M''_{12}\times h_{12}^2}{6EI_{12}}$

$$=\frac{5.40\times5.0^2}{6EI_{12}}=\frac{22.5}{EI_{12}}(\rightarrow)$$

节点 3 的侧位移　$\Delta_3=\Delta_{12}+\Delta_{23}=\dfrac{22.5}{EI_{12}}+\dfrac{8.83}{EI_{23}}(\rightarrow)$

【例题 7-3】　已知一平行弦杆空腹桁架，上下弦杆的刚度相同，杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内(图 7-6)。求算各杆件的杆端弯矩值。

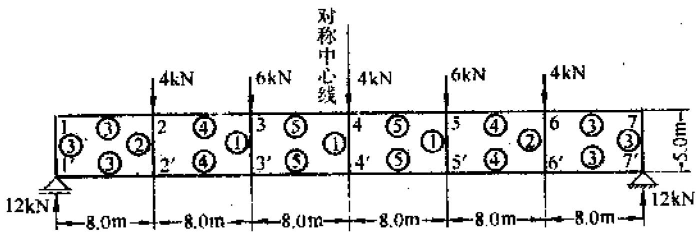


图 7-6

【解】

1．弦杆的弯矩分配系数 μ_{ik}：由于结构及荷载均为对称，可仅计算对称中心线一边的半个桁架，因中间节点 4 及 4′没有转动，故可视为固定端，即 43 杆的弯矩分配系数 $\mu_{43}=0$。其余杆件的弯矩分配系数的计算方法同例题 7-2。

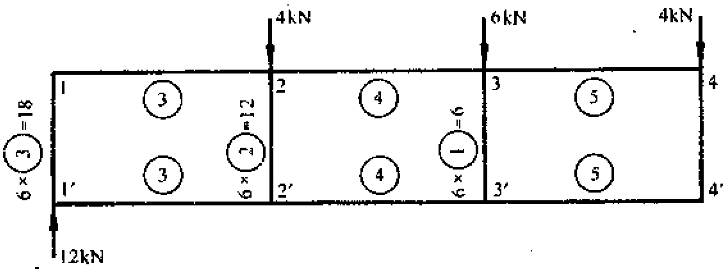
2．弦杆的固端弯矩：

$$\overline{M}_{12}=\overline{M}_{21}=-\frac{1}{4}12\times8=-24.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{23}=\overline{M}_{32}=-\frac{1}{4}(12-4)\times 8=-16.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{34}=\overline{M}_{43}=-\frac{1}{4}(12-4-6)\times 8=-4.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

3. 弯矩分配运算：



节点	1	2		3		4
杆件	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
分配系数	$\frac{3}{21}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{4}{19}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	0
固端弯矩	-24.0	-24.0	16.0	-16.0	4.0	-4.0
分配与传递	3.43 / -6.32	6.32 / -3.43	8.42 / -5.33	5.33 / -8.42	6.67 / 0	0 / -6.67
	0.90 / -1.38	1.38 / -0.90	1.84 / -2.25	2.25 / -1.84	2.81 / 0	0 / -2.81
	0.20 / -0.50	0.50 / -0.20	0.66 / -0.49	0.49 / -0.66	0.61 / 0	0 / -0.61
	0.07 / -0.11	0.11 / -0.07	0.15 / -0.18	0.18 / -0.15	0.22 / 0	0 / -0.22
	0.02	0.04	0.05	0.04	0.05	0
弦杆杆端弯矩	-27.69	20.25	-13.13	-18.78	6.36	14.31
腹杆杆端弯矩	11′杆 27.69	22′杆 33.38		33′杆 12.42		44′杆 0

4. 空腹桁架的最后弯矩图示于图 7-7。

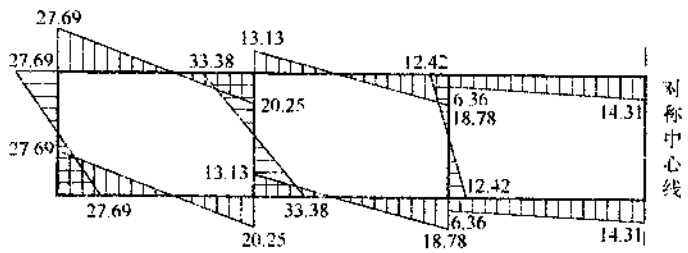


图 7-7

（二）单跨对称斜柱刚架

计算步骤（图 7-8）：

1. 计算杆件的综合刚度 K_{ik} 及弯矩分配系数 μ_{ik}：

对于任意楼层的斜柱 ik（图 7-8），其柱顶的综合刚度：

$$K_{ik} = \frac{3}{\gamma} \times i_z \tag{7-4a}$$

柱脚的综合刚度：

$$K_{ki} = \frac{3p^2}{\gamma} \times i_z \tag{7-4b}$$

上述两式中　$p = \frac{l_{kk'}}{l_{ii'}}$

$\gamma = 1 + p + p^2$

$i_z = ik$ 斜柱的单位刚度。

横梁的综合刚度取原单位刚度的六倍，即

$$K_{ii'} = 6_{il}$$

弯矩分配系数按公式（7-2）：$\mu_{ik} = \frac{K_{ik}}{\sum\limits_{(i)} K_{ik}}$，

计算时可仅计算斜柱的弯矩分配系数。

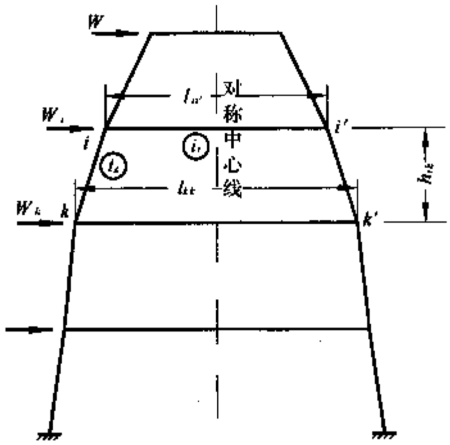


图 7-8

2. 计算各层斜柱的侧移固端弯矩（简称固端弯矩）：

柱顶固端弯矩：

$$\overline{M}_{ik} = \frac{2p+1}{4\gamma}[(p-1)M - Vh_{ik}] \tag{7-5a}$$

柱脚固端弯矩：

$$\overline{M}_{ki} = \frac{2+p}{4\gamma}[(p-1)M - Vh_{ik}] \tag{7-5b}$$

上述两式中

M——横梁 ii' 以上的外力对横梁 ii' 上任一点为矩心的外力矩，沿顺时针方向者为正；

V——横梁 kk' 以上（不包括 kk' 层）水平外力的代数和，以自左向右作用者为正；

h_{ik}——ik 斜柱所在楼层的高度。

3. 按弯矩分配法的步骤进行弯矩的分配与传递。弯矩的传递系数按下列规定采用：

弯矩由柱顶传至柱脚时　　$C_{ik} = -p$

弯矩由柱脚传至柱顶时　　$C_{ki} = -\frac{1}{p}$

4. 计算杆端的最后弯矩：对于每一斜柱的柱端，将固端弯矩、分配弯矩及传递弯矩相加（代数和），即为斜柱柱端的最后弯矩。梁端弯矩为上下斜柱柱端弯矩的代数和，但正负号相反。

【例题 7-4】　已知一对称斜柱刚架（图 7-9），杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内。求算各杆件的杆端弯矩值。

【解】

1．杆件的综合刚度 K_{ik}：

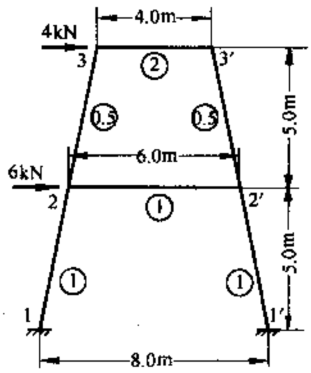


图 7-9

下层 $$p=\frac{8.0}{6.0}=\frac{4}{3}$$

$$\gamma=1+\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2=4.11$$

斜柱柱顶的综合刚度

$$K_{21}=\frac{3}{4.11}\times1=0.73$$

横梁的综合刚度

$$K_{22'}=6\times1=6$$

上层 $$p=\frac{6.0}{4.0}=1.5$$

$$\gamma=1+1.5+1.5^2=4.75$$

斜柱柱脚的综合刚度

$$K_{23}=\frac{3\times1.5^2}{4.75}\times0.5=0.71$$

斜柱柱顶的综合刚度

$$K_{32}=\frac{3}{4.75}\times0.5=0.32$$

横梁的综合刚度

$$K_{33'}=6\times2=12$$

2．斜柱的弯矩分配系数 μ_{ik}：

$$\mu_{21}=\frac{0.73}{0.73+0.71+6}=0.098$$

$$\mu_{23}=\frac{0.71}{0.73+0.71+6}=0.095$$

$$\mu_{32}=\frac{0.32}{0.32+12}=0.026$$

3．斜柱的固端弯矩：

下层：

$$\overline{M}_{12}=\frac{2+\frac{4}{3}}{4\times4.11}\left[\left(\frac{4}{3}-1\right)4\times5-(6+4)5\right]=0.2028(-43.33)$$
$$=-8.79\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{21}=\frac{2\times\frac{4}{3}+1}{4\times4.11}(-43.33)=-9.66\text{kN}\cdot\text{m}$$

上层：

$$\overline{M}_{23}=\frac{2+1.5}{4\times4.75}(0-4\times5)=0.1842(-20)=-3.68\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{32}=\frac{2\times1.5+1}{4\times4.75}(-20)=-4.21\text{kN}\cdot\text{m}$$

4．传递系数 C_{ik}：

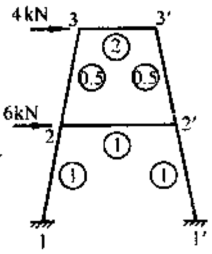
下层： $$C_{21}=-\frac{4}{3}$$

上层：

$$C_{23} = -\frac{1}{1.5}$$

$$C_{32} = -1.5$$

5．弯矩分配运算：



节点	杆件	分配系数	传递系数	固端弯矩	分配	传递	分配	斜柱柱端弯矩	梁端弯矩
3	3－2	0.026	－1.5	－4.21	0.11	－0.85	0.02	－4.93	33′杆 4.93
2	2－3	0.095	$-\frac{1}{1.5}$	－3.68	1.27	－0.17	0.02	－2.56	22′杆 10.89
	2－1	0.098	$-\frac{4}{3}$	－9.66	1.31	0	0.02	－8.33	
1	1－2	0		－8.79	0	－1.75	0	－10.54	—

6．刚架的最后弯矩图示于图 7-10。

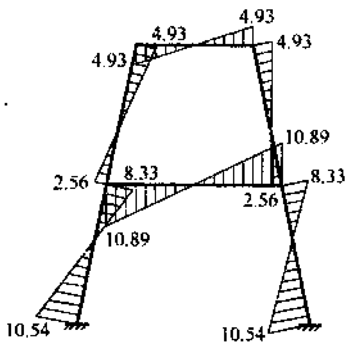


图 7-10

第二节　用迭代法计算刚架

迭代法(或称“卡尼法”)是变形法的发展。属于逐次渐近法的一种。当循环计算的次数足够时，可提供理想的精确度。

本法的特点是：对于有侧移的多层刚架，系将弯矩与剪力轮流分配，可以克服用弯矩分配法计算有侧移刚架时的繁冗，并有“自动消误”的优点。

在承受水平荷载的多层刚架中，若梁的刚度小于柱的刚度时，本法与其他逐次渐近法一样，仍有收敛甚缓之弊。这时候，在几次循环计算后，如发现分配弯矩的数值递增或递减相差较悬殊时，可根据递增或递减的比例，假定一个适当的数值，然后用此假定数值继续计算下去，由于本法能“自动消误”，即使假定的数值偏高或偏低(当然，假定的数值愈接近于实际数值的递增或递减的情况更好)，仍可加快计算的速度，不致影响最后结果的正确性。

若在计算结束后，需要修改个别杆件的截面或荷载时，也不必将整个刚架重新计算，只要在原来的计算图中把相应的数值改变后继续计算(即将原来计算的最后一次角变弯矩及侧移弯矩作为第一次近似值)即可。

正负号规定：

杆端弯矩：作用于杆端的弯矩沿顺时针方向者为正；

杆端剪力：对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正；

水平外力：自左向右作用者为正。

一、无侧移多层刚架计算

(一) 计算步骤。当柱脚为固定时：

1. 计算杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$ 及节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_i$：在已知荷载作用下，计算出各杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$（可利用第二章中有关的公式来计算，但其正负号的规定取与杆端弯矩相同），写在相应杆件的两端（见图 7-14）；任一节点 i 固端弯矩的代数和即为该节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_i$，算出后将其写在该节点的内圈中（见图 7-14）。

2. 计算角变弯矩分配系数 μ_{ik}：在每一节点上角变弯矩分配系数之和为 $-\frac{1}{2}$，将 $-\frac{1}{2}$ 按杆件的单位刚度 $\left(i=\frac{EI}{l}\right)$ 比分配相交于该节点上的各杆端，即：

$$\mu_{ik} = -\frac{1}{2} \times \frac{i_{ik}}{\sum_{(i)} i_{ik}} \tag{7-6}$$

并将其写在节点的两圈之间相应杆件的地方（见图 7-14）。

3. 计算 i 节点各杆件的近端角变弯矩 M'_{ik}：

$$M'_{ik} = \mu_{ik}(\overline{M}_i + \sum_{(i)} M'_{ki}) \tag{7-7}$$

式中，M'_{ki} 为杆件远端的角变弯矩。首先，可假定 M'_{ki} 的第一次近似值均为零，按公式(7-7)求得 M'_{ik} 的第一次近似值。节点的计算顺序可任意选定，但最好由具有最大不平衡弯矩的节点开始，这样收敛较快。当计算第二及以后各次 M'_{ik} 的近似值时，相交于 i 节点的某些或全部杆件的远端已有角变弯矩，将这些弯矩与原来的 $\overline{M}_i$ 相加，再进行分配，直至 M'_{ik} 的前后两次近似值达到要求的精确度为止。计算在一计算图上进行（见图 7-14）。

当底层柱的柱脚为固定时，其角变弯矩等于零。

4. 计算杆端的最后弯矩 M_{ik}：

$$M_{ik} = \overline{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} = \overline{M}_{ik} + M'_{ik} + (M'_{ik} + M'_{ki}) \tag{7-8}$$

为便于计算，迭加杆件最后的端弯矩在另一计算图上进行（见图 7-15），即在该图中先写上 $\overline{M}_{ik}$ 及 M'_{ik}，然后，将 $(M'_{ik} + M'_{ki})$ 之和写在下面相加，即得 M_{ik}。

(二) 特例。

1. 当柱或梁的一端为铰接时，求得其固端弯矩后，将铰接杆用固定杆代替，但代替杆的单位刚度 $i' = \frac{3}{4}i$。

2. 当刚架形式及荷载均为对称时：

(1) 对称中心线通过柱（即跨数为偶数）（图 7-11a）；只要计算对称中心线一边的半个刚架（图 7-11b）即可，另半个刚架相应杆件的弯矩正负号则与此相反。

(2) 对称中心线在两柱之间（即跨数为奇数）（图 7-12a）；将中间跨的横梁 BC 及 FG 的单位刚度按 $i' = \frac{1}{2}i$ 修正后，仅计算对称中心线一边的半个刚架（图 7-12b）即可，且中间跨横梁 BC 及 FG 的最后端弯矩不应考虑远端角变弯矩，即：

$$M_{ik} = \overline{M}_{ik} + 2M'_{ik} \tag{7-9}$$

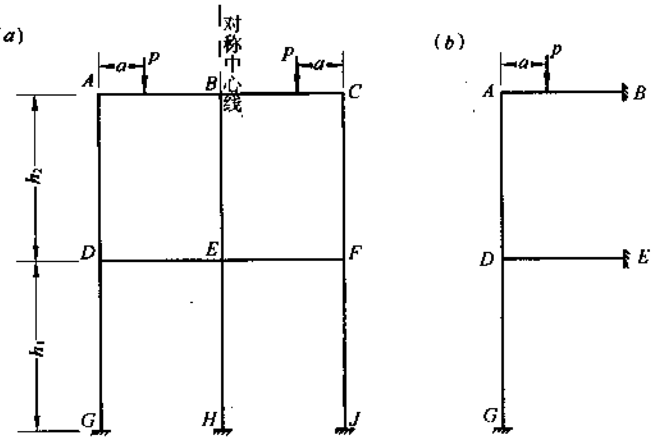


图 7-11

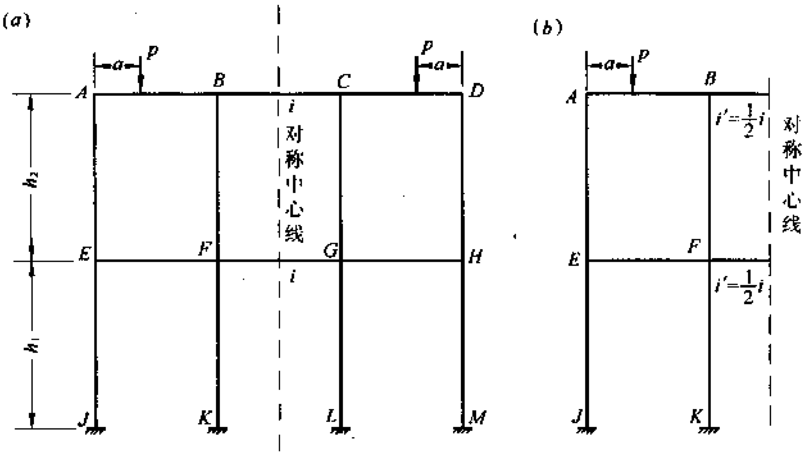


图 7-12

另半个刚架相应杆件的弯矩正负号则与此相反。

3. 刚架节点上有承受荷载的悬臂时：取悬臂的单位刚度 $i=0$。

4. 刚架上作用有外节点力矩时：将此外节点力矩视为系作用于自该节点引伸出来的悬臂上，即可同上计算。

【例题 7-5】 已知一多层刚架(图 7-13)，杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内。按无侧移刚架求算各杆件的杆端弯矩值。

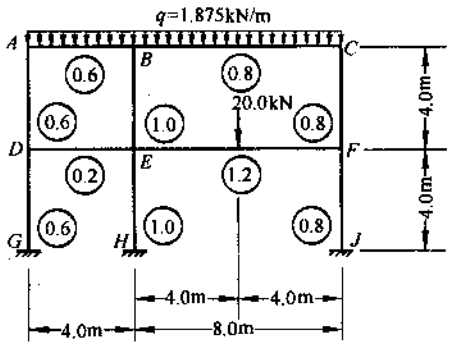


图 7-13

【解】

1. 杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$：

$$\overline{M}_{BA}=-\overline{M}_{AB}=\frac{1}{12}\times 1.875\times 4^2$$
$$=2.5\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$\overline{M}_{CB}=-\overline{M}_{BC}=\frac{1}{12}\times 1.875\times 8^2$$
$$=10.0\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$\overline{M}_{FE}=-\overline{M}_{EF}=\frac{1}{8}\times 20\times 8$$
$$=20.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

写在图 7-14 上相应杆件的两端。

节点的不平衡弯矩 $\overline{M}i$:如节点 B,

$$\overline{M}_B=\Sigma\overline{M}_{BK}=\overline{M}_{BA}+\overline{M}_{BC}=2.5-10.0=-7.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

其他节点的不平衡弯矩可同样算出,写在图 7-14 上每个节点的内圈中。

2. 角变弯矩分配系数 μ_{ik}:如节点 B,

$$\mu_{BA}=-\frac{1}{2}\left(\frac{0.6}{0.6+1.0+0.8}\right)=-0.125$$
$$\mu_{BC}=-\frac{1}{2}\left(\frac{0.8}{0.6+1.0+0.8}\right)=-0.167$$
$$\mu_{BE}=-\frac{1}{2}\left(\frac{1.0}{0.6+1.0+0.8}\right)=-0.208$$

其他节点的角变弯矩分配系数可同样算出,写在图 7-14 上每个节点的两圈之间相应杆件的地方。

3. 近端角变弯矩 M'_{ik}:节点的计算顺序按 $B\rightarrow E\rightarrow C\rightarrow F\rightarrow A\rightarrow D$ 进行。

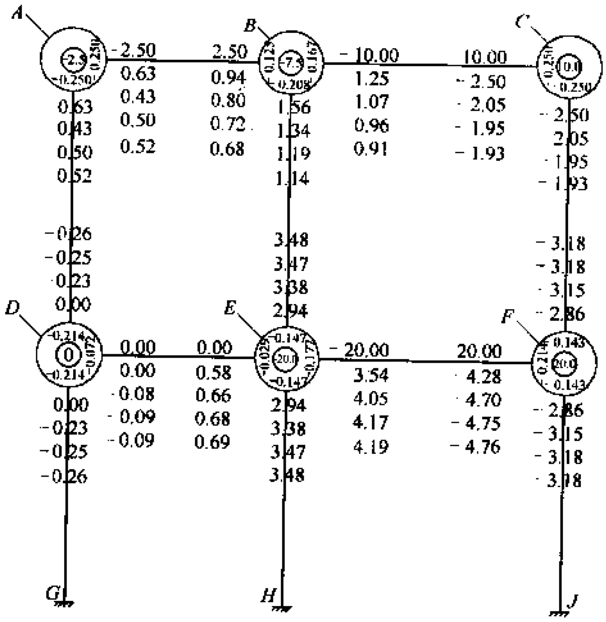


图 7-14

首先，假定各节点的 $M'_{ki}=0$，即得 M'_{ik} 的第一次近似值，如节点 B，

$$M'_{BA}=-0.125(-7.5)=0.94\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M'_{BC}=-0.167(-7.5)=1.25\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M'_{BE}=-0.208(-7.5)=1.56\text{kN}\cdot\text{m}$$

其他节点的计算照此进行，将算得的各值均写在图 7-14 上相应的杆端。

M'_{ik} 的第二次近似值的计算，仍从节点 B 开始，需要分配的总的"不平衡弯矩"为：

$$\overline{M}_B+\Sigma M'_{KB}=-7.5+0.63-2.5+2.94=-6.43\text{kN}\cdot\text{m}$$

故
$$M'_{BA}=-0.125(-6.43)=0.80\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M'_{BC}=-0.167(-6.43)=1.07\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M'_{BE}=-0.208(-6.43)=1.34\text{kN}\cdot\text{m}$$

其他节点的计算照此进行，直至 M'_{ik} 的前后两次近似值达到要求的精确度为止。

4. 杆端的最后弯矩 M_{ik}：计算写于图 7-15 中。例如在 M_{BA} 的算式中，第一行为 $\overline{M}_{BA}=2.5\text{kN}\cdot\text{m}$、第二行为 $M'_{BA}=0.68\text{kN}\cdot\text{m}$、第三行为 $M'_{BA}+M'_{AB}=0.68+0.52=1.20\text{kN}\cdot\text{m}$，横线下为上述三行之和，即 $M_{BA}=4.38\text{kN}\cdot\text{m}$。

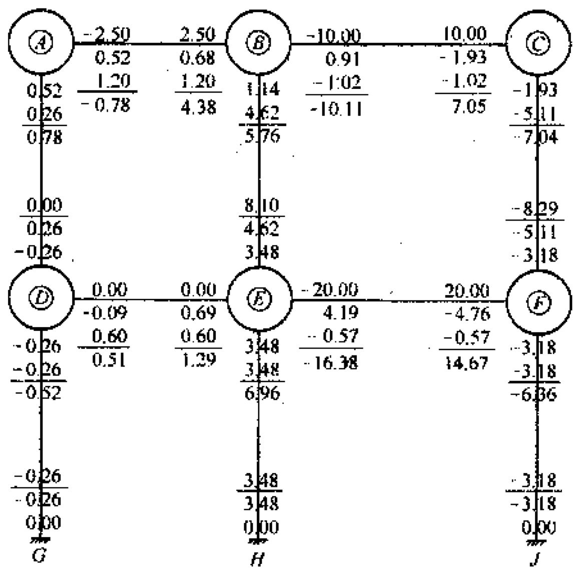


图 7-15

二、有侧移简式多层刚架计算

简式多层刚架是指各层横梁均为全部贯通的刚架，其特点是每层竖杆仅有一个独立的侧位移。下面列述的计算方法适用于柱是竖直的简式多层刚架。

(一) 竖向荷载作用下简式多层刚架的计算步骤，当 r 层的各柱高度相等，且柱脚为固定时：

1. 计算杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$ 及节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_i$：同前。

2. 计算角变弯矩分配系数 μ_{ik} 及侧移弯矩分配系数 ν_{ik}：角变弯矩分配系数 μ_{ik} 按公式(7

-6)计算：

$$\mu_{ik}=-\frac{1}{2}\times\frac{i_{ik}}{\sum\limits_{(i)}i_{ik}}$$

侧移弯矩分配系数 ν_{ik}：在一个楼层上全部柱的侧移弯矩分配系数之和为 $-\frac{3}{2}$，将 $-\frac{3}{2}$ 按柱的单位刚度比分配于该层的各柱上，即：

$$\nu_{ik}=-\frac{3}{2}\times\frac{i_{ik}}{\sum\limits_{(r)}i_{ik}} \tag{7-10}$$

将其写在相应柱的左边(见图 7-16)。

3. 计算 i 节点各杆件的近端角变弯矩 M'_{ik} 及 r 层各柱的侧移弯矩 M''_{ik}：

$$M'_{ik}=\mu_{ik}[\overline{M}_i+\sum_{(i)}(M'_{ki}+M''_{ik})] \tag{7-11}$$

首先，假定 M'_{ki} 及 M''_{ik} 的第一次近似值均为零，按公式(7-11)求得 M'_{ik} 的第一次近似值，再将 M'_{ik} 的第一次近似值代入

$$M''_{ik}=\nu_{ik}\sum_{(r)}(M'_{ik}+M'_{ki}) \tag{7-12}$$

求得 M''_{ik} 的第一次近似值，将其写在各柱中部右边(见图 7-16)，然后，将 M''_{ik} 的第一次近似值代入公式(7-11)，即可求得 M'_{ik} 的第二次近似值。M'_{ik} 的计算是从节点到节点，无先后顺序的限制；M''_{ik} 的计算是从楼层到楼层，无先后顺序的限制。将上述公式(7-11)及(7-12)的两项运算交替进行，直至 M'_{ik} 及 M''_{ik} 的前后两次近似值均达到要求的精确度为止。计算在一计算图上进行(见图 7-16)。

4. 计算杆端的最后弯矩 M_{ik}：

$$\begin{aligned}M_{ik}&=\overline{M}_{ik}+2M'_{ik}+M'_{ki}+M''_{ik}\\&=\overline{M}_{ik}+M'_{ik}+(M'_{ik}+M'_{ki})+M''_{ik}\end{aligned} \tag{7-13}$$

为便于计算，迭加杆件最后的端弯矩在另一计算图上进行(见图 7-17)，即在该图中先写上 $\overline{M}_{ik}$ 及 M'_{ik}，然后，将 $(M'_{ik}+M'_{ki})$ 之和及 M''_{ik} 写在下面相加，即得 M_{ik}。

5. 刚架侧位移的计算：

各层柱的相对侧位移按公式(7-3)计算：

$$\Delta_{ik}=-\frac{M''_{ik}\times h_{ik}^2}{6EI_{ik}}$$

式中　Δ_{ik}——ik 柱的相对侧位移，其正负号的规定是使柱 ik 沿顺时针方向旋转者为正。

将刚架中各层柱的相对侧位移逐层相加，即得各节点的总位移。

【例题 7-6】　已知如例题 7-5 的简式多层刚架(图 7-13)。考虑刚架有侧移的影响，求算各杆件的杆端弯矩值。

【解】

1. 杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$ 及节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_i$：同例题 7-5。

2. 角变弯矩分配系数 μ_{ik}：同例题 7-5。

侧移弯矩分配系数 ν_{ik}：

$$\nu_{BE}=\nu_{EH}=-\frac{3}{2}\times\frac{1.0}{0.6+1.0+0.8}=-0.625$$

$$\nu_{AD}=\nu_{DG}=-\frac{3}{2}\times\frac{0.6}{0.6+1.0+0.8}=-0.375$$

$$\nu_{CF}=\nu_{FJ}=-\frac{3}{2}\times\frac{0.8}{0.6+1.0+0.8}=-0.500$$

写在图 7-16 上相应柱的左边。

3. 近端角变弯矩 M'_{ik}及侧移弯矩 M''_{ik}：计算的顺序，角变弯矩按节点 $B\longrightarrow E\longrightarrow C\longrightarrow F\longrightarrow A\longrightarrow D$ 进行，侧移弯矩由上而下进行。

首先，假定 M'_{ki}及 M''_{ik}均等于零，按公式(7-11)求得 M'_{ik}的第一次近似值，再按公式(7-12)求得同一层中各柱 M''_{ik}的第一次近似值，如顶层各柱。

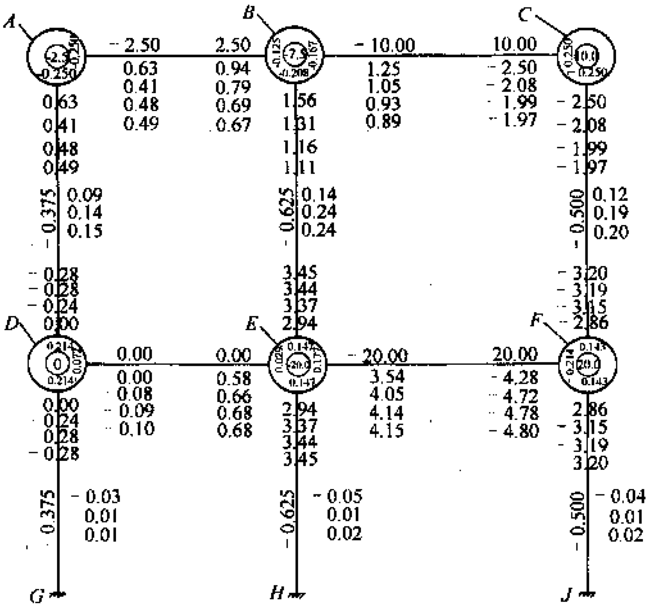


图 7-16

$$\sum_{(r)}(M'_{ik}+M'_{ki})=0.63+0.0+1.56+2.94-2.50-2.86$$
$$=-0.23\text{kN}\cdot\text{m}$$

则
$$M''_{AD}=-0.375(-0.23)=0.09\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M''_{BE}=-0.625(-0.23)=0.14\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M''_{CF}=-0.500(-0.23)=0.12\text{kN}\cdot\text{m}$$

底层各柱的计算照此进行，将算得的各值均写在图 7-16 上各柱中部的右边。

M'_{ik}的第二次近似值的计算，如节点 B，需要分配的总的“不平衡弯矩”为：

$$\overline{M}_i+\sum_{(i)}(M'_{ki}+M''_{ik})=-7.5+0.63-2.50+2.94+0.14=-6.29\text{kN}\cdot\text{m}$$

则
$$M'_{BA}=-0.125(-6.29)=0.79\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M'_{BE}=-0.208(-6.29)=1.31\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M'_{BC}=-0.167(-6.29)=1.05\text{kN}\cdot\text{m}$$

其他节点的计算照此进行，然后再计算各柱 M''_{ik}的第二次近似值。以上两项运算交替进行，直至 M'_{ik}及M''_{ik}的前后两次近似值均达到要求的精确度为止。

4. 杆端的最后弯矩 M_{ik}，计算于图 7-17。

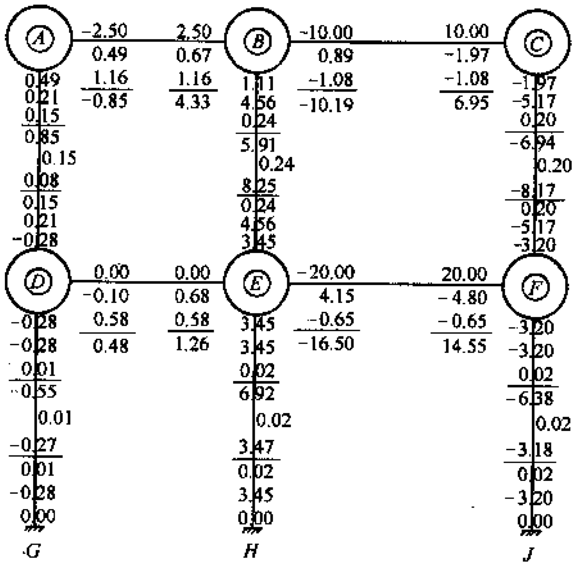


图 7-17

（二）水平荷载作用下简式多层刚架的计算步骤。当 r 层的各柱高度相等，且柱脚为固定时：

1. 计算杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$ 及节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_i$：同前。

2. 计算角变弯矩分配系数 μ_{ik} 及侧移弯矩分配系数 ν_{ik}：

角变弯矩分配系数 μ_{ik} 按公式(7-6)：

$$\mu_{ik} = -\frac{1}{2} \times \frac{i_{ik}}{\sum\limits_{(i)} i_{ik}}$$

侧移弯矩分配系数 ν_{ik} 按公式(7-10)：

$$\nu_{ik} = -\frac{3}{2} \times \frac{i_{ik}}{\sum\limits_{(r)} i_{ik}}$$

3. 计算各楼层剪力 P_r 和楼层弯矩 $\overline{M}_r$：

沿第 r 层柱顶作 Ⅰ-Ⅰ 截面(图 7-18)。

第 r 层楼层剪力：

$$P_r = \Sigma W + \Sigma q - \sum_{(r)} \overline{V}_{ik} \tag{7-14}$$

式中 $\Sigma W + \Sigma q$——截面 Ⅰ-Ⅰ 以上所有水平外力的代数和；

$\overline{V}_{ik}$——ik 柱柱顶的固端剪力，

$$\overline{V}_{ik} = V_{ik}^0 - \frac{1}{h_r}(\overline{M}_{ik} + \overline{M}_{ki})$$

式中 V_{ik}^0——ik 柱的两端视为简支时的杆端剪力。

第 r 层楼层弯矩：

$$\overline{M}_r = \frac{1}{3} P_r h_r \tag{7-15}$$

式中 h_r——第 r 层楼层高度。

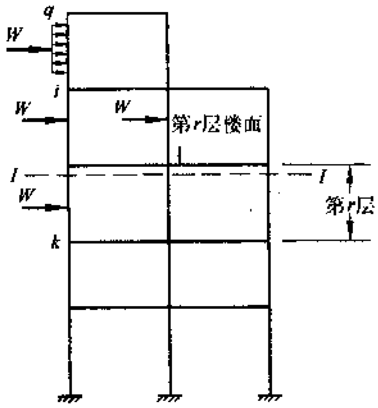


图 7-18

将 $\overline{M}_r$ 写在第 r 层柱左侧的矩形格内(见图 7-20)。

4. 计算 i 节点各杆件的近端角变弯矩 M'_{ik} 及 r 层各柱的侧移弯矩 M''_{ik}:

首先,假定 M'_{ki} 及 M''_{ik} 的第一次近似值均为零,按公式(7-11):

$$M'_{ik} = \mu_{ik}[\overline{M}_i + \sum_{(i)}(M'_{ki} + M''_{ik})]$$

求得 M'_{ik} 的第一次近似值,再将 M'_{ik} 的第一次近似值代入

$$M''_{ik} = \nu_{ik}[\overline{M}_r + \sum_{(r)}(M'_{ik} + M'_{ki})] \quad (7-16)$$

求得 M''_{ik} 的第一次近似值,将其写在各柱中部右边(见图 7-20)。将上述公式(7-11)及(7-16)的两项运算交替进行,直至 M'_{ik} 及 M''_{ik} 的前后两次近似值均达到要求的精确度为止❶。计算在一计算图上进行(见图 7-20)。

5. 计算杆端的最后弯矩 M_{ik} 按公式(7-13):

$$M_{ik} = \overline{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik}$$
$$= \overline{M}_{ik} + M'_{ik} + (M'_{ik} + M'_{ki}) + M''_{ik}$$

迭加杆件最后的端弯矩在另一计算图上进行(见图 7-21)。

6. 刚架侧位移的计算:与竖向荷载作用下简式多层刚架的计算方法相同。

当刚架承受竖向荷载及水平荷载,并需同时分析时,可先求出全部楼层弯矩 $\overline{M}_r$ 和节点不平衡弯矩 $\overline{M}_i$,然后交替运用公式(7-11)和(7-16)计算角变弯矩和侧移弯矩。

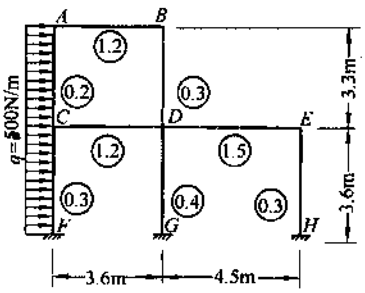


图 7-19

【例题 7-7】 已知一简式多层刚架(图 7-19),杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内。求算在水平荷载作用下各杆件的杆端弯矩值。

【解】

1. 杆件的固端弯矩 $\overline{M}_{ik}$、节点的不平衡弯矩 $\overline{M}_i$ 及楼层弯矩 $\overline{M}_r$:

迎风柱上下端的固端弯矩为 $\pm\frac{1}{12}ql^2$,分别写在柱的上下端(图 7-20),为避免与其他的计算混淆,都用虚线划开。

除迎风柱外,其他各节点均无不平衡弯矩 $\overline{M}_i$。

各层的楼层弯矩 $\overline{M}_r$:先假定无侧移,求出固端剪力 $\overline{V}_{ik}$,如底层在截面 C-D-E 水平上,

$$\overline{V}_{CF} = -\frac{1}{2}\times 500\times 3.6 = -900\text{N}$$

$$P_1 = 0 + 500\times 3.3 - (-900) = 2550\text{N}$$

$$\overline{M}_1 = \frac{1}{3}P_1h_1 = \frac{1}{3}\times 2550\times 3.6 = 3060\text{N}\cdot\text{m}$$

❶ 在工程实践中,当水平荷载为刚架的主要荷载时,一般可先计算 M''_{ik},再计算 M'_{ik},这样收敛速度较快。

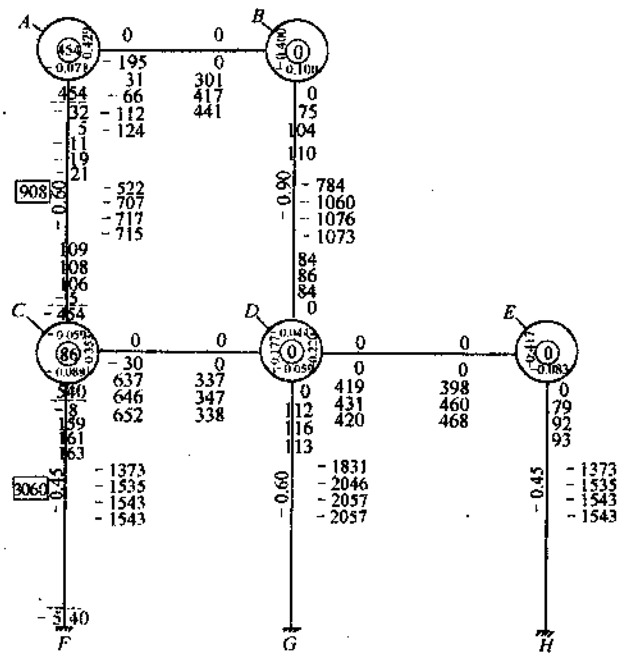


图 7-20

顶层的楼层弯矩 $\overline{M}_2=\frac{1}{3}P_2h_2=908\text{N}\cdot\text{m}$；将该二数值写在左边各柱的方格内(图 7-20)。

2. 角变弯矩分配系数 μ_{ik} 及侧移弯矩分配系数 v_{ik}：计算方法同例题 7-6。

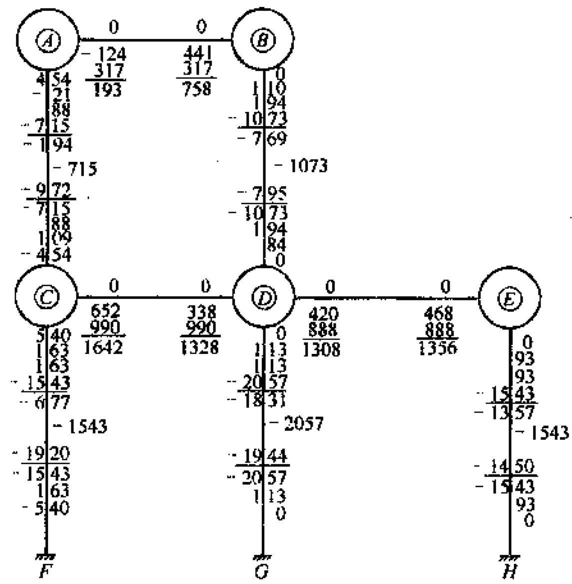


图 7-21

3. 近端角变弯矩 M'_{ik} 及侧移弯矩 M''_{ik}：计算的顺序，角变弯矩按节点 $A \longrightarrow C \longrightarrow B \longrightarrow D \longrightarrow E$ 进行，侧移弯矩由上而下进行。

首先，假定 M'_{ki} 及 M''_{ik} 均等于零，按公式(7-11)求得 M'_{ik} 的第一次近似值，再按公式(7-16)求得同一层中各柱 M''_{ik} 的第一次近似值，如顶层各柱，

$$\overline{M}_r + \sum_{(r)}(M'_{ik} + M'_{ki}) = 908 - 32 - 5 + 0 + 0 = 871\text{N} \cdot \text{m}$$

则
$$M''_{AC} = -0.6(871) = -522\text{N}\cdot\text{m}$$
$$M''_{BD} = -0.9(871) = -784\text{N}\cdot\text{m}$$

底层各柱的计算照此进行，将算得的各值均写在图 7-20 上各柱中部的右边。

M'_{ik} 的第二次近似值的计算，如节点 A，需要分配的总的“不平衡弯矩”为：

$$\overline{M}_i + \sum_{(i)}(M'_{ki} + M''_{ik}) = 454 - 5 + 0 - 522 = -73\text{N} \cdot \text{m}$$

将该值进行分配后再计算各柱 M''_{ik} 的第二次近似值。以上两项运算交替进行，直至 M'_{ik} 及 M''_{ik} 的前后两次近似值均达到要求的精确度为止。

4. 杆端的最后弯矩 M_{ik}：计算于图 7-21 中。

第三节　用近似法计算刚架

一、竖向荷载作用下多跨多层刚架的分层计算

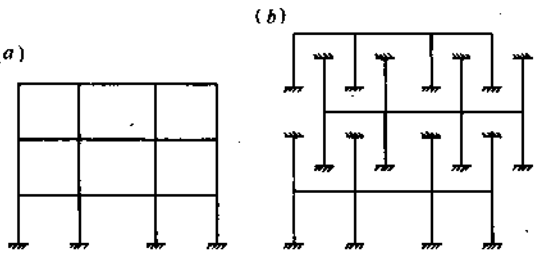


图 7-22

分层法的基本假定：多跨多层刚架在竖向荷载作用下，节点的侧移可以忽略；每层横梁上的荷载对其他层横梁的内力影响很小，也可以忽略。因此，多层刚架（图 7-22a）可以分层（图 7-22b），作为若干个彼此互不关连的，且柱端为完全固定的简单刚架来近似计算。

分层法的精确度，一般能满足使用要求。不过在某些情况下，它的误差仍较大。

由于上层各柱（图 7-22b）的柱端实际为弹性固定，所以，在分层计算时，须将上层各柱的刚度乘以折减系数 0.9，以减少误差。

分层后的各简单刚架可用弯矩分配法计算，一般循环分配两次即可。分层计算时，柱支座处的柱端弯矩为横梁处的柱端弯矩的 $\frac{1}{3}$；当柱支座处实际为完全固定（如底层）时，则为横梁处柱端弯矩的 $\frac{1}{2}$。

杆件的最后端弯矩：横梁的最后弯矩即为分层计算所得的弯矩；柱同属于上下两层，所以，柱的最后弯矩为将上下两相邻简单刚架柱的弯矩迭加起来。

在节点处，最后算得的弯矩是不平衡的，但误差不大，如有需要，也可将各节点再平衡一次。

【例题 7-8】　已知一简式多层刚架（图 7-23），杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小

圆圈内。按分层法求算各杆件的杆端弯矩值。

【解】 用弯矩分配法计算。上层各柱的刚度在乘以 0.9 后再计算节点的弯矩分配系数。

上层的弯矩分配见图 7-24*a*，下层的弯矩分配见图 7-24*b*；迭加后最后弯矩见图 7-24*c*。

从图 7-24*c* 可见，各节点的弯矩有不平衡的情况，在需要时，可将各节点再平衡一次。

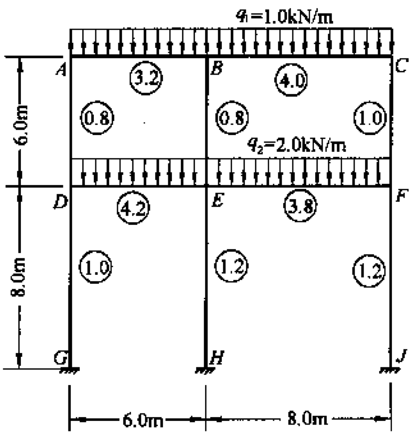


图 7-23

二、水平荷载作用下多跨多层刚架的近似计算

多跨多层刚架在水平荷载作用下，反弯点法是一种常用的近似计算法。但对于高而窄、以风荷载为主要荷载的结构，则仍宜按精确法计算。

反弯点法的基本假设如下(图 7-25)：

1. 水平荷载化为节点荷载。

2. 最下层各柱的反弯点，在距柱底的三分之二高度处；上面各层柱的反弯点，在柱高度的中点。

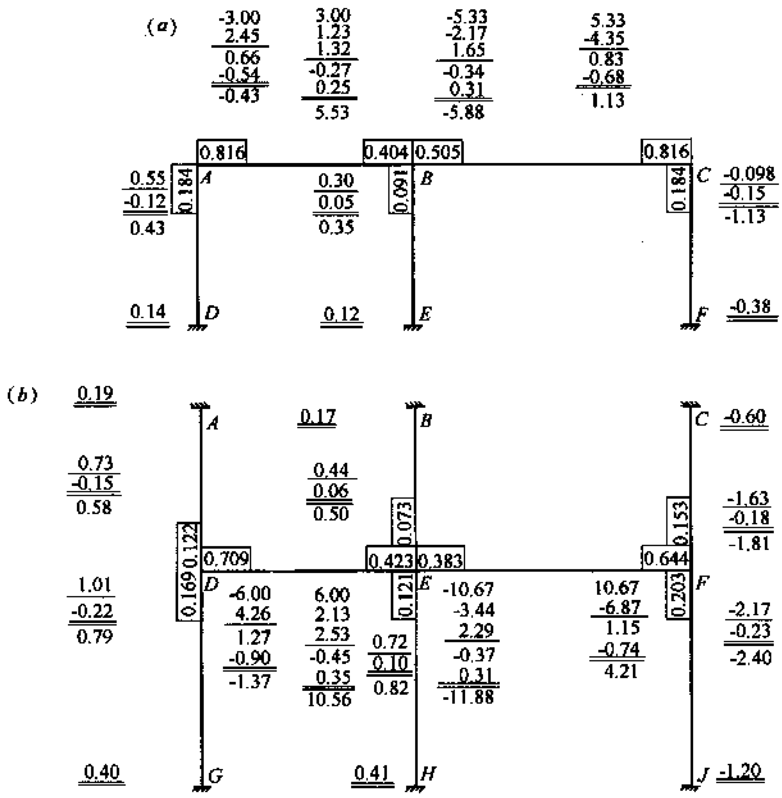


图 7-24 (一)

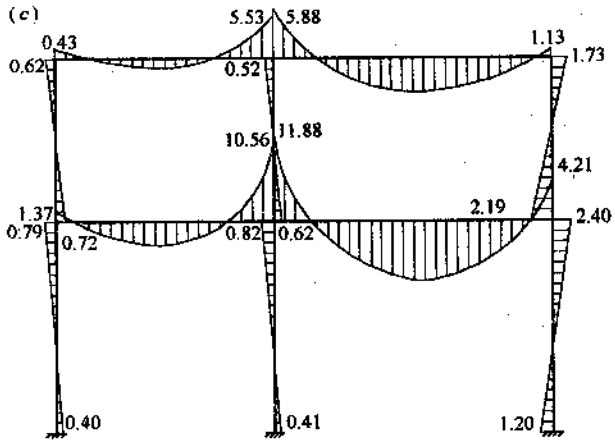


图 7-24 （二）

3. 每层柱的剪力与柱的侧移刚度系数 $\frac{i}{h^2}$ 成正比。这里，i 是柱的单位刚度，h 是柱的高度。

计算步骤：

1. 柱的剪力：如图 7-25 的第二层，从该层柱的反弯点处切开，则各柱的剪力：

$$V_i = \Sigma W \times \frac{\frac{i_i}{(h_i)^2}}{\Sigma \frac{i}{(h)^2}} \qquad (7\text{-}17)$$

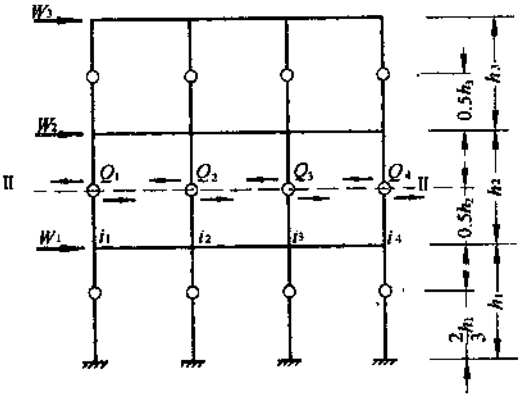


图 7-25

式中 i——柱的单位刚度 $\left(i=\frac{EI}{h}\right)$

h——柱的高度

ΣW——第二层切口以上水平荷载的总和，即 $\Sigma W = W_3 + W_2$

当同一层中柱高均相等时，各柱的剪力：

$$V_i = \Sigma W \times \frac{i_i}{\Sigma_i} \qquad (7\text{-}18)$$

依次将各层柱从反弯点处切开，就可以算出各柱的剪力。

2. 柱端弯矩：

底层，柱上端：$M_{上} = V_i \times \frac{1}{3} h_i$

柱下端：$M_{下} = V_i \times \frac{2}{3} h_i$

其余各层，柱上下端：$M = V_i \times 0.5 h_i$。

3. 梁端弯矩：

边跨的外边缘处的梁端弯矩（图 7-26a）：

$$M = M_n + M_{n+1}$$

中间支座处的梁端弯矩(图 7-26b):

$$M_{左} = (M_n + M_{n+1})\frac{i_{左}}{i_{左} + i_{右}}$$

$$M_{右} = (M_n + M_{n+1})\frac{i_{右}}{i_{左} + i_{右}}$$

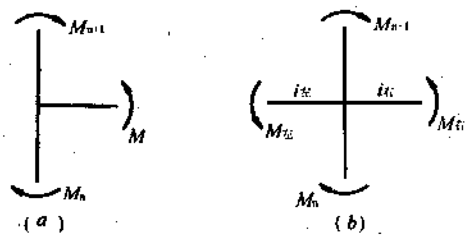


图 7-26

【例题 7-9】 已知一刚架(图 7-27a),杆件的单位刚度值标在各杆件相应的小圆圈内。按反弯点法求算各杆件的杆端弯矩值。

【解】 顶层及中间层沿柱高度中点处切开;底层沿距柱底$\frac{2}{3}h$处切开(图 7-27b)。

1. 柱的剪力:如顶层,

$$V_{AD} + V_{BE} + V_{CF} = 0.5\text{kN}$$

则

$$V_{AD} = 0.5 \times \frac{\frac{2}{5^2}}{\frac{2}{5^2} + \frac{2}{6^2} + \frac{1}{5^2}} = 0.5 \times \frac{0.0800}{0.1756}$$

$$= 0.228\text{kN}$$

$$V_{BE} = 0.5 \times \frac{0.0556}{0.1756} = 0.158\text{kN}$$

$$V_{CF} = 0.5 \times \frac{0.0400}{0.1756} = 0.114\text{kN}$$

其他各层可同样计算。

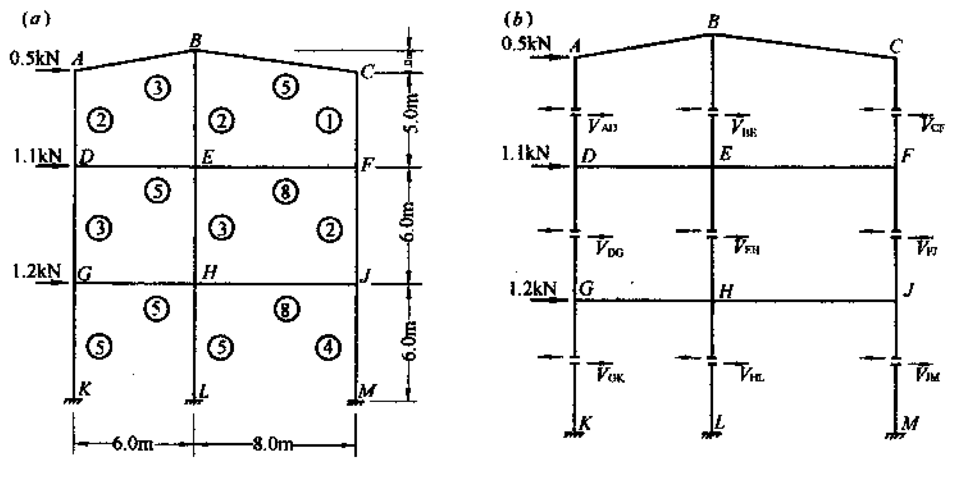


图 7-27

2. 柱端弯矩:如顶层柱 AD,

$$M_{AD} = M_{DA} = V_{AD} \times 0.5 \times 5 = 0.57\text{kN·m}$$

其他各层柱可同样计算。

3. 梁端弯矩:

顶层，

$$M_{AB}=M_{AD}=0.57\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CB}=M_{CF}=0.29\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BA}=M_{BE}\times\frac{3}{3+5}=0.18\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC}=M_{BE}\times\frac{5}{3+5}=0.29\text{kN}\cdot\text{m}$$

中间层，

$$M_{DE}=M_{DA}+M_{DG}=0.57+1.80=2.37\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{ED}=(M_{EB}+M_{EH})\frac{5}{5+8}=0.87\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{EF}=(M_{EB}+M_{EH})\frac{8}{5+8}=1.40\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{FE}=M_{FC}+M_{FI}=0.29+1.20=1.49\text{kN}\cdot\text{m}$$

底层各梁可同样计算。

4. 刚架的弯矩图见图 7-28。

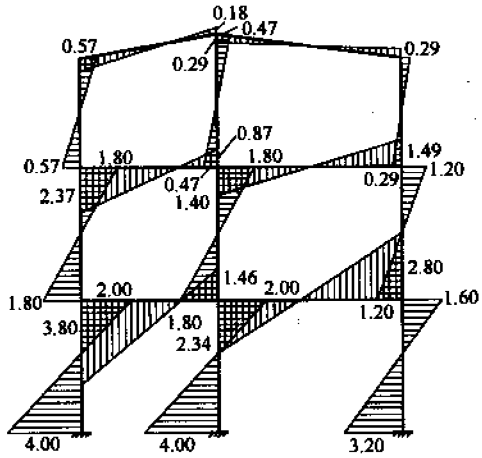


图 7-28

第八章　刚架内力计算公式

第一节　等截面刚架的内力计算公式

本节列出了九种类型铰接和固定支座的等截面单层单跨刚架在各种不同荷载作用下的内力计算公式。

本节的计算公式中，反力和内力的正负号规定如下：

V——向上者为正；

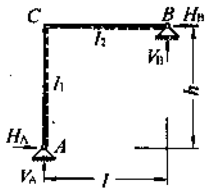
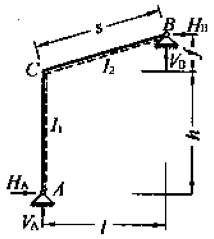
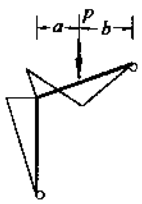
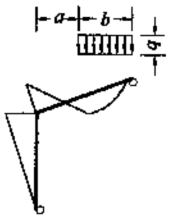
H——向内者为正；

M——在各种类型的刚架中虚线的一面受拉为正。刚架的弯矩图画在受拉的一面。

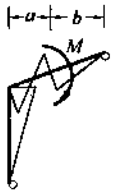
计算公式中的 ω 值见表 1-11。

一、"Г"形刚架

表 8-1

 	$\varphi_1=\frac{f}{h+f}$；$\varphi_2=\frac{h}{h+f}$；$\varphi_3=\frac{l}{h+f}$； $\Psi=\frac{f}{h}$；$\mu=1+\frac{K_2}{K_1}$； $K_1=\frac{I_1}{h}$；$K_2=\frac{I_2}{l}$（水平横梁时）； $K_2=\frac{I_2}{S}$（斜横梁时）
 $\beta=\frac{b}{l}$ $\Phi=\frac{1}{\mu}\omega_{D\beta}$ $\left.\begin{matrix}V_A\\V_B\end{matrix}\right\}=\frac{P}{2}\left[1\mp(1-2\beta-\frac{1}{\varphi_2}\Phi)\right]$； $H_A=H_B=\frac{Pl}{2h}\Phi$； $M_C=-\frac{Pl}{2}\Phi$	 $\alpha=\frac{a}{l}$； $\beta=\frac{b}{l}$ $\Phi=\frac{1}{2\mu}\omega_{\varphi\beta}$ $\left.\begin{matrix}V_A\\V_B\end{matrix}\right\}=\frac{ql}{2}\left[\beta\mp\left(\omega_{R\alpha}-\frac{1}{\varphi_2}\Phi\right)\right]$； $H_A=H_B=\frac{ql^2}{2h}\Phi$； $M_C=-\frac{ql^2}{2}\Phi$ 当 $b=l$：　$\Phi=\frac{1}{4\mu}$

续表



$\alpha=\frac{a}{l}$;

$\beta=\frac{b}{l}$

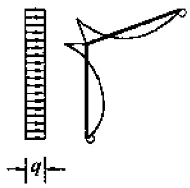
$\Phi=\frac{1}{2\mu}\omega_{M\beta}$

$V_A=-V_B=-\frac{M}{l}\left(1-\frac{1}{\varphi_2}\Phi\right)$;

$H_A=H_B=\frac{M}{h}\Phi$;

$M_C=-M\Phi$

当 $a=l$: $\Phi=-\frac{1}{2\mu}$

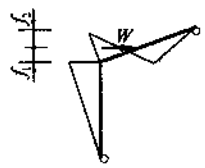


$\Phi=\frac{K_2+K_1\Psi^2}{4K_1\mu}$

$V_A=-V_B=\frac{qh}{2\varphi_3}(\Psi+\Phi)$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh}{2}\left(\mp\frac{1}{\varphi_2}+\Psi+\Phi\right)$;

$M_C=-\frac{qh^2}{2}\Phi$

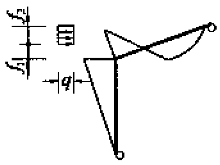


$\beta=\frac{f_2}{f}$

$\Phi=\frac{1}{2\mu}\omega_{D\beta}$　$V_A=-V_B=\frac{Wf}{l}\left(\beta+\frac{1}{\varphi_2}\Phi\right)$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{W}{2}(1\mp1+2\Psi\Phi)$;

$M_C=-Wf\Phi$ 当 $f_2=f$:　$\Phi=0$

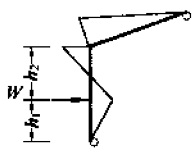


$\alpha=\frac{f_1}{f}$; $\beta=\frac{f_2}{f}$

$\Phi=\frac{1}{2\mu}\omega_{\varphi\beta}$　$V_A=-V_B=\frac{qf^2}{2l}\left(\beta^2+\frac{1}{\varphi_2}\Phi\right)$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{qf}{2}(\beta\mp\beta+\Psi\Phi)$;

$M_C=-\frac{qf^2}{2}\Phi$　当 $f_2=f$:　$\Phi=\frac{1}{4\mu}$



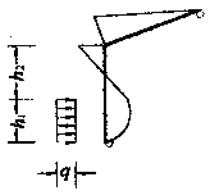
$\alpha=\frac{h_1}{h}$

$\Phi=\frac{K_2}{2K_1\mu}\omega_{D\alpha}$

$V_A=-V_B=\frac{Wf}{l}\left(\alpha+\frac{1}{\varphi_1}\Phi\right)$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{W}{2}[2(\alpha+\Phi)-1\mp1]$;

$M_C=-Wh\Phi$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$　$\Phi=\frac{K_2}{2K_1\mu}\omega_{\varphi\alpha}$

$V_A=-V_B=\frac{qhf}{2l}\left(\alpha^2+\frac{1}{\varphi_1}\Phi\right)$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh}{2}(\mp\alpha-\omega_{R\alpha}+\Phi)$;

$M_C=-\frac{qh^2}{2}\Phi$

当 $h_1=h$:　$\Phi=\frac{K_2}{4K_1\mu}$

续表

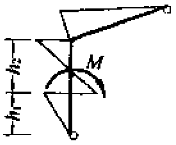
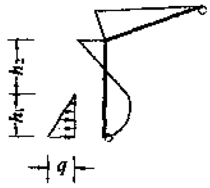
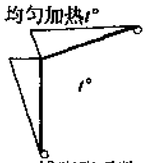
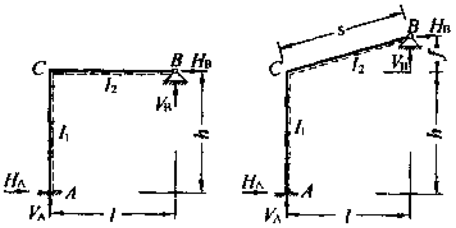
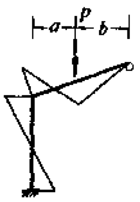
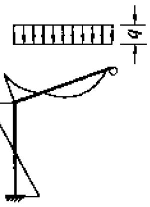
	$\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{K_2}{2K_1\mu}\omega_{M\alpha}$ $V_A=-V_B=\frac{M\Psi}{l}\left(1-\frac{1}{\varphi_1}\Phi\right)$; $H_A=H_B=\frac{M}{h}(1-\Phi)$; $M_C=M\Phi$ 当 $h_1=h$： $\Phi=\frac{K_2}{K_1\mu}$ 当 $h_1=0$： $\Phi=-\frac{K_2}{2K_1\mu}$
	$\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{K_2\alpha}{K_1\mu}(10-3\alpha^2)$ $V_A=-V_B=\frac{qh\alpha}{120\varphi_3}(20\varphi_1\alpha+\Phi)$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh\alpha}{120}(20\alpha-30\mp30+\Phi)$; $M_C=-\frac{qh^2\alpha}{120}\Phi$ 当 $h_1=h$： $\Phi=\frac{7K_2}{K_1\mu}$
	$\Phi=\frac{3EI_2l}{Sh^2\mu}\left(1+\frac{1}{\varphi_3^2}\right)\alpha_t t^{\circ}$ $V_A=-V_B=\frac{1}{\varphi_3}\Phi$; $H_A=H_B=\Phi$; $M_C=-h\Phi$

表 8-2

	$K_1=\frac{I_1}{h}$; $K_2=\frac{I_2}{l}$（水平横梁时）; $K_2=\frac{I_2}{S}$（斜横梁时）; $\mu=\frac{1}{K_1+0.75K_2}$
	$V_A=\frac{Pb\mu K_1}{4l^3}\left[\frac{4l^2}{\mu K_1}+a(l+b)(2+\frac{3f}{h})\right]$; $V_B=\frac{Pa\mu K_1}{4l^3}\left[\frac{4l^2}{\mu K_1}-b(l+b)(2+\frac{3f}{h})\right]$; $H_A=H_B=\frac{3Pab\mu K_1}{4hl^2}(l+b)$; $M_A=\frac{Pab\mu K_1}{4l^2}(l+b)$; $M_C=-\frac{Pab\mu K_1}{2l^2}(l+b)$

续表

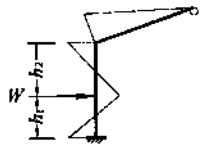


$$V_A=\frac{ql\mu}{8}\left[3K_2+5K_1\left(1+\frac{3f}{10h}\right)\right];$$

$$V_B=\frac{3ql\mu}{8}\left[K_2+K_1\left(1-\frac{f}{2h}\right)\right];$$

$$H_A=H_B=\frac{3ql^2\mu K_1}{16h};$$

$$M_A=\frac{ql^2\mu K_1}{16};\quad M_C=-\frac{ql^2\mu K_1}{8}$$



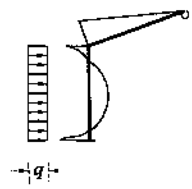
$$V_A=-V_B=\frac{3Wh_1^2h_2\mu K_2}{4h^2l}\left\{1+\frac{f}{h_2h}\left[3h_2+h_1+\frac{2K_1}{3K_2}(3h_2+2h_1)\right]\right\};$$

$$H_A=-(W-H_B);$$

$$H_B=\frac{Wh_1^2\mu K_1}{4h^3}\left[\frac{3K_2}{K_1}(3h_2+h_1)+2(3h_2+2h_1)\right];$$

$$M_A=-\frac{Wh_1h_2}{h_2}(0.5h_1\mu K_1+h_2);$$

$$M_C=-\frac{3Wh_1^2h_2\mu K_2}{4h^2}$$

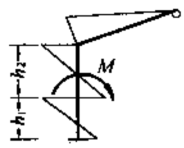


$$V_A=-V_B=\frac{qh^2\mu K_2}{16l}\left[1+\frac{6f}{h}(1+\frac{K_1}{K_2})\right];$$

$$H_A=-\frac{qh\mu}{8}(3K_2+5K_1);\quad H_B=\frac{3qh\mu}{8}(K_2+K_1);$$

$$M_A=-\frac{qh^2\mu}{16}(K_2+2K_1);$$

$$M_C=-\frac{qh^2\mu K_2}{16}$$



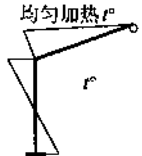
$$V_A=-V_B=\frac{3Mh_1\mu K_2}{4h^2l}\left\{2h_2-h_1+\frac{2f}{h}\left[3h_2+\frac{K_1}{K_2}(h_1+2h_2)\right]\right\};$$

$$H_A=H_B=\frac{3Mh_1\mu K_1}{2h^3}\left[h+h_2\left(\frac{3K_2}{K_1}+1\right)\right];$$

$$M_A=\frac{3M\mu K_1}{4h^2}\left[\frac{2}{3}h^2-2h_2^2+h_2(2h-3h_2)\frac{K_2}{K_1}\right];$$

$$M_C=-\frac{3Mh_1\mu K_2}{4h^2}(2h_2-h_1)$$

均匀加热$t°$



α_t—线膨胀系数

水平横梁时：

$$V_A=-V_B=\frac{3EI_1\mu K_2}{2h^2l^2}(3l^2+2h^2)\alpha_t t°;$$

$$H_A=H_B=\frac{3EI_1\mu}{2h^3l}(6K_2l^2+2K_1l^2+3K_2h^2)\alpha_t t°;$$

$$M_A=\frac{3EI_1\mu}{2h^2l}(3K_2l^2+2K_1l^2+K_2h^2)\alpha_t t°;$$

$$M_C=-\frac{3EI_1\mu K_2}{2h^2l}(3l^2+2h^2)\alpha_t t°$$

续表

斜横梁时：

$$V_A=-V_B=\frac{3EI_1\mu K_2}{2h^2l^2}\left\{\left[3+\frac{2f}{h}\left(3+\frac{K_1}{K_2}\right)\right]S^2+2\left(1+\frac{4f}{h}\right)h^2+\left(9+2\frac{K_1}{K_2}\right)f^2\right\}\alpha_t t^\circ;$$

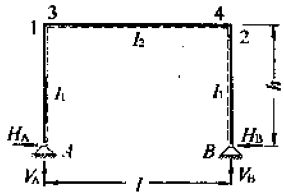
$$H_A=H_B=\frac{3EI_1\mu}{2h^3l}[2K_1(S^2+fh)+3K_2(2S^2+h^2+3fh)]\alpha_t t^\circ;$$

$$M_A=\frac{3EI_1\mu}{2h^2l}[2K_1(S^2+fh)+K_2(3S^2+h^2+4fh)]\alpha_t t^\circ;$$

$$M_C=-\frac{3EI_1\mu K_2}{2h^2l}(3S^2+2h^2+5fh)\alpha_t t^\circ$$

二、"冂"形刚架

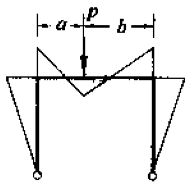
表 8-3



$$\lambda=\frac{l}{h};$$

$$K=\frac{h}{l}\times\frac{I_2}{I_1};$$

$$\mu=3+2K$$

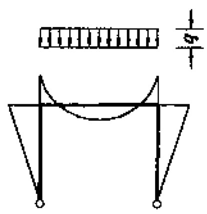


$$\alpha=\frac{a}{l};\quad \beta=\frac{b}{l}$$

$$V_A=P\beta;\quad V_B=P\alpha;$$

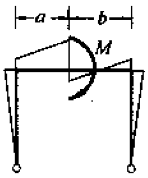
$$H_A=H_B=\frac{3P}{2\mu}\lambda\omega_{Ra};$$

$$M_1=M_2=-\frac{3Pl}{2\mu}\omega_{Ra}$$



$$V_A=V_B=\frac{ql}{2};\quad H_A=H_B=\frac{ql}{4\mu}\lambda;$$

$$M_1=M_2=-\frac{ql^2}{4\mu}$$



$$\alpha=\frac{a}{l};$$

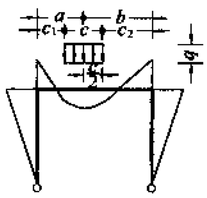
$$\beta=\frac{b}{l}$$

$$\Phi=\frac{3}{2\mu}(\beta-\alpha)$$

$$V_A=-V_B=-\frac{M}{l};$$

$$H_A=H_B=\frac{M}{h}\Phi;$$

$$M_1=M_2=-M\Phi$$



$$\alpha=\frac{a}{l};\quad \beta=\frac{b}{l};$$

$$\gamma=\frac{c}{l}$$

$$\Phi=\frac{\lambda}{2\mu}\left[3\omega_{Ra}-\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\right]$$

$$V_A=qc\beta;\quad V_B=qc\alpha;$$

$$H_A=H_B=qc\Phi;$$

$$M_1=M_2=-qch\Phi$$

当 c_1 或 $c_2=0$：$\Phi=\frac{\lambda\gamma}{4\mu}(3-2\gamma)$

当 $c_1=c_2$：$\Phi=\frac{\lambda}{8\mu}(3-\gamma^2)$

续表

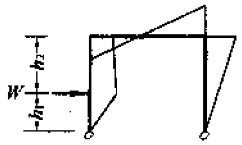
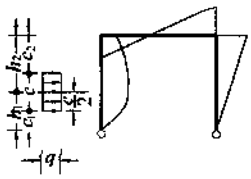
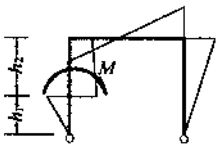
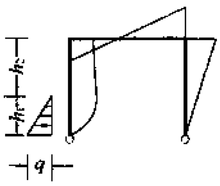
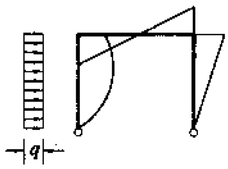
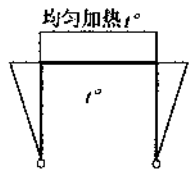
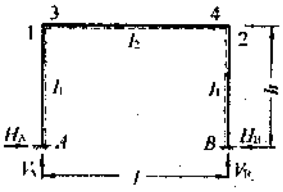
 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{1}{\mu}[3(1+K)-K\alpha^2]$ $V_A=-V_B=-\frac{Wh_1}{l}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(1\pm1-\alpha\Phi)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh\alpha}{2}(1\pm1-\Phi)$ 当 $h_1=h$：$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\mp\frac{W}{2}$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\pm\frac{Wh}{2}$	 $\alpha=\frac{h_1}{h}\quad\gamma=\frac{c}{h}$ $\Phi=\frac{1}{\mu}\left\{3(1+K)-K\left[\alpha^2+\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\right]\right\}$ $V_A=-V_B=-\frac{qc\alpha}{\lambda}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qc}{2}(1\pm1-\alpha\Phi)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qch\alpha}{2}(1\pm1-\Phi)$ 当 $c_1=0$：$\Phi=\frac{1}{2\mu}[6(1+K)-K\gamma^2]$ 当 $c_2=0$：$\Phi=\frac{1}{2\mu}[6+5K-K(1-\gamma)^2]$
 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{3}{\mu}[1+K(1-\alpha^2)]$ $V_A=-V_B=-\frac{M}{l}$;　$H_A=H_B=\frac{M}{2h}\Phi$; $\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}(1\pm1-\Phi)$ 当 $h_1=0$：$\Phi=\frac{3}{\mu}(1+K)$ 当 $h_2=0$：$\Phi=\frac{3}{\mu}$	 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{K}{10\mu}(10-3\alpha^2)$ $V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{6l}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{12}[3\pm3-\alpha(1+\Phi)]$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{12}(\pm1-\Phi)$ 当 $h_1=h$：$\Phi=\frac{7K}{10\mu}$
 $\Phi=\frac{1}{2\mu}(6+5K)$ $V_A=-V_B=-\frac{qh^2}{2l}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh}{2}\left(1\pm1-\frac{\Phi}{2}\right)$ $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{4}(1\pm1-\Phi)$	 α_t—线膨胀系数 $V_A=V_B=0$; $H_A=H_B=\frac{3EI_2}{h^2\mu}\alpha_t t°$; $M_1=M_2=-\frac{3EI_2}{h\mu}\alpha_t t°$

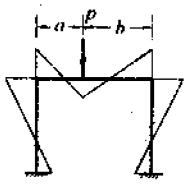
表 8-4



$K=\frac{h}{l}\times\frac{I_2}{I_1}$;

$\mu_1=2+K$;

$\mu_2=1+6K$



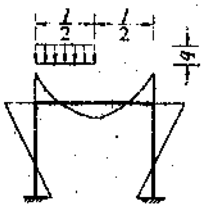
$\alpha=\frac{a}{l}$.

$\Phi=\frac{1}{\mu_2}(1-2\alpha)$

$H_A=H_B=\frac{3Pl}{2h\mu_1}\omega_{R\alpha}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{Pl}{2}\left(\frac{1}{\mu_1}\mp\Phi\right)\omega_{R\alpha}$;

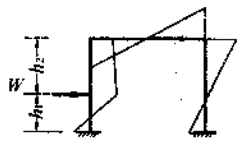
$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{Pl}{2}\left(\frac{2}{\mu_1}\pm\Phi\right)\omega_{R\alpha}$



$H_A=H_B=\frac{ql^2}{8h\mu_1}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{ql^2}{24}\left(\frac{1}{\mu_1}\mp\frac{3}{8\mu_2}\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2}{24}\left(\frac{2}{\mu_1}\pm\frac{3}{8\mu_2}\right)$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$;

$\beta=\frac{h_2}{h}$

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}\left\{1\pm1-\alpha-\frac{1}{\mu_1}\left[K\omega_{D\alpha}-(1+K)\omega_{D\beta}\right]\right\}$;

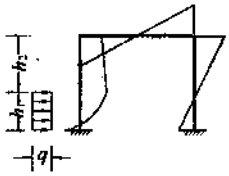
$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{Wh}{2}\left\{\frac{1}{\mu_1}\left[(1+K)\omega_{D\beta}-K\omega_{R\alpha}\right]\pm\alpha\left(1-\frac{3K\alpha}{\mu_2}\right)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{Wh}{2}K\alpha^2\left[\frac{1}{\mu_1}(1-\alpha)\mp\frac{3}{\mu_2}\right]$

当 $h_1=h$： $H_A=-H_B=-\frac{W}{2}$;

$M_A=-M_B=-\frac{3Wh}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{K}{\mu_2}\right)$;

$M_1=-M_2=\frac{3WhK}{2\mu_2}$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$;

$\beta=\frac{h_2}{h}$

$\Phi=\frac{1}{2}-\omega_{\varphi\beta}$

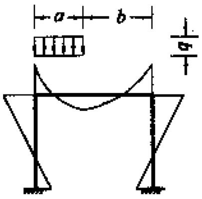
$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh}{4}\left\{2\alpha\pm2\alpha-\alpha^2-\frac{1}{\mu_1}\left[K\omega_{\varphi\alpha}-(1+K)\Phi\right]\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{4}\left\{\frac{1}{3\mu_1}\left[(3+2K)\Phi-K\omega_{\varphi\alpha}\right]\pm\alpha^2\left(1-\frac{2K\alpha}{\mu_2}\right)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K\alpha^3}{4}\left(\frac{4-3\alpha}{6\mu_1}\mp\frac{2}{\mu_2}\right)$

当 $h_1=h$； $\Phi=\frac{1}{2}$

续表



$\alpha=\frac{a}{l}$

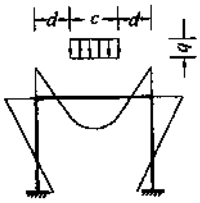
$\Phi=\frac{1}{\mu_1}(3\alpha^2-2\alpha^3)$

$H_A=H_B=\frac{ql^2}{4h}\Phi$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{ql^2}{12}\left(\Phi\mp\frac{3}{\mu_2}\omega_{R\alpha}^2\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2}{12}\left(2\Phi\pm\frac{3}{\mu_2}\omega_{R\alpha}^2\right)$;

当 $a=l$;　$\Phi=\frac{1}{\mu_1}$



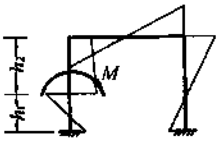
$\gamma=\frac{c}{l}$

$\Phi=\frac{1}{2\mu_1}(3\gamma-\gamma^3)$

$H_A=H_B=\frac{ql^2}{4h}\Phi$;

$M_A=M_B=\frac{ql^2}{12}\Phi$;

$M_1=M_2=-\frac{ql^2}{6}\Phi$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$;　$\beta=\frac{h_2}{h}$

$H_A=H_B=\frac{M}{2h}\left\{1-\frac{1}{\mu_1}[K\omega_{M\alpha}+(1+K)\omega_{M\beta}]\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{M}{2}\left\{\frac{1}{3\mu_1}[K\omega_{M\alpha}+(3+2K)\omega_{M\beta}]\pm\left(1-\frac{6K\alpha}{\mu_2}\right)\right\}$;

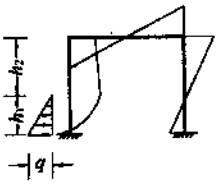
$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{MK}{2}\left[\frac{1}{3\mu_1}(2\omega_{M\alpha}+\omega_{M\beta})\pm\frac{6\alpha}{\mu_2}\right]$

当 $h_1=h$:

$H_A=H_B=\frac{3M}{2h\mu_1}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left(\frac{1}{\mu_1}\mp\frac{1}{\mu_2}\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{MK}{2}\left(\frac{1}{\mu_1}\pm\frac{6}{\mu_2}\right)$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$.

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{40}\left\{10\pm10-\frac{\alpha^2}{\mu_1}[5(1+K)-\alpha(1+2K)]\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{40}\left[\frac{\alpha}{3\mu_1}(1+K)(5-3\alpha)+\frac{5\alpha}{3}-\frac{10}{3}\mp\left(\frac{10}{3}-\frac{5K\alpha}{\mu_2}\right)\right]$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K\alpha^3}{40}\left[\frac{1}{3\mu_1}(5-3\alpha)\mp\frac{5}{\mu_2}\right]$

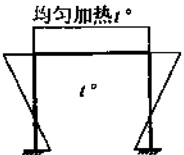
当 $h_1=h$:

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh}{40}\left(7\pm10+\frac{2}{\mu_1}\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{40}\left[\frac{8+3K}{3\mu_1}\pm5\left(\frac{2}{3}-\frac{K}{\mu_2}\right)\right]$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K}{40}\left(\frac{2}{3\mu_1}\mp\frac{5}{\mu_2}\right)$

均匀加热$t°$



α_t—线膨胀系数

$\Phi=\frac{3EI_2}{h\mu_1}\alpha_t t°$

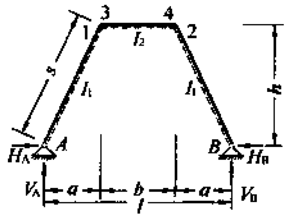
$H_A=H_B=\frac{2K+1}{hK}\Phi$;

$M_A=M_B=\frac{K+1}{K}\Phi$;

$M_1=M_2=-\Phi$

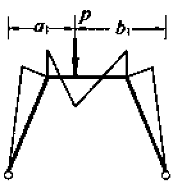
三、"八"形刚架

表 8-5



$$\lambda_1=\frac{a}{l};\quad \lambda_2=\frac{b}{l};\quad \lambda=\frac{l}{h};$$

$$K=\frac{b}{S}\times\frac{I_1}{I_2};\quad \mu=1+\frac{3K}{2}$$



$a\leqslant a_1\leqslant a+b$:

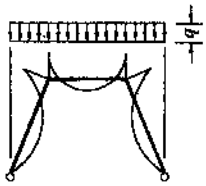
$$\alpha=\frac{a_1}{l};$$

$$\beta=\frac{b_1}{l}$$

$$\Phi=\frac{1}{2\mu}\left[2\lambda_1+\frac{3K}{\lambda_2}(\omega_{Ra}-\lambda_1^2)\right]$$

$$V_A=P\beta;\ V_B=P\alpha;\ H_A=H_B=\frac{P}{2}\lambda\Phi;$$

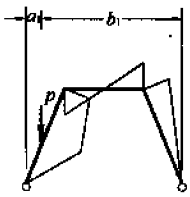
$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Pl}{2}\{[1\pm(1-2\alpha)]\lambda_1-\Phi\}$$



$$\Phi=\frac{1}{4\mu}[2\lambda_1(2+K)-\lambda_1^2(3+2K)+K]$$

$$V_A=V_B=\frac{ql}{2};\ H_A=H_B=\frac{ql}{2}\lambda\Phi;$$

$$M_1=M_2=-\frac{ql^2}{8\mu}(\lambda_1^2+K\lambda_2^2)$$



$0\leqslant a_1\leqslant a$:

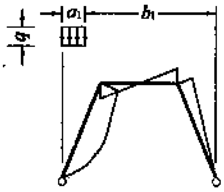
$$\alpha=\frac{a_1}{l};$$

$$\beta=\frac{b_1}{l}$$

$$\Phi=\frac{1}{2\mu}\left[3(1+K)-\left(\frac{\alpha}{\lambda_1}\right)^2\right]$$

$$V_A=P\beta;\ V_B=P\alpha;\ H_A=H_B=\frac{P\alpha}{2}\lambda\Phi;$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Pl\alpha}{2}(1\pm\lambda_2-\Phi)$$



$$\alpha=\frac{a_1}{l};$$

$$\beta=\frac{b_1}{l}$$

$$\Phi=\frac{1}{4\mu}\left[6(1+K)-\frac{\alpha^2}{\lambda_1^2}\right]$$

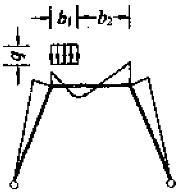
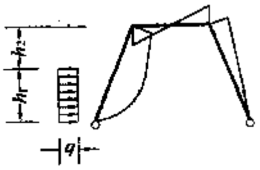
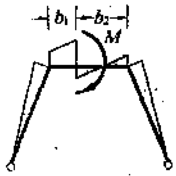
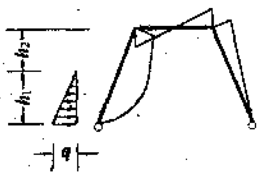
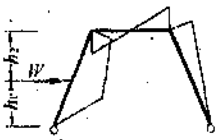
$$V_A=\frac{qa_1}{2}(1+\beta);\ V_B=\frac{qa_1\alpha}{2};$$

$$H_A=H_B=\frac{ql\alpha^2}{4}\lambda\Phi;$$

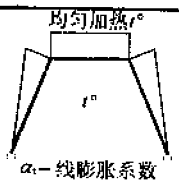
$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{ql^2\alpha^2}{4}(1\pm\lambda_2-\Phi)$$

当 $a_1=a$：$\Phi=\frac{1}{4\mu}(5+6K)$

续表

 $\alpha=\frac{b_1}{b}$； $\beta=\frac{b_2}{b}$ $\Phi=\frac{1}{4\mu}\{4\lambda_1+K[6\lambda_1+\lambda_2\alpha(3-2\alpha)]\}$ $\left.\begin{matrix}V_A\\V_B\end{matrix}\right\}=\frac{qb\alpha}{2}(1\pm\lambda_2\beta)$； $H_A=H_B=\frac{qb\alpha}{2}\lambda\Phi$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qbl\alpha}{2}[\lambda_1(1\pm\lambda_2\beta)-\Phi]$ 当 $b_1=b$：　$\Phi=\frac{1}{4\mu}[4\lambda_1(1+K)+K]$	 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{1}{4\mu}[6+(1+K)-\alpha^2]$ $V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{2l}$； $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{2}\left(1\pm1-\frac{\alpha}{2}\Phi\right)$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{4}(1\pm\lambda_2-\Phi)$ 当 $h_1=h$：　$\Phi=\frac{1}{4\mu}(5+6K)$
 $\alpha=\frac{b_1}{b}$ $\Phi=\frac{3K}{4\mu}(1-2\alpha)$ $V_A=-V_B=-\frac{M}{l}$； $H_A=H_B=\frac{M}{h}\Phi$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-M(\pm\lambda_1+\Phi)$	 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{1}{2\mu}(10-3\alpha^2)$ $V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{6l}$； $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{120}(30\pm30-10\alpha-\alpha\Phi)$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{120}(\pm10\lambda_2-\Phi)$ 当 $h_1=h$：　$\Phi=\frac{7}{2\mu}$
 $\alpha=\frac{h_1}{h}$； $\beta=\frac{h_2}{h}$； $\Phi=\frac{\beta}{2\mu}[3(K+\beta)+\beta^2]$ $V_A=-V_B=-\frac{Wh_1}{l}$； $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(\Phi\pm1)$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{Wh}{2}(\beta\mp\alpha\lambda_2-\Phi)$； 当 $h_1=h$：$\Phi=0$	 $\alpha=\frac{h_1}{h}$. $\Phi=\frac{3}{2\mu}(1+K-\alpha^2)$ $V_A=-V_B=-\frac{M}{l}$； $H_A=H_B=\frac{M}{2h}\Phi$； $\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}(1\pm\lambda_2-\Phi)$ 当 $h_1=h$：$\Phi=\frac{3K}{2\mu}$ 当 $h_1=0$：$\Phi=\frac{3}{2\mu}(1+K)$

续表

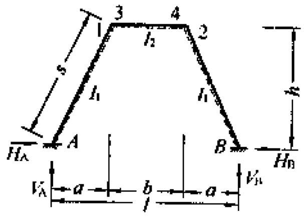


$$V_A = V_B = 0;$$

$$H_A = H_B = \frac{3EI_1 l}{2Sh^2\mu}\alpha_t t^\circ;$$

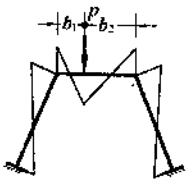
$$M_1 = M_2 = -\frac{3EI_1 l}{2Sh\mu}\alpha_t t^\circ$$

表 8-6



$$\lambda_1 = \frac{a}{l};\ \lambda_2 = \frac{b}{l};\ \lambda_3 = \frac{a}{b};\ \lambda_4 = \frac{l}{b};$$

$$K = \frac{b}{S} \times \frac{I_1}{I_2};\ \mu_1 = 1 + 2K;\ \mu_2 = K\lambda_2^2 + 2(1 + \lambda_2 + \lambda_2^2)$$



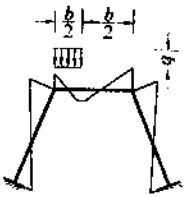
$$\alpha = \frac{b_1}{b}$$

$$\Phi = \frac{1 - 2\alpha}{\mu_2}[K\lambda_2^2\omega_{R\alpha} - \lambda_1(2 + \lambda_2)]$$

$$H_A = H_B = \frac{Pb}{2h}\left(\frac{3K\omega_{R\alpha}}{\mu_1} + \lambda_3\right);$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{Pb}{2}\left\{\frac{K\omega_{R\alpha}}{\mu_1} \mp [\lambda_3(1 - 2\alpha) + \lambda_4\Phi]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{Pb}{2}\left(\frac{2K\omega_{R\alpha}}{\mu_1} \pm \Phi\right)$$

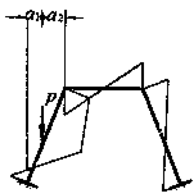


$$\Phi = \frac{1}{8\mu_2}[K\lambda_2^2 - 8\lambda_1(2 + \lambda_2)]$$

$$H_A = H_B = \frac{qb^2}{8h}\left(\frac{K}{\mu_1} + 2\lambda_3\right);$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{qb^2}{8}\left[\frac{K}{3\mu_1} \mp (\lambda_3 + \lambda_4\Phi)\right];$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{qb^2}{8}\left(\frac{2K}{3\mu_1} \pm \Phi\right)$$



$$\alpha = \frac{a_1}{a};$$

$$\beta = \frac{a_2}{a}$$

$$\Phi = \frac{\alpha^2}{\mu_2}(3 - 2\lambda_1\alpha)$$

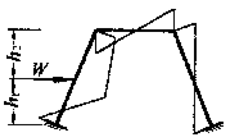
$$H_A = H_B = \frac{Pa}{2h}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\omega_{D\alpha} - (1 + K)\omega_{D\beta}] + \alpha\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = -\frac{Pa}{2}\left\{\frac{1}{\mu_1}[(1 + K)\omega_{D\beta} - \omega_{R\alpha}] \pm (\alpha - \Phi)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{Pa}{2}\left[\frac{1}{\mu_1}(\omega_{D\alpha} - \omega_{R\alpha}) \mp \lambda_2\Phi\right]$$

当 $a_1 = a$：$\Phi = \frac{1}{\mu_2}(3 - 2\lambda_1)$；

$\alpha = 1$；$\beta = 0$；$\omega_{D\alpha} = \omega_{D\beta} = 0$



$$\alpha = \frac{h_1}{h};$$

$$\beta = \frac{h_2}{h}$$

$$\Phi = \frac{\alpha^2}{\mu_2}(3 - 2\lambda_1\alpha)$$

$$\left.\begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix}\right\} = \frac{W}{2}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\omega_{D\alpha} - (1 + K)\omega_{D\beta}] - \beta \mp 1\right\};$$

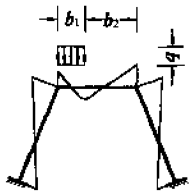
$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = -\frac{Wh}{2}\left\{\frac{1}{\mu_1}[(1 + K)\omega_{D\beta} - \omega_{R\alpha}] \pm (\alpha - \Phi)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{Wh}{2}\left[\frac{1}{\mu_1}(\omega_{D\alpha} - \omega_{R\alpha}) \mp \lambda_2\Phi\right]$$

当 $h_1 = h$：$\Phi = \frac{1}{\mu_2}(3 - 2\lambda_1)$；

$\alpha = 1$；$\beta = 0$；$\omega_{D\alpha} = \omega_{D\beta} = 0$

续表



$\alpha=\frac{b_1}{b}$

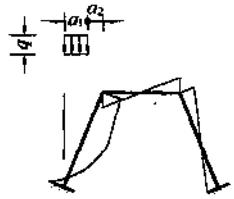
$\Phi=\frac{\omega_{R\alpha}}{\mu_2}[K\lambda_2^2\omega_{R\alpha}-2\lambda_1(2+\lambda_2)]$;

$H_A=H_B=\frac{qb^2}{4h}\left[\frac{K}{\mu_1}(3\alpha^2-2\alpha^3)+2\lambda_3\alpha\right]$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qb^2}{4}\left[\frac{K}{3\mu_1}(3\alpha^2-2\alpha^3)\mp(2\lambda_3\omega_{R\alpha}+\lambda_4\Phi)\right]$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qb^2}{4}\left[\frac{2K}{3\mu_1}(3\alpha^2-2\alpha^3)\mp\Phi\right]$

当 $b_1=b$： $\Phi=0$



$\alpha=\frac{a_1}{a}$； $\beta=\frac{a_2}{a}$

$\Phi_1=\frac{\alpha^3}{\mu_2}(2-\lambda_1\alpha)$； $\Phi_2=\frac{1}{2}-\omega_{\varphi\beta}$

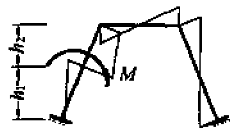
$H_A=H_B=\frac{qa^2}{4h}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\omega_{\varphi\alpha}-(1+K)\Phi_2]+\alpha^2\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qa^2}{4}\left\{\frac{1}{3\mu_1}[(2+3K)\Phi_2-\omega_{\varphi\alpha}]\pm(\alpha^2-\Phi_1)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qa^2}{4}\left[\frac{1}{3\mu_1}(2\omega_{\varphi\alpha}-\Phi_2)\mp\lambda_2\Phi_1\right]$

当 $a_1=a$： $\Phi_1=\frac{1}{\mu_2}(2-\lambda_1)$； $\Phi_2=\frac{1}{2}$；

$\omega_{\varphi\alpha}=\frac{1}{2}$； $\omega_{\varphi\beta}=0$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$；

$\beta=\frac{h_2}{h}$

$\Phi=\frac{6\alpha}{\mu_2}(1-\lambda_1\alpha)$

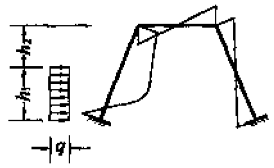
$H_A=H_B=-\frac{M}{2h}\left\{\frac{1}{\mu_1}[(1+K)\omega_{M\beta}+\omega_{M\alpha}]-1\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{M}{2}\left\{\frac{1}{3\mu_1}[(2+3K)\omega_{M\beta}+\omega_{M\alpha}]\pm(1-\Phi)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left[\frac{1}{3\mu_1}(2\omega_{M\alpha}+\omega_{M\beta})\pm\lambda_2\Phi\right]$

当 $h_1=h$： $\Phi=\frac{6}{\mu_2}(1-\lambda_1)$；

$\omega_{M\alpha}=2$； $\omega_{M\beta}=-1$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$；

$\beta=\frac{h_2}{h}$

$\Phi_1=\frac{\alpha^3}{\mu_2}(2-\lambda_1\alpha)$； $\Phi_2=\frac{1}{2}-\omega_{\varphi\beta}$

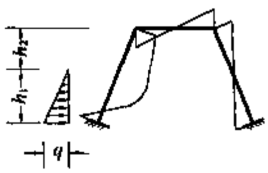
$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh}{4}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\omega_{\varphi\alpha}-(1+K)\Phi_2]-2\alpha\mp2\alpha+\alpha^2\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{4}\left\{\frac{1}{3\mu_1}[(2+3K)\Phi_2-\omega_{\varphi\alpha}]\pm(\alpha^2-\Phi_1)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{4}\left[\frac{1}{3\mu_1}(2\omega_{\varphi\alpha}-\Phi_2)\mp\lambda_2\Phi_1\right]$

当 $h_1=h$： $\Phi_1=\frac{1}{\mu_2}(2-\lambda_1)$； $\Phi_2=\frac{1}{2}$；

$\omega_{\varphi\alpha}=\frac{1}{2}$； $\omega_{\varphi\beta}=0$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$， $\Phi=\frac{\alpha}{\mu_2}(5-2\lambda_1\alpha)$

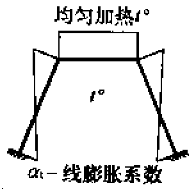
$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh\alpha}{40}\left\{\frac{\alpha^2}{\mu_1}[5(1+K)-\alpha(2+K)]-10\mp10\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{40}\left[\frac{\alpha}{3\mu_1}(1+K)(5-3\alpha)+\frac{5\alpha}{3}-\frac{10}{3}\mp\left(\frac{10}{3}-\Phi\right)\right]$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2\alpha^2}{40}\left[\frac{\alpha}{3\mu_1}(5-3\alpha)\mp\lambda_2\Phi\right]$

当 $h_1=h$： $\Phi=\frac{1}{\mu_2}(5-2\lambda_1)$

续表

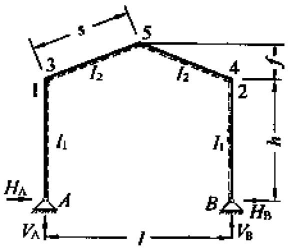


$$\Phi=\frac{3EI_1 l}{Sh\mu_1}\alpha_t t°\quad H_A=H_B=\frac{2+K}{h}\Phi;$$

$$M_A=M_B=(1+K)\Phi;\quad M_3=M_4=-\Phi$$

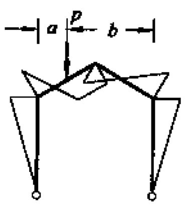
四、"∩"形刚架

表 8-7



$$\lambda=\frac{l}{h};\quad \psi=\frac{f}{h};$$

$$K=\frac{h}{S}\times\frac{I_2}{I_1};\quad \mu=3+K+\psi(3+\psi)$$



$a\leqslant\frac{l}{2}$:

$\alpha=\frac{a}{l}$;

$\beta=\frac{b}{l}$

$$\Phi=\frac{\alpha}{\mu}\left[\frac{3}{2}(2+\psi)-\alpha(3+2\alpha\psi)\right]$$

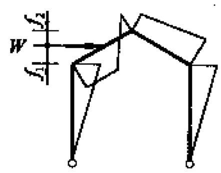
$$V_A=P\beta;\quad V_B=P\alpha;$$

$$H_A=H_B=\frac{P}{2}\lambda\Phi;$$

$$M_1=M_2=-\frac{Pl}{2}\Phi;$$

$$M_5=\frac{Pl}{2}[\alpha-(1+\psi)\Phi]$$

当 $a=\frac{l}{2}$：$\Phi=\frac{1}{4\mu}(3+2\psi)$



$$\beta=\frac{f_2}{f}$$

$$\Phi=\frac{\psi\beta^2}{2\mu}[3(1+\psi)-\beta\psi]$$

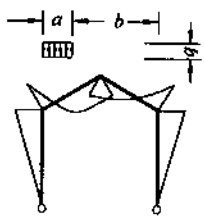
$$V_A=-V_B=-\frac{W}{l}(h+f_1);$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(\pm1+\Phi);$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh}{2}(\pm1+\Phi);$$

$$M_5=-\frac{Wh}{2}[\beta\psi-(1+\psi)\Phi]$$

当 $f_1=f$：$\Phi=0$.



$a\leqslant\frac{l}{2}$：$\alpha=\frac{a}{l}$

$$\Phi=\frac{\alpha^2}{\mu}\left[\frac{3}{2}(2+\psi)-\alpha(2+\alpha\psi)\right]$$

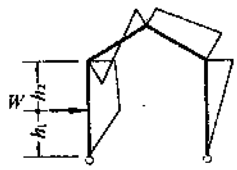
$$V_A=\frac{qla}{2}(2-\alpha);\quad V_B=\frac{qla^2}{2};$$

$$H_A=H_B=\frac{ql}{4}\lambda\Phi;\quad M_1=M_2=-\frac{ql^2}{4}\Phi;$$

$$M_5=\frac{ql^2}{4}[\alpha^2-(1+\psi)\Phi]$$

当 $a=\frac{l}{2}$：$\Phi=\frac{1}{16\mu}(8+5\psi)$

续表



$$\alpha=\frac{h_1}{h}.$$

$$\Phi=\frac{1}{2\mu}[3(2+\psi+K)-\alpha^2K]$$

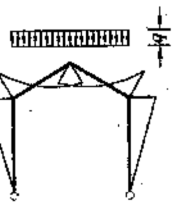
$$V_A=-V_B=-\frac{Wh_1}{l};$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(1\pm1-\alpha\Phi);$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh\alpha}{2}(1\pm1-\Phi);$$

$$M_5=\frac{Wh\alpha}{2}[1-(1+\psi)\Phi]$$

当 $h_1=h$：$\Phi=\frac{1}{2\mu}[3(2+\psi)+2K]$



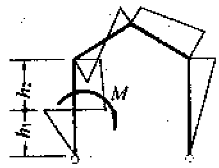
$$\Phi=\frac{8+5\psi}{4\mu}$$

$$V_A=V_B=\frac{ql}{2};$$

$$H_A=H_B=\frac{ql}{8}\lambda\Phi;$$

$$M_1=M_2=-\frac{ql^2}{8}\Phi;$$

$$M_5=\frac{ql^2}{8}[1-(1+\psi)\Phi]$$



$$\alpha=\frac{h_1}{h}.$$

$$\Phi=\frac{3}{2\mu}[2+\psi+K(1-\alpha^2)]$$

$$V_A=-V_B=-\frac{M}{l};$$

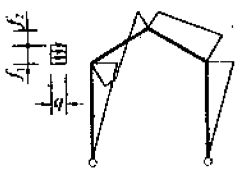
$$H_A=H_B=\frac{M}{2h}\Phi;$$

$$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}(1\pm1-\Phi);$$

$$M_5=\frac{M}{2}[1-(1+\psi)\Phi]$$

当 $h_1=h$：$\Phi=\frac{3}{2\mu}(2+\psi)$

当 $h_1=0$：$\Phi=\frac{3}{2\mu}(2+\psi+K)$



$$\alpha=\frac{f_1}{f};$$

$$\beta=\frac{f_2}{f}$$

$$\Phi=\frac{\psi}{8\mu}\{\alpha^2(4+3\alpha\psi)+2\beta[2(3+2\psi)+\alpha\psi(1+\alpha)]\}$$

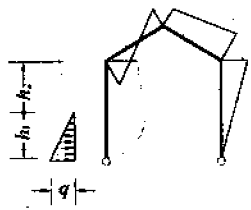
$$V_A=-V_B=-\frac{qf_1}{2l}(2h+f_1);$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qf\alpha}{2}(\pm1+\Phi);$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qfh\alpha}{2}(\pm1+\Phi);$$

$$M_5=-\frac{qfh\alpha}{2}\left[\psi\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)-(1+\psi)\Phi\right]$$

当 $f_1=f$：$\Phi=\frac{\psi}{8\mu}(4+3\psi)$



$$\alpha=\frac{h_1}{h}$$

$$\Phi=\frac{1}{2\mu}\left[\psi(3+2\psi)-K+\frac{3K\alpha^2}{10}\right]$$

$$V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{6l};$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{12}[3\pm3-\alpha(1-\Phi)];$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{12}(\pm1+\Phi);$$

$$M_5=-\frac{qh^2\alpha^2}{12}[\psi-(1+\psi)\Phi]$$

当 $h_1=h$：$\Phi=\frac{1}{2\mu}\left[\psi(3+2\psi)-\frac{7K}{10}\right]$

续表

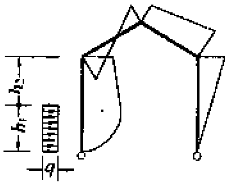
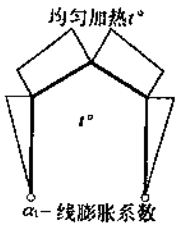
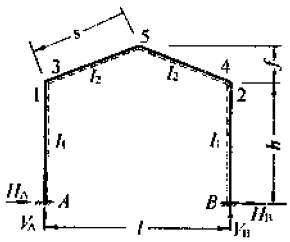
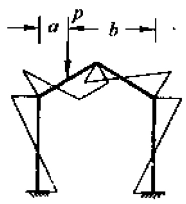
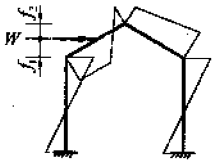
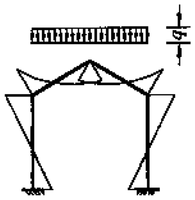
 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{1}{4\mu}[6+(2+\psi+K)-K\alpha^2]$ $V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{2l}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{2}\left(1\pm1-\frac{\alpha}{2}\Phi\right)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{4}(1\pm1-\Phi)$; $M_5=\frac{qh^2\alpha^2}{4}[1-(1+\psi)\Phi]$. 当 $h_1=h$：$\Phi=\frac{1}{4\mu}[6(2+\psi)+5K]$	 $V_A=V_B=0$; $H_A=H_B=\frac{3EI_2l}{2Sh^2\mu}\alpha_tt^\circ$; $M_1=M_2=-\frac{3EI_2l}{2Sh\mu}\alpha_tt^\circ$; $M_5=M_1(1+\psi)=M_2(1+\psi)$

表 8-8

	$\lambda=\frac{l}{h}$; $\psi=\frac{f}{h}$; $K=\frac{h}{S}\times\frac{I_2}{I_1}$; $\mu_1=4(1+K)-2\mu_2(K-\psi)$; $\mu_2=\frac{3(K-\psi)}{2(K+\psi^2)}$; $\mu_3=2+6K$; $C_1=\frac{2(1+K)}{K-\psi}$; $C_2=\frac{3(2+K+\psi)}{2(K+\psi^2)}=(C_1-1)\mu_2$ V_A、V_B 及 M_5 可在算出 H_A、H_B、M_A 及 M_B 之后，按静力平衡条件计算
	$a\leq\frac{l}{2}$; $\alpha=\frac{a}{l}$; $\beta=\frac{b}{l}$ $H_A=H_B=\frac{P\alpha\lambda\mu_2}{3\mu_1}[\psi C_1(3-4\alpha^2)+6\beta]$; $\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=Pl\alpha\left\{\frac{1}{3\mu_1}[\psi C_2(3-4\alpha^2)+6(\mu_2-1)\beta]\mp\frac{\beta}{\mu_3}(\beta-\alpha)\right\}$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-Pl\alpha\left\{\frac{1}{3\mu_1}[\psi\mu_2(3-4\alpha^2)+6\beta]\pm\frac{\beta}{\mu_3}(\beta-\alpha)\right\}$
	$\alpha=\frac{f_1}{f}$; $\beta=\frac{f_2}{f}$ $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}\left\{\frac{2\psi\beta^2\mu_2}{3\mu_1}[\psi C_1(3-\beta)+3]\pm1\right\}$; $\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{Wh}{2}\left\{\frac{2\psi\beta^2}{3\mu_1}[\psi C_2(3-\beta)+3(\mu_2-1)]\right.$ $\left.\pm\left[1-\frac{1}{\mu_3}(3K-2\psi\omega_{Ra}+\psi\omega_{\alpha})\right]\right\}$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh}{2}\left\{\frac{2\psi\beta^2}{3\mu_1}[\psi\mu_2(3-\beta)+3]\pm\frac{1}{\mu_3}(3K-2\psi\omega_{Ra}+\psi\omega_{\alpha})\right\}$

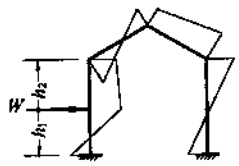
续表



$$H_A = H_B = \frac{ql\lambda\mu_2}{24\mu_1}(5\psi C_1 + 8);$$

$$M_A = M_B = \frac{ql^2}{24\mu_1}[5\psi C_2 + 8(\mu_2 - 1)];$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{ql^2}{24\mu_1}(5\psi\mu_2 + 8)$$



$$\alpha = \frac{h_1}{h}$$

$$\left.\begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix}\right\} = -\frac{W}{2}\left\{1 \pm 1 - \frac{2K\alpha^2\mu_2}{3\mu_1}[C_1(3-\alpha) - 3]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{Wh\alpha}{2}\left\{\frac{2K\alpha}{3\mu_1}[C_2(3-\alpha) - 3(\mu_2 - 1)] \pm \left(\frac{3K\alpha}{\mu_3} - 1\right) - 1\right\};$$

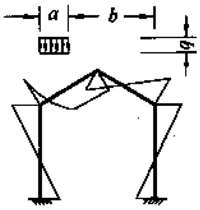
$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{WhK\alpha^2}{6}\left\{\frac{2}{\mu_1}[\mu_2(3-\alpha) - 3] \mp \frac{9}{\mu_3}\right\}$$

当 $h_1 = h$：

$$\left.\begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix}\right\} = -\frac{W}{2}\left[1 \pm 1 - \frac{2K\mu_2}{3\mu_1}(2C_1 - 3)\right];$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{Wh}{2}\left\{\frac{2K}{3\mu_1}[2C_2 - 3(\mu_2 - 1)] \pm \left(\frac{3K}{\mu_3} - 1\right) - 1\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{WhK}{6}\left[\frac{2}{\mu_1}(2\mu_2 - 3) \mp \frac{9}{\mu_3}\right]$$

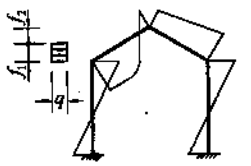


$a \leqslant \frac{l}{2}$；　$\alpha = \frac{a}{l}$；　$\beta = \frac{b}{l}$

$$H_A = H_B = \frac{ql\alpha^2\lambda\mu_2}{6\mu_1}[\psi C_1(3 - 2\alpha^2) + 2(3 - 2\alpha)];$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{ql^2\alpha^2}{6}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\psi C_2(3 - 2\alpha^2) + 2(3 - 2\alpha)(\mu_2 - 1)] \mp \frac{3\beta^2}{\mu_3}\right\}$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{ql^2\alpha^2}{6}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\psi\mu_2(3 - 2\alpha^2) + 2(3 - 2\alpha)] \pm \frac{3\beta^2}{\mu_3}\right\}$$



$\alpha = \frac{f_1}{f}$；

$\beta = \frac{f_2}{f}$；

$$\Phi_1 = 1 + \beta + \beta^2; \Phi_2 = (1 + \beta)(1 - \beta^2)$$

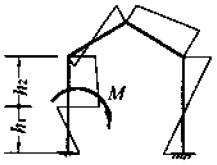
$$\left.\begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix}\right\} = -\frac{qf\alpha}{2}\left\{\frac{\psi\mu_2}{6\mu_1}[(3\psi C_1 + 4)\Phi_1 - \psi C_1\beta^3] \pm 1\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = -\frac{qf^2\alpha}{24}\left\{\frac{2}{\mu_1}[3\psi C_2\Phi_1 + 4(\mu_2 - 1)\Phi_1 - \psi C_2\beta^3] \pm \left[\frac{12}{\psi} - \frac{3}{\mu_3}\left(\frac{12K}{\psi} - \Phi_2\right)\right]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = \frac{qf^2\alpha}{24}\left\{\frac{2}{\mu_1}[(3\psi\mu_2 + 4)\Phi_1 - \psi\mu_2\beta^3] \pm \frac{3}{\mu_3}\left(\frac{12K}{\psi} - \Phi_2\right)\right\}$$

当 $f_1 = f$：　$\Phi_1 = 1$；　$\Phi_2 = 1$

续表



$\alpha=\dfrac{h_1}{h}$

$H_A=H_B=\dfrac{MK\alpha\mu_2}{h\mu_1}[C_1(2-\alpha)-2]$;

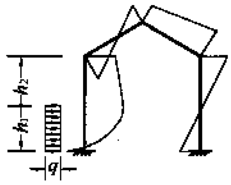
$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left\{\frac{2K\alpha}{\mu_1}[C_2(2-\alpha)-2(\mu_2-1)]-1\mp\left(1-\frac{6K\alpha}{\mu_3}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=-MK\alpha\left\{\frac{1}{\mu_1}[\mu_2(2-\alpha)-2]\mp\frac{3}{\mu_3}\right\}$$

当 $h_1=h$： $H_A=H_B=\dfrac{MK\mu_2}{h\mu_1}(C_1-2)$;

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left\{\frac{2K}{\mu_1}[C_2-2(\mu_2-1)]-1\pm\left(1-\frac{6K}{\mu_3}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=-MK\left[\frac{1}{\mu_1}(\mu_2-2)\mp\frac{3}{\mu_3}\right]$$



$\alpha=\dfrac{h_1}{h}$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{2}\left\{1\pm1-\frac{K\alpha^2\mu_2}{6\mu_1}[C_1(4-\alpha)-4]\right\};$$

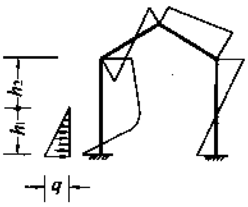
$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{12}\left\{\frac{K\alpha}{\mu_1}[C_2(4-\alpha)-4(\mu_2-1)]-3\mp\left(3-\frac{6K\alpha}{\mu_3}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K\alpha^3}{12}\left\{\frac{1}{\mu_1}[\mu_2(4-\alpha)-4]\mp\frac{6}{\mu_3}\right\}$$

当 $h_1=h$： $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\dfrac{qh}{2}\left[1\pm1-\dfrac{K\mu_2}{6\mu_1}(3C_1-4)\right]$;

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{12}\left\{\frac{K}{\mu_1}[3C_2-4(\mu_2-1)]-3\mp\left(3-\frac{6K}{\mu_3}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K}{12}\left[\frac{1}{\mu_1}(3\mu_2-4)\mp\frac{6}{\mu_3}\right]$$



$\alpha=\dfrac{h_1}{h}$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{4}\left\{1\pm1-\frac{K\alpha^2\mu_2}{15\mu_1}[C_1(5-\alpha)-5]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{120}\left\{\frac{2K\alpha}{\mu_1}[C_2(5-\alpha)-5(\mu_2-1)]-10\mp\left(10-\frac{15K\alpha}{\mu_3}\right)\right\};$$

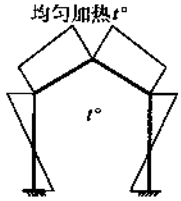
$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K\alpha^3}{120}\left\{\frac{2}{\mu_1}[\mu_2(5-\alpha)-5]\mp\frac{15}{\mu_3}\right\}$$

当 $h_1=h$：$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\dfrac{qh}{4}\left[1\pm1-\dfrac{K\mu_2}{15\mu_1}(4C_1-5)\right]$;

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{120}\left\{\frac{2K}{\mu_1}[4C_2-5(\mu_2-1)]-10\mp\left(10-\frac{15K}{\mu_3}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2K}{120}\left[\frac{2}{\mu_1}(4\mu_2-5)\mp\frac{15}{\mu_3}\right]$$

均匀加热$t°$



α_t—线膨胀系数

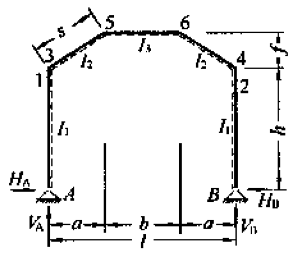
$H_A=H_B=\dfrac{2EI_2lC_1\mu_2}{Sh^2\mu_1}\alpha_t t°$;

$M_A=M_B=\dfrac{2EI_2lC_2}{Sh\mu_1}\alpha_t t°$;

$M_1=M_2=-\dfrac{2EI_2l\mu_2}{Sh\mu_1}\alpha_t t°$

五、"∩"形刚架

表 8-9

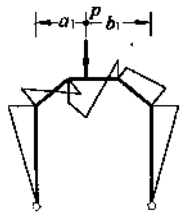


$\lambda_1=\frac{a}{l}$； $\lambda_2=\frac{b}{l}$； $\Psi=\frac{f}{h}$；

$\varphi_1=\frac{f}{h+f}$； $\varphi_2=\frac{h}{h+f}$； $\varphi_3=\frac{l}{h+f}$；

$K_1=\frac{b}{S}\times\frac{I_2}{I_3}$； $K_2=\frac{h}{S}\times\frac{I_2}{I_1}$；

$\mu=\varphi_2^2(1+K_2)+1+\varphi_2+\frac{3K_1}{2}$



$a\leqslant a_1\leqslant(a+b)$；

$\alpha=\frac{a_1}{l}$；

$\beta=\frac{b_1}{l}$

$$\Phi=\frac{1}{2\mu}\left[\lambda_1(2+\varphi_2)+\frac{3K_1}{\lambda_2}(\omega_{Ra}-\lambda_1^2)\right]$$

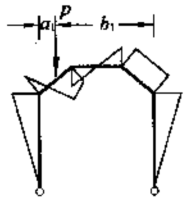
$$V_A=P\beta;$$

$$V_B=P\alpha;$$

$$H_A=H_B=\frac{Pl}{2h}\varphi_2\Phi;$$

$$M_1=M_2=-\frac{Pl}{2}\varphi_2\Phi;$$

$$\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=\frac{Pl}{2}\{[1\pm(1-2\alpha)]\lambda_1-\Phi\}$$



$a_1\leqslant a$；

$\alpha=\frac{a_1}{l}$；

$\beta=\frac{b_1}{l}$

$$\Phi=\frac{1}{2\mu}\left[3(1+\varphi_2+K_1)-\frac{\alpha}{\lambda_1}\left(3\varphi_2+\frac{\alpha\varphi_1}{\lambda_1}\right)\right].$$

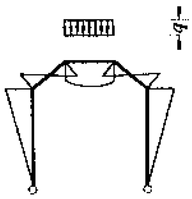
$$V_A=P\beta;$$

$$V_B=P\alpha;$$

$$H_A=H_B=\frac{Pl\alpha}{2h}\varphi_2\Phi;$$

$$M_1=M_2=-\frac{Pl\alpha}{2}\varphi_2\Phi;$$

$$\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=\frac{Pl\alpha}{2}(1\pm\lambda_2-\Phi)$$



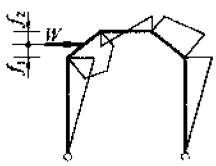
$$\Phi=\frac{1}{4\mu}\{2\lambda_1[2(1+K_1)+\varphi_2]+K_1\}$$

$$V_A=V_B=\frac{qb}{2};$$

$$H_A=H_B=\frac{qbl}{2h}\varphi_2\Phi;$$

$$M_1=M_2=-\frac{qbl}{2}\varphi_2\Phi;$$

$$M_5=M_6=\frac{qbl}{2}(\lambda_1-\Phi)$$



$\beta=\frac{f_2}{f}$

$$\Phi=\frac{\beta}{2\mu}(3K_1+3\beta-\varphi_1\beta^2)$$

$$V_A=-V_B=-\frac{W}{l}(h+f_1);$$

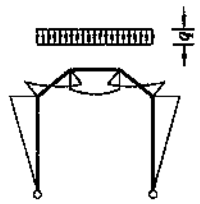
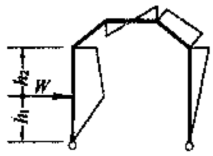
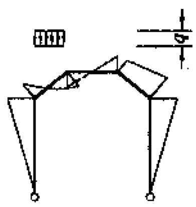
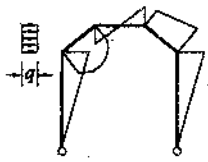
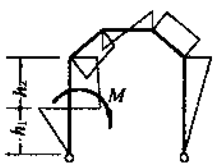
$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(\varphi_1\Phi\pm1);$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh}{2}(\varphi_1\Phi\pm1);$$

$$\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=-\frac{Wf}{2}\left[\beta\mp\lambda_2\left(\frac{1}{\varphi_1}-\beta\right)-\Phi\right]$$

当 $f_2=0$： $\Phi=0$

续表

 $\Phi=\frac{1}{4\mu}[2\lambda_1(2+\varphi_2+K_1)-\lambda_1^2(3+\varphi_2+2K_1)+K_1]$ $V_A=V_B=\frac{ql}{2}$; $H_A=H_B=\frac{ql^2}{2h}\varphi_2\Phi$; $M_1=M_2=-\frac{ql^2}{2}\varphi_2\Phi$; $M_5=M_6=\frac{ql^2}{2}[\lambda_1(1-\lambda_1)-\Phi]$	 $\alpha=\frac{h_1}{h}$; $\beta=\frac{h_2}{h}$. $\Phi=\frac{1}{2\mu}\{\psi[3(1+K_1)-\varphi_1]+3\beta(1+K_1+\varphi_2)+K_2\varphi_2\beta^2(3-\beta)\}$ $V_A=-V_B=-\frac{Wh_1}{l}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(\varphi_2\Phi\pm1)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{Wh}{2}(1-\alpha\mp\alpha-\varphi_2\Phi)$; $\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=-\frac{Wh}{2}(1+\psi-\alpha\mp\lambda_2\alpha-\Phi)$ 当 $h_1=h$; $\Phi=\frac{\psi}{2\mu}[3(1+K_1)-\varphi_1]$
 $\Phi=\frac{1}{4\mu}(5+3\varphi_2+6K_1)$ $V_A=\frac{qa}{2}(2-\lambda_1)$; $V_B=\frac{qa}{2}\lambda_1$; $H_A=H_B=\frac{qa^2}{4h}\varphi_2\Phi$; $M_1=M_2=-\frac{qa^2}{4}\varphi_2\Phi$; $\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=\frac{qa^2}{4}(1\pm\lambda_2-\Phi)$	 $\Phi=\frac{1}{4\mu}[3(1+2K_1)+\varphi_2]$ $V_A=-V_B=-\frac{qf}{2l}(2h+f)$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qf}{2}\left(\frac{\varphi_1}{2}\Phi\pm1\right)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qfh}{2}\left(\frac{\varphi_1}{2}\Phi\pm1\right)$; $\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=-\frac{qf^2}{4}\left[1\mp\lambda_2\left(1+\frac{2}{\psi}\right)-\Phi\right]$
 $\alpha=\frac{h_1}{h}$ $\Phi=\frac{3}{2\mu}[1+K_1+\varphi_2+K_2\varphi_2(1-\alpha^2)]$	$V_A=-V_B=-\frac{M}{l}$; $H_A=H_B=\frac{M}{2(h+f)}\Phi$; $\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}(1\pm1-\varphi_2\Phi)$; $\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}(1\pm\lambda_2-\Phi)$ 当 $h_1=h$; $\Phi=\frac{3}{2\mu}(1+K_1+\varphi_2)$; $M_1=-\frac{M}{2}\varphi_2\Phi$ 当 $h_1=0$; $\Phi=\frac{3}{2\mu}[1+K_1+\varphi_2(1+K_2)]$

续表

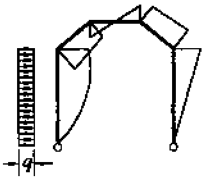
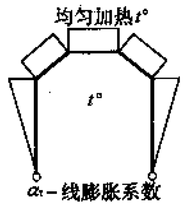
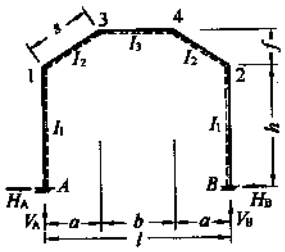
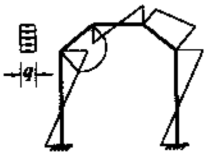
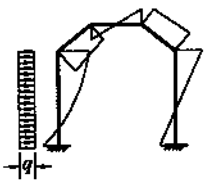
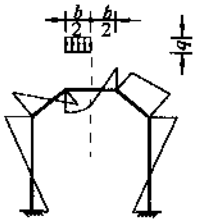
 $\Phi=\frac{1}{4\mu}\{4\psi[3(1+K_1)-\varphi_1]+6(1+K_1+\varphi_2)+3K_2\varphi_2\}$ $V_A=-V_B=-\frac{qh^2}{2l}$; $\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh}{2}\left(\frac{\varphi_2}{2}\Phi\pm1\right)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{4}(1\mp1-\varphi_2\Phi)$; $\left.\begin{matrix}M_5\\M_6\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{4}(1+2\psi\mp\lambda_2-\Phi)$	 $V_A=V_B=0$; $H_A=H_B=\frac{3EI_2l}{2S(h+f)^2\mu}\alpha_t t^\circ$; $M_1=M_2=-H_Ah=-H_Bh$; $M_5=M_6=-H_A(h+f)=-H_B(h+f)$

表 8-10

	$\psi=\frac{f}{h}$;　$\lambda_1=\frac{a}{l}$;　$\lambda_2=\frac{b}{l}$;　$\lambda_3=1+\psi$; $2\lambda_1+\lambda_2=1$;　$K_1=\frac{b}{S}\times\frac{I_2}{I_3}$;　$K_2=\frac{h}{S}\times\frac{I_2}{I_1}$; $\mu_1=\psi(2+3K_1)$;　$\mu_2=1+\lambda_3(2+3K_1)$; $\mu_3=1+\lambda_2(2+K_1)$;　$\mu_4=2(K_2+1)+\lambda_3(1+\mu_2)$; $\mu_5=2K_2+\psi\mu_1$;　$\mu_6=\psi\mu_2-K_2$;　$\mu_7=3K_2+2+\lambda_2$; $\mu_8=\mu_4\mu_5-\mu_6^2$;　$\mu_9=3K_2+\mu_7+\lambda_2\mu_3$
	$\Phi_1=2\mu_1-\psi$;　$\Phi_2=2\mu_2-\lambda_3-1$; $\Phi_3=\frac{\Phi_1\mu_4-\Phi_2\mu_6}{2\mu_8}$;　$\Phi_4=\frac{\Phi_2\mu_5-\Phi_1\mu_6}{2\mu_8}$; $\Phi_5=\frac{4}{\psi}(\mu_7+\lambda_2\mu_3)+2\lambda_2\mu_3+\lambda_2+1$; $\Phi_6=\frac{\Phi_5}{2\mu_9}$.　$V_A=-V_B=\frac{qf^2}{8l}\left(\frac{8}{\psi}-4\Phi_6+4\right)$; $H_B=\frac{qf^2}{4}\left(\frac{2}{f}-\frac{\Phi_3+\Phi_4}{h}\right)$;　$H_A=H_B-qf$;　$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qf^2}{4}(-\Phi_3\mp\Phi_6)$; $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qf^2}{4}\left(\Phi_4\pm\frac{2}{\psi}\mp\Phi_6\right)$; $\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=-\frac{qf^2}{4}\left[1-\psi\Phi_3-\lambda_3\Phi_4\mp\lambda_2\left(\frac{2}{\psi}-\Phi_6+1\right)\right]$
	$\Phi_1=2\psi\mu_1+K_2$;　$\Phi_2=2\psi\mu_2-K_2$;　$\Phi_3=\frac{\Phi_1\mu_4-\Phi_2\mu_6}{2\mu_8}$; $\Phi_4=\frac{\Phi_2\mu_5-\Phi_1\mu_6}{2\mu_8}$;　$\Phi_5=2(\mu_7+\lambda_2\mu_3+K_2)$;　$\Phi_6=\frac{\Phi_5}{2\mu_9}$ $V_A=-V_B=-\frac{qh^2}{2l}(1-\Phi_6)$;　$H_B=\frac{qh}{4}(1-\Phi_3-\Phi_4)$;　$H_A=H_B-qh$; $\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{4}(\Phi_3\pm\Phi_6)$;　$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{4}[\Phi_4\pm(1-\Phi_6)]$; $\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{4}[\psi\Phi_3-\psi+\lambda_3\Phi_4\pm\lambda_2(1-\Phi_6)]$

续表



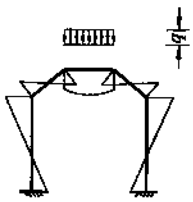
$\Phi_1=2a\mu_1+b\psi K_1$； $\Phi_2=2a\mu_2+b\lambda_3K_1$； $\Phi_3=\dfrac{\Phi_1\mu_4-\Phi_2\mu_6}{2\mu_8}$；

$\Phi_4=\dfrac{\Phi_2\mu_5-\Phi_1\mu_6}{2\mu_8}$； $\Phi_5=\dfrac{b}{8}(8\lambda_1\mu_3+\lambda_2K_1)$； $\Phi_6=\dfrac{\Phi_5}{2\mu_9}$

$V_A=\dfrac{qb}{8l}(4a+3b+4\Phi_6)$； $V_B=\dfrac{qb}{8l}(4a+b-4\Phi_6)$；

$H_A=H_B=\dfrac{qb}{4h}(\Phi_3+\Phi_4)$； $\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\dfrac{qb}{4}(\Phi_3\mp\Phi_6)$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\dfrac{qb}{4}(\Phi_4\pm\Phi_6)$；

$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\dfrac{qb}{4}\left[a-\psi\Phi_3-\lambda_3\Phi_4\pm\left(\dfrac{\lambda_1 b}{2}-\lambda_2\Phi_6\right)\right]$



$\Phi_1=a\mu_1+\dfrac{b\psi K_1}{2}$；

$\Phi_2=a\mu_2+\dfrac{b\lambda_3K_1}{2}$；

$\Phi_3=\dfrac{\Phi_1\mu_4-\Phi_2\mu_6}{2\mu_8}$；

$\Phi_4=\dfrac{\Phi_2\mu_5-\Phi_1\mu_6}{2\mu_8}$；

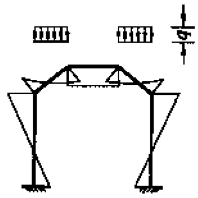
$V_A=V_B=\dfrac{qb}{2}$；

$H_A=H_B=\dfrac{qb}{h}(\Phi_3+\Phi_4)$；

$M_A=M_B=qb\Phi_3$；

$M_1=M_2=-qb\Phi_4$；

$M_3=M_4=qb\left(\dfrac{a}{2}-\psi\Phi_3-\lambda_3\Phi_4\right)$



$\Phi_1=2\mu_1+\psi$；

$\Phi_2=2\mu_2+\lambda_3+1$

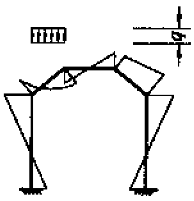
$V_A=V_B=qa$；

$M_A=M_B=\dfrac{qa^2}{4\mu_8}(\Phi_1\mu_4-\Phi_2\mu_6)$；

$M_1=M_2=-\dfrac{qa^2}{4\mu_8}(\Phi_2\mu_5-\Phi_1\mu_6)$；

$M_3=M_4=\dfrac{qa^2}{2}-\psi M_A+\lambda_3M_1$；

$H_A=H_B=\dfrac{M_A-M_1}{h}$



$\Phi_1=2\mu_1+\psi$； $\Phi_2=2\mu_2+\lambda_3+1$；

$\Phi_3=\dfrac{\Phi_1\mu_4-\Phi_2\mu_6}{2\mu_8}$；

$\Phi_4=\dfrac{\Phi_2\mu_5-\Phi_1\mu_6}{2\mu_8}$；

$\Phi_5=2\lambda_2\mu_3+\lambda_2+1$； $\Phi_6=\dfrac{\Phi_5}{2\mu_9}$

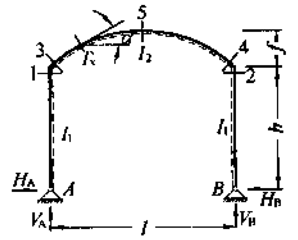
$V_B=\dfrac{qa^2}{2l}(1-\Phi_6)$； $V_A=qa-V_B$； $H_A=H_B=\dfrac{qa^2}{4h}(\Phi_3+\Phi_4)$；

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\dfrac{qa^2}{4}(\Phi_3\mp\Phi_6)$； $\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\dfrac{qa^2}{4}(-\Phi_4\mp\Phi_6)$；

$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\dfrac{qa^2}{4}[1-\psi\Phi_3-\lambda_3\Phi_4\pm\lambda_2(1-\Phi_6)]$

六、"∩"形刚架（横梁为抛物线形）

表 8-11

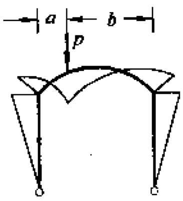


$\frac{I_2}{I_x\cos\alpha}=1$

$\psi=\frac{f}{h}$；　$\lambda=\frac{l}{h}$；

$K=\frac{h}{l}\times\frac{I_2}{I_1}$；

$\mu=5(3+2K)+4\psi(5+2\psi)$



$\alpha=\frac{a}{l}$；

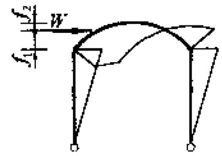
$\beta=\frac{b}{l}$

$\Phi=\frac{5}{\mu}(3\omega_{R\alpha}+2\psi\omega_{S\alpha})$

$V_A=P\beta$；　$V_B=P\alpha$；

$H_A=H_B=\frac{P}{2}\lambda\Phi$；　$M_1=M_2=-\frac{Pl}{2}\Phi$

当 $\alpha\leqslant\frac{l}{2}$：　$M_5=\frac{Pl}{2}[\alpha-(1+\psi)\Phi]$



$\beta=\frac{f_2}{f}$；

$\Phi=\frac{2\psi\beta^{\frac{3}{2}}}{\mu}[5(1+\psi)-\psi\beta]$

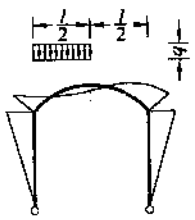
$V_A=-V_B=-\frac{W}{l}(h+f_1)$；

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(\Phi\pm1)$；

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh}{2}(\Phi\pm1)$；

$M_5=-\frac{Wh}{2}[\psi\beta-(1+\psi)\Phi]$

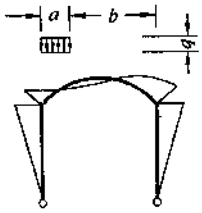
当 $f_2=f$：　$\Phi=\frac{2\psi}{\mu}(5+4\psi)$



$\Phi=\frac{2}{\mu}(5+4\psi)$　$V_A=\frac{3ql}{8}$；　$V_B=\frac{ql}{8}$；

$H_A=H_B=\frac{ql}{16}\lambda\Phi$；　$M_1=M_2=-\frac{ql^2}{16}\Phi$；

$M_5=\frac{ql^2}{16}[1-(1+\psi)\Phi]$



$\alpha=\frac{a}{l}$

$\Phi=\frac{\alpha^2}{\mu}[5(3+2\psi)-10\alpha(1+\psi\alpha)+4\psi\alpha^3]$

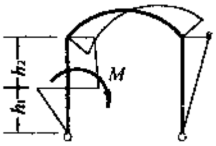
$V_A=\frac{qa}{2}(2-\alpha)$；　$V_B=\frac{qa}{2}\alpha$；

$H_A=H_B=\frac{ql}{4}\lambda\Phi$；　$M_1=M_2=-\frac{ql^2}{4}\Phi$

当 $a=l$：　$\Phi=\frac{1}{\mu}(5+4\psi)$

当 $\alpha\leqslant\frac{l}{2}$：　$M_5=\frac{ql^2}{4}[\alpha^2-(1+\psi)\Phi]$

续表



$\alpha=\frac{h_1}{h}$, $\Phi=\frac{5}{\mu}[3(1+K)+2\psi-3K\alpha^2]$

$V_A=-V_B=-\frac{M}{l}$;

$H_A=H_B=\frac{M}{2h}\Phi$;

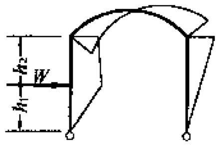
$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}(1\pm1-\Phi)$;

$M_5=\frac{M}{2}[1-(1+\psi)\Phi]$

当 $h_1=h$: $\Phi=\frac{5}{\mu}(3+2\psi)$;

$M_1=-\frac{M}{2}\Phi$

当 $h_1=0$: $\Phi=\frac{5}{\mu}(3+3K+2\psi)$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$

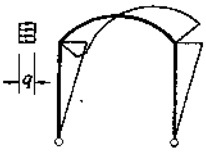
$\Phi=\frac{5}{\mu}[3(1+K)+2\psi-K\alpha^2]$

$V_A=-V_B=-\frac{Wh_1}{l}$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}(1\pm1-\alpha\Phi)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{Wh\alpha}{2}(1\pm1-\Phi)$;

$M_5=\frac{Wh\alpha}{2}[1-(1+\psi)\Phi]$



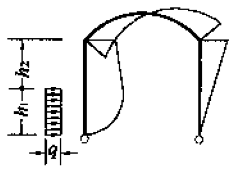
$\Phi=\frac{4\psi}{7\mu}(7+6\psi)$

$V_A=-V_B=-\frac{qf}{2l}(2h+f)$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qf}{2}(\Phi\pm1)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qfh}{2}(\Phi\pm1)$;

$M_5=-\frac{qfh}{2}\left[\frac{\psi}{2}-(1+\psi)\Phi\right]$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$

$\Phi=\frac{5}{2\mu}\{2[3(1+K)+2\psi]-K\alpha^2\}$

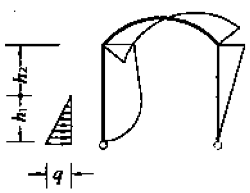
$V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{2l}$;

$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{2}\left(1\pm1-\frac{\alpha}{2}\Phi\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{4}(1\pm1-\Phi)$;

$M_5=\frac{qh^2\alpha^2}{4}[1-(1+\psi)\Phi]$

当 $h_1=h$: $\Phi=\frac{5}{2\mu}(6+5K+4\psi)$



$\alpha=\frac{h_1}{h}$; $\Phi=\frac{1}{2\mu}\{10[3(1+K)+2\psi]-3K\alpha^2\}$

$V_A=-V_B=-\frac{qh_1^2}{6l}$;

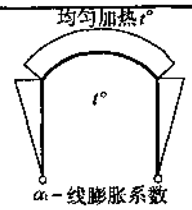
$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{4}\left(1\pm1-\frac{\alpha}{3}\Phi\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{12}(1\pm1-\Phi)$;

$M_5=\frac{qh^2\alpha^2}{12}(1-\Phi-\psi\Phi)$

当 $h_1=h$: $\Phi=\frac{1}{2\mu}(30+20\psi+27K)$

续表

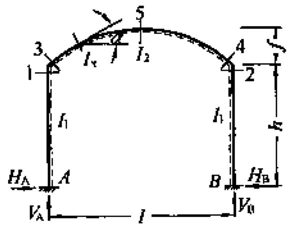


$V_A = V_B = 0$;　$H_A = H_B = \frac{15EI_2}{h^2\mu}\alpha_t t^\circ$;

$M_1 = M_2 = -\frac{15EI_2}{h\mu}\alpha_t t^\circ$;

$M_5 = M_1(1+\psi) = M_2(1+\psi)$

表 8-12



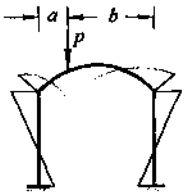
$\frac{I_2}{I_x\cos\alpha} = 1$　$\psi = \frac{f}{h}$;　$K = \frac{h}{l} \times \frac{I_2}{I_1}$;

$\mu_1 = \frac{5(3K-2\psi)}{2(5K+4\psi^2)}$;

$\mu_2 = 3(1+2K) - \mu_1(3K-2\psi)$;

$\mu_3 = \frac{3(1+2K)}{3K-2\psi}$;　$\mu_4 = 1+6K$;

$\mu_5 = (\mu_3 - 1)\mu_1$

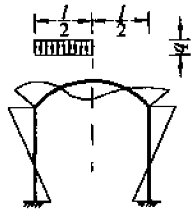


$\alpha = \frac{a}{l}$;　$\beta = \frac{b}{l}$

$H_A = H_B = \frac{Pl\mu_1}{2h\mu_2}(2\psi\mu_3\omega_{S\alpha} + 3\omega_{R\alpha})$;

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{Pl}{2}\left\{\frac{1}{\mu_2}[2\psi\mu_5\omega_{S\alpha} + 3(\mu_1 - 1) \times \omega_{S\alpha}] \mp \frac{1}{\mu_4}(\omega_{\tau\beta} - \omega_{\tau\alpha})\right\};$$

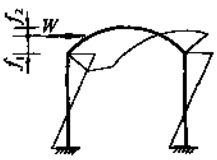
$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{Pl}{2}\left[\frac{1}{\mu_2}(2\psi\mu_1\omega_{S\alpha} + 3\omega_{R\alpha}) \pm \frac{1}{\mu_4}(\omega_{\tau\beta} - \omega_{\tau\alpha})\right]$$



$H_A = H_B = \frac{ql^2\mu_1}{40h\mu_2}(4\psi\mu_3 + 5)$;

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = \frac{ql^2}{40}\left\{\frac{1}{\mu_2}\left[4\psi\mu_5 + 5(\mu_1 - 1) \mp \frac{5}{8\mu_4}\right]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{ql^2}{40}\left[\frac{1}{\mu_2}(4\psi\mu_1 + 5) \pm \frac{5}{8\mu_4}\right]$$



$\beta = \frac{f_2}{f}$

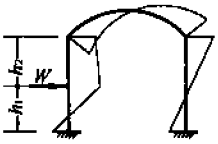
$$\left.\begin{matrix} H_A \\ H_B \end{matrix}\right\} = -\frac{W}{2}\left\{\frac{2\psi\mu_1\beta^{\frac{3}{2}}}{5\mu_2}[\psi\mu_3(5-\beta) + 5] \pm 1\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix}\right\} = -Wf\left\{\frac{\beta^{\frac{3}{2}}}{5\mu_2}[\psi\mu_5(5-\beta) + 5(\mu_1 - 1)] \pm \left[\frac{1}{2\psi} - \frac{1}{8\mu_4}\left(\frac{12K}{\psi} - 1 - 2\beta + 3\beta^2\right)\right]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right\} = Wf\left\{\frac{\beta^{\frac{3}{2}}}{5\mu_2}[\psi\mu_1(5-\beta) + 5] \pm \frac{1}{8\mu_4}\left[\frac{12K}{\psi} - 1 - 2\beta + 3\beta^2\right]\right\}$$

当 $f_2 = f$:　$\beta = 1$

续表

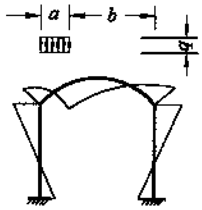


$$\alpha=\frac{h_1}{h}$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{W}{2}\left\{1\pm1-\frac{K\alpha^2\mu_1}{\mu_2}[\mu_3(3-\alpha)-3]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{Wh\alpha}{2}\left\{\frac{K\alpha}{\mu_2}[\mu_5(3-\alpha)-3(\mu_1-1)]-1\mp\left(1-\frac{3K\alpha}{\mu_4}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{WhK\alpha^2}{2}\left\{\frac{1}{\mu_2}[\mu_1(3-\alpha)-3]\mp\frac{3}{\mu_4}\right\}$$



$$\alpha=\frac{a}{l};\quad\beta=\frac{b}{l}$$

$$\Phi_1=5-5\alpha^2+2\alpha^3;$$

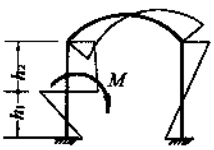
$$\Phi_2=3-2\alpha$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=\frac{ql^2\alpha^2\mu_1}{20h\mu_2}(2\psi\mu_3\Phi_1+5\Phi_2);$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{ql^2\alpha^2}{20}\left\{\frac{1}{\mu_2}[2\psi\mu_5\Phi_1+5(\mu_1-1)\Phi_2]\mp\frac{5\beta^2}{\mu_4}\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2\alpha^2}{20}\left[\frac{1}{\mu_2}(2\psi\mu_1\Phi_1+5\Phi_2)\pm\frac{5\beta^2}{\mu_4}\right]$$

当 $a=l$：　$\Phi_1=2$；　$\Phi_2=1$



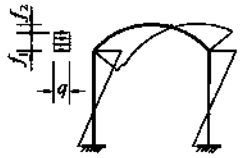
$$\alpha=\frac{h_1}{h}$$

$$H_A=H_B=\frac{3MK\alpha\mu_1}{2h\mu_2}[\mu_3(2-\alpha)-2];$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left\{\frac{3K\alpha}{\mu_2}[\mu_5(2-\alpha)-2(\mu_1-1)]-1\mp\left(1-\frac{6K\alpha}{\mu_4}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_3\\M_4\end{matrix}\right\}=-\frac{3MK\alpha}{2}\left\{\frac{1}{\mu_2}[\mu_1(2-\alpha)-2]\mp\frac{2}{\mu_4}\right\}$$

当 $h_1=h$：　$\alpha=1$



$$\alpha=\frac{f_1}{f};\quad\beta=\frac{f_2}{f}$$

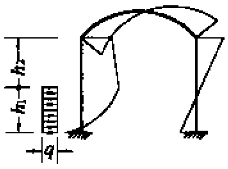
$$\Phi_1=1-\beta^{\frac{5}{2}};\quad\Phi_2=1-\beta^{\frac{7}{2}}$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qf}{2}\left\{\frac{4\psi\mu_1}{5\mu_2}\left[(\psi\mu_3+1)\Phi_1-\frac{\psi\mu_3}{7}\Phi_2\right]\pm\alpha\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-qf^2\left\{\frac{2}{5\mu_2}\left[(\psi\mu_5+\mu_1-1)\Phi_1-\frac{\psi\mu_5}{7}\Phi_2\right]\pm\alpha\left[\frac{1}{2\psi}-\frac{1}{8\mu_4}\left(\frac{12K}{\psi}-1+\beta^2\right)\right]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=qf^2\left\{\frac{2}{5\mu_2}\left[(\psi\mu_1+1)\Phi_1-\frac{\psi\mu_1}{7}\times\Phi_2\right]\pm\frac{\alpha}{8\mu_4}\left(\frac{12K}{\psi}-1+\beta^2\right)\right\}$$

当 $f_1=f$：　$\Phi_1=1$；　$\Phi_2=1$



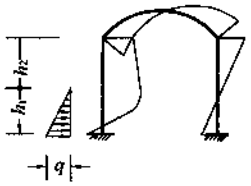
$$\alpha=\frac{h_1}{h}$$

$$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh\alpha}{2}\left\{1\pm1-\frac{K\alpha^2\mu_1}{4\mu_2}[\mu_3(4-\alpha)-4]\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{4}\left\{\frac{K\alpha}{2\mu_2}[\mu_5(4-\alpha)-4(\mu_1-1)]-1\mp\left(1-\frac{2K\alpha}{\mu_4}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2\alpha^3K}{4}\left\{\frac{1}{2\mu_2}[\mu_1(4-\alpha)-4]\mp\frac{2}{\mu_4}\right\}$$

续表



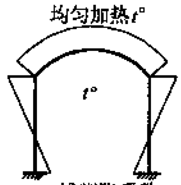
$$\alpha=\frac{h_1}{h}$$

$$\left.\begin{array}{l}H_A\\H_B\end{array}\right\}=-\frac{qh\alpha}{4}\left\{1\pm1-\frac{K\alpha^2\mu_1}{10\mu_2}[\mu_3(5-\alpha)-5]\right\};$$

$$\left.\begin{array}{l}M_A\\M_B\end{array}\right\}=\frac{qh^2\alpha^2}{40}\left\{\frac{K\alpha}{\mu_2}[\mu_5(5-\alpha)-5(\mu_1-1)]-\frac{10}{3}\mp\left(\frac{10}{3}-\frac{5K\alpha}{\mu_4}\right)\right\};$$

$$\left.\begin{array}{l}M_1\\M_2\end{array}\right\}=-\frac{qh^2K\alpha^3}{40}\left\{\frac{1}{\mu_2}[\mu_1(5-\alpha)-5]\mp\frac{5}{\mu_4}\right\}$$

当 $h_1=h$；　$\alpha=1$



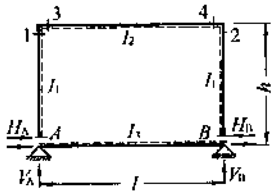
$$H_A=H_B=\frac{3EI_2\mu_1\mu_3}{h^2\mu_2}\alpha_t t^\circ;$$

$$M_A=M_B=\frac{3EI_2\mu_5}{h\mu_2}\alpha_t t^\circ;$$

$$M_1=M_2=-\frac{3EI_2\mu_1}{h\mu_2}\alpha_t t^\circ$$

七、"□"形刚架

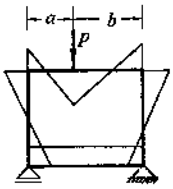
表 8-13



$$K_1=\frac{h}{l}\times\frac{I_2}{I_1};\quad K_2=\frac{h}{l}\times\frac{I_3}{I_1};$$

$$\mu_1=\frac{3+2K_1}{K_2}+2+K_1;$$

$$\mu_2=\frac{K_1}{K_2}+1+6K_1$$



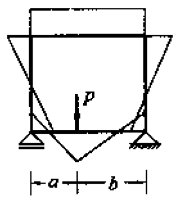
$$\alpha=\frac{a}{l}$$

$$\Phi=\frac{1-2\alpha}{\mu_2}$$

$$H_A=H_B=\frac{3Pl(1+K_2)}{2hK_2\mu_1}\omega_{R\alpha};$$

$$\left.\begin{array}{l}M_A\\M_B\end{array}\right\}=\frac{Pl}{2}\left(\frac{1}{\mu_1}\mp\Phi\right)\omega_{R\alpha};$$

$$\left.\begin{array}{l}M_1\\M_2\end{array}\right\}=-\frac{Pl}{2}\left(\frac{3+2K_2}{K_2\mu_1}\pm\Phi\right)\omega_{R\alpha}$$



$$\alpha=\frac{a}{l}$$

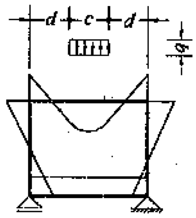
$$\Phi=\frac{K_1(1-2\alpha)}{K_2\mu_2}$$

$$H_A=H_B=\frac{3Pl(1+K_1)}{2hK_2\mu_1}\omega_{R\alpha};$$

$$\left.\begin{array}{l}M_A\\M_B\end{array}\right\}=\frac{Pl}{2}\left(\frac{3+2K_1}{K_2\mu_1}\pm\Phi\right)\omega_{R\alpha};$$

$$\left.\begin{array}{l}M_1\\M_2\end{array}\right\}=-\frac{Pl}{2}\left(\frac{K_1}{K_2\mu_1}\mp\Phi\right)\omega_{R\alpha}$$

续表



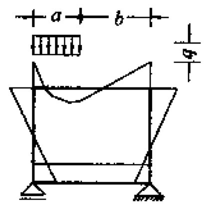
$\gamma = \frac{c}{l}$

$\Phi = \frac{1}{2}(3\gamma - \gamma^3)$

$H_A = H_B = \frac{ql^2(1+K_2)}{4hK_2\mu_1}\Phi$;

$M_A = M_B = \frac{ql^2}{12\mu_1}\Phi$;

$M_1 = M_2 = -\frac{ql^2(3+2K_2)}{12K_2\mu_1}\Phi$



$\alpha = \frac{a}{l}\quad \Phi = 3\alpha^2 - 2\alpha^3$

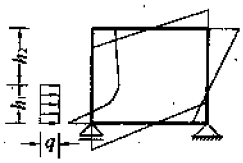
$H_A = H_B = \frac{ql^2(1+K_2)}{4hK_2\mu_1}\Phi$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\} = \frac{ql^2}{4}\left(\frac{1}{3\mu_1}\Phi \mp \frac{\omega_{R\alpha}^2}{\mu_2}\right)$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\} = -\frac{ql^2}{4}\left(\frac{3+2K_2}{3K_2\mu_1}\Phi \pm \frac{\omega_{R\alpha}^2}{\mu_2}\right)$

当 $a = \frac{l}{2}$：　$\Phi = \frac{1}{2}$

当 $a = l$：　$\Phi = 1$



$\alpha = \frac{h_1}{h}$；　$\beta = \frac{h_2}{h}$

$\Phi_1 = \frac{(1+2K_2\alpha)K_1\alpha^2}{K_2\mu_2}$;

$\Phi_2 = \frac{1}{2} - \omega_{\varphi\beta}$

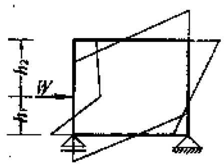
$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\} = \frac{qh}{4}\left\{\frac{1}{\mu_1}\left[\frac{K_1\omega_{\varphi\alpha}}{K_2}(1+K_2) - (1+K_1)\Phi_2\right] + \alpha^2 - 2\alpha(1\pm 1)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\} = -\frac{qh^2}{4}\left\{\frac{1}{3\mu_1}[(3+2K_1)\Phi_2 - K_1\omega_{\varphi\alpha}] \pm (\alpha^2 - \Phi_1)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\} = -\frac{qh^2}{4}\left\{\frac{1}{3\mu_1}\left[\frac{K_1\omega_{\varphi\alpha}}{K_2}(3+2K_2) - K_1\Phi_2\right] \mp \Phi_1\right\}$

当 $h_1 = h$：　$\Phi_1 = \frac{(1+2K_2)K_1}{K_2\mu_2}$;

$\Phi_2 = \frac{1}{2}$



$\alpha = \frac{h_1}{h}$；　$\beta = \frac{h_2}{h}$

$\Phi = \frac{K_1\alpha}{K_2\mu_2}(1+3K_2\alpha)$

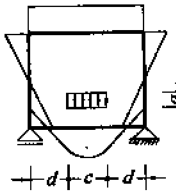
$\left.\begin{matrix}H_A\\H_B\end{matrix}\right\} = \frac{W}{2}\left\{\frac{1}{\mu_1}\left[\frac{K_1\omega_{D\alpha}}{K_2}(1+K_2) - (1+K_1)\omega_{D\beta}\right] + \alpha - 1 \mp 1\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\} = -\frac{Wh}{2}\left\{\frac{1}{\mu_1}[(1+K_1)\omega_{D\beta} - K_1\omega_{R\alpha}] \pm (\alpha - \Phi)\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_1\\M_2\end{matrix}\right\} = -\frac{Wh}{2}\left\{\frac{K_1}{K_2\mu_1}[(1+K_2)\omega_{D\alpha} - K_2\omega_{R\alpha}] \mp \Phi\right\}$

当 $h_1 = h$：　$\Phi = \frac{K_1}{K_2\mu_2}(1+3K_2)$

续表



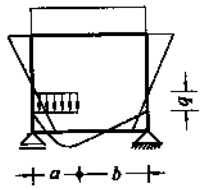
$$\gamma=\frac{c}{l}$$

$$\Phi=\frac{1}{2}(3\gamma-\gamma^{3})$$

$$H_{A}=H_{B}=\frac{ql^{2}(1+K_{1})}{4hK_{2}\mu_{1}}\Phi;$$

$$M_{A}=M_{B}=\frac{ql^{2}(3+2K_{1})}{12K_{2}\mu_{1}}\Phi;$$

$$M_{1}=M_{2}=-\frac{ql^{2}K_{1}}{12K_{2}\mu_{1}}\Phi$$



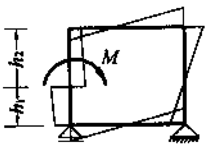
$$\alpha=\frac{a}{l};\quad \beta=\frac{b}{l}$$

$$\Phi=3\alpha^{2}-2\alpha^{3}.\quad H_{A}=H_{B}=\frac{ql^{2}(1+K_{1})}{4hK_{2}\mu_{1}}\Phi;$$

$$\left.\begin{matrix}M_{A}\\M_{B}\end{matrix}\right\}=\frac{ql^{2}}{4}\left(\frac{3+2K_{1}}{3K_{2}\mu_{1}}\Phi\pm\frac{K_{1}\omega_{R\alpha}^{2}}{K_{2}\mu_{2}}\right);$$

$$\left.\begin{matrix}M_{1}\\M_{2}\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^{2}K_{1}}{4K_{2}}\left(\frac{1}{3\mu_{1}}\Phi\mp\frac{\omega_{R\alpha}^{2}}{\mu_{2}}\right)$$

当 $a=\frac{l}{2}$： $\Phi=\frac{1}{2}$ 当 $a=l$： $\Phi=1$



$$\alpha=\frac{h_{1}}{h};\quad \beta=\frac{h_{2}}{h}$$

$$\Phi=\frac{K_{1}}{K_{2}\mu_{2}}(1+6K_{2}\alpha)$$

$$H_{A}=H_{B}=-\frac{M}{2h}\left\{\frac{1}{\mu_{1}}\left[(1+K_{1})\omega_{M\beta}+\frac{(1+K_{2})K_{1}\omega_{M\beta}}{K_{2}}\right]-1\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_{A}\\M_{B}\end{matrix}\right\}=-\frac{M}{2}\left\{\frac{1}{3\mu_{1}}[(3+2K_{1})\omega_{M\beta}+K_{1}\omega_{M\alpha}]\pm(1-\Phi)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_{3}\\M_{4}\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left\{\frac{K_{1}}{3K_{2}\mu_{1}}[(3+2K_{2})\omega_{M\alpha}+K_{2}\omega_{M\beta}]\pm\Phi\right\}$$

当 $h_{1}=h$： $H_{A}=H_{B}=\frac{3M(1+K_{2})}{2hK_{2}\mu_{1}}$；

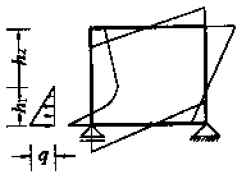
$$\left.\begin{matrix}M_{A}\\M_{B}\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left(\frac{1}{\mu_{1}}\mp\frac{1}{\mu_{2}}\right);$$

$$\left.\begin{matrix}M_{3}\\M_{4}\end{matrix}\right\}=\frac{M}{2}\left[\frac{(2+K_{2})K_{1}}{K_{2}\mu_{1}}\mp\left(\frac{1}{\mu_{2}}-1\right)\right]$$

当 $h_{1}=0$： $H_{A}=H_{B}=\frac{3M(1+K_{1})}{2hK_{2}\mu_{1}}$；

$$\left.\begin{matrix}M_{A}\\M_{B}\end{matrix}\right\}=-\frac{M}{2}\left[\frac{2+K_{1}}{\mu_{1}}\pm\left(1-\frac{K_{1}}{K_{2}\mu_{2}}\right)\right];$$

$$\left.\begin{matrix}M_{1}\\M_{2}\end{matrix}\right\}=-\frac{MK_{1}}{2K_{2}}\left(\frac{1}{\mu_{1}}\mp\frac{1}{\mu_{2}}\right)$$



$$\alpha=\frac{h_{1}}{h}$$

$$\Phi=\frac{5K_{1}}{K_{2}\mu_{2}}(2+3K_{2}\alpha)$$

$$\left.\begin{matrix}H_{A}\\H_{B}\end{matrix}\right\}=\frac{qh\alpha}{120}\left\{\frac{\alpha}{\mu_{1}}\left[10\left(\frac{K_{1}}{K_{2}}-K_{1}-2\right)+15\alpha(1+K_{1})-3\alpha^{2}\left(1+2K_{1}+\frac{K_{1}}{K_{2}}\right)\right]+10\alpha-30\mp30\right\};$$

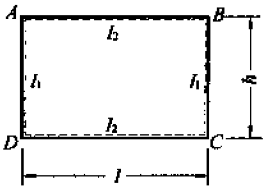
$$\left.\begin{matrix}M_{A}\\M_{B}\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^{2}\alpha^{2}}{120}\left\{\frac{1}{\mu_{1}}[10(2+K_{1})-5\alpha(3+2K_{1})+3\alpha^{2}(1+K_{1})]\pm(10-\Phi)\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_{1}\\M_{2}\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^{2}\alpha^{2}}{120}\left\{\frac{K_{1}}{K_{2}\mu_{1}}[10+5K_{2}\alpha-3\alpha^{2}(1+K_{2})]\mp\Phi\right\}$$

当 $h_{1}=h$：

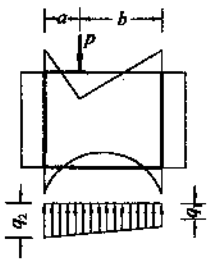
$$\Phi=\frac{5K_{1}}{K_{2}\mu_{2}}(2+3K_{2})$$

表 8-14



$K=\frac{h}{l}\times\frac{I_2}{I_1}$;

$\mu=K^2+4K+3$



$\alpha=\frac{a}{l}$;

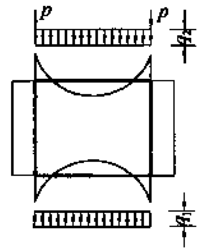
$q_1=\frac{P}{l}(6\alpha-2)$;

$q_2=\frac{P}{l}(-6\alpha+4)$

$\Phi=\frac{3(1+8\alpha-30\alpha^2+20\alpha^3)}{10(1+3K)}$

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{Pl}{12}\left\{\frac{1}{\mu}[6\omega_{R\alpha}(3+2K)-K]\pm\Phi\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_C\\M_D\end{matrix}\right\}=-\frac{Pl}{12}\left\{\frac{1}{\mu}[3+2K-6K\omega_{R\alpha}]\mp\Phi\right\}$



$P=\frac{(q_1-q_2)l}{2}$.

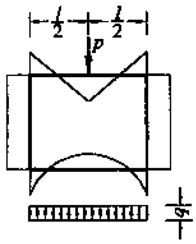
当 $q_1=q_2$:

$M_A=M_B=M_C=M_D=-\frac{q_2l^2}{12(K+1)}$.

当 $q_1\neq q_2$:

$M_A=M_B=-\frac{l^2[q_2(2K+3)-q_1K]}{12(K^2+4K+3)}$;

$M_C=M_D=-\frac{l^2[q_1(2K+3)-q_2K]}{12(K^2+4K+3)}$.



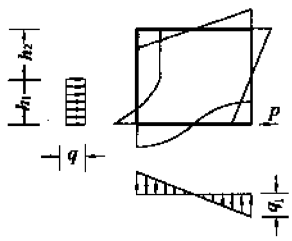
$q=\frac{P}{l}$

$M_A=M_B=-\frac{Pl(4K+9)}{24(K^2+4K+3)}$;

$M_C=M_D=-\frac{Pl(K+6)}{24(K^2+4K+3)}$

当 $K=1$: $M_A=M_B=-\frac{13Pl}{192}$;

$M_C=M_D=-\frac{7Pl}{192}$



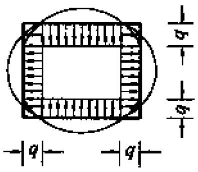
$\alpha=\frac{h_1}{h}$;　$q_1=\frac{3qh_1^2}{l^2}$;　$P=qh_1$

$\Phi=\frac{6\alpha^2(5K\alpha+3)}{1+3K}$

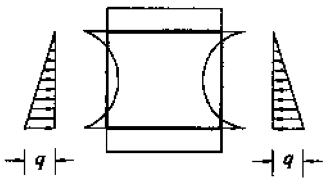
$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{120}\left\{\frac{5}{\mu}\left[K^2(3\alpha^4-4\alpha^3)+3K(\alpha^4-2\alpha^2)\right]\pm\Phi\right\}$;

$\left.\begin{matrix}M_C\\M_D\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{120}\left\{\frac{5}{\mu}\left[K^2(3\alpha^4-8\alpha^3+6\alpha^2)+3K(\alpha^4-4\alpha^3+4\alpha^2)\right]\mp(30\alpha^2-\Phi)\right\}$

续表



$$M_A=M_B=M_C=M_D=\frac{q(h^2K+l^2)}{12(K+1)}$$



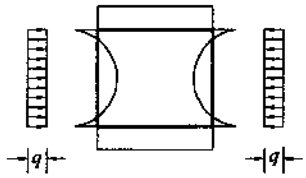
$$M_A=M_B=-\frac{qh^2K(2K+7)}{60(K^2+4K+3)};$$

$$M_C=M_D=-\frac{qh^2K(3K+8)}{60(K^2+4K+3)}$$

当 $K=1$：

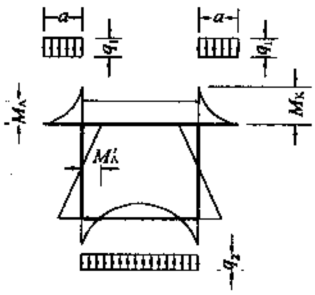
$$M_A=M_B=-\frac{3qh^2}{160};$$

$$M_C=M_D=-\frac{11qh^2}{480}$$



$$M_A=-\frac{qh^2K}{12(K+1)}$$

当 $K=1$：　$M_A=M_B=M_C=M_D=-\frac{qh^2}{24}$

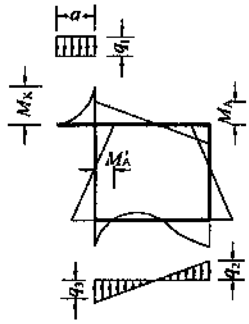


$$q_2=\frac{2q_1a}{l}$$

$$M_K=-\frac{q_1a^2}{2};\quad M'_A=M_A+\frac{q_1a^2}{2};$$

$$M_A=M_B=-\frac{q_1a}{6}\left\{\frac{1}{\mu}[3K^2a+K(6a-l)]\right\};$$

$$M_C=M_D=-\frac{q_1a}{6}\left\{\frac{1}{\mu}[K(3a+2l)+3l]\right\}$$



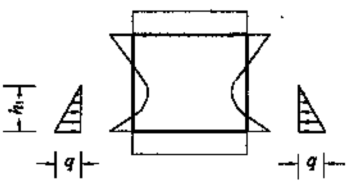
$$q_2=\frac{q_1a}{l^2}(2l+3a);\quad q_3=\frac{q_1a}{l^2}(4l+3a);$$

$$\Phi=\frac{18a(1+5K)+3l}{10(1+3K)}$$

$$M_K=-\frac{q_1a^2}{2};\quad M'_A=M_A+\frac{q_1a^2}{2};$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{q_1a}{12}\left\{\frac{1}{\mu}[3K^2a+K(6a-l)]\pm\Phi\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_C\\M_D\end{matrix}\right\}=-\frac{q_1a}{12}\left\{\frac{1}{\mu}\left[K(3a+2l)+3l\right]\pm(3a-\Phi)\right\}$$

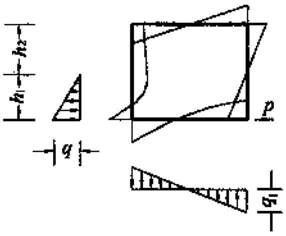


$$\alpha=\frac{h_1}{h}$$

$$M_A=M_B=-\frac{qh^2}{60}\left\{\frac{1}{\mu}[K^2(5\alpha^3-3\alpha^4)+K(10\alpha^2-3\alpha^4)]\right\};$$

$$M_C=M_D=-\frac{qh^2}{60}\left\{\frac{1}{\mu}\left[K^2(10\alpha^2-10\alpha^3+3\alpha^4)+K(20\alpha^2-15\alpha^3+3\alpha^4)\right]\right\}$$

续表



$$\alpha=\frac{h_1}{h};\quad q_1=\frac{qh_1^2}{l^2};\quad P=\frac{qh_1}{2}$$

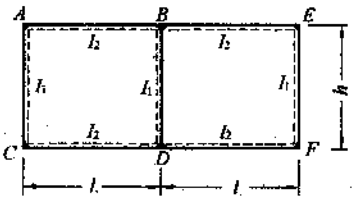
$$\Phi=\frac{15K\alpha^3+12\alpha^2}{2(1+3K)}$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_B\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{120}\left\{\frac{1}{\mu}\left[K^2(5\alpha^3-3\alpha^4)+K(10\alpha^2-3\alpha^4)\right]\mp\Phi\right\};$$

$$\left.\begin{matrix}M_C\\M_D\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{120}\left\{\frac{1}{\mu}\left[K^2(10\alpha^2-10\alpha^3+3\alpha^4)+K(20\alpha^2-15\alpha^3+3\alpha^4)\right]\mp(10\alpha^2-\Phi)\right\}$$

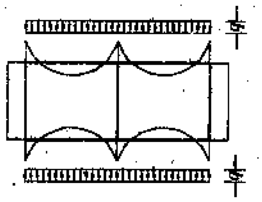
八、"田"形刚架

表 8-15



$$K=\frac{h}{l}\times\frac{I_2}{I_1};$$

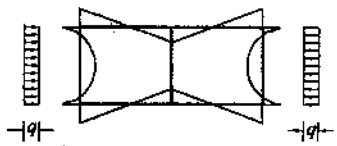
$$\mu=2K+1$$



$$M_A=M_C=M_E=M_F=-\frac{ql^2}{12\mu};$$

$$M_{BA}=M_{BE}=M_{DC}=M_{DF}=-\frac{ql^2(3K+1)}{12\mu};$$

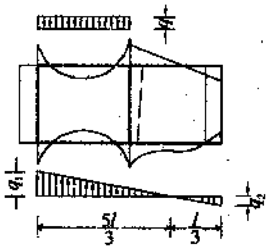
$$M_{BD}=M_{DB}=0$$



$$M_A=M_C=M_E=M_F=-\frac{qh^2K}{6\mu};$$

$$M_{BA}=M_{BE}=M_{DC}=M_{DF}=\frac{qh^2K}{12\mu};$$

$$M_{BD}=M_{DB}=0$$



$$q_1=\frac{5q}{4};\quad q_2=\frac{q}{4}$$

$$\Phi_1=20(K+2)(6K^2+6K+1);\quad \Phi_2=138K^2+265K+43;$$

$$\Phi_3=81K^2+148K+37;\quad \Phi_4=78K^2+205K+33;$$

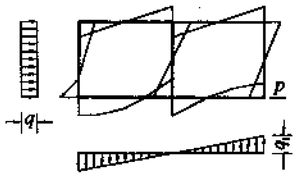
$$\Phi_5=21K^2+88K+27$$

$$\left.\begin{matrix}M_A\\M_E\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2}{24}\left(\frac{1}{\mu}\pm\frac{\Phi_2}{\Phi_1}\right);\quad \left.\begin{matrix}M_{BA}\\M_{BE}\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2}{24}\left(\frac{3K+1}{\mu}\pm\frac{\Phi_3}{\Phi_1}\right);$$

$$M_{BD}=-\frac{ql^2\Phi_3}{12\Phi_1};\quad \left.\begin{matrix}M_C\\M_F\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2}{24}\left(\frac{1}{\mu}\pm\frac{\Phi_4}{\Phi_1}\right);$$

$$M_{DB}=-\frac{ql^2\Phi_5}{12\Phi_1};\quad \left.\begin{matrix}M_{DC}\\M_{DF}\end{matrix}\right\}=-\frac{ql^2}{24}\left(\frac{3K+1}{\mu}\pm\frac{\Phi_5}{\Phi_1}\right)$$

续表



$q_1=\frac{3qh^2}{4l^2}$; $P=qh$

$\Phi_1=20(K+2)(6K^2+6K+1)$;

$\Phi_2=\frac{\mu}{K}$;

$\Phi_3=120K^3+278K^2+335K+63$;

$\Phi_4=120K^3+529K^2+382K+63$;

$\Phi_5=360K^3+742K^2+285K+27$;

$\Phi_6=120K^3+611K^2+558K+87$

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_E\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(-\frac{2}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_3}{\Phi_1}\right)$;

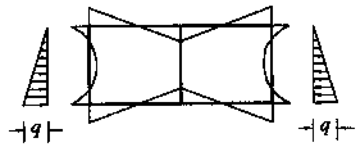
$\left.\begin{matrix}M_{BA}\\M_{BE}\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{24}\left(-\frac{1}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_4}{\Phi_1}\right)$;

$M_{BD}=-\frac{qh^2\Phi_4}{12\Phi_1}$;

$\left.\begin{matrix}M_C\\M_F\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{24}\left(\frac{2}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_5}{\Phi_1}\right)$;

$M_{DB}=\frac{qh^2\Phi_6}{12\Phi_1}$;

$\left.\begin{matrix}M_{DC}\\M_{DF}\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(\frac{1}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_6}{\Phi_1}\right)$



$\Phi=\frac{20\mu(K+6)}{K}$

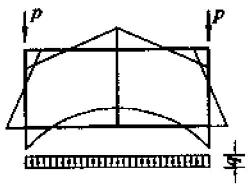
$M_A=M_E=-\frac{qh^2(8K+59)}{6\Phi}$;

$M_{BA}=M_{BE}=\frac{qh^2(7K+31)}{6\Phi}$;

$M_{BD}=M_{DB}=0$;

$M_C=M_F=-\frac{qh^2(12K+61)}{6\Phi}$;

$M_{DC}=M_{DF}=\frac{qh^2(3K+29)}{6\Phi}$



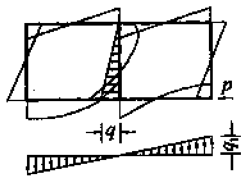
$P=ql$

$\Phi=24\mu(K+6)$; $M_A=M_E=\frac{Pl(47K+18)}{\Phi}$

$M_{BA}=M_{BE}=-\frac{Pl(15K^2+49K+18)}{\Phi}$;

$M_{BD}=M_{DB}=0$; $M_C=M_F=-\frac{Pl(49K+30)}{\Phi}$;

$M_{DC}=M_{DF}=\frac{Pl(9K^2+11K+6)}{\Phi}$



$q_1=\frac{qh^2}{4l^2}$; $P=\frac{qh}{2}$

$\Phi_1=20(K+2)(6K^2+6K+1)$;

$\Phi_2=72K^3+158K^2+97K+21$;

$\Phi_3=-12K^3+31K^2+62K+21$;

$\Phi_4=72K^3+166K^2+107K+9$;

$\Phi_5=108K^3+365K^2+254K+29$

$M_A=-M_E=\frac{qh^2\Phi_2}{24\Phi_1}$;

$M_{BA}=-M_{BE}=-\frac{qh^2\Phi_3}{24\Phi_1}$;

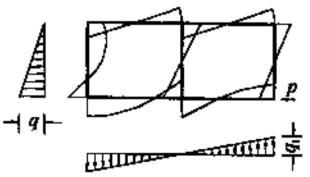
$M_{BD}=-\frac{qh^2\Phi_3}{12\Phi_1}$;

$M_C=-M_F=-\frac{qh^2\Phi_4}{24\Phi_1}$;

$M_{DB}=\frac{qh^2\Phi_5}{12\Phi_1}$;

$M_{DC}=-M_{DF}=\frac{qh^2\Phi_5}{24\Phi_1}$

续表



$q_1=\frac{qh^2}{4l^2}$； $P=\frac{qh}{2}$

$\Phi_1=20(K+2)(6K^2+6K+1)$；

$\Phi_2=\frac{10\mu(K+6)}{K}$；

$\Phi_3=24K^3+50K^2+99K+21$；

$\Phi_4=36K^3+169K^2+120K+21$；

$\Phi_5=144K^3+298K^2+109K+9$；

$\Phi_6=36K^3+203K^2+192K+29$

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_E\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(-\frac{8K+59}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_3}{\Phi_1}\right)$；

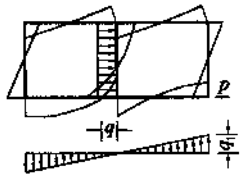
$\left.\begin{matrix}M_{BA}\\M_{BE}\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{24}\left(-\frac{7K+31}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_4}{\Phi_1}\right)$；

$M_{BD}=-\frac{qh^2\Phi_4}{12\Phi_1}$；

$\left.\begin{matrix}M_C\\M_F\end{matrix}\right\}=-\frac{qh^2}{24}\left(\frac{12K+61}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_5}{\Phi_1}\right)$；

$M_{DB}=\frac{qh^2\Phi_6}{12\Phi_1}$；

$\left.\begin{matrix}M_{DC}\\M_{DF}\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(\frac{3K+29}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_6}{\Phi_1}\right)$



$q_1=\frac{3qh^2}{4l^2}$； $P=qh$

$\Phi_1=20(K+2)(6K^2+6K+1)$；

$\Phi_2=240K^3+518K^2+335K+63$；

$\Phi_3=229K^2+262K+63$；

$\Phi_4=240K^3+502K^2+285K+27$；

$\Phi_5=240K^3+911K^2+678K+87$

$M_A=-M_E=\frac{qh^2\Phi_2}{24\Phi_1}$；

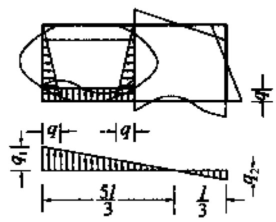
$M_{BA}=-M_{BE}=-\frac{qh^2\Phi_3}{24\Phi_1}$；

$M_{BD}=-\frac{qh^2\Phi_3}{12\Phi_1}$；

$M_C=-M_F=-\frac{qh^2\Phi_4}{24\Phi_1}$；

$M_{DB}=\frac{qh^2\Phi_5}{12\Phi_1}$；

$M_{DC}=-M_{DF}=\frac{qh^2\Phi_5}{24\Phi_1}$



$\lambda=\frac{l}{h}$； $q_1=\frac{5q}{4}$； $q_2=\frac{q}{4}$

$\Phi_1=20(K+2)(6K^2+6K+1)$；

$\Phi_2=\frac{10\mu(K+6)}{K}$；

$\Phi_3=2K(24K^2+54K-1)-\lambda^2(18K^2+5K+3)$；

$\Phi_4=2K(36K^2+66K+1)+\lambda^2(42K^2+55K+7)$；

$\Phi_5=2K(24K^2+69K+29)-\lambda^2(21K^2+8K-3)$；

$\Phi_6=2K(36K^2+81K+31)+\lambda^2(39K^2+52K+13)$

$\left.\begin{matrix}M_A\\M_E\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(\frac{8K+59}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_3}{\Phi_1}\right)$；

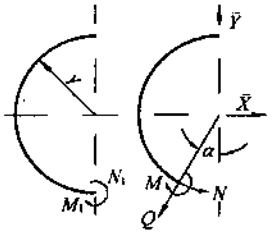
$\left.\begin{matrix}M_{BA}\\M_{BE}\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(-\frac{7K+31}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_5}{\Phi_1}\right)$；

$M_{BD}=\frac{qh^2\Phi_5}{12\Phi_1}$； $\left.\begin{matrix}M_C\\M_F\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(\frac{12K+61}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_4}{\Phi_1}\right)$；

$M_{DB}=\frac{qh^2\Phi_6}{12\Phi_1}$； $\left.\begin{matrix}M_{DC}\\M_{DF}\end{matrix}\right\}=\frac{qh^2}{24}\left(-\frac{3K+29}{\Phi_2}\pm\frac{\Phi_6}{\Phi_1}\right)$

九、"O"形 刚 架

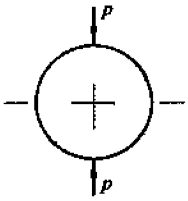
表 8-16



$z=\sin\alpha$；　$u=\cos\alpha$；　$s=\sin\theta$；

$e=\cos\theta$；　$b=\sin\beta$；　$a=\cos\beta$

δ_X 及 δ_Y——圆变形后，在 $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$ 方向直径的增减值



$M=Pr\left(\frac{1}{\pi}-0.5z\right)$；

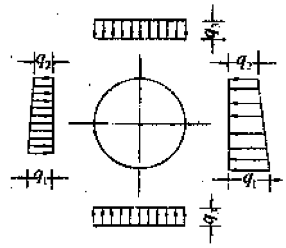
$N=-0.5Pz$；$Q=-0.5Pu$

当 $\alpha=0$：$M_{max}=0.3183Pr$

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$：$M_{min}=-0.1817Pr$

$\delta_X=\frac{0.137Pr^3}{EI}$；

$\delta_Y=-\frac{0.149Pr^3}{EI}$



$M_1=\frac{q_3r^2}{4}-\frac{r^2(7q_1+5q_2)}{48}$；

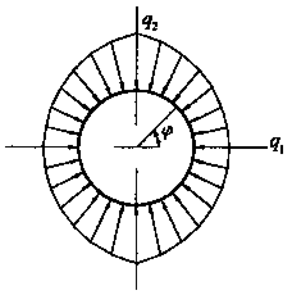
$N_1=\frac{-r(11q_1+5q_2)}{16}$；

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$：　$M=-\frac{q_3r^2}{4}+\frac{r^2(q_1+q_2)}{8}$

当 $q_1=q_2=q$：　$M_1=\frac{r^2(q_3-q)}{4}$；

$N_1=-qr$；

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$：　$M=-\frac{r^2(q_3-q)}{4}$



$m=\frac{q_2}{q_1}$；　$0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$

荷载变化规律：

$q=q_1[1+(m-1)\sin\varphi]$

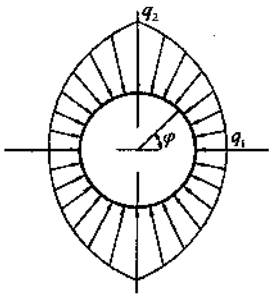
当 $\alpha=0$：$M=0.1366q_1r^2(m-1)$；

$N=-q_1r[1+0.5(m-1)]$

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$：$M=-0.1488q_1r^2(m-1)$；

$N=-q_1r\left[1+\frac{\pi}{4}(m-1)\right]$

续表



$n=\frac{q_1}{q_2}$；　$0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$

荷载变化规律：$q=q_1+(q_2-q_1)\frac{2\varphi}{\pi}$

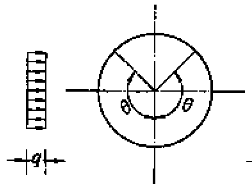
当 $\alpha=0$：$M=0.1366q_2r^2(1-n)$；

$N=-q_2r\left[1-\frac{2(1-n)}{\pi}\right]$

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$：$M=-0.1366q_2r^2(1-n)$；

$N=-q_2r\left[n+\frac{2(1-n)}{\pi}\right]$

$\delta_X=-\delta_Y=\frac{0.09q_2r^4}{EI}(1-n)$



$$M_1=qr^2\left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{2s}{3}-\theta e+\frac{se^2}{3}+\frac{\theta e^2}{2}-\frac{3se}{4}+\frac{\theta}{4}\right)-\frac{1}{2}+e-\frac{e^2}{2}\right];$$

$$N_1=-qr\left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{2s}{3}+\frac{se^2}{3}-\theta e\right)+e-1\right]$$

当 $0\leqslant\alpha\leqslant\theta$：

$M=M_1-N_1r(1-u)-\frac{qr^2}{2}(1-u)^2$；

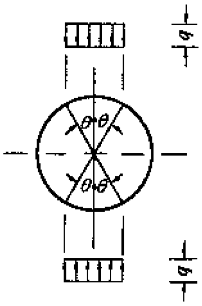
$N=N_1u+qru(1-u)$；$V=-N_1z-qrz(1-u)$

当 $\theta\leqslant\alpha\leqslant\pi$：

$M=M_1-N_1r(1-u)-\frac{qr^2}{2}(1-e)(1+e-2u)$；

$N=N_1u+qru(1-e)$；

$V=-N_1z-qrz(1-e)$



$M_1=qr^2\left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{\theta}{2}+\theta s^2+\frac{3se}{2}\right)-\frac{s^2}{2}\right]$；$N_1=0$

当 $0\leqslant\alpha\leqslant\theta$：　$M=M_1-qr^2\frac{z^2}{2}$；

$N=-qrz^2$；　$V=-qrzu$

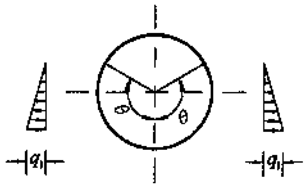
当 $\theta\leqslant\alpha\leqslant\pi-\theta$：　$M=M_1-qr^2\left(sz-\frac{s^2}{2}\right)$；

$N=-qrsz$；　$V=-qrsu$

当 $\theta=\frac{\pi}{2}$：　$M_{max}=\frac{qr^2}{4}$；　$M_{min}=-\frac{qr^2}{4}$

$\delta_X=\frac{qr^4}{EI}\left[\frac{1}{\pi}(\theta+3se+2\theta s^2)-s-\frac{s^3}{3}\right]$；

$$\delta_Y=-\frac{qr^4}{EI}\left[s^2-\frac{s^2e}{3}-\theta s-\frac{2e}{3}+\frac{2}{3}+\frac{\pi s}{2}-\frac{1}{\pi}(2\theta s^2+3se+\theta)\right]$$



$q_1=qr(1-\cos\theta)$

$$M_1=qr^3\left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{\theta}{8}+\frac{s}{9}-\frac{\theta e}{4}-\frac{13se}{24}+\frac{11se^2}{36}+\frac{\theta e^2}{2}-\frac{se^3}{12}-\frac{\theta e^3}{6}\right)-\frac{(1-e)^3}{6}\right];$$

$$N_1=qr^2\left[\frac{1}{\pi}\left(\frac{\theta}{8}+\frac{\theta e^2}{2}-\frac{13se}{24}-\frac{se^3}{12}\right)-\frac{(1-e)^2}{2}\right]$$

当 $0\leqslant\alpha\leqslant\theta$：$M=M_1-N_1r(1-u)+qr^3\times\left[\frac{(1-u)^3}{6}-\frac{(1-e)(1-u)^2}{2}\right]$；

$N=N_1u+qr^2\left[\frac{u}{2}(1-2e+u)(1-u)\right]$；

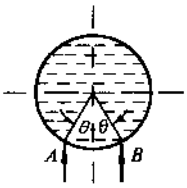
$V=-N_1z-qr^2\left[\frac{z}{2}(1-2e+u)(1-u)\right]$

当 $\theta\leqslant\alpha\leqslant\pi$：　$M=M_1-N_1r(1-u)-qr^3\times\left[\frac{(1-e)^2}{2}\left(\frac{2}{3}+\frac{e}{3}-u\right)\right]$；

$N=N_1u+qr^2\left[\frac{u(1-e)^2}{2}\right]$；

$V=-N_1z-qr^2\left[\frac{z(1-e)^2}{2}\right]$

续表



$$R_A=R_B=\frac{\gamma\pi r^2}{2}$$

$$M_1=\gamma r^3\left(\frac{1}{4}-\frac{\pi s}{2}+\frac{\theta s}{2}+\frac{e}{2}+\frac{s^2}{2}\right);\quad N_1=\gamma r^2\left(\frac{s^2}{2}+\frac{5}{4}\right)$$

当 $0\leqslant\alpha\leqslant\theta$：$M=\frac{\gamma r^3}{2}\left(\frac{u}{2}+\alpha z-\pi s+\theta s+e+us^2\right)$；

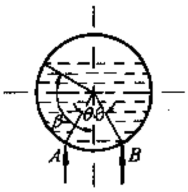
$$N=\frac{\gamma r^2}{2}\left(2+\frac{u}{2}+\alpha z+us^2\right);\quad V=\frac{\gamma r^2}{2}\left(\alpha u+\frac{z}{2}-zs^2\right)$$

当 $\theta\leqslant\alpha\leqslant\pi$：$M=\frac{\gamma r^3}{2}\left(\frac{u}{2}+\alpha z-\pi z+\theta s+e+us^2\right)$；

$$N=\gamma r^2\left(1+\frac{u}{4}-\frac{\pi z}{2}+\frac{\alpha z}{2}+\frac{us^2}{2}\right);\quad V=\frac{\gamma r^2}{2}\left(\alpha u+\frac{z}{2}-\pi u-zs^2\right)$$

$$\delta_X=\frac{\gamma r^5}{EI}\left[\theta s+e-\frac{\pi}{4}(1+s^2)\right];$$

$$\delta_Y=-\frac{\gamma r^5}{EI}\left[\frac{\pi}{4}(2s-se-\theta)-e-\theta s+\frac{\pi^2}{8}\right]$$



$$R_A=R_B=\frac{\gamma r^2}{4}(2\beta-\sin2\beta);$$

$$M_1=\gamma r^3\left[\frac{1}{\pi}\left(a\beta-\frac{3\beta}{4}-b+\frac{5ab}{4}-\frac{a^2\beta}{2}\right)+a^2-a+\frac{b^2}{2}\right]+\frac{R_A r}{\pi}(1+e+\theta s-\pi s+s^2);$$

$$N_1=\gamma r^2\left[\frac{b^2}{2}-a+a^2+0.3183\left(\frac{3ab}{4}-\frac{a^2\beta}{2}-\frac{\beta}{4}\right)\right]+\frac{R_A s^2}{\pi}$$

当 $0\leqslant\alpha\leqslant\theta$：$M=M_1-N_1r(1-u)+\gamma r^3\left(\frac{az}{2}-a+au\right)$；

$$N=N_1u+\gamma r^2\left(\frac{az}{2}-a+au\right);$$

$$V=-N_1z+\gamma r^2\left(\frac{au}{2}+\frac{z}{2}-az\right)$$

当 $\theta\leqslant\alpha\leqslant\beta$：$M=M_1-N_1r(1-u)+\gamma r^3\left(\frac{az}{2}-a+au\right)-R_Ar(z-s)$；

$$N=N_1u-R_Az+\gamma r^2\left(\frac{az}{2}-a+au\right);$$

$$V=-N_1z-R_Au+\gamma r^2\left(\frac{au}{2}+\frac{z}{2}-az\right)$$

当 $\beta\leqslant\alpha\leqslant\pi$：$M=M_1-N_1r(1-u)+\gamma r^3\left[z\left(\frac{\beta}{2}-\frac{ab}{2}\right)+u\left(a-a^2-\frac{b^2}{2}\right)\right]-R_Ar(z-s)$；

$$N=N_1u-R_Az+\gamma r^2\left(\frac{z\beta}{2}-\frac{abz}{2}-\frac{b^2u}{2}-a^2u+au\right);$$

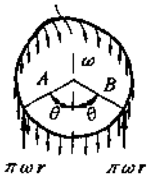
$$V=-N_1z-R_Au+\gamma r^2\left(\frac{u\beta}{2}-\frac{abu}{2}+\frac{b^2z}{2}+a^2z-az\right)$$

当 $\beta\leqslant\frac{\pi}{2}$：$\delta_X=\frac{\gamma r^5}{EI}\left\{\frac{1}{\pi}\left[2\beta a-2b+(\beta-ab)(\theta s+e-\frac{\pi s^2}{4})\right]+\frac{3\beta}{8}-\frac{b}{4}\left(\beta b+\frac{3a}{2}\right)\right\}$

当 $\beta>\frac{\pi}{2}$：$\delta_X=\frac{\gamma r^5}{EI}\left\{\frac{1}{\pi}\left[2\beta a-2b+(\beta-ab)\left(\theta s+e-\frac{7\pi}{8}-\frac{\pi s^2}{4}\right)\right]-2a+\frac{\beta b^2}{4}+\frac{\pi a^2}{4}+\frac{3\pi}{8}\right\}$

$$\delta_Y=\frac{\gamma r^5}{EI}\left\{\frac{1}{\pi}[2\beta a-2b+(\beta-ab)(\theta s+e)]+1-\frac{5b^2}{8}-a+\frac{ab\beta}{4}-\frac{\beta^2}{8}+\frac{1}{4}(\beta-ab)(\theta+se-2s)\right\}$$

续表



ω——沿圆周分布的自重，

$R_A = R_B = \pi\omega r$；

$M_1 = \omega r^2\left(\frac{1}{2} + e - \pi s + \theta s + s^2\right)$；

$N_1 = \omega r\left(s^2 - \frac{1}{2}\right)$

当 $0 \leqslant \alpha \leqslant \theta$：

$M = M_1 - N_1 r(1-u) + \omega r^2(\alpha z + u - 1)$；

$N = N_1 u + \omega r \alpha z$；　$V = -N_1 z + \omega r \alpha u$

当 $\theta \leqslant \alpha \leqslant \pi$：

$M = M_1 - N_1 r(1-u) + \omega r^2(\alpha z + u - 1 - \pi z + \pi s)$；

$N = N_1 u + \omega r z(\alpha - \pi)$；　$V = -N_1 z + \omega r u(\alpha - \pi)$

$\delta_X = \frac{2\omega r^4}{EI}\left[e + \theta s - \frac{\pi}{4}(1 + s^2)\right]$；

$\delta_Y = \frac{\omega r^4}{EI}\left[-\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{2}(se + \theta - 2s) + 2(\theta s + e)\right]$

第二节　变截面门式刚架内力计算公式

本节列出了由矩形截面直线加腋杆件组成的单跨变截面(截面宽度不变)门式刚架(铰接和固定两种支座情况)在各种不同荷载作用下的内力计算公式。在计算中,近似假定杆件的纵轴为直线,通过杆件的最小截面重心且平行于杆件的直边。截面的惯性矩仍按该截面对自己的重心轴取矩。

本节的计算公式中,反力和内力的正负号规定如下:

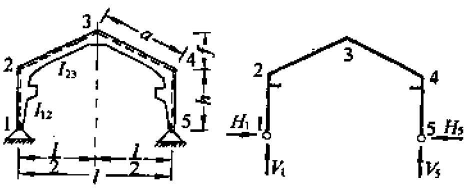
V——向上者为正;

H——向内者为正;

M——使杆件内侧受拉者为正。

一、对称双铰门式刚架

表 8-17



$\phi = \frac{I_{12}^0}{I_{23}^0} \times \frac{a}{h}$；　$\psi = \frac{f}{h}$；

$\theta_{23} = \alpha_{23} + \alpha_{32} + 2\beta_{23}$；

$A = \theta_{23} + \psi^2\alpha_{32} + 2\psi(\alpha_{32} + \beta_{23}) + \frac{\alpha_{21}}{\phi}$；

$B = \alpha_{32}(1 + \psi) + \beta_{23}$；

$C = \alpha_{23} + \beta_{23}(1 + \psi) + \frac{\alpha_{21}}{\phi}$；

$K^P = R_{23}^P + R_{32}^P(1 + \psi)$；　$K^M = R_{23}^M + R_{32}^M(1 + \psi)$；

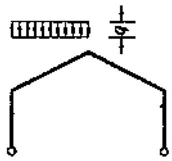
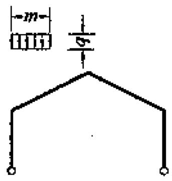
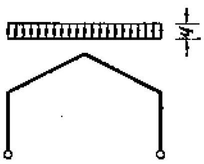
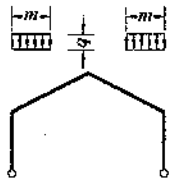
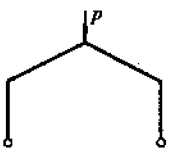
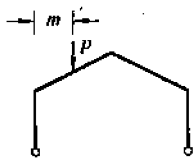
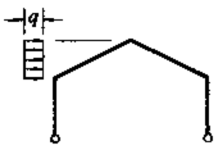
$K^W = R_{23}^W + R_{32}^W(1 + \psi)$；

式中　I_{12}^0 及 I_{23}^0——杆件 12 及 23 的最小截面惯性矩；

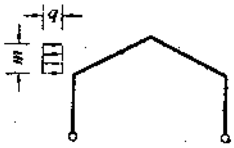
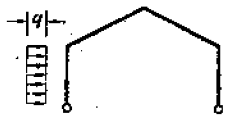
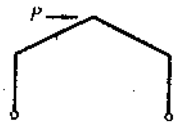
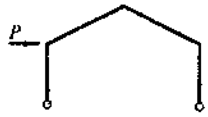
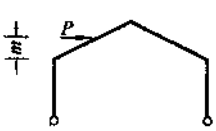
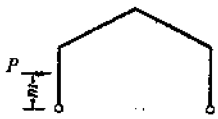
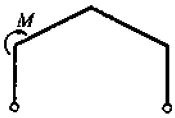
α 及 β——杆件的形常数,可由表 8-19 查得；

R^P, R^W, R^M——杆件的载常数,可由表 8-20 至表 8-22 查得

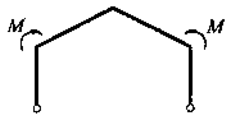
续表

 $V_1=\frac{3ql}{8}$；　$V_5=\frac{ql}{8}$； $H_1=H_5=\frac{ql^2}{16Ah}(B+2K^W)$； $M_2=M_4=-H_5h$；　$M_3=\frac{ql^2}{16}-H_5h(1+\psi)$	 $W=mq$ $V_1=\frac{W}{l}\left(l-\frac{m}{2}\right)$；　$V_5=\frac{Wm}{2l}$； $H_1=H_5=\frac{W}{4Ah}(mB+lK^W)$； $M_2=M_4=-H_5h$；　$M_3=\frac{Wm}{4}-H_5h(1+\psi)$
 $V_1=V_5=\frac{ql}{2}$； $H_1=H_5=\frac{ql^2}{8Ah}(B+2K^W)$； $M_2=M_4=-H_5h$； $M_3=\frac{ql^2}{8}-H_5h(1+\psi)$	 $W=mq$. $V_1=V_5=W$；　$H_1=H_5=\frac{W}{2Ah}(mB+lK^W)$； $M_2=M_4=-H_5h$； $M_3=\frac{Wm}{2}-H_5h(1+\psi)$
 $V_1=V_5=\frac{P}{2}$； $H_1=H_5=\frac{PlB}{4hA}$； $M_2=M_4=-H_5h$； $M_3=\frac{Pl}{4}-H_5h(1+\psi)$	 $V_1=P\left(1-\frac{m}{l}\right)$；　$V_5=\frac{Pm}{l}$； $H_1=H_5=\frac{P}{4hA}(2Bm+K^Pl)$； $M_2=M_4=-H_5h$；　$M_3=\frac{Pm}{2}-H_5h(1+\psi)$
	$N=A+B+C+2K^W\psi$ $V_1=-V_5=-\frac{qfh}{2l}(2+\psi)$；　$H_5=\frac{qfN}{4A}$； $H_1=-(qf-H_5)$；　$M_2=h(qf-H_5)$；$M_4=-H_5h$； $M_3=\frac{qfh}{4}(2+\psi)-H_5h(1+\psi)$

续表

 $W=mq$; $N^{W}=B\left(1+\frac{m}{2h}\right)+C+\psi K^{W}$ $V_1=-V_5=-\frac{W}{l}\left(\frac{m}{2}+h\right)$; $H_5=\frac{WN^{W}}{2A}$; $H_1=H_5-W$; $M_2=(W-H_5)h$; $M_4=-H_5h$; $M_3=-H_5h(1+\psi)+\frac{W}{2}\left(\frac{m}{2}+h\right)$	 $N=B+C+\frac{2R_{21}^{W}}{\phi}$ $V_1=-V_5=-\frac{qh^2}{2l}$; $H_5=\frac{qhN}{4A}$; $H_1=-(qh-H_5)$; $M_2=h\left(\frac{qh}{2}-H_5\right)$; $M_3=h\left[\frac{qh}{4}-H_5(1+\psi)\right]$; $M_4=-H_5h$
 $V_1=-V_5=-\frac{Ph}{l}(1+\psi)$; $H_1=-H_5=-\frac{P}{2}$; $M_2=-M_4=\frac{Ph}{2}$; $M_3=0$	 $V_1=-V_5=-\frac{Ph}{l}$; $H_5=\frac{P}{2A}(B+C)$; $H_1=-(P-H_5)$; $M_2=h(P-H_5)$; $M_3=h\left[\frac{P}{2}-H_5(1+\psi)\right]$; $M_4=-H_5h$
 $N=B(1+\gamma\psi)+C+K^{P}\psi$; $\gamma=\frac{m}{f}$ $V_1=-V_5=-\frac{P}{l}(h+m)$; $H_5=\frac{PN}{2A}$; $H_1=-(P-H_5)$; $M_2=h(P-H_5)$; $M_3=\frac{P}{2}(h+m)-H_5h(1+\psi)$; $M_4=-H_5h$	 $\gamma=\frac{m}{h}$; $N=\gamma(B+C)+\frac{R_{21}^{P}}{\phi}$ $V_1=-V_5=-\frac{Pm}{l}$; $H_5=\frac{PN}{2A}$; $H_1=-(P-H_5)$; $M_2=Pm-H_5h$; $M_3=\frac{Pm}{2}-H_5h(1+\psi)$; $M_4=-H_5h$
 	$N=B+\alpha_{23}+(1+\psi)\beta_{23}$ $V_1=-V_5=-\frac{M}{l}$; $H_1=H_5=\frac{MN}{2hA}$; $M_{23}=\frac{M}{2}\left(2-\frac{N}{A}\right)$; $M_3=\frac{M}{2}\left[1-\frac{N}{A}(1+\psi)\right]$; $M_4=-\frac{MN}{2A}$; $M_{21}=-\frac{MN}{2A}$

续表



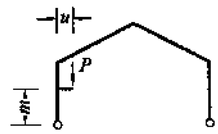
$N=B+\alpha_{23}+(1+\psi)\beta_{23}$

$V_1=V_5=0$；$H_1=H_5=\dfrac{MN}{hA}$；

$M_{23}=M_{43}=-\dfrac{MN}{A}+M$；

$M_3=M\left[1-\dfrac{N}{A}(1+\psi)\right]$；

$M_{45}=M_{21}=-\dfrac{MN}{A}$

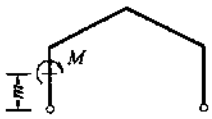


$N=B+C+\dfrac{R_{21}^{M}}{\phi}$；$M=Pu$

$V_1=P-\dfrac{M}{l}$；$V_5=\dfrac{M}{l}$；$H_1=H_5=\dfrac{MN}{2Ah}$；

$M_2=\dfrac{M}{2}\left(2-\dfrac{N}{A}\right)$；$M_3=\dfrac{M}{2}\left[1-\dfrac{N}{A}(1+\psi)\right]$；

$M_4=\dfrac{-MN}{2A}$

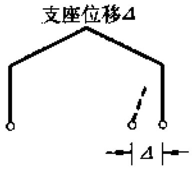


$V_1=-\dfrac{M}{l}$；$N=B+C+\dfrac{R_{21}^{M}}{\phi}$；

$V_5=\dfrac{M}{l}$；$H_1=H_5=\dfrac{MN}{2Ah}$；$M_2=\dfrac{M}{2}\left(2-\dfrac{N}{A}\right)$；

$M_3=\dfrac{M}{2}\left[1-\dfrac{N}{A}(1+\psi)\right]$；$M_4=\dfrac{-MN}{2A}$

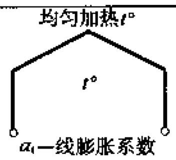
支座位移Δ



$H_1=H_5=\dfrac{6\Delta EI_{12}^{0}}{h^3A\phi}$；$M_2=M_4=-H_5h$；

$M_3=-H_5h(1+\psi)$；$V_1=V_5=0$

均匀加热$t°$



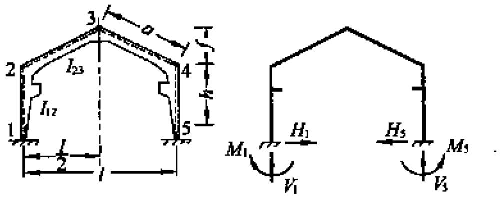
α_t—线膨胀系数

$H_1=H_5=\dfrac{6l\alpha_t t° EI_{12}^{0}}{h^3A\phi}$；$M_2=M_4=-H_5h$；

$M_3=-H_5h(1+\psi)$；$V_1=V_5=0$

二、对称无铰门式刚架

表 8-18



$\phi=\dfrac{aI_{12}^{0}}{hI_{23}^{0}}$；$\psi=\dfrac{f}{h}$；

$\theta_{12}=\alpha_{12}+\alpha_{21}+2\beta_{12}$；$\theta_{23}=\alpha_{23}+\alpha_{32}+2\beta_{23}$；

$A=\alpha_{12}+\beta_{12}-\phi\psi(\alpha_{32}+\beta_{23})$；$B=2(\theta_{12}+\phi\theta_{23})$；

$C=\alpha_{12}+\phi\psi^2\alpha_{32}$；$D=4(\theta_{12}+\phi\alpha_{23})$；

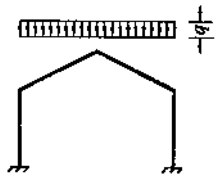
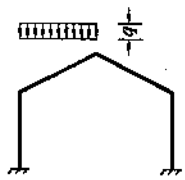
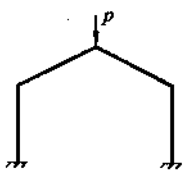
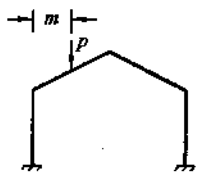
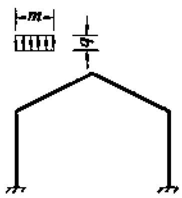
$S=\dfrac{A}{C}$；$F=B-2AS$；$G=\beta_{23}+(1+S\psi)\alpha_{32}$；$N_{23}=S(\alpha_{32}+\beta_{23})+\dfrac{B\psi\alpha_{32}}{2C}$

式中 I_{12}^{0}、I_{23}^{0}——杆 1－2、2－3 的最小截面惯性矩；

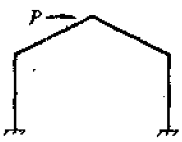
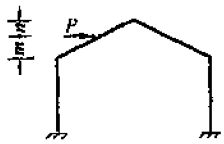
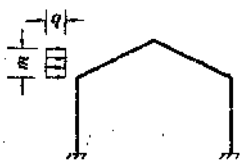
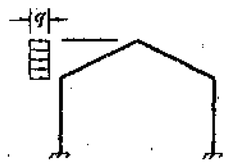
α、β——杆件形常数，由表 8-19 查得

杆件的载常数 R^{P}、R^{W}、R^{M}，由表 8-20 至 8-22 查得

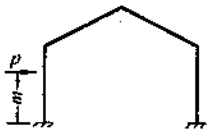
续表

 $J^W=R_{23}^W+R_{32}^W(1+S\psi)$; $K^W=S(R_{23}^W+R_{32}^W)+\frac{B\psi lR_{32}^W}{2C}$ $H_1=H_5=\frac{ql^2\phi(2K^W+N_{23})}{4hF}$;　$V_1=V_5=\frac{ql}{2}$; $M_2=M_4=\frac{-ql^2\phi}{4F}(2J^W+G)$; $M_1=M_5=M_2+H_5h$;　$M_3=M_2+\frac{ql^2}{8}-H_5f$	 $J^W=R_{23}^W+R_{32}^W(1+S\psi)$; $K^W=S(R_{23}^W+R_{32}^W)+\frac{B\psi lR_{32}^W}{2C}$ $H_1=H_5=\frac{ql^2\phi(2K^W+N_{23})}{8hF}$; $V_1=\frac{3ql}{8}+\frac{ql\phi R_{23}^W}{D}$;　$V_5=\frac{ql}{8}-\frac{ql\phi R_{23}^W}{D}$; $M_1=M_2+H_1h$;　$M_5=M_4+H_5h$; $M_2=\frac{-ql^2\phi}{2}\left(\frac{2J^W+G}{4F}+\frac{R_{23}^W}{D}\right)$; $M_4=\frac{-ql^2\phi}{2}\left(\frac{2J^W+G}{4F}-\frac{R_{23}^W}{D}\right)$; $M_3=\frac{M_2+M_4}{2}-H_1f+\frac{ql^2}{16}$
 $H_1=H_5=\frac{Pl\phi N_{23}}{2hF}$;　$V_1=V_5=\frac{P}{2}$; $M_2=M_4=\frac{-Pl\phi G}{2F}$; $M_1=M_5=\frac{Pl\phi}{2F}(N_{23}-G)$; $M_3=\frac{-Pl\phi}{2F}(N_{23}\psi+G)+\frac{Pl}{4}$	 $J^P=R_{23}^P+R_{32}^P(1+S\psi)$; $K^P=S(R_{23}^P+R_{32}^P)+\frac{B\psi lR_{32}^P}{2C}$ $H_1=H_5=\frac{P\phi(2mN_{23}+lK^P)}{2hF}$; $M_2=\frac{-\phi P}{2F}(lJ^P+2mG)-\frac{Pl\phi R_{23}^P}{D}$; $M_1=M_2+H_1h$; $M_4=\frac{-\phi P}{2F}(lJ^P+2mG)+\frac{Pl\phi R_{23}^P}{D}$; $M_5=M_4+H_5h$; $V_1=P\left(1-\frac{m}{l}+\frac{2\phi R_{23}^P}{D}\right)$;　$V_5=P\left(\frac{m}{l}-\frac{2\phi R_{23}^P}{D}\right)$; $M_3=\frac{M_2+M_4}{2}+\frac{Pm}{2}-H_5f$
	$W=mq$;　$J^W=R_{23}^M+R_{32}^W(1+S\psi)$;　$K^W=S(R_{23}^W+R_{32}^W)+\frac{B\psi lR_{32}^W}{2C}$ $H_1=H_5=\frac{W\phi}{2hF}(mN_{23}+lK^W)$; $M_2=\frac{-W\phi}{2F}(lJ^W+mG)-\frac{W\phi lR_{23}^W}{D}$;　$M_1=M_2+H_5h$; $M_4=\frac{-W\phi}{2F}(lJ^W+mG)+\frac{W\phi lR_{23}^W}{D}$;　$M_5=M_4+H_5h$; $V_1=W\left(1-\frac{m}{2l}+\frac{2\phi R_{23}^W}{D}\right)$;　$V_5=W\left(\frac{m}{2l}-\frac{2\phi R_{23}^W}{D}\right)$;　$M_3=\frac{M_2+M_4}{2}+\frac{Wm}{4}-H_5f$

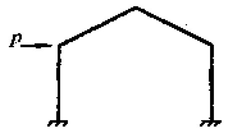
续表

 $T=\alpha_{12}+\beta_{12}$ $H_1=-H_5=-\frac{P}{2}$; $M_2=-M_4=\frac{2PhT}{D}$;　$M_3=0$; $M_1=M_2-\frac{Ph}{2}$;　$M_5=M_4+\frac{Ph}{2}$; $V_1=-V_5=-\frac{Ph}{l}\left(\psi+\frac{4T}{D}\right)$	 $J^P=R_{23}^P+R_{32}^P(1+S\psi)$; $K^P=S(R_{23}^P+R_{32}^P)+\frac{B\psi R_{32}^P}{2C}$; $T^P=\alpha_{12}+\beta_{12}-\phi\psi R_{23}^P$ $H_1=\frac{-P}{2}-\frac{P\phi}{Fh}(nN_{23}-fK^P)$; $H_5=\frac{P}{2}-\frac{P\phi}{Fh}(nN_{23}-fK^P)$; $M_2=\frac{-\phi P}{F}(fJ^P-nG)+\frac{2PhT^P}{D}$; $M_1=M_2-h(P-H_5)$; $M_4=\frac{-\phi P}{F}(fJ^P-nG)-\frac{2PhT^P}{D}$;　$M_5=M_4+H_5h$; $M_3=\frac{M_2+M_4}{2}+\frac{Pm}{2}-H_5f$; $V_1=-V_5=\frac{-4PhT^P}{Dl}-\frac{Pm}{l}$
 $W=mq$; $J^W=R_{23}^W+R_{32}^W(1+S\psi)$; $K^W=S(R_{23}^W+R_{32}^W)+\frac{B\psi R_{32}^W}{2C}$; $T^W=\alpha_{12}+\beta_{12}-\phi\psi R_{23}^W$ $H_1=\frac{-W}{2}-\frac{W\phi}{Fh}\left[N_{23}\left(f-\frac{m}{2}\right)-fK^W\right]$; $H_5=\frac{W}{2}-\frac{W\phi}{Fh}\left[N_{23}\left(f-\frac{m}{2}\right)-fK^W\right]$; $M_2=\frac{-\phi W}{F}\left[fJ^W-\frac{G}{2}(2f-m)\right]+\frac{2WhT^W}{D}$; $M_4=\frac{-\phi W}{F}\left[fJ^W-\frac{G}{2}(2f-m)\right]-\frac{2WhT^W}{D}$; $M_3=\frac{M_2+M_4}{2}+\frac{Wm}{4}-H_5f$; $M_1=M_2+H_1h$;　$M_5=M_4+H_5h$; $V_1=-V_5=\frac{-4hT^WW}{Dl}-\frac{Wm}{2l}$	 $W=qf$; $J^W=R_{23}^W+R_{32}^W(1+S\psi)$; $K^W=S(R_{23}^W+R_{32}^W)+\frac{B\psi R_{32}^W}{2C}$; $T^W=\alpha_{12}+\beta_{12}-\phi\psi R_{23}^W$ $H_5=\frac{W}{2}-\frac{W\phi\psi}{2F}(N_{23}-2K^W)$; $H_1=H_5-W$; $M_2=\frac{-Wf\phi}{2F}(2J^W-G)+\frac{2WhT^W}{D}$; $M_4=\frac{-Wf\phi}{2F}(2J^W-G)-\frac{2WhT^W}{D}$; $M_3=\frac{M_2+M_4}{2}+\frac{Wf}{4}-H_5f$; $M_1=M_2+h(H_5-W)$;　$M_5=M_4+H_5h$; $V_1=-V_5=\frac{-Wh}{2l}\left(\psi+\frac{8T^W}{D}\right)$

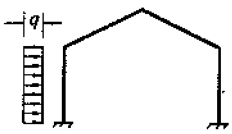
续表



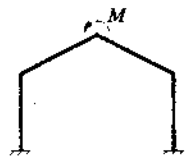
$$J=\frac{BR_{12}^{P}}{2C}-S(R_{12}^{P}+R_{21}^{P});$$
$$K_{12}^{P}=R_{21}^{P}-R_{12}^{P}(S-1);$$
$$T=m(\alpha_{12}+\beta_{12})-h(R_{12}^{P}+R_{21}^{P})$$
$$H_5=\frac{P}{h}\left(\frac{m}{2}-\frac{Jh+\phi\psi mN_{23}}{F}\right);\quad H_1=H_5-P;$$
$$M_2=\frac{P}{F}(m\phi\psi G-hK_{12}^{P})+\frac{2PT}{D};$$
$$M_4=\frac{P}{F}(m\phi\psi G-hK_{12}^{P})-\frac{2PT}{D};$$
$$M_3=\frac{M_2+M_4}{2}-H_5f;\quad M_1=M_2+H_5h-Pm;$$
$$M_5=M_4+H_5h;\quad V_1=-V_5=\frac{-4PT}{lD}$$



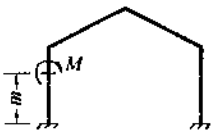
$$T=2(\alpha_{12}+\beta_{12})$$
$$M_2=Ph\left(\frac{G\phi\psi}{F}+\frac{T}{D}\right);\quad M_4=Ph\left(\frac{G\phi\psi}{F}-\frac{T}{D}\right);$$
$$H_5=\frac{P}{2}-\frac{P\phi\psi N_{23}}{F};\quad H_1=-(P-H_5);$$
$$M_3=\frac{M_2+M_4}{2}-H_5f;\quad M_1=M_2+(H_5-P)h;$$
$$M_5=M_4+H_5h;$$
$$V_1=-V_5=\frac{-2PhT}{lD}$$



$$J=\frac{BR_{12}^{W}}{2C}-S(R_{12}^{W}+R_{21}^{W});$$
$$K=R_{21}^{W}-R_{12}^{W}(S-1);$$
$$T=\alpha_{12}+\beta_{12}-2(R_{12}^{W}+R_{21}^{W})$$
$$M_2=\frac{Wh}{2F}(G\phi\psi-2K)+\frac{WTh}{D};$$
$$M_4=\frac{Wh}{2F}(G\phi\psi-2K)-\frac{WTh}{D};$$
$$H_5=\frac{W}{4}\left[1-\frac{2}{F}(N_{23}\phi\psi+2J)\right];$$
$$H_1=-(W-H_5);$$
$$M_1=M_2+H_5h-\frac{Wh}{2};\quad M_5=M_4+H_5h;$$
$$M_3=\frac{M_2+M_4}{2}-H_5f;\quad V_1=-V_5=\frac{-2WTh}{Dl}$$

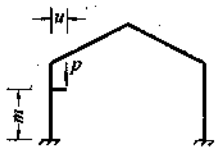


$$H_1=H_5=0;$$
$$M_2=-M_4=M_1=-M_5=\frac{-2\phi\beta_{23}M}{D};$$
$$V_1=-V_5=\frac{M}{l}\left(1+\frac{4\phi\beta_{23}}{D}\right);$$
$$M_{32}=-M_{34}=\frac{M}{2}$$



$$T=R_{12}^{M}+R_{21}^{M}+\alpha_{12}+\beta_{12}$$
$$H_1=H_5=\frac{-M}{Fh}\left[ST-\frac{B}{2C}(R_{12}^{M}+\alpha_{12})\right];$$
$$V_1=-V_5=\frac{-4MT}{lD};$$
$$M_2=\frac{-M}{F}[S(R_{12}^{M}+\alpha_{12})-T]+\frac{2MT}{D};$$
$$M_4=\frac{-M}{F}[S(R_{12}^{M}+\alpha_{12})-T]-\frac{2MT}{D};$$
$$M_3=\frac{M_2+M_4}{2}-H_1f;$$
$$M_1=M_2-M+H_1h;\quad M_5=M_4+H_5h$$

续表



$M=Pu$； $T=R_{12}^{M}+R_{21}^{M}+\alpha_{12}+\beta_{12}$

$V_1=P-\frac{4MT}{lD}$； $V_5=\frac{4MT}{lD}$；

$H_1=H_5=\frac{-M}{Fh}\left[ST-\frac{B}{2C}(R_{12}^{M}+\alpha_{12})\right]$；

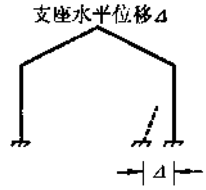
$M_2=\frac{-M}{F}[S(R_{12}^{M}+\alpha_{12})-T]+\frac{2MT}{D}$；

$M_4=\frac{-M}{F}[S(R_{12}^{M}+\alpha_{12})-T]-\frac{2MT}{D}$；

$M_3=\frac{M_2+M_4}{2}-H_1f$；

$M_1=M_2-M+H_1h$； $M_5=M_4+H_5h$

支座水平位移Δ

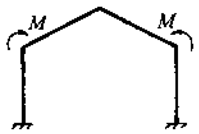


$K=\frac{12\Delta EI_{12}^{0}}{CFh^2}$

$H_1=H_5=\frac{BK}{2h}$； $V_1=V_5=0$；

$M_2=M_4=-AK$； $M_3=M_2-H_5f$；

$M_1=M_5=\frac{K}{2}(B-2A)$



$T=\theta_{23}+S\psi(\alpha_{32}+\beta_{23})$；

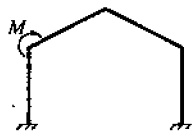
$U=S\theta_{23}+\frac{B\psi(\alpha_{32}+\beta_{23})}{2C}$

$H_1=H_5=\frac{2MU\phi}{Fh}$； $V_1=V_5=0$；

$M_{21}=M_{45}=\frac{-2MT\phi}{F}$； $M_1=M_5=M_{21}+H_1h$；

$M_3=\frac{-2M\phi T}{F}-H_5f+M$；

$M_{23}=M_{43}=M_{21}+M$



$T=\theta_{23}+S\psi(\alpha_{32}+\beta_{23})$；

$U=S\theta_{23}+\frac{B\psi(\alpha_{32}+\beta_{23})}{2C}$

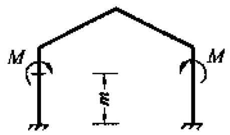
$M_{21}=\frac{-MT\phi}{F}-\frac{2M\phi\alpha_{23}}{D}$；

$M_4=\frac{-MT\phi}{F}+\frac{2M\phi\alpha_{23}}{D}$；

$H_1=H_5=\frac{MU\phi}{Fh}$； $M_1=M_{21}+H_5h$；

$M_{23}=M+M_{21}$； $M_3=\frac{-MT\phi}{F}+\frac{M}{2}-H_5f$；

$M_5=M_4+H_5h$； $V_1=-V_5=\frac{-M}{l}\left(1-\frac{4\phi\alpha_{23}}{D}\right)$



$T=R_{12}^{M}+R_{21}^{M}+\alpha_{12}+\beta_{12}$

$H_1=H_5=\frac{-2M}{Fh}\left[ST-\frac{B}{2C}(R_{12}^{M}+\alpha_{12})\right]$；

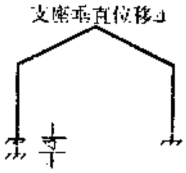
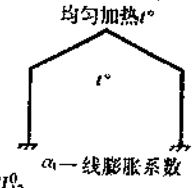
$M_2=M_4=\frac{-2M}{F}[S(R_{12}^{M}+\alpha_{12})-T]$；

$M_3=\frac{2MT}{B}+\frac{MB}{CF}\left[\frac{2AT}{B}-(R_{12}^{M}+\alpha_{12})\right]\left(\frac{2A}{B}+\psi\right)$；

$M_1=M_5=\frac{2MT}{B}+\left[\frac{2AT}{B}-(R_{12}^{M}+\alpha_{12})\right]\frac{M(2A-B)}{CF}-M$；

$V_1=V_5=0$

续表

 $K=\frac{48\Delta EI_{12}^{0}}{lhD}$ $H_1=H_5=0$；　$V_1=-V_5=-\frac{2K}{l}$； $M_1=M_2=K$；　$M_3=0$； $M_4=M_5=-K$	 $K=\frac{12l\alpha_1 t° EI_{12}^{0}}{CFh^2}$ $H_1=H_5=\frac{BK}{2h}$；　$V_1=V_5=0$； $M_2=M_4=-AK$；　$M_3=M_2-H_5f$； $M_1=M_5=\frac{K}{2}(B-2A)$

三、一端加腋梁的形常数及载常数

（一）说明

1. 使用表 8-20 至表 8-22 时，必须注意荷载作用位置 m 的起算点，表 8-20 和表 8-22 均自小端起算 m 值，而表 8-21 则自大端起算 m 值。表 8-17 和表 8-18 的图中给出的 m 的起始点并不一定与表 8-20 至表 8-22 中的 m 一致，必须按具体情况计算。

2. 使用表 8-20 至表 8-22 时，必须注意表头图中杆的上侧对应于刚架的外侧。表 8-17 至表 8-22 的表头图中仅表示了刚架内侧加腋的情况。如果所计算的刚架是外侧加腋时，表头图中梁的加腋本应画在上侧（在表头图中仅画出了下侧加腋的情况），此时仍应将表 8-20 至表 8-22 的表头图中梁的上侧对应于刚架的外侧，按此进行计算。

3. 使用表 8-22 时，要注意表 8-17 和表 8-18 中外荷载 M 的正方向是否与表 8-22 的表头图示方向一致。如不一致，表 8-22 中所查得的数值需乘以 -1。

4. 表 8-19 至表 8-22 中所列的形常数和载常数，是以简支梁作为基本体系计算的。

5. 表中形常数乘以 $\frac{l}{12EI_{AB}^{0}}$ 后，为单位弯矩作用在简支梁一端时梁端的角变位。单位弯矩取使梁下侧受拉为正，角变位取使梁下侧伸长为正。

6. 载常数共列出三种荷载形式：集中力、分布力和集中弯矩。表中的载常数分别乘以 $\frac{Pl^2}{12EI_{AB}^{0}}$、$\frac{Wl^2}{12EI_{AB}^{0}}$ 与 $\frac{Ml}{12EI_{AB}^{0}}$ 后，为相应荷载作用下简支梁梁端的角变位。角变位以使梁的下侧伸长为正。

7. 两端加腋梁的形常数，以及其集中荷载和分布荷载的载常数，可由表 8-19 至表 8-21 所列常数按下式求得（见图 8-1）：

$$\alpha_{AB}^{\mathrm{I}}=\alpha_{AB}^{\mathrm{II}}+\alpha_{AB}^{\mathrm{III}}-\alpha_{AB}^{\mathrm{IV}}；\quad \alpha_{BA}^{\mathrm{I}}=\alpha_{BA}^{\mathrm{II}}+\alpha_{BA}^{\mathrm{III}}-\alpha_{BA}^{\mathrm{IV}}；$$

$$\beta_{AB}^{\mathrm{I}}=\beta_{AB}^{\mathrm{II}}+\beta_{AB}^{\mathrm{III}}-\beta_{AB}^{\mathrm{IV}}.$$

其余系数依次类推。但必须注意，在求两端加腋梁的载常数时，Ⅱ梁和Ⅲ梁的荷载作用位置的起算点应符合表 8-20 和表 8-21 表头图示的条件。

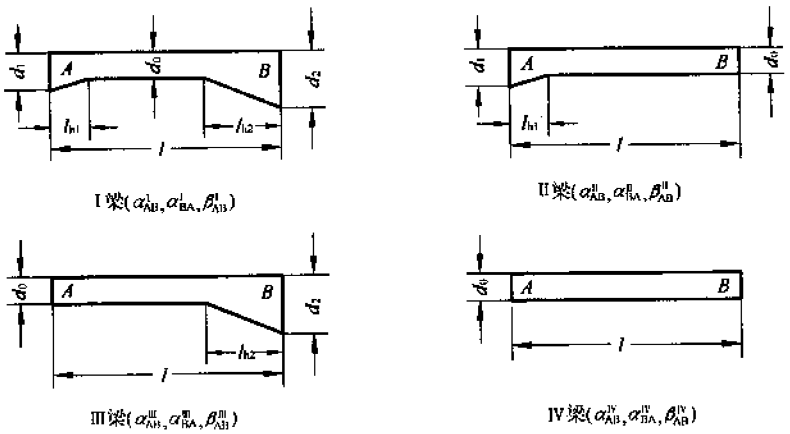


图 8-1

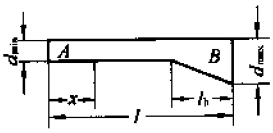
(二) 形常数 α、β

表 8-19

$\alpha_{AB}=\frac{12}{l^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}(l-x)^2\mathrm{d}x$;(表中上行值)

$v=\frac{l_h}{l}$;　$\alpha_{BA}=\frac{12}{l^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}x^2\mathrm{d}x$;(表中中行值)

$t=\left(\frac{d_{min}}{d_{max}}\right)^3$。　$\beta_{AB}=\frac{12}{l^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}(l-x)x\mathrm{d}x$。(表中下行值)



v	t											
	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.080	0.100	0.125	0.150	0.300	0.500
	3.997	3.997	3.998	3.998	3.998	3.998	3.998	3.998	3.998	3.998	3.999	3.999
0.10	3.048	3.092	3.125	3.152	3.176	3.198	3.236	3.270	3.308	3.343	3.509	3.678
	1.956	1.959	1.961	1.963	1.964	1.966	1.968	1.970	1.972	1.973	1.981	1.988
	3.990	3.991	3.992	3.992	3.993	3.993	3.993	3.994	3.994	3.995	3.996	3.998
0.15	2.638	2.698	2.744	2.783	2.817	2.847	2.902	2.950	3.004	3.054	3.291	3.535
	1.904	1.910	1.915	1.919	1.922	1.925	1.930	1.934	1.938	1.942	1.959	1.974
	3.977	3.979	3.980	3.981	3.982	3.983	3.984	3.985	3.987	3.987	3.991	3.995
0.20	2.268	2.343	2.400	2.448	2.490	2.529	2.597	2.658	2.727	2.789	3.091	3.402
	1.835	1.846	1.854	1.861	1.866	1.871	1.879	1.886	1.893	1.900	1.929	1.956
	3.955	3.959	3.962	3.964	3.966	3.967	3.970	3.972	3.974	3.976	3.983	3.990
0.25	1.936	2.023	2.090	2.146	2.195	2.241	2.321	2.393	2.474	2.548	2.908	3.280
	1.751	1.768	1.780	1.789	1.798	1.805	1.817	1.828	1.839	1.849	1.893	1.933
	3.922	3.929	3.934	3.937	3.940	3.943	3.947	3.951	3.955	3.958	3.971	3.983
0.30	1.641	1.737	1.811	1.874	1.930	1.981	2.072	2.153	2.245	2.328	2.740	3.168
	1.654	1.677	1.694	1.707	1.718	1.728	1.745	1.760	1.775	1.789	1.850	1.906
	3.877	3.888	3.895	3.901	3.905	3.910	3.916	3.922	3.928	3.933	3.954	3.972
0.35	1.380	1.483	1.564	1.632	1.693	1.748	1.848	1.937	2.038	2.131	2.587	3.065
	1.547	1.577	1.598	1.616	1.630	1.643	1.665	1.684	1.705	1.723	1.803	1.876
	3.816	3.832	3.843	3.852	3.859	3.865	3.875	3.883	3.892	3.900	3.932	3.959
0.40	1.151	1.259	1.344	1.417	1.481	1.541	1.648	1.743	1.852	1.953	2.449	2.972
	1.431	1.468	1.495	1.517	1.535	1.551	1.579	1.602	1.628	1.650	1.751	1.843

续表

v	t											
	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.080	0.100	0.125	0.150	0.300	0.500
0.45	3.738	3.761	3.777	3.789	3.799	3.808	3.822	3.834	3.847	3.857	3.903	3.941
	0.951	1.063	1.151	1.227	1.295	1.357	1.470	1.571	1.687	1.793	2.324	2.886
	1.309	1.354	1.386	1.412	1.434	1.453	1.486	1.515	1.546	1.573	1.695	1.808
0.50	3.641	3.672	3.694	3.711	3.724	3.736	3.756	3.772	3.790	3.805	3.867	3.919
	0.780	0.893	0.984	1.061	1.132	1.196	1.313	1.419	1.540	1.651	2.211	2.809
	1.183	1.235	1.272	1.302	1.328	1.351	1.390	1.424	1.460	1.492	1.637	1.771
1.00	1.124	1.379	1.551	1.685	1.795	1.890	2.049	2.180	2.318	2.436	2.934	3.354
	0.110	0.192	0.266	0.334	0.399	0.461	0.577	0.687	0.818	0.942	1.607	2.371
	0.168	0.250	0.313	0.367	0.415	0.459	0.537	0.605	0.682	0.752	1.082	1.409

注：当 $t=1$ 时（等截面），$\alpha_{AB}=\alpha_{BA}=4.00$，$\beta_{AB}=2.00$；当 $0.5<t<1.0$ 时，α、β 值可用 $t=0.5$ 和 $t=1$ 的数值内差求得。

（三）集中荷载作用下的载常数 R^P

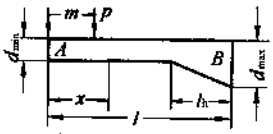
表 8-20

$R^P_{AB}=\frac{12}{Pl^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}M_x(l-x)\mathrm{d}x$；（表中上行值）

$R^P_{BA}=\frac{12}{Pl^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}M_x x\mathrm{d}x$。（表中下行值）

$v=\frac{l_h}{l}$；

$t=\left(\frac{d_{min}}{d_{max}}\right)^3$



v	t	荷载作用点 $\left(\frac{m}{l}\right)$								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1.00	0.03	0.107	0.153	0.166	0.160	0.143	0.119	0.092	0.062	0.031
		0.030	0.054	0.069	0.077	0.078	0.073	0.062	0.045	0.025
	0.06	0.139	0.206	0.229	0.225	0.204	0.172	0.133	0.091	0.046
		0.044	0.081	0.108	0.123	0.127	0.120	0.103	0.077	0.042
	0.10	0.166	0.253	0.287	0.287	0.263	0.224	0.175	0.119	0.060
		0.059	0.109	0.147	0.170	0.178	0.171	0.149	0.112	0.063
	0.15	0.190	0.296	0.342	0.346	0.320	0.275	0.215	0.148	0.075
		0.073	0.138	0.188	0.220	0.233	0.226	0.199	0.151	0.085
	0.20	0.209	0.330	0.385	0.393	0.367	0.317	0.249	0.171	0.087
		0.086	0.162	0.222	0.263	0.280	0.274	0.243	0.187	0.106
	0.30	0.238	0.382	0.454	0.469	0.443	0.385	0.306	0.211	0.108
		0.106	0.203	0.281	0.335	0.362	0.358	0.321	0.250	0.143
	0.40	0.260	0.423	0.508	0.531	0.505	0.442	0.352	0.244	0.125
		0.124	0.237	0.331	0.398	0.433	0.432	0.390	0.306	0.176
	0.50	0.279	0.457	0.553	0.582	0.557	0.491	0.393	0.273	0.140
		0.139	0.267	0.374	0.453	0.496	0.498	0.453	0.358	0.208
	0.60	0.295	0.487	0.593	0.627	0.603	0.534	0.429	0.299	0.153
		0.153	0.294	0.414	0.503	0.554	0.559	0.512	0.406	0.237
	0.80	0.321	0.536	0.659	0.704	0.688	0.608	0.492	0.345	0.177
		0.177	0.342	0.484	0.593	0.658	0.669	0.618	0.495	0.292

续表

v	t	荷载作用点 $\left(\frac{m}{l}\right)$								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.50	0.01	0.306	0.504	0.606	0.624	0.570	0.468	0.353	0.236	0.118
		0.116	0.221	0.301	0.345	0.341	0.291	0.225	0.153	0.077
	0.03	0.311	0.515	0.622	0.646	0.597	0.497	0.378	0.254	0.127
		0.125	0.238	0.328	0.381	0.386	0.341	0.271	0.188	0.096
	0.06	0.316	0.523	0.635	0.662	0.618	0.520	0.399	0.269	0.135
		0.133	0.254	0.351	0.412	0.425	0.386	0.314	0.222	0.116
	0.10	0.319	0.530	0.646	0.677	0.636	0.541	0.418	0.282	0.142
		0.140	0.269	0.373	0.442	0.462	0.428	0.356	0.255	0.135
	0.15	0.322	0.537	0.655	0.690	0.652	0.559	0.435	0.295	0.149
		0.147	0.282	0.394	0.469	0.496	0.468	0.396	0.289	0.156
	0.20	0.325	0.542	0.663	0.700	0.665	0.573	0.448	0.305	0.154
		0.153	0.294	0.410	0.491	0.524	0.501	0.429	0.318	0.173
	0.30	0.329	0.549	0.674	0.715	0.683	0.595	0.469	0.322	0.163
		0.162	0.311	0.437	0.527	0.569	0.553	0.484	0.365	0.203
	0.40	0.332	0.555	0.683	0.726	0.698	0.611	0.485	0.334	0.170
		0.169	0.326	0.459	0.556	0.605	0.596	0.529	0.405	0.228
	0.50	0.334	0.560	0.690	0.736	0.710	0.625	0.499	0.345	0.176
		0.175	0.338	0.477	0.581	0.636	0.632	0.567	0.440	0.251
	0.60	0.336	0.564	0.696	0.744	0.720	0.637	0.510	0.355	0.181
		0.181	0.349	0.494	0.602	0.663	0.665	0.602	0.472	0.271
	0.80	0.339	0.571	0.706	0.757	0.736	0.656	0.530	0.371	0.190
		0.190	0.368	0.522	0.640	0.710	0.720	0.662	0.527	0.309
0.40	0.01	0.324	0.539	0.659	0.694	0.658	0.562	0.427	0.286	0.143
		0.141	0.270	0.375	0.444	0.465	0.427	0.334	0.227	0.114
	0.03	0.326	0.545	0.667	0.705	0.672	0.578	0.444	0.298	0.149
		0.148	0.283	0.395	0.470	0.498	0.465	0.374	0.259	0.132
	0.06	0.328	0.549	0.673	0.714	0.682	0.591	0.457	0.309	0.155
		0.153	0.294	0.411	0.492	0.525	0.499	0.410	0.289	0.150
	0.10	0.330	0.553	0.679	0.721	0.692	0.602	0.469	0.318	0.160
		0.158	0.304	0.427	0.513	0.551	0.529	0.444	0.318	0.168
	0.15	0.332	0.556	0.684	0.728	0.700	0.612	0.480	0.326	0.165
		0.163	0.314	0.441	0.532	0.575	0.558	0.476	0.347	0.185
	0.20	0.333	0.559	0.688	0.733	0.706	0.620	0.488	0.333	0.168
		0.167	0.322	0.453	0.548	0.594	0.581	0.502	0.371	0.200
	0.30	0.335	0.562	0.694	0.741	0.716	0.631	0.501	0.344	0.174
		0.173	0.334	0.471	0.572	0.625	0.619	0.544	0.410	0.226
	0.40	0.337	0.565	0.698	0.747	0.723	0.640	0.510	0.352	0.179
		0.178	0.344	0.486	0.592	0.650	0.648	0.578	0.442	0.248
	0.50	0.338	0.568	0.702	0.751	0.729	0.647	0.518	0.359	0.183
		0.182	0.353	0.499	0.609	0.672	0.674	0.607	0.470	0.267
	0.60	0.339	0.570	0.705	0.756	0.734	0.653	0.525	0.365	0.187
		0.186	0.360	0.510	0.624	0.690	0.696	0.632	0.495	0.284
	0.80	0.341	0.573	0.710	0.762	0.743	0.664	0.537	0.376	0.193
		0.193	0.373	0.530	0.650	0.723	0.735	0.676	0.538	0.315

续表

v	t	荷载作用点$\left(\frac{m}{l}\right)$								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.35	0.01	0.330	0.551	0.677	0.719	0.688	0.589	0.461	0.309	0.155
		0.153	0.293	0.410	0.491	0.523	0.496	0.400	0.272	0.137
	0.03	0.332	0.555	0.683	0.726	0.698	0.609	0.474	0.319	0.160
		0.158	0.304	0.426	0.511	0.549	0.527	0.435	0.302	0.154
	0.05	0.333	0.557	0.686	0.730	0.703	0.615	0.481	0.325	0.163
		0.161	0.310	0.435	0.524	0.565	0.546	0.457	0.321	0.166
	0.10	0.334	0.560	0.691	0.737	0.711	0.625	0.492	0.334	0.168
		0.166	0.321	0.451	0.546	0.592	0.579	0.494	0.356	0.187
	0.20	0.336	0.564	0.696	0.745	0.721	0.637	0.505	0.346	0.175
		0.173	0.335	0.472	0.573	0.627	0.620	0.542	0.401	0.217
	0.30	0.337	0.567	0.700	0.750	0.727	0.645	0.514	0.354	0.180
		0.178	0.345	0.487	0.593	0.651	0.650	0.577	0.435	0.240
	0.50	0.339	0.570	0.706	0.757	0.736	0.655	0.527	0.366	0.187
		0.186	0.359	0.509	0.622	0.688	0.694	0.628	0.487	0.276
0.30	0.01	0.334	0.560	0.691	0.737	0.711	0.625	0.492	0.330	0.165
		0.163	0.315	0.442	0.534	0.577	0.560	0.472	0.324	0.163
	0.03	0.335	0.563	0.694	0.742	0.717	0.632	0.500	0.338	0.169
		0.167	0.323	0.454	0.550	0.597	0.584	0.500	0.350	0.179
	0.10	0.337	0.566	0.699	0.748	0.725	0.643	0.512	0.349	0.176
		0.174	0.336	0.474	0.576	0.630	0.624	0.546	0.396	0.208
	0.20	0.338	0.569	0.703	0.753	0.732	0.650	0.520	0.357	0.181
		0.179	0.347	0.490	0.597	0.656	0.656	0.583	0.435	0.235
	0.30	0.339	0.570	0.705	0.756	0.736	0.655	0.526	0.363	0.184
		0.183	0.354	0.501	0.612	0.675	0.678	0.609	0.463	0.254
	0.50	0.340	0.573	0.709	0.761	0.741	0.662	0.534	0.371	0.189
		0.189	0.365	0.518	0.634	0.703	0.712	0.648	0.504	0.286
0.25	0.01	0.338	0.567	0.701	0.750	0.728	0.645	0.515	0.349	0.175
		0.173	0.334	0.471	0.572	0.625	0.618	0.540	0.381	0.193
	0.03	0.338	0.568	0.703	0.753	0.731	0.649	0.519	0.354	0.178
		0.176	0.340	0.480	0.584	0.640	0.636	0.560	0.403	0.207
	0.10	0.339	0.570	0.705	0.757	0.736	0.655	0.526	0.362	0.182
		0.181	0.350	0.494	0.603	0.664	0.665	0.593	0.440	0.232
	0.20	0.340	0.572	0.708	0.759	0.739	0.659	0.531	0.367	0.186
		0.185	0.357	0.506	0.618	0.683	0.687	0.620	0.470	0.254
	0.50	0.341	0.574	0.711	0.764	0.745	0.666	0.539	0.376	0.192
		0.191	0.371	0.526	0.645	0.716	0.728	0.667	0.523	0.296
0.20	0.01	0.340	0.571	0.707	0.759	0.738	0.658	0.530	0.366	0.183
		0.181	0.351	0.496	0.606	0.667	0.669	0.598	0.444	0.226
	0.03	0.340	0.572	0.708	0.760	0.740	0.660	0.532	0.368	0.185
		0.183	0.355	0.502	0.614	0.677	0.680	0.612	0.459	0.237
	0.20	0.341	0.574	0.711	0.764	0.745	0.665	0.538	0.375	0.191
		0.189	0.366	0.519	0.637	0.706	0.715	0.652	0.505	0.275
	0.50	0.341	0.575	0.712	0.766	0.747	0.669	0.542	0.380	0.194
		0.194	0.375	0.533	0.654	0.728	0.741	0.683	0.541	0.308

续表

v	t	荷载作用点$\left(\frac{m}{l}\right)$								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.10	0.01	0.342	0.575	0.713	0.767	0.749	0.670	0.544	0.382	0.195
		0.194	0.375	0.533	0.654	0.728	0.741	0.683	0.541	0.302
	0.50	0.342	0.576	0.714	0.768	0.750	0.672	0.546	0.383	0.197
		0.197	0.382	0.542	0.667	0.744	0.761	0.706	0.567	0.331

当 $1>t>0.80(v=1.00,0.50,0.40)$、$1>t>0.50(v=0.35\sim0.10)$ 时，可用：$t=0.80$、$t=0.50$ 的 R^P 与下面一行的 R^P 内插求得。

v	t	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0～1.0	1.00	0.342	0.576	0.714	0.768	0.750	0.672	0.546	0.384	0.198
		0.198	0.384	0.546	0.672	0.750	0.768	0.714	0.576	0.342

(四) 分布荷载作用下的载常数 R^W

表 8-21

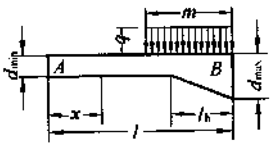
$$R^W_{AB}=\frac{12}{Wl^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}M_x(l-x)\mathrm{d}x\text{；（表中上行值）}$$

$$R^W_{BA}=\frac{12}{Wl^3}\int\frac{I^0_{AB}}{I_{AB}}M_x x\,\mathrm{d}x\text{。（表中下行值）}$$

$v=\frac{l_h}{l}$；

$t=\left(\frac{d_{min}}{d_{max}}\right)^3$；

$W=mq$



v	t	荷载分布长度$\left(\frac{m}{l}\right)$									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
1.00	0.03	0.016	0.031	0.046	0.061	0.075	0.088	0.099	0.107	0.110	0.105
		0.013	0.024	0.034	0.042	0.049	0.054	0.057	0.058	0.056	0.052
	0.06	0.023	0.046	0.068	0.089	0.109	0.127	0.141	0.151	0.154	0.146
		0.022	0.041	0.058	0.071	0.082	0.089	0.093	0.093	0.090	0.083
	0.10	0.030	0.060	0.089	0.117	0.142	0.165	0.183	0.194	0.196	0.186
		0.032	0.060	0.084	0.103	0.118	0.128	0.132	0.132	0.127	0.117
	0.15	0.038	0.075	0.110	0.144	0.175	0.202	0.222	0.235	0.237	0.223
		0.044	0.082	0.114	0.139	0.157	0.169	0.174	0.173	0.165	0.153
	0.20	0.044	0.087	0.128	0.167	0.202	0.232	0.255	0.269	0.269	0.254
		0.055	0.101	0.140	0.170	0.192	0.205	0.211	0.209	0.200	0.184
	0.30	0.054	0.107	0.158	0.205	0.247	0.283	0.309	0.323	0.322	0.303
		0.074	0.137	0.187	0.226	0.253	0.270	0.276	0.272	0.259	0.238
	0.40	0.063	0.124	0.182	0.237	0.284	0.324	0.352	0.367	0.365	0.343
		0.092	0.169	0.230	0.276	0.308	0.326	0.332	0.326	0.310	0.285
	0.50	0.070	0.139	0.204	0.264	0.317	0.359	0.390	0.405	0.402	0.377
		0.109	0.198	0.269	0.321	0.357	0.377	0.383	0.375	0.356	0.328
	0.60	0.077	0.152	0.223	0.288	0.345	0.391	0.423	0.438	0.434	0.406
		0.124	0.226	0.305	0.364	0.403	0.425	0.430	0.421	0.399	0.367
	0.80	0.089	0.176	0.257	0.331	0.394	0.445	0.480	0.495	0.489	0.457
		0.153	0.277	0.372	0.441	0.487	0.511	0.515	0.503	0.476	0.437

续表

v	t	荷载分布长度$\left(\frac{m}{l}\right)$									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.50	0.01	0.059	0.118	0.177	0.236	0.293	0.344	0.384	0.406	0.407	0.383
		0.039	0.077	0.114	0.151	0.184	0.211	0.228	0.232	0.225	0.209
	0.03	0.064	0.127	0.190	0.252	0.312	0.364	0.404	0.425	0.425	0.399
		0.049	0.095	0.140	0.182	0.219	0.247	0.263	0.266	0.257	0.237
	0.06	0.068	0.135	0.201	0.266	0.327	0.380	0.420	0.441	0.439	0.412
		0.059	0.114	0.166	0.212	0.252	0.280	0.295	0.297	0.285	0.264
	0.10	0.071	0.142	0.211	0.279	0.341	0.395	0.434	0.454	0.452	0.423
		0.069	0.133	0.191	0.242	0.283	0.312	0.326	0.326	0.313	0.288
	0.15	0.075	0.148	0.221	0.290	0.354	0.408	0.447	0.466	0.463	0.434
		0.079	0.152	0.216	0.271	0.314	0.343	0.356	0.354	0.339	0.312
	0.20	0.077	0.154	0.228	0.299	0.364	0.418	0.456	0.476	0.472	0.442
		0.089	0.168	0.238	0.295	0.340	0.368	0.381	0.377	0.360	0.332
	0.30	0.082	0.162	0.240	0.314	0.380	0.434	0.472	0.490	0.486	0.454
		0.104	0.196	0.273	0.336	0.382	0.410	0.421	0.415	0.396	0.364
	0.40	0.085	0.169	0.250	0.325	0.392	0.446	0.484	0.502	0.496	0.464
		0.118	0.219	0.303	0.369	0.417	0.445	0.454	0.447	0.425	0.391
	0.50	0.088	0.175	0.258	0.334	0.402	0.456	0.494	0.511	0.505	0.472
		0.130	0.240	0.330	0.399	0.447	0.474	0.483	0.474	0.450	0.414
	0.60	0.091	0.180	0.265	0.343	0.411	0.465	0.502	0.519	0.512	0.479
		0.142	0.260	0.354	0.425	0.474	0.501	0.508	0.498	0.472	0.434
	0.80	0.096	0.189	0.277	0.356	0.425	0.480	0.517	0.533	0.525	0.490
		0.162	0.294	0.396	0.472	0.521	0.548	0.553	0.540	0.511	0.469
0.40	0.01	0.072	0.143	0.214	0.285	0.351	0.406	0.445	0.466	0.463	0.434
		0.057	0.114	0.170	0.223	0.269	0.300	0.317	0.318	0.305	0.282
	0.03	0.075	0.149	0.223	0.296	0.362	0.418	0.457	0.476	0.473	0.443
		0.067	0.131	0.193	0.251	0.298	0.330	0.345	0.344	0.330	0.305
	0.06	0.078	0.155	0.231	0.305	0.372	0.427	0.466	0.485	0.481	0.450
		0.076	0.148	0.216	0.277	0.325	0.356	0.370	0.368	0.353	0.325
	0.10	0.080	0.160	0.238	0.313	0.381	0.436	0.475	0.493	0.488	0.457
		0.085	0.165	0.238	0.301	0.350	0.381	0.394	0.391	0.373	0.344
	0.15	0.082	0.164	0.244	0.320	0.388	0.443	0.482	0.500	0.495	0.463
		0.094	0.181	0.259	0.325	0.374	0.405	0.417	0.412	0.393	0.362
	0.20	0.084	0.168	0.249	0.326	0.394	0.449	0.488	0.506	0.500	0.467
		0.102	0.195	0.277	0.344	0.394	0.424	0.436	0.430	0.410	0.377
	0.30	0.087	0.174	0.257	0.335	0.404	0.459	0.496	0.514	0.508	0.474
		0.116	0.219	0.306	0.376	0.427	0.456	0.466	0.458	0.436	0.401
	0.40	0.090	0.178	0.263	0.342	0.411	0.466	0.503	0.520	0.514	0.480
		0.128	0.239	0.331	0.403	0.453	0.482	0.491	0.482	0.457	0.420
	0.50	0.092	0.182	0.268	0.348	0.417	0.472	0.509	0.526	0.518	0.484
		0.138	0.256	0.352	0.426	0.476	0.504	0.512	0.501	0.476	0.437
	0.60	0.094	0.185	0.273	0.353	0.422	0.477	0.514	0.530	0.523	0.488
		0.148	0.272	0.371	0.446	0.496	0.524	0.531	0.519	0.492	0.452
	0.80	0.097	0.191	0.280	0.361	0.430	0.485	0.522	0.538	0.530	0.495
		0.165	0.300	0.404	0.481	0.532	0.558	0.563	0.550	0.520	0.478

续表

v	t	荷载分布长度 $\left(\frac{m}{l}\right)$									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.35	0.01	0.077	0.155	0.232	0.307	0.375	0.431	0.470	0.489	0.484	0.453
		0.069	0.137	0.204	0.266	0.316	0.348	0.364	0.362	0.347	0.320
	0.03	0.080	0.160	0.239	0.315	0.384	0.439	0.478	0.497	0.492	0.460
		0.077	0.153	0.226	0.291	0.341	0.374	0.388	0.385	0.368	0.339
	0.06	0.082	0.164	0.245	0.322	0.391	0.446	0.485	0.503	0.497	0.465
		0.086	0.169	0.246	0.313	0.364	0.396	0.409	0.405	0.387	0.356
	0.10	0.084	0.168	0.250	0.328	0.397	0.452	0.491	0.508	0.503	0.470
		0.095	0.184	0.265	0.335	0.386	0.417	0.429	0.424	0.404	0.372
	0.20	0.088	0.174	0.259	0.338	0.407	0.462	0.500	0.517	0.511	0.477
		0.111	0.211	0.299	0.372	0.423	0.453	0.464	0.456	0.434	0.399
	0.30	0.090	0.179	0.264	0.344	0.413	0.468	0.506	0.523	0.516	0.482
		0.123	0.232	0.325	0.399	0.450	0.480	0.489	0.480	0.456	0.419
	0.50	0.094	0.185	0.273	0.353	0.423	0.478	0.515	0.531	0.524	0.489
		0.143	0.265	0.364	0.440	0.491	0.519	0.526	0.515	0.488	0.449
0.30	0.01	0.083	0.165	0.247	0.326	0.395	0.451	0.490	0.508	0.502	0.469
		0.082	0.163	0.242	0.312	0.364	0.397	0.411	0.407	0.388	0.358
	0.03	0.085	0.169	0.253	0.332	0.401	0.457	0.495	0.513	0.507	0.474
		0.090	0.178	0.261	0.333	0.386	0.418	0.430	0.425	0.405	0.373
	0.10	0.088	0.175	0.261	0.341	0.410	0.466	0.503	0.521	0.514	0.480
		0.105	0.205	0.295	0.369	0.422	0.453	0.464	0.457	0.434	0.400
	0.20	0.091	0.180	0.267	0.347	0.417	0.472	0.510	0.526	0.519	0.485
		0.120	0.229	0.324	0.399	0.452	0.482	0.491	0.482	0.458	0.421
	0.30	0.092	0.183	0.271	0.352	0.421	0.476	0.514	0.530	0.523	0.488
		0.131	0.247	0.345	0.421	0.474	0.503	0.511	0.501	0.475	0.437
	0.50	0.095	0.188	0.277	0.358	0.428	0.482	0.519	0.536	0.528	0.493
		0.148	0.275	0.377	0.455	0.506	0.534	0.541	0.529	0.501	0.460
0.25	0.01	0.088	0.175	0.261	0.342	0.412	0.467	0.505	0.522	0.515	0.481
		0.097	0.192	0.284	0.359	0.413	0.444	0.456	0.450	0.428	0.394
	0.03	0.089	0.178	0.265	0.345	0.415	0.471	0.508	0.525	0.518	0.484
		0.104	0.205	0.299	0.376	0.429	0.460	0.471	0.464	0.441	0.406
	0.10	0.091	0.182	0.270	0.351	0.421	0.476	0.513	0.530	0.522	0.488
		0.117	0.228	0.327	0.404	0.457	0.487	0.496	0.487	0.463	0.426
	0.20	0.093	0.185	0.274	0.355	0.425	0.480	0.517	0.533	0.526	0.491
		0.130	0.248	0.349	0.427	0.480	0.509	0.517	0.507	0.481	0.442
	0.50	0.096	0.191	0.281	0.362	0.431	0.486	0.523	0.539	0.531	0.496
		0.154	0.285	0.391	0.469	0.521	0.548	0.554	0.541	0.512	0.471
0.20	0.01	0.092	0.183	0.272	0.354	0.423	0.479	0.516	0.532	0.525	0.490
		0.113	0.225	0.326	0.405	0.458	0.489	0.498	0.489	0.465	0.427
	0.03	0.093	0.185	0.274	0.356	0.425	0.480	0.518	0.534	0.526	0.492
		0.119	0.235	0.338	0.417	0.470	0.500	0.509	0.499	0.474	0.436
	0.20	0.095	0.190	0.280	0.361	0.431	0.486	0.522	0.538	0.530	0.495
		0.140	0.268	0.374	0.453	0.505	0.534	0.541	0.529	0.501	0.460
	0.50	0.098	0.193	0.283	0.365	0.434	0.489	0.526	0.541	0.533	0.498
		0.160	0.295	0.403	0.482	0.534	0.561	0.566	0.552	0.523	0.480

续表

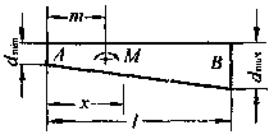
v	t	荷载分布长度$\left(\frac{m}{l}\right)$									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.10	0.01	0.098	0.194	0.284	0.366	0.436	0.490	0.527	0.542	0.534	0.499
		0.152	0.291	0.400	0.480	0.532	0.559	0.565	0.551	0.522	0.479
	0.50	0.099	0.196	0.286	0.368	0.437	0.492	0.528	0.544	0.535	0.500
		0.172	0.315	0.425	0.503	0.554	0.580	0.584	0.569	0.538	0.494
当 $0.80<t<1(v=1.00、0.50、0.40)$ / $0.50<t<1(v=0.35\sim0.10)$ 时，可用：$t=0.80$ / 0.50 的 R^W 与下表的 R^W 内插求得。											
0.0～1.0	1.00	0.100	0.196	0.287	0.368	0.438	0.492	0.529	0.544	0.536	0.500
		0.181	0.324	0.434	0.512	0.563	0.588	0.592	0.576	0.545	0.500

（五）集中弯矩作用下楔形构件的载常数

表 8-22

$t=\left(\frac{d_{min}}{d_{max}}\right)^3$　$R_{AB}^M=\frac{12}{Ml^2}\int\frac{I_{AB}^0}{I_{AB}}M_x(l-x)dx$；（表中上行值）

$R_{BA}^M=\frac{12}{Ml^2}\int\frac{I_{AB}^0}{I_{AB}}M_x x dx$。（表中下行值）



t	荷载的作用点$\left(\frac{m}{l}\right)$										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.02	1.379	0.570	0.192	−0.005	−0.113	−0.175	−0.211	−0.232	−0.243	−0.248	−0.250
	0.250	0.212	0.148	0.084	0.026	−0.024	−0.067	−0.105	−0.138	−0.167	−0.192
0.03	1.551	0.698	0.259	0.016	−0.125	−0.208	−0.258	−0.287	−0.304	−0.311	−0.313
	0.313	0.273	0.198	0.119	0.044	−0.024	−0.084	−0.138	−0.186	−0.228	−0.266
0.04	1.685	0.802	0.317	0.037	−0.131	−0.234	−0.297	−0.334	−0.355	−0.365	−0.367
	0.367	0.325	0.242	0.150	0.061	−0.022	−0.098	−0.166	−0.228	−0.284	−0.334
0.05	1.795	0.889	0.369	0.057	−0.135	−0.255	−0.329	−0.374	−0.400	−0.412	−0.415
	0.415	0.372	0.282	0.180	0.078	−0.019	−0.109	−0.192	−0.267	−0.336	−0.399
0.06	1.890	0.966	0.416	0.076	−0.137	−0.273	−0.358	−0.410	−0.440	−0.455	−0.459
	0.459	0.414	0.319	0.208	0.094	−0.016	−0.119	−0.215	−0.304	−0.386	−0.461
0.08	2.049	1.097	0.499	0.113	−0.138	−0.302	−0.408	−0.474	−0.512	−0.531	−0.537
	0.537	0.490	0.386	0.260	0.126	−0.007	−0.136	−0.257	−0.371	−0.478	−0.577
0.10	2.180	1.208	0.571	0.148	−0.136	−0.325	−0.450	−0.529	−0.575	−0.599	−0.605
	0.605	0.557	0.447	0.307	0.156	0.002	−0.149	−0.294	−0.433	−0.564	−0.687
0.12	2.292	1.304	0.636	0.180	−0.132	−0.345	−0.486	−0.577	−0.632	−0.660	−0.668
	0.668	0.618	0.502	0.352	0.185	0.013	−0.159	−0.327	−0.489	−0.644	−0.792
0.15	2.436	1.429	0.722	0.225	−0.125	−0.368	−0.534	−0.642	−0.708	−0.742	−0.752
	0.752	0.701	0.578	0.414	0.227	0.029	−0.172	−0.372	−0.568	−0.758	−0.942
0.20	2.633	1.602	0.847	0.293	−0.109	−0.398	−0.599	−0.734	−0.818	−0.862	−0.875
	0.875	0.823	0.691	0.508	0.293	0.058	−0.187	−0.437	−0.686	−0.934	−1.177
0.30	2.934	1.872	1.047	0.411	−0.074	−0.436	−0.700	−0.883	−1.000	−1.063	−1.082
	1.082	1.028	0.884	0.673	0.413	0.118	−0.203	−0.541	−0.891	−1.247	−1.607
0.40	3.165	2.082	1.209	0.511	−0.038	−0.460	−0.776	−1.001	−1.149	−1.231	−1.256
	1.256	1.200	1.047	0.816	0.521	0.176	−0.209	−0.625	−1.067	−1.527	−2.001

续表

t	荷载的作用点 $\left(\frac{m}{l}\right)$										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.50	3.354	2.256	1.345	0.600	−0.002	−0.476	−0.838	−1.102	−1.278	−1.377	−1.409
	1.409	1.352	1.192	0.944	0.621	0.234	−0.208	−0.696	−1.223	−1.783	−2.371
0.60	3.515	2.405	1.465	0.679	0.033	−0.486	−0.890	−1.189	−1.392	−1.509	−1.546
	1.546	1.488	1.323	1.061	0.714	0.290	−0.203	−0.757	−1.365	−2.022	−2.722
0.80	3.782	2.655	1.669	0.819	0.099	−0.497	−0.974	−1.337	−1.590	−1.739	−1.788
	1.788	1.729	1.555	1.272	0.885	0.398	−0.185	−0.858	−1.618	−2.461	−3.383
1.00	4.000	2.860	1.840	0.940	0.160	−0.500	−1.040	−1.460	−1.760	−1.940	−2.000
	2.000	1.940	1.760	1.460	1.040	0.500	−0.160	−0.940	−1.840	−2.860	−4.000

第九章　井式梁及阳台梁

第一节　井　式　梁

一、概　　述

在钢筋混凝土结构中，经常采用井式梁，井式梁是一个空间杆件系统。当有现浇板与井式梁相连时，梁的扭转变形实际上已经被约束。此时可以用两种方法计算。第一种方法是，按扭转位移为0的条件用空间杆系程序计算。第二种方法是，用没有扭转的普通交叉梁组成井式梁，假定仅在垂直于井式梁平面上有线位移，协调条件为，在每一交点处交叉梁的线位移相等。

已经用计算机程序作了几个算例对比，计算表明按两种方法算得的内力相同。本节表格中提供的全部系数是按第一种方法计算的。

二、说　　明

(一) 各表中所有梁在其自身的受力平面内弯曲刚度 EI 均相等。

(二) 所有井式梁均为周边支承，分三种情况：

1. 周边简支。
2. 周边固定。
3. 周边半固定。

(三) 周边半固定的作法：

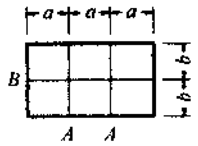
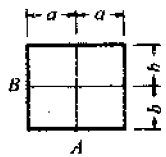
1. 每根梁两端各向周边外延伸长度 a(或 b)；
2. 梁周边处的支承方式与连续梁的中间支座相同；
3. 延伸梁的端点处支承方式为简支；
4. 表中只包含周边范围内梁段的内力；
5. 简图中不绘出周边外的延伸部分。

(四) 在井式梁平面内承受满布均布荷载，单位面积上的荷载记为 q。在计算中近似假定 q 集中在梁交点处，即 $P=qab$ 或$P=qa^2$。为减小剪力误差，计算最大剪力时对梁端剪力一律增加一项梁端节点荷载($0.25qab$ 或 $0.25qa^2$)。

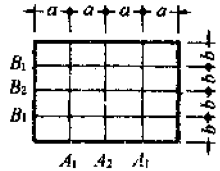
(五) 弯矩(M)栏内上行为该梁的最大负弯矩，下行为该梁的最大正弯矩，当仅有下行数字时该梁无负弯矩。

三、普通井式梁的最大弯矩及剪力系数

表 9-1

	b/a	周边简支				周边固定				周边半固定			
		A 梁		B 梁		A 梁		B 梁		A 梁		B 梁	
		M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
	0.6	0.4793	0.7293	0.0414	0.2914	−0.2372 0.2372	0.7244	−0.0342 0.0171	0.3012	−0.1778 0.2963	0.7241	−0.0283 0.0236	0.3019
	0.8	0.4536	0.7036	0.0929	0.3429	−0.2216 0.2216	0.6933	−0.0757 0.0378	0.3635	−0.1660 0.2766	0.6926	−0.0626 0.0522	0.3648
	1.0	0.4167	0.6667	0.1667	0.4167	−0.2000 0.2000	0.6500	−0.1333 0.0667	0.4500	−0.1496 0.2493	0.6490	−0.1102 0.0919	0.4521
	1.2	0.3716	0.6216	0.2568	0.5068	−0.1746 0.1746	0.5992	−0.2011 0.1006	0.5517	−0.1304 0.2174	0.5978	−0.1661 0.1384	0.5544
	1.4	0.3228	0.5728	0.3543	0.6043	−0.1483 0.1483	0.5466	−0.2713 0.1356	0.6569	−0.1106 0.1844	0.5450	−0.2237 0.1864	0.6600
	1.6	0.2748	0.5248	0.4503	0.7003	−0.1235 0.1235	0.4970	−0.3373 0.1686	0.7559	−0.0920 0.1534	0.4954	−0.2777 0.2315	0.7592
	0.6	0.4112	0.6612	0.0888	0.3388	−0.2056 0.2056	0.6612	−0.0444 0.0444	0.3388	−0.1542 0.2570	0.6612	−0.0333 0.0555	0.3388
	0.8	0.3307	0.5807	0.1693	0.4193	−0.1653 0.1653	0.5807	−0.0847 0.0847	0.4193	−0.1240 0.2067	0.5807	−0.0635 0.1058	0.4193
	1.0	0.2500	0.5000	0.2500	0.5000	−0.1250 0.1250	0.5000	−0.1250 0.1250	0.5000	−0.0937 0.1563	0.5000	−0.0937 0.1563	0.5000
	1.2	0.1833	0.4333	0.3167	0.5667	−0.0916 0.0916	0.4333	−0.1584 0.1584	0.5667	−0.0687 0.1146	0.4333	−0.1188 0.1979	0.5667
	1.4	0.1335	0.3835	0.3665	0.6165	−0.0668 0.0668	0.3835	−0.1832 0.1832	0.6165	−0.0501 0.0835	0.3835	−0.1374 0.2290	0.6165
	1.6	0.0981	0.3481	0.4019	0.6519	−0.0491 0.0491	0.3481	−0.2009 0.2009	0.6519	−0.0368 0.0613	0.3481	−0.1507 0.2512	0.6519

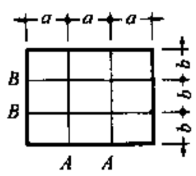
续表



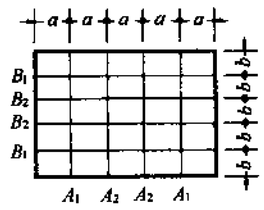
b/a	周边简支								周边固定			
	A_1梁		A_2梁		B_1梁		B_2梁		A_1梁		A_2梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	1.4060	1.3275	1.9568	1.7223	0.2632	0.5071	0.3740	0.6086	−0.8211 0.4570	1.2531	−1.2736 0.7614	1.7797
0.8	1.1141	1.1188	1.5693	1.4507	0.5444	0.7104	0.7722	0.8908	−0.6460 0.3414	1.0482	−1.0619 0.6093	1.5382
1.0	0.8281	0.9141	1.1719	1.1719	0.8281	0.9141	1.1719	1.1719	−0.4904 0.2404	0.8654	−0.8269 0.4423	1.2692
1.2	0.5934	0.7457	0.8415	0.9396	1.0643	1.0832	1.5008	1.4027	−0.3664 0.1613	0.7189	−0.6259 0.3018	1.0380
1.4	0.4191	0.6202	0.5951	0.7657	1.2423	1.2105	1.7436	1.5729	−0.2747 0.1045	0.6098	−0.4730 0.1978	0.8606
1.6	0.2955	0.5306	0.4199	0.6413	1.3714	1.3028	1.9132	1.6918	−0.2091 0.0717	0.5308	−0.3619 0.1256	0.7301

b/a	周边固定				周边半固定							
	B_1梁		B_2梁		A_1梁		A_2梁		B_1梁		B_2梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	−0.1917 0.0679	0.5096	−0.3323 0.1126	0.6949	−0.7315 0.6068	1.2877	−1.0749 0.9282	1.7566	−0.1648 0.0932	0.5080	−0.2593 0.1463	0.6521
0.8	−0.3406 0.1451	0.6884	−0.5832 0.2724	0.9887	−0.5800 0.4658	1.0804	−0.8850 0.7430	1.5010	−0.3015 0.2095	0.6980	−0.4714 0.3439	0.9423
1.0	−0.4904 0.2404	0.8654	−0.8269 0.4423	1.2692	−0.4391 0.3355	0.8873	−0.6806 0.5448	1.2254	−0.4391 0.3355	0.8873	−0.6806 0.5448	1.2254
1.2	−0.6182 0.3233	1.0157	−1.0221 0.5809	1.4928	−0.3252 0.2311	0.7307	−0.5079 0.3786	0.9917	−0.5552 0.4428	1.0464	−0.8501 0.7091	1.4540
1.4	−0.7195 0.3897	1.1344	−1.1607 0.6801	1.6510	−0.2408 0.1549	0.6141	−0.3776 0.2552	0.8147	−0.6449 0.5261	1.1692	−0.9724 0.8281	1.6186
1.6	−0.7986 0.4420	1.2269	−1.2516 0.7455	1.7547	−0.1806 0.1018	0.5302	−0.2840 0.1687	0.6864	−0.7127 0.5893	1.2620	−1.0546 0.9083	1.7292

续表



b/a	周边简支				周边固定				周边半固定			
	A梁		B梁		A梁		B梁		A梁		B梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	0.8224	1.0724	0.1776	0.4276	−0.5482 0.2741	1.0724	−0.1184 0.0592	0.4276	−0.4486 0.3738	1.0724	−0.0969 0.0807	0.4276
0.8	0.6614	0.9114	0.3386	0.5886	−0.4409 0.2205	0.9114	−0.2257 0.1129	0.5886	−0.3608 0.3006	0.9114	−0.1847 0.1539	0.5886
1.0	0.5000	0.7500	0.5000	0.7500	−0.3333 0.1667	0.7500	−0.3333 0.1667	0.7500	−0.2727 0.2273	0.7500	−0.2727 0.2273	0.7500
1.2	0.3666	0.6166	0.6334	0.8834	−0.2444 0.1222	0.6166	−0.4223 0.2111	0.8834	−0.1999 0.1666	0.6166	−0.3455 0.2879	0.8834
1.4	0.2671	0.5171	0.7329	0.9829	−0.1781 0.0890	0.5171	−0.4886 0.2443	0.9829	−0.1457 0.1214	0.5171	−0.3998 0.3331	0.9829
1.6	0.1962	0.4462	0.8038	1.0538	−0.1308 0.0654	0.4462	−0.5358 0.2679	1.0538	−0.1070 0.0892	0.4462	−0.4384 0.3653	1.0538



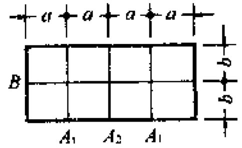
b/a	周边简支								周边固定			
	A_1梁		A_2梁		B_1梁		B_2梁		A_1梁		A_2梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	1.8096	1.5068	2.8550	2.1644	0.3486	0.5722	0.5659	0.7566	−1.0519 0.4688	1.3591	−1.9310 0.9564	2.1902

续表

b/a	周边简支								周边固定			
	A_1 梁		A_2 梁		B_1 梁		B_2 梁		A_1 梁		A_2 梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.8	1.4288	1.2646	2.2923	1.8199	0.7044	0.8020	1.1411	1.1135	−0.8120 0.3435	1.1245	−1.6041 0.7656	1.8906
1.0	1.0641	1.0321	1.7179	1.4679	1.0641	1.0321	1.7179	1.4679	−0.6154 0.2436	0.9295	−1.2564 0.5641	1.5705
1.2	0.7665	0.8418	1.2411	1.1750	1.3650	1.2240	2.1932	1.7592	−0.4629 0.1676	0.7768	−0.9624 0.3957	1.2980
1.4	0.5459	0.7002	0.8853	0.9555	1.5942	1.3699	2.5446	1.9744	−0.3514 0.1133	0.6637	−0.7395 0.2706	1.0887
1.6	0.3895	0.5989	0.6322	0.7981	1.7635	1.4775	2.7913	2.1254	−0.2717 0.0758	0.5817	−0.5773 0.1826	0.9334

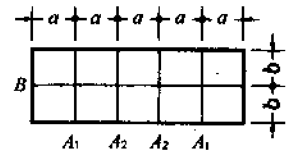
b/a	周边固定				周边半固定							
	B_1 梁		B_2 梁		A_1 梁		A_2 梁		B_1 梁		B_2 梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	−0.2506 0.0662	0.5597	−0.5339 0.1598	0.8911	−0.9947 0.6513	1.4223	−1.6980 1.1805	2.1824	−0.2272 0.1015	0.5650	−0.4286 0.2055	0.8302
0.8	−0.4315 0.1522	0.7451	−0.9002 0.3605	1.2399	−0.7759 0.4914	1.1811	−1.3969 0.9460	1.8650	−0.4055 0.2254	0.7681	−0.7566 0.4513	1.1858
1.0	−0.6154 0.2436	0.9295	−1.2564 0.5641	1.5705	−0.5864 0.3546	0.9705	−1.0796 0.6998	1.5295	−0.5864 0.3546	0.9705	−1.0796 0.6998	1.5295
1.2	−0.7763 0.3252	1.0892	−1.5448 0.7311	1.8360	−0.4366 0.2474	0.8029	−0.8129 0.4943	1.2459	−0.7420 0.4668	1.1435	−1.3426 0.9038	1.8077
1.4	−0.9090 0.3936	1.2199	−1.7536 0.8527	2.0277	−0.3264 0.1697	0.6787	−0.6118 0.3414	1.0303	−0.8666 0.5574	1.2814	−1.5340 1.0527	2.0097
1.6	−1.0191 0.4514	1.3273	−1.8955 0.9356	2.1576	−0.2479 0.1155	0.5890	−0.4670 0.2335	0.8726	−0.9659 0.6301	1.3907	−1.6650 1.1548	2.1477

续表



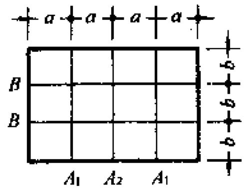
b/a	周边简支						周边固定						周边半固定					
	A_1 梁		A_2 梁		B 梁		A_1 梁		A_2 梁		B 梁		A_1 梁		A_2 梁		B 梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	0.4581	0.7081	0.5429	0.7929	-0.0021 0.0408	0.2908	-0.2290 0.2290	0.7081	-0.2638 0.2638	0.7777	-0.0352 0.0210	0.3062	-0.1711 0.2852	0.7064	-0.1997 0.3329	0.7826	-0.0282 0.0265	0.3047
0.8	0.4355	0.6855	0.5533	0.8033	0.0757	0.3257	-0.2113 0.2113	0.6726	-0.2713 0.2713	0.7927	-0.0734 0.0387	0.3622	-0.1589 0.2649	0.6738	-0.2043 0.3406	0.7949	-0.0595 0.0480	0.3575
1.0	0.4146	0.6646	0.5488	0.7988	0.1220	0.3720	-0.1932 0.1932	0.6364	-0.2727 0.2727	0.7955	-0.1250 0.0568	0.4318	-0.1469 0.2449	0.6418	-0.2031 0.3385	0.7915	-0.1035 0.0714	0.4249
1.2	0.3930	0.6430	0.5322	0.7822	0.1818	0.4318	-0.1760 0.1760	0.6020	-0.2664 0.2664	0.7829	-0.1891 0.0740	0.5130	-0.1351 0.2252	0.6104	-0.1959 0.3265	0.7724	-0.1604 0.0965	0.5069
1.4	0.3690	0.6190	0.5064	0.7564	0.2556	0.5056	-0.1596 0.1596	0.5693	-0.2534 0.2534	0.7569	-0.2642 0.0904	0.6046	-0.1232 0.2054	0.5786	-0.1841 0.3068	0.7408	-0.2282 0.1329	0.6019
1.6	0.3426	0.5926	0.4738	0.7238	0.3672	0.5910	-0.1437 0.1437	0.5375	-0.2356 0.2356	0.7212	-0.3475 0.1350	0.7038	-0.1111 0.1852	0.5464	-0.1692 0.2820	0.7012	-0.3037 0.2012	0.7061

续表



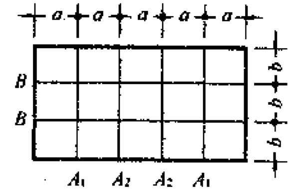
b/a	周边简支						周边固定						周边半固定					
	A_1 梁		A_2 梁		B 梁		A_1 梁		A_2 梁		B 梁		A_1 梁		A_2 梁		B 梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
					−0.0028		−0.2302		−0.2559		−0.0351		−0.1716		−0.1931		−0.0283	
0.6	0.4559	0.7059	0.5227	0.7727	0.0427	0.2927	0.2302	0.7103	0.2559	0.7618	0.0206	0.3057	0.2859	0.7075	0.3219	0.7650	0.0268	0.3051
							−0.2109		−0.2607		−0.0739		−0.1574		−0.1970		−0.0596	
0.8	0.4249	0.6749	0.5358	0.7858	0.0786	0.3286	0.2109	0.6718	0.2607	0.7713	0.0398	0.3637	0.2623	0.6697	0.3284	0.7754	0.0502	0.3598
							−0.1899		−0.2641		−0.1246		−0.1431		−0.1991		−0.1018	
1.0	0.3983	0.6483	0.5424	0.7924	0.1186	0.3686	0.1899	0.6298	0.2641	0.7782	0.0593	0.4340	0.2384	0.6315	0.3318	0.7809	0.0733	0.4251
							−0.1706		−0.2644		−0.1849		−0.1304		−0.1982		−0.1547	
1.2	0.3770	0.6270	0.5413	0.7913	0.1635	0.4135	0.1706	0.5912	0.2644	0.7788	0.0750	0.5100	0.2174	0.5978	0.3303	0.7784	0.0929	0.4976
							−0.1541		−0.2610		−0.2542		−0.1196		−0.1941		−0.2186	
1.4	0.3588	0.6088	0.5335	0.7835	0.2155	0.4655	0.1541	0.5582	0.2610	0.7720	0.0855	0.5897	0.1994	0.5690	0.3234	0.7675	0.1085	0.5771
							−0.1401		−0.2540		−0.3325		−0.1101		−0.1872		−0.2933	
1.6	0.3419	0.5919	0.5199	0.7699	0.2764	0.5264	0.1401	0.5302	0.2540	0.7580	0.0911	0.6736	0.1835	0.5435	0.3120	0.7491	0.1231	0.6647

续表



<table>
<tr><th rowspan="3">b/a</th><th colspan="6">周边简支</th><th colspan="6">周边固定</th><th colspan="6">周边半固定</th></tr>
<tr><th colspan="2">A_1 梁</th><th colspan="2">A_2 梁</th><th colspan="2">B 梁</th><th colspan="2">A_1 梁</th><th colspan="2">A_2 梁</th><th colspan="2">B 梁</th><th colspan="2">A_1 梁</th><th colspan="2">A_2 梁</th><th colspan="2">B 梁</th></tr>
<tr><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th></tr>
<tr><td>0.6</td><td>0.8238</td><td>1.0738</td><td>1.0945</td><td>1.3445</td><td>0.1289</td><td>0.3789</td><td>−0.5264
0.2632</td><td>1.0396</td><td>−0.7282
0.3641</td><td>1.3424</td><td>−0.1116
0.0526</td><td>0.4142</td><td>−0.4363
0.3636</td><td>1.0499</td><td>−0.5935
0.4946</td><td>1.3380</td><td>−0.0909
0.0652</td><td>0.4061</td></tr>
<tr><td>0.8</td><td>0.7461</td><td>0.9961</td><td>1.0221</td><td>1.2721</td><td>0.2429</td><td>0.4929</td><td>−0.4539
0.2270</td><td>0.9309</td><td>−0.7002
0.3501</td><td>1.3002</td><td>−0.2142
0.0798</td><td>0.5440</td><td>−0.3821
0.3184</td><td>0.9504</td><td>−0.5600
0.4667</td><td>1.2767</td><td>−0.1811
0.1051</td><td>0.5362</td></tr>
<tr><td>1.0</td><td>0.6544</td><td>0.9044</td><td>0.9078</td><td>1.1578</td><td>0.4378</td><td>0.6417</td><td>−0.3860
0.1930</td><td>0.8289</td><td>−0.6316
0.3158</td><td>1.1974</td><td>−0.3421
0.1316</td><td>0.6974</td><td>−0.3267
0.2723</td><td>0.8490</td><td>−0.4967
0.4139</td><td>1.1606</td><td>−0.2961
0.1943</td><td>0.6957</td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>0.5552</td><td>0.8052</td><td>0.7748</td><td>1.0248</td><td>0.6700</td><td>0.8074</td><td>−0.3214
0.1607</td><td>0.7321</td><td>−0.5429
0.2714</td><td>1.0643</td><td>−0.4813
0.2223</td><td>0.8607</td><td>−0.2717
0.2264</td><td>0.7482</td><td>−0.4207
0.3506</td><td>1.0213</td><td>−0.4206
0.3099</td><td>0.8662</td></tr>
<tr><td>1.4</td><td>0.4589</td><td>0.7089</td><td>0.6424</td><td>0.8924</td><td>0.8987</td><td>0.9699</td><td>−0.2625
0.1313</td><td>0.6438</td><td>−0.4514
0.2257</td><td>0.9271</td><td>−0.6161
0.3130</td><td>1.0176</td><td>−0.2209
0.1841</td><td>0.6550</td><td>−0.3455
0.2879</td><td>0.8834</td><td>−0.5396
0.4220</td><td>1.0283</td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>0.3730</td><td>0.6230</td><td>0.5231</td><td>0.7731</td><td>1.1039</td><td>1.1155</td><td>−0.2118
0.1059</td><td>0.5676</td><td>−0.3680
0.1840</td><td>0.8020</td><td>−0.7358
0.3946</td><td>1.1564</td><td>−0.1772
0.1477</td><td>0.5749</td><td>−0.2787
0.2323</td><td>0.7610</td><td>−0.6436
0.5205</td><td>1.1696</td></tr>
</table>

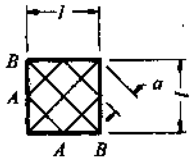
续表



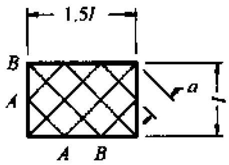
b/a	周边简支						周边固定						周边半固定					
	A_1 梁		A_2 梁		B 梁		A_1 梁		A_2 梁		B 梁		A_1 梁		A_2 梁		B 梁	
	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V
0.6	0.7905	1.0405	1.0853	1.3353	0.1241	0.3741	−0.5196 0.2598	1.0294	−0.7027 0.3514	1.3041	−0.1116 0.0549	0.4166	−0.4266 0.3555	1.0321	−0.5784 0.4820	1.3104	−0.0899 0.0676	0.4075
0.8	0.7232	0.9732	1.0702	1.3202	0.2066	0.4566	−0.4387 0.2193	0.9080	−0.7030 0.3515	1.3046	−0.2081 0.0793	0.5374	−0.3688 0.3073	0.9261	−0.5736 0.4780	1.3016	−0.1741 0.0983	0.5224
1.0	0.6653	0.9153	1.0209	1.2709	0.3138	0.5638	−0.3758 0.1879	0.8136	−0.6788 0.3394	1.2682	−0.3273 0.0909	0.6682	−0.3228 0.2690	0.8418	−0.5468 0.4556	1.2524	−0.2856 0.1202	0.6558
1.2	0.6059	0.8559	0.9470	1.1970	0.5000	0.6970	−0.3255 0.1627	0.7382	−0.6341 0.3170	1.2011	−0.4681 0.1415	0.8107	−0.2829 0.2357	0.7686	−0.5035 0.4196	1.1730	−0.4213 0.2140	0.8083
1.4	0.5431	0.7931	0.8573	1.1073	0.7423	0.8496	−0.2821 0.1411	0.6732	−0.5759 0.2880	1.1139	−0.6247 0.2242	0.9629	−0.2459 0.2049	0.7008	−0.4505 0.3754	1.0759	−0.5720 0.3254	0.9733
1.6	0.4789	0.7289	0.7603	1.0103	1.0005	1.0108	−0.2433 0.1216	0.6149	−0.5114 0.2557	1.0171	−0.7876 0.3134	1.1180	−0.2113 0.1761	0.6374	−0.3941 0.3284	0.9725	−0.7262 0.4413	1.1401

四、斜向井式梁的最大弯矩及剪力系数

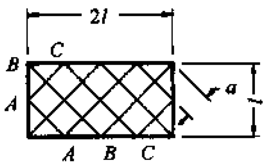
表 9-2



梁名	乘数	周边简支		周边固定		周边半固定	
		AA	BB	AA	BB	AA	BB
最大弯矩	qal^2	0.0747	0.0382	-0.0365 0.0365	-0.0156 0.0260	-0.0268 0.0447	-0.0152 0.0293
最大剪力	qa^2	0.8472	0.3056	0.8333	0.3333	0.8224	0.3552

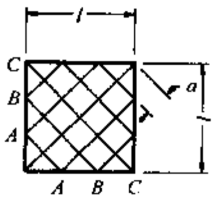


梁名	乘数	周边简支		周边固定		周边半固定	
		AA	BB	AA	BB	AA	BB
最大弯矩	qal^2	0.1023	-0.0128 0.0582	-0.0442 0.0442	-0.0567 0.0326	-0.0333 0.0555	-0.0444 0.0375
最大剪力	qa^2	1.0682	0.7159	0.9571	0.8571	0.9603	0.8274

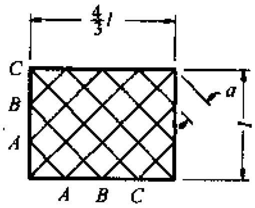


梁名	乘数	周边简支			周边固定			周边半固定		
		AA	BB	CC	AA	BB	CC	AA	BB	CC
最大弯矩	qal^2	0.1177	-0.0238 0.0868	0.0766	-0.0464 0.0464	-0.0685 0.0345	-0.0602 0.0409	-0.0355 0.0592	-0.0544 0.0403	-0.0491 0.0481
最大剪力	qa^2	1.1914	0.9447	0.6128	0.9926	1.0074	0.8088	1.0079	0.9900	0.7779

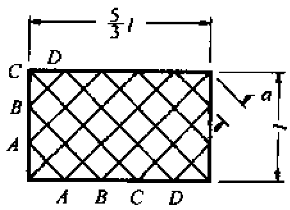
续表



梁名	乘数	周边简支			周边固定			周边半固定		
		AA	BB	CC	AA	BB	CC	AA	BB	CC
最大弯矩	qal^2	0.0729	0.0378	-0.0308 0.0425	-0.0266 0.0266	-0.0396 0.0257	-0.0214 0.0244	-0.0207 0.0345	-0.0314 0.0280	-0.0233 0.0283
最大剪力	qa^2	1.5615	0.8403	1.0694	1.2059	1.0882	0.5882	1.2437	1.0353	0.6795



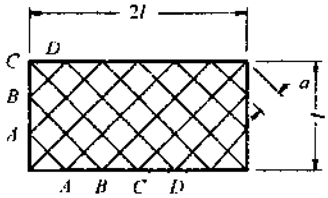
梁名	乘数	周边简支			周边固定			周边半固定		
		AA	BB	CC	AA	BB	CC	AA	BB	CC
最大弯矩	qal^2	0.0929	0.0610	-0.0503 0.0526	-0.0294 0.0294	-0.0559 0.0320	-0.0453 0.0290	-0.0235 0.0392	-0.0446 0.0349	-0.0382 0.0335
最大剪力	qa^2	1.9221	1.3485	1.4390	1.3098	1.4965	0.9224	1.3800	1.4469	0.8715



梁名	乘数	周边简支				周边固定				周边半固定			
		AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD
最大弯矩	qal^2	0.1068	0.0801	-0.0642 0.0627	0.0654	-0.0306 0.0306	-0.0624 0.0351	-0.0640 0.0312	-0.0473 0.0348	-0.0248 0.0414	-0.0506 0.0384	-0.0537 0.0365	-0.0412 0.0400
最大剪力	qa^2	2.1729	1.6911	1.6910	0.8893	1.3516	1.6552	1.3573	0.8364	1.4419	1.6277	1.3122	0.7787

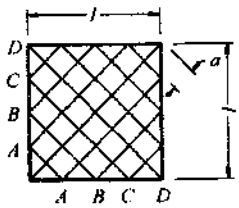
续表

乘数



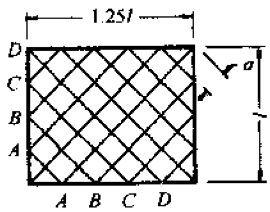
梁名	乘数	周边简支				周边固定				周边半固定			
		AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD
最大弯矩	qal^2	0.1162	0.0927	−0.0736 0.0734	−0.0067 0.0747	−0.0311 0.0311	−0.0651 0.0364	−0.0712 0.0343	−0.0669 0.0374	−0.0254 0.0424	−0.0532 0.0402	−0.0604 0.0404	−0.0575 0.0431
最大剪力	qa^2	2.3419	1.9182	1.8595	1.0811	1.3685	1.7173	1.5171	1.2856	1.4697	1.7065	1.4954	1.2360

乘数



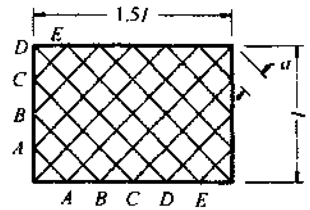
梁名	乘数	周边简支				周边固定				周边半固定			
		AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD
最大弯矩	qal^2	0.0713	0.0456	0.0426	−0.0487 0.0389	−0.0189 0.0189	−0.0421 0.0247	−0.0324 0.0243	−0.0234 0.0231	−0.0157 0.0262	−0.0338 0.0267	−0.0281 0.0275	−0.0279 0.0259
最大剪力	qa^2	2.5315	1.7095	0.8503	2.0037	1.4615	1.8744	0.9487	1.0692	1.5893	1.8027	0.8953	1.0746

乘数

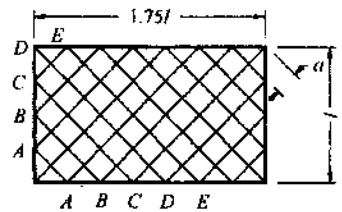


梁名	乘数	周边简支				周边固定				周边半固定			
		AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD	AA	BB	CC	DD
最大弯矩	qal^2	0.0864	0.0642	0.0533	−0.0654 0.0469	−0.0200 0.0200	−0.0501 0.0288	−0.0523 0.0294	−0.0348 0.0269	−0.0170 0.0283	−0.0407 0.0312	−0.0441 0.0331	−0.0338 0.0301
最大剪力	qa^2	3.0146	2.3032	1.2306	2.4349	1.5297	2.2008	1.6858	1.2501	1.6996	2.1525	1.6135	1.2831

续表

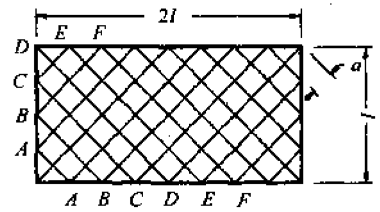


梁名	乘数	周边简支 AA	周边简支 BB	周边简支 CC	周边简支 DD	周边简支 EE	周边固定 AA	周边固定 BB	周边固定 CC	周边固定 DD	周边固定 EE	周边半固定 AA	周边半固定 BB	周边半固定 CC	周边半固定 DD	周边半固定 EE
最大弯矩	qal^2			−0.0003	−0.0785	−0.0209	−0.0205	−0.0540	−0.0620	−0.0567	−0.0359	−0.0177	−0.0444	−0.0527	−0.0494	−0.0333
		0.0981	0.0783	0.0619	0.0587	0.0572	0.0205	0.0310	0.0325	0.0307	0.0317	0.0294	0.0339	0.0366	0.0347	0.0354
最大剪力	qa^2	3.3886	2.7546	1.8292	2.7637	1.5769	1.5613	2.3568	2.0280	1.5191	0.8631	1.7575	2.3348	1.9799	1.4429	0.9645



梁名	乘数	周边简支 AA	周边简支 BB	周边简支 CC	周边简支 DD	周边简支 EE	周边固定 AA	周边固定 BB	周边固定 CC	周边固定 DD	周边固定 EE	周边半固定 AA	周边半固定 BB	周边半固定 CC	周边半固定 DD	周边半固定 EE
最大弯矩	qal^2			−0.0022	−0.0885	−0.0297	−0.0207	−0.0560	−0.0668	−0.0672	−0.0589	−0.0180	−0.0464	−0.0573	−0.0587	−0.0521
		0.1070	0.0889	0.0685	0.0682	0.0650	0.0207	0.0321	0.0342	0.0339	0.0342	0.0300	0.0354	0.0387	0.0384	0.0383
最大剪力	qa^2	3.6725	3.0943	2.2703	3.0833	1.7957	1.5766	2.4329	2.1850	1.8692	1.4268	1.7883	2.4304	2.1637	1.8185	1.3419

续表



梁名	乘数	周边简支						周边固定						周边半固定					
		AA	BB	CC	DD	EE	FF	AA	BB	CC	DD	EE	FF	AA	BB	CC	DD	EE	FF
最大弯矩	qal^2			−0.0036	−0.0960	−0.0362		−0.0208	−0.0570	−0.0691	−0.0721	−0.0696	−0.0599	−0.0182	−0.0475	−0.0597	−0.0635	−0.0618	−0.0536
		0.1136	0.0968	0.0736	0.0755	0.0733	0.0738	0.0208	0.0328	0.0351	0.0357	0.0356	0.0369	0.0304	0.0362	0.0398	0.0406	0.0400	0.0414
最大剪力	qa^2	3.8846	3.3469	2.5951	3.3227	1.9561	1.3913	1.5841	2.4707	2.2597	2.0262	1.7825	1.3797	1.8048	2.4810	2.2579	2.0030	1.7242	1.2867

第二节　阳　台　梁

一、概　述

在工业与民用建筑中的钢筋混凝土阳台，经常使用折梁与圆弧梁。本节只讨论对称的阳台折梁与圆弧梁，列出了各种不同荷载作用下的计算公式以及在对称均布线荷载作用下的内力系数表。

本节中采用的计算公式均经过详细推导校核。内力系数表用新编制的专用程序计算，同时挑选了部分数据用空间杆系程序作严格的比较。计算结果表明，两种方法得到的内力在有效数字范围内是一致的。

二、简　图

（一）阳台折梁

1. A型折梁（图9-1）

2. B型折梁（图9-2）

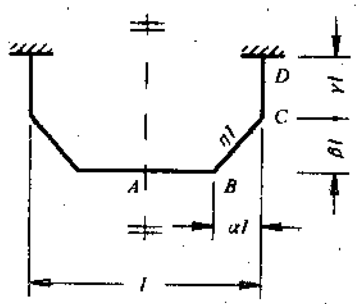


图9-1

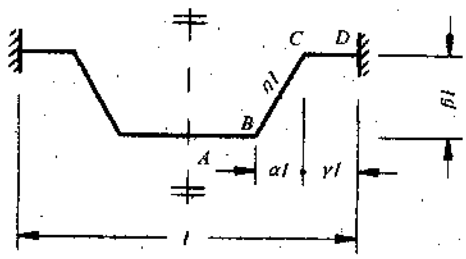


图9-2

（二）阳台圆弧梁

1. A型圆弧梁（图9-3）

2. B型圆弧梁（图9-4）

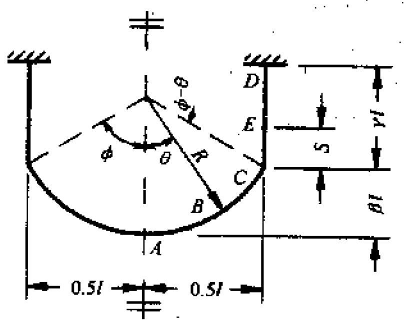


图9-3

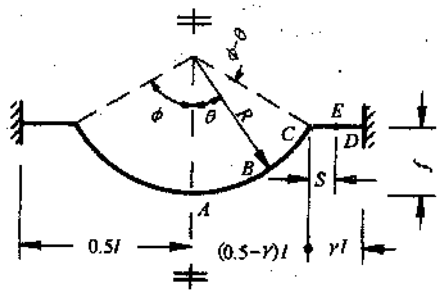


图9-4

三、计 算 假 定

(一) 梁的两端支座均为固定端。

(二) 考虑梁的弯曲与扭转变形,忽略剪切变形与轴向变形。

(三) 阳台梁有一对称轴。

(四) 集中荷载与分布荷载的作用方向垂直于阳台梁平面。

(五) 荷载有对称与反对称两类,计算公式按两类荷载分别列出。

(六) 在对称轴处将阳台梁切开,成为两个静定的基本结构。在切口处有 6 个赘余力 X_1、X_2、X_3、X_4、X_5、X_6。其中 X_3、X_4、X_5 为集中力,X_1、X_2、X_6 为集中力矩。右侧的基本结构及对应的赘余力如图 9-5 所示。

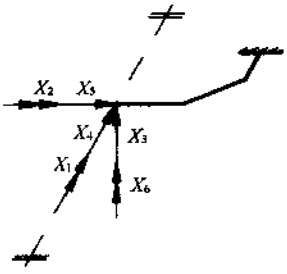


图 9-5

(七) 在本节应用的荷载范围内,对于对称荷载与反对称荷载,分别用下列规则简化赘余力。

1. 对称荷载:$X_2=0$,$X_3=0$,$X_4=0$。X_5 与 X_6 为高阶微量,可以忽略不计。在力法计算中,可按仅有一个赘余力 X_1 计算。

2. 反对称荷载:$X_1=0$,$X_4=0$。X_5 和 X_6 为高阶微量,可以忽略不计。在力法计算中,可按有两个赘余力 X_2 及 X_3 计算。

四、力 法 计 算

(一) 将梁在对称轴处切开,在本节应用的荷载范围内赘余力为 X_1、X_2、X_3(图 9-6)。基本结构选取对称的右侧部分(图 9-7)。可以证明,无论是对称荷载还是反对称荷载,力法方程均可仅取右侧的一介基本结构进行计算。

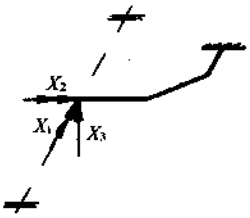


图 9-6

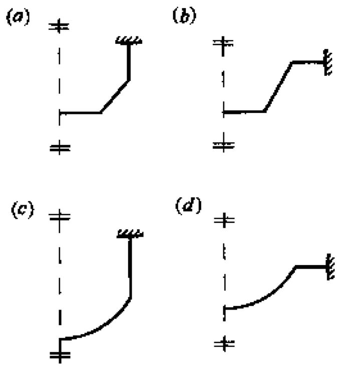


图 9-7

(二) 对称荷载计算:

1. 赘余力为 X_1,力法方程为

$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0 \tag{9-1}$$

式中 δ_{11}——由于 $X_1=1$ 的作用,使基本结构在 X_1 方向产生的变位;

Δ_{1P}——由于对称荷载 P 的作用,使基本结构在 X_1 方向产生的变位。

2. 计算步骤：

(1) 按本节列出的公式计算 δ_{11} 与 Δ_{1P}。

(2) 将 δ_{11} 与 Δ_{1P} 的值代入公式(9-1)算出赘余力 X_1，计算公式为

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} \tag{9-2}$$

(3) 按计算静定结构内力的方法，计算基本结构在荷载及赘余力 X_1 共同作用下的各截面内力(本节列有在指定荷载作用下基本结构各截面的内力公式)。

(三) 反对称荷载计算：

1. 赘余力为 X_2 及 X_3，力法方程组为

$$\left.\begin{aligned}\delta_{22}X_2+\delta_{23}X_3+\Delta_{2P}=0\\ \delta_{32}X_2+\delta_{33}X_3+\Delta_{3P}=0\end{aligned}\right\} \tag{9-3}$$

式中　δ_{ij}——由于 $X_j=1$ 的作用，使基本结构在 X_i 方向产生的变位($i=2,3$ 及 $j=2,3$)；

Δ_{iP}——由于反对称荷载 P 的作用，使基本结构在 X_i 方向产生的变位($i=2,3$)。

2. 计算步骤：

(1) 按本节列出的公式计算 δ_{ij} 与 Δ_{iP}。

(2) 将 δ_{ij} 与 Δ_{iP} 等代入方程组(9-3)算出赘余力 X_2 及 X_3，其计算公式为

$$X_2=\frac{\Delta_2}{\Delta},\ X_3=\frac{\Delta_3}{\Delta} \tag{9-4}$$

式中　$\Delta=\begin{vmatrix}\delta_{22} & \delta_{23}\\ \delta_{32} & \delta_{33}\end{vmatrix}=\delta_{22}\delta_{33}-\delta_{23}\delta_{32}$；

$\Delta_2=\begin{vmatrix}-\Delta_{2P} & \delta_{23}\\ -\Delta_{3P} & \delta_{33}\end{vmatrix}=\delta_{23}\Delta_{3P}-\delta_{33}\Delta_{2P}$；

$\Delta_3=\begin{vmatrix}\delta_{22} & -\Delta_{2P}\\ \delta_{32} & -\Delta_{3P}\end{vmatrix}=\delta_{32}\Delta_{2P}-\delta_{22}\Delta_{3P}$

(3) 按计算静定结构内力的方法，计算基本结构在荷载及赘余力 X_2、X_3 共同作用下的各截面内力(本节列有在指定荷载作用下基本结构各截面的内力公式)。

五、符　号　说　明

E——弹性模量；

$G=\dfrac{E}{2(1+\mu)}$——剪切弹性模量；

μ——泊桑比；

b——梁宽；

h——梁高；

$I=\dfrac{bh^3}{12}$——惯性矩；

$I_k=\dfrac{hb^3}{16}\left[\dfrac{16}{3}-3.36\dfrac{b}{h}\left(1-\dfrac{b^4}{12h^4}\right)\right]$——抗扭惯性矩；

$\lambda=\dfrac{EI}{GI_k}$；

其他参数见图 9-1～图 9-4，

其中 $\eta=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$。

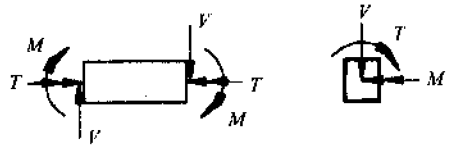


图 9-8

正负号的规定(图 9-8)：

M——弯矩，使截面上部受压、下部受拉者为正；

T——扭矩，沿截面外向截面内看，顺时针为正；

V——剪力，从阳台梁外侧向内看，对邻近截面产生的力矩沿顺时针方向者为正。

六、A 型阳台折梁计算公式

(一) 赘余力作用下基本结构的变位及截面内力公式(图 9-1，图 9-7a)

1. 单位力作用下基本结构的变位

$$\delta_{11}=\frac{l}{EI}\left(0.5-\alpha+\lambda\gamma+\frac{\alpha^2+\lambda\beta^2}{\eta}\right),$$

$$\delta_{22}=\frac{l}{\eta EI}\{\beta^2+\lambda\alpha^2+\eta[\gamma+\lambda(0.5-\alpha)]\},$$

$$\delta_{23}=\delta_{32}=-\frac{l^2}{\eta EI}[(1-\lambda)\alpha\beta(0.5-\alpha)+0.5\beta\eta^2+\eta\gamma(\beta+0.5\gamma)],$$

$$\delta_{33}=\frac{l^3}{3\eta EI}\{(0.5-\alpha)^3\eta+(\alpha-\alpha^2+\beta^2)^2-\alpha(0.5-\alpha)(0.5\alpha+\beta^2)+\eta\gamma \times[(2\beta+\gamma)^2-\beta(\beta+\gamma)]+3\lambda[(0.5-\alpha)^2\beta^2+0.25\eta\gamma]\}$$

2. X_1 作用下基本结构的截面内力(图 9-9)

(1) 截面弯矩

$$M_{AB1}=M_{BA1}=X_1,M_{BC1}=M_{CB1}=\frac{\alpha}{\eta}X_1,$$

$$M_{CD1}=M_{DC1}=0$$

(2) 截面扭矩

$$T_{AB1}=T_{BA1}=0,T_{BC1}=T_{CB1}=\frac{\beta}{\eta}X_1,$$

$$T_{CD1}=T_{DC1}=X_1$$

(3) 截面剪力

$$V_{AB1}=V_{BA1}=V_{BC1}=V_{CB1}=V_{CD1}=V_{DC1}=0$$

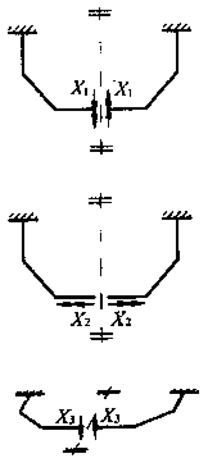


图 9-9

3. X_2 作用下基本结构的截面内力(图 9-9)

(1) 截面弯矩

$$M_{AB2}=M_{BA2}=0,M_{BC2}=M_{CB2}=-\frac{\beta}{\eta}X_2,$$

$$M_{CD2}=M_{DC2}=-X_2$$

(2) 截面扭矩

$$T_{AB2}=T_{BA2}=X_2,T_{BC2}=T_{CB2}=\frac{\alpha}{\eta}X_2,$$

(3) 截面剪力

$$V_{AB2}=V_{BA2}=V_{BC2}=V_{CB2}=V_{CD2}=V_{DC2}=0$$

4. X_3 作用下基本结构的截面内力(图 9-9)

(1) 截面弯矩

$$M_{AB3}=0, M_{BA3}=(0.5-\alpha)lX_3,$$
$$M_{BC3}=(0.5-\alpha)\frac{\alpha}{\eta}lX_3,$$
$$M_{CB3}=\frac{0.5\alpha+\beta^2}{\eta}lX_3,$$
$$M_{CD3}=\beta lX_3, M_{DC3}=(\beta+\gamma)lX_3$$

(2) 截面扭矩

$$T_{AB3}=T_{BA3}=0,$$
$$T_{BC3}=T_{CB3}=(0.5-\alpha)\frac{\beta}{\eta}lX_3,$$
$$T_{CD3}=T_{DC3}=0.5lX_3$$

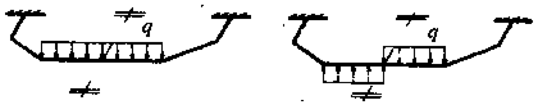


图 9-10

(3) 截面剪力

$$V_{AB3}=V_{BA3}=V_{BC3}=V_{CB3}=V_{CD3}=V_{DC3}=X_3。$$

(二) 荷载(对称与反对称荷载)作用下基本结构的变位及截面内力公式

1. 均布线荷载(图 9-10)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{6EI}\left\{(0.5-\alpha)^3+3\alpha(0.5-\alpha)\frac{0.5\alpha+\beta^2}{\eta}+3\lambda(0.5-\alpha)\times\left[(0.5-\alpha)\frac{\beta^2}{\eta}+(0.5+\alpha)\gamma\right]\right\}ql^3,$$

$$\Delta_{2P}=\frac{0.5-\alpha}{2\eta EI}[\beta(0.5\alpha+\beta^2)+\gamma(2\beta+\gamma)\eta-\lambda(0.5-\alpha)\alpha\beta]ql^3,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{0.5-\alpha}{6\eta EI}\left\{\frac{3}{4}(0.5-\alpha)^3\eta+\frac{3}{2}\alpha(0.5-\alpha)(\alpha-\alpha^2+\beta^2)+(1.5\alpha-\alpha^2+2\beta^2)\eta^2+3\beta\gamma(2\beta+\gamma)\eta+\gamma^2(3\beta+2\gamma)\eta+3\lambda\left[(0.5-\alpha)^2\beta^2+\frac{\gamma}{2}(0.5+\alpha)\eta\right]\right\}ql^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=0, M_{BAP}=-0.5(0.5-\alpha)^2ql^2,$$
$$M_{BCP}=-\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha)^2ql^2,$$
$$M_{CBP}=-\frac{0.5-\alpha}{2\eta}[\alpha(0.5+\alpha)+2\beta^2]ql^2,$$
$$M_{CDP}=-(0.5-\alpha)\beta ql^2, M_{DCP}=-(0.5-\alpha)(\beta+\gamma)ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\beta}{2\eta}(0.5-\alpha)^2ql^2,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=-0.5(0.25-\alpha^2)ql^2$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=0,$$
$$V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-(0.5-\alpha)ql$$

2. 均布线荷载(图 9-11)

图 9-11

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\eta}{6EI}(\eta+3\lambda\gamma)ql^3,$$
$$\Delta_{2P}=\frac{\eta}{6EI}[\beta\eta+3\gamma(\beta+\gamma)]ql^3,$$
$$\Delta_{3P}=-\frac{\eta}{6EI}[0.25\eta(2\alpha-\alpha^2+3\beta^2)+0.5\gamma(6\beta^2+9\beta\gamma+4\gamma^2)+1.5\lambda\alpha\gamma]ql^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=0,M_{CBP}=-0.5\eta^2ql^2,$$
$$M_{CDP}=-0.5\beta\eta ql^2,M_{DCP}=-\eta(0.5\beta+\gamma)ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=0,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=-0.5\alpha\eta ql^2$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=0,$$
$$V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-\eta ql$$

3. 均布线荷载(图 9-12)

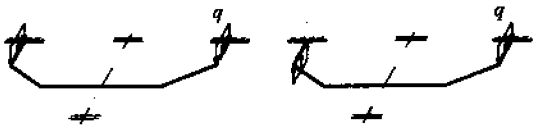


图 9-12

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=0,$$
$$\Delta_{2P}=\frac{\gamma^3}{6EI}ql^3,$$
$$\Delta_{3P}=-\frac{\gamma^3}{6EI}\left(\beta+\frac{3}{4}\gamma\right)ql^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=M_{CBP}=M_{CDP}=0,$$

$$M_{DCP}=-0.5\gamma^2ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=T_{CDP}=T_{DCP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=0,$$
$$V_{DCP}=-\gamma ql$$

4. 均布线荷载(图 9-13)

图 9-13

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{6EI}\Big\{(0.5-\alpha)^3+\alpha\eta^2+\frac{3\alpha}{\eta}(0.5-\alpha)(0.5\alpha+\beta^2)$$
$$+3\lambda\Big[(0.5-\alpha)^2\Big(\frac{\beta^2}{\eta}+\gamma\Big)+\alpha\gamma(1-2\alpha+\eta)\Big]\Big\}ql^3,$$

$$\Delta_{2P}=\frac{1}{6\eta EI}\Big\{\beta[3(0.5-\alpha)(0.5\alpha+\beta^2)+\eta^3]+\gamma[3\eta(0.5-\alpha)(2\beta+\gamma)$$
$$+3\eta^2(\beta+\gamma)+\eta\gamma^2]-3\lambda\alpha\beta(0.5-\alpha)^2\Big\}ql^3,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{6\eta EI}\Big\{\frac{3}{4}\eta(0.5-\alpha)^4+\frac{3}{2}\alpha(0.5-\alpha)^2(\alpha-\alpha^2+\beta^2)$$
$$+\eta^2(0.5-\alpha)(1.5\alpha-\alpha^2+2\beta^2)+\frac{\eta^3}{4}(2\alpha-\alpha^2+3\beta^2)$$
$$+3\beta\eta\gamma(\beta+0.5\gamma)(1-2\alpha+\eta)+\eta\gamma^2(3\beta+2\gamma)(0.5-\alpha+\eta)+\eta\gamma^3\Big(\beta+\frac{3}{4}\gamma\Big)$$
$$+3\lambda\beta^2(0.5-\alpha)^3+\frac{3\lambda\eta\gamma}{2}\Big(\frac{1}{4}-\alpha^2+\alpha\eta\Big)\Big\}ql^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=0, M_{BAP}=-0.5(0.5-\alpha)^2ql^2,$$
$$M_{BCP}=-\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha)^2ql^2,$$
$$M_{CBP}=-\Big\{\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha)^2+(0.5-\alpha)\eta+0.5\eta^2\Big\}ql^2,$$
$$M_{CDP}=-\beta(0.5-\alpha+0.5\eta)ql^2,$$
$$M_{DCP}=-[\beta(0.5-\alpha+0.5\eta)+\gamma(0.5-\alpha+\eta+0.5\gamma)]ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\beta}{2\eta}(0.5-\alpha)^2ql^2,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=-0.5\Big(\frac{1}{4}-\alpha^2+\alpha\eta\Big)ql^2$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=0, V_{BAP}=V_{BCP}=-(0.5-\alpha)ql,$$
$$V_{CBP}=V_{CDP}=-(0.5-\alpha+\eta)ql,$$

$$V_{DCP}=-(0.5-\alpha+\eta+\gamma)ql$$

5. 集中力荷载(图 9-14)

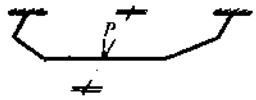


图 9-14

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{4EI}\left[(0.5-\alpha)^2+\alpha\eta+\lambda\gamma+\frac{2}{\eta}(0.5-\alpha)\times(\alpha^2+\lambda\beta^2)\right]Pl^2,$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=0, M_{BAP}=-0.5(0.5-\alpha)Pl,$$

$$M_{BCP}=-\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha)Pl,$$

$$M_{CBP}=-\frac{1}{2\eta}(0.5\alpha+\beta^2)Pl, M_{CDP}=-0.5\beta Pl,$$

$$M_{DCP}=-0.5(\beta+\gamma)Pl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0,$$

$$T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\beta}{2\eta}(0.5-\alpha)Pl,$$

$$T_{CDP}=T_{DCP}=-0.25Pl$$

(4) 剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-\frac{P}{2}$$

6. 集中力荷载(图 9-15)

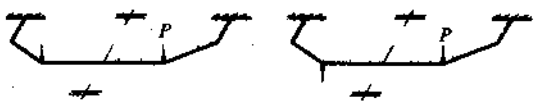


图 9-15

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha}{2EI}(\eta+2\lambda\gamma)Pl^2,$$

$$\Delta_{2P}=\frac{1}{2EI}[\beta\eta+\gamma(2\beta+\gamma)]Pl^2,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{6EI}\left[\left(\frac{3\alpha}{2}-\alpha^2+2\beta^2\right)\eta+2\gamma(3\beta^2+3\beta\gamma+\gamma^2)+3\lambda\alpha\gamma\right]Pl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=0, M_{CBP}=-\eta Pl,$$

$$M_{CDP}=-\beta Pl, M_{DCP}=-(\beta+\gamma)Pl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=0,$$

$$T_{CDP}=-\alpha Pl, T_{DCP}=-\alpha Pl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=0,\ V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-P$$

7. 均布扭矩荷载(图 9-16)

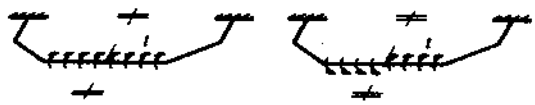


图 9-16

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\beta}{\eta EI}(\lambda-1)(0.5-\alpha)tl^2,$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{0.5-\alpha}{2\eta EI}\{2(\beta^2+\gamma\eta)+\lambda[(0.5-\alpha)\eta+2\alpha^2]\}tl^2,$$

$$\Delta_{3P}=\frac{0.5-\alpha}{2\eta EI}[\beta(\alpha-\alpha^2+\beta^2)+\eta\gamma(2\beta+\gamma)-2\lambda\alpha\beta(0.5-\alpha)]tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0,$$

$$M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{\eta}(0.5-\alpha)tl,$$

$$M_{CDP}=M_{DCP}=(0.5-\alpha)tl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=0,\ T_{BAP}=-(0.5-\alpha)tl,$$

$$T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\alpha}{\eta}(0.5-\alpha)tl,\ T_{CDP}=T_{DCP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

8. 均布扭矩荷载(图 9-17)

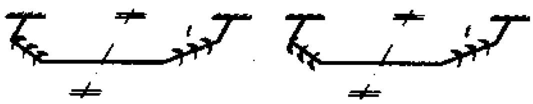


图 9-17

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\lambda\beta}{EI}(0.5\eta+\gamma)tl^2$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{\alpha}{2EI}(2\gamma+\lambda\eta)tl^2$$

$$\Delta_{3P}=\frac{1}{2EI}[\alpha\gamma(2\beta+\gamma)-\lambda\beta(0.5\eta-\alpha\eta+\gamma)]tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=M_{CBP}=0$$

$$M_{CDP}=M_{DCP}=\alpha tl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=0,\ T_{CBP}=-\eta tl$$

$$T_{CDP}=T_{DCP}=-\beta tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

9. 均布扭矩荷载(图 9-18)

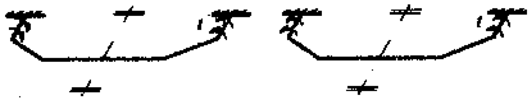


图 9-18

(1) 位移

$$\Delta_{1P}=-\frac{\lambda\gamma^2}{2EI}tl^2,\Delta_{2P}=0$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{\lambda\gamma^2}{4EI}tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=M_{CBP}=M_{CDP}=M_{DCP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=T_{CDP}=0,T_{DCP}=-\gamma tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

10. 均布扭矩荷载(图 9-19)

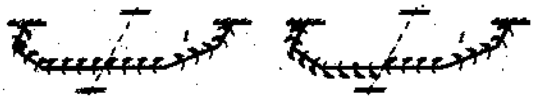


图 9-19

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{2EI}\left[\frac{2\alpha\beta}{\eta}(0.5-\alpha)(\lambda-1)+\lambda(\beta\eta+2\beta\gamma+\gamma^2)\right]tl^2$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{2\eta EI}\{2\beta^2(0.5-\alpha)+\gamma\eta+\lambda[(0.5-\alpha)^2\eta+\alpha(\alpha-\alpha^2+\beta^2)]\}tl^2$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{\lambda-1}{2\eta EI}[\beta(0.5-\alpha)(\alpha-\alpha^2+\beta^2)+\gamma\eta(\beta+0.5\gamma)]tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0,M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{\eta}(0.5-\alpha)tl,$$

$$M_{CDP}=M_{DCP}=0.5tl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=0,T_{BAP}=-(0.5-\alpha)tl,$$

$$T_{BCP}=-\frac{\alpha}{\eta}(0.5-\alpha)tl,T_{CBP}=-\frac{1}{\eta}(0.5\alpha+\beta^2)tl$$

$$T_{CDP}=-\beta tl,T_{DCP}=-(\beta+\gamma)tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

11. 集中扭矩荷载(图 9-20)

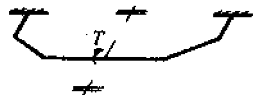


图 9-20

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\beta}{2\eta EI}(\lambda-1)Tl,$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0, M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{2\eta}T,$$
$$M_{CDP}=M_{DCP}=0.5T.$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=-0.5T, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\alpha}{2\eta}T,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

12. 作用于 B 点绕 AB 杆的集中扭矩荷载(图 9-21)

图 9-21

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\beta}{\eta EI}(\lambda-1)Tl,$$
$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{\eta EI}(\beta^2+\eta\gamma+\lambda\alpha^2)Tl,$$
$$\Delta_{3P}=\frac{1}{2\eta EI}[\beta(\alpha-\alpha^2+\beta^2)+\eta\gamma(2\beta+\gamma)-2\lambda\alpha\beta(0.5-\alpha)]Tl^2.$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0, M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{\eta}T,$$
$$M_{CDP}=M_{DCP}=T.$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\alpha}{\eta}T,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

七、B 型阳台折梁计算公式

(一) 赘余力作用下基本结构的变位及截面内力公式(图 9-2、图 9-7b)

1. 单位力作用下基本结构的变位

$$\delta_{11}=\frac{l}{EI}\left[0.5-\alpha+\frac{\alpha^2+\lambda\beta^2}{\eta}\right]$$

$$\delta_{22}=\frac{l}{\eta EI}[\beta^2+\lambda(\alpha^2+0.5\eta-\alpha\eta)]$$

$$\delta_{23}=\delta_{32}=-\frac{\beta l^2}{2\eta EI}[2\alpha(1-\lambda)(0.5-\alpha-\gamma)+\eta^2+2\lambda\eta\gamma],$$

$$\delta_{33}=\frac{l^3}{3\eta EI}\Big\{\eta(0.5-\alpha-\gamma)^3+(\alpha-\alpha^2+\beta^2-2\alpha\gamma)^2-\alpha(0.5-\alpha-\gamma)$$
$$\times(0.5\alpha-\alpha\gamma+\beta^2)+\frac{\eta\gamma}{4}(3-6\gamma+4\gamma^2)+3\lambda\beta^2[(0.5-\alpha-\gamma)^2+\eta\gamma]\Big\}$$

2. X_1 作用下基本结构的截面内力(图 9-22)

(1) 截面弯矩

$$M_{AB1}=M_{BA1}=X_1, M_{BC1}=M_{CB1}=\frac{\alpha}{\eta}X_1,$$
$$M_{CD1}=M_{DC1}=X_1$$

(2) 截面扭矩

$$T_{AB1}=T_{BA1}=0, T_{BC1}=T_{CB1}=\frac{\beta}{\eta}X_1,$$
$$T_{CD1}=T_{DC1}=0$$

(3) 截面剪力

$$V_{AB1}=V_{BA1}=V_{BC1}=V_{CB1}=V_{CD1}=V_{DC1}=0$$

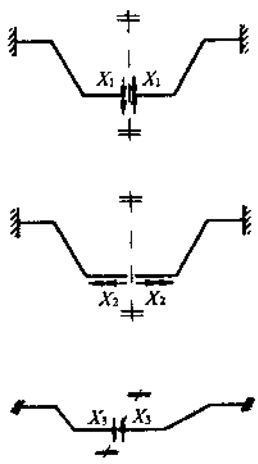


图 9-22

3. X_2 作用下基本结构的截面内力(图 9-22)

(1) 截面弯矩

$$M_{AB2}=M_{BA2}=0, M_{BC2}=M_{CB2}=-\frac{\beta}{\eta}X_2,$$
$$M_{CD2}=M_{DC2}=0.$$

(2) 截面扭矩

$$T_{AB2}=T_{BA2}=X_2, T_{BC2}=T_{CB2}=\frac{\alpha}{\eta}X_2,$$
$$T_{CD2}=T_{DC2}=X_2.$$

(3) 截面剪力

$$V_{AB2}=V_{BA2}=V_{BC2}=V_{CB2}=V_{CD2}=V_{DC2}=0$$

4. X_3 作用下基本结构的截面内力(图 9-22)

(1) 截面弯矩

$$M_{AB3}=0, M_{BA3}=(0.5-\alpha-\gamma)lX_3,$$
$$M_{BC3}=\frac{\alpha}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)lX_3,$$
$$M_{CB3}=\frac{1}{\eta}(0.5\alpha-\alpha\gamma+\beta^2)lX_3,$$
$$M_{CD3}=(0.5-\gamma)lX_3, M_{DC3}=0.5lX_3$$

(2) 截面扭矩

$$T_{AB3}=T_{BA3}=0, T_{BC3}=T_{CB3}=\frac{\beta}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)lX_3$$
$$T_{CD3}=T_{DC3}=-\beta lX_3$$

(3) 截面剪力

$$V_{AB3}=V_{BA3}=V_{BC3}=V_{CB3}=V_{CD3}=V_{DC3}=X_3$$

（二）荷载（对称与反对称荷载）作用下基本结构的变位及截面内力公式

1. 均布线荷载（图 9-23）

图 9-23

（1）变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{0.5-\alpha-\gamma}{6EI}\Big[(0.5-\alpha-\gamma)^2+3\alpha\eta+3\gamma(0.5+\alpha)+\frac{3}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)(\alpha^2+\lambda\beta^2)\Big]ql^3$$

$$\Delta_{2P}=\frac{\beta(0.5-\alpha-\gamma)}{2\eta EI}[\alpha(0.5-\alpha-\gamma)(1-\lambda)+\eta(\eta+2\lambda\gamma)]ql^3$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{0.5-\alpha-\gamma}{6\eta EI}\Big\{\frac{3\eta}{4}(0.5-\alpha-\gamma)^3+\frac{3\alpha}{2}(0.5-\alpha-\gamma)(\alpha-\alpha^2-2\alpha\gamma+\beta^2)+\frac{\eta^2}{2}(3\alpha-2\alpha^2-6\alpha\gamma+4\beta^2)+3\eta\gamma\Big[(0.5+\alpha-\gamma)\Big(0.5-\frac{\gamma}{2}\Big)+\gamma\times\Big(0.5-\frac{\gamma}{3}\Big)\Big]+3\lambda\beta^2[(0.5-\alpha-\gamma)^2+2\gamma\eta]\Big\}ql^4$$

（2）截面弯矩

$$M_{ABP}=0,M_{BAP}=-0.5(0.5-\alpha-\gamma)^2ql^2,$$

$$M_{BCP}=-\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)^2ql^2$$

$$M_{CBP}=-\frac{1}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)(0.5\alpha+\alpha^2-\alpha\gamma+2\beta^2)ql^2,$$

$$M_{CDP}=-0.5[(0.5-\gamma)^2-\alpha^2]ql^2$$

$$M_{DCP}=-[0.125-0.5(\alpha+\gamma)^2]ql^2$$

（3）截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0,T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\beta}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)^2ql^2,$$

$$T_{CDP}=T_{DCP}=\beta(0.5-\alpha-\gamma)ql^2$$

（4）截面剪力

$$V_{ABP}=0$$

$$V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-(0.5-\alpha-\gamma)ql$$

2. 均布线荷载（图 9-24）

图 9-24

（1）变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\eta}{6EI}(\alpha\eta+3\alpha\gamma+3\gamma^2)ql^3$$

$$\Delta_{2P}=\frac{\beta\eta}{6EI}(\eta+3\lambda\gamma)ql^3$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{\eta}{6EI}\left\{\frac{\eta}{4}(2\alpha-\alpha^2-4\alpha\gamma+3\beta^2)+\gamma\left[\frac{3}{2}\alpha(1-\gamma)+\gamma\left(\frac{3}{2}-\gamma\right)+3\lambda\beta^2\right]\right\}ql^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=0, M_{CBP}=-0.5\eta^2ql^2$$
$$M_{CDP}=-0.5\alpha\eta ql^2, M_{DCP}=-0.5\eta(\alpha+2\gamma)ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=0,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=0.5\beta\eta ql^2$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=0$$
$$V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-\eta ql$$

3. 均布线荷载(图 9-25)

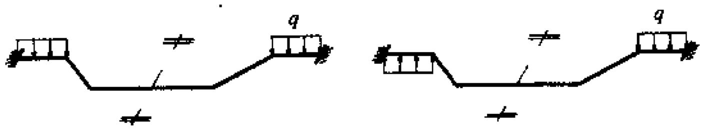


图 9-25

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\gamma^3}{6EI}ql^3, \Delta_{2P}=0$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{\gamma^3}{24EI}(2-\gamma)ql^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=M_{CBP}=M_{CDP}=0,$$
$$M_{DCP}=-0.5\gamma^2ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=T_{CDP}=T_{DCP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=0$$
$$V_{DCP}=-\gamma ql$$

4. 均布线荷载(图 9-26)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{6EI}\left\{(0.5-\alpha-\gamma)^3+\alpha\eta^2+3\alpha\eta(0.5-\alpha-\gamma)\left[1+\frac{\alpha}{\eta^2}(0.5-\alpha-\gamma)\right]+3\gamma(0.5+\alpha)(0.5-\alpha-\gamma)+3\gamma\eta(\alpha+\gamma)+\gamma^3+\frac{3\lambda\beta^2}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)^2\right\}ql^3$$

$$\Delta_{2P}=\frac{\beta}{6\eta EI}\left\{3(0.5-\alpha-\gamma)(0.5\alpha-\alpha\gamma+\beta^2)+\eta^3-3\lambda\alpha(0.5-\alpha-\gamma)^2\right.$$

$$+3\lambda\gamma[2\eta(0.5-\alpha-\gamma)+\eta^2]\Big\}ql^3$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{6\eta EI}\Big\{\frac{3\eta}{4}(0.5-\alpha-\gamma)^4+\frac{3\alpha}{2}(0.5-\alpha-\gamma)^2(\alpha-\alpha^2-2\alpha\gamma+\beta^2)$$
$$+\frac{\eta^2}{2}(0.5-\alpha-\gamma)(3\alpha-2\alpha^2-6\alpha\gamma+4\beta^2)+\frac{\eta^3}{4}(2\alpha-\alpha^2-4\alpha\gamma+3\beta^2)$$
$$+3\eta\gamma\left(0.5-\frac{\gamma}{2}\right)[(0.5-\gamma)^2-\alpha^2+\alpha\eta]+\eta\gamma^3\left(0.5-\frac{\gamma}{4}\right)$$
$$+3\eta\gamma^2\left(0.5-\frac{\gamma}{3}\right)(0.5-\alpha-\gamma+\eta)+3\lambda\beta^2[(0.5-\alpha-\gamma)^3$$
$$+2\gamma\eta(0.5-\alpha-\gamma)+\eta^2\gamma]\Big\}ql^4$$

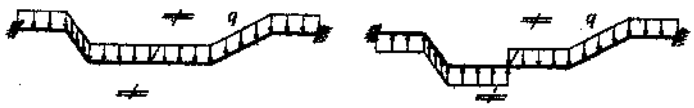


图 9-26

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=0, M_{BAP}=-0.5(0.5-\alpha-\gamma)^2ql^2$$
$$M_{BCP}=-\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)^2ql^2$$
$$M_{CBP}=-\left[\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)^2+\eta(0.5-\alpha-\gamma)+0.5\eta^2\right]ql^2,$$
$$M_{CDP}=-[0.5(0.5-\alpha-\gamma)^2+\alpha(0.5-\alpha-\gamma)+0.5\alpha\eta]ql^2,$$
$$M_{DCP}=-[0.5(0.5-\alpha-\gamma)^2+(\alpha+\gamma)(0.5-\alpha-\gamma)$$
$$+(0.5\alpha+\gamma)\eta+0.5\gamma^2]ql^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\beta}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)^2ql^2$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=\beta(0.5-\alpha-\gamma+0.5\eta)ql^2$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=0, V_{BAP}=V_{BCP}=-(0.5-\alpha-\gamma)ql,$$
$$V_{CBP}=V_{CDP}=-(0.5-\alpha-\gamma+\eta)ql$$
$$V_{DCP}=-(0.5-\alpha+\eta)ql$$

5. 集中力荷载(图 9-27)

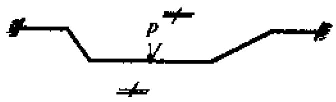


图 9-27

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{4EI}\Big[(0.5-\alpha)^2+\alpha(\eta+2\gamma)$$
$$+\frac{2}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)(\alpha^2+\lambda\beta^2)\Big]Pl^2$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=0, M_{BAP}=-0.5(0.5-\alpha-\gamma)Pl,$$

$$M_{BCP}=-\frac{\alpha}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)Pl$$
$$M_{CBP}=-\frac{1}{2\eta}(0.5\alpha-\alpha\gamma+\beta^2)Pl,$$
$$M_{CDP}=-0.5(0.5-\gamma)Pl, M_{DCP}=-0.25Pl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\beta}{2\eta}(0.5-\alpha-\gamma)Pl,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=0.5\beta Pl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-0.5P$$

6. 集中力荷载(图 9-28)

图 9-28

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{2EI}(\alpha\eta+2\alpha\gamma+\gamma^2)Pl^2$$
$$\Delta_{2P}=\frac{\beta}{2EI}(\eta+2\lambda\gamma)Pl^2$$
$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{6EI}[\eta(1.5\alpha-\alpha^2-3\alpha\gamma+2\beta^2)+\gamma(3\alpha-3\alpha\gamma+1.5\gamma-\gamma^2)+6\lambda\beta^2\gamma]Pl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=0, M_{CBP}=-\eta Pl,$$
$$M_{CDP}=-\alpha Pl, M_{DCP}=-(\alpha+\gamma)Pl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=0,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=\beta Pl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=0,$$
$$V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=-P$$

7. 均布扭矩荷载(图 9-29)

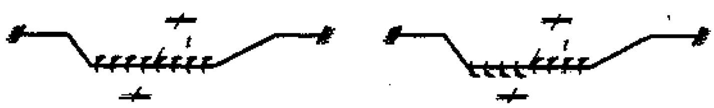


图 9-29

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\beta}{\eta EI}(\lambda-1)(0.5-\alpha-\gamma)tl^2$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{2\eta EI}(0.5-\alpha-\gamma)[2(\beta^2+\lambda\alpha^2)+\lambda\eta(0.5-\alpha+\gamma)]tl^2$$

$$\Delta_{3P}=\frac{\beta}{2\eta EI}(0.5-\alpha-\gamma)[2\alpha(1-\lambda)(0.5-\alpha-\gamma)+\eta(\eta+2\lambda\gamma)]tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0, M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)tl$$

$$M_{CDP}=M_{DCP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=0, T_{BAP}=-(0.5-\alpha-\gamma)tl$$

$$T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\alpha}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)tl$$

$$T_{CDP}=T_{DCP}=-(0.5-\alpha-\gamma)tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

8. 均布扭矩荷载(图 9-30)

图 9-30

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\beta}{2EI}(2\gamma+\lambda\eta)tl^2,$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{\lambda\alpha}{2EI}(\eta+2\gamma)tl^2,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{\beta}{2EI}[\gamma(1-\gamma)+\lambda(0.5\eta-\alpha\eta-\eta\gamma-2\alpha\gamma)]tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=M_{CBP}=0$$

$$M_{CDP}=M_{DCP}=-\beta tl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=0, T_{CBP}=-\eta tl$$

$$T_{CDP}=T_{DCP}=-\alpha tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

9. 均布扭矩荷载(图 9-31)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=0, \Delta_{2P}=-\frac{\lambda\gamma^2}{2EI}tl^2$$

$$\Delta_{3P}=\frac{\lambda\beta\gamma^2}{2EI}tl^3$$

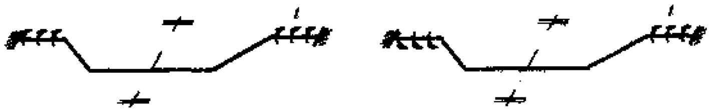


图 9-31

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=M_{BCP}=M_{CBP}=M_{CDP}=M_{DCP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=T_{BCP}=T_{CBP}=T_{CDP}=0,T_{DCP}=-\gamma tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

10. 均布扭矩荷载(图 9-32)

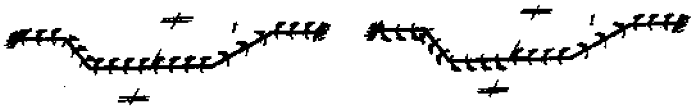


图 9-32

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\beta}{2EI}\left[\frac{2\alpha}{\eta}(\lambda-1)(0.5-\alpha-\gamma)+2\gamma+\lambda\eta\right]tl^2,$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{2\eta EI}\{(0.5-\alpha-\gamma)[2\beta^2+\lambda\eta(0.5-\alpha-\gamma)]$$
$$+\lambda[\alpha(\alpha-\alpha^2+\beta^2-2\alpha\gamma)+\eta\gamma(1-\gamma)]\}tl^2,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{\beta}{2\eta EI}(\lambda-1)[(0.5-\alpha-\gamma)(\alpha-\alpha^2+\beta^2-2\alpha\gamma)-\eta\gamma(1-\gamma)]tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0,M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)tl,$$
$$M_{CDP}=M_{DCP}=-\beta tl$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=0,T_{BAP}=-(0.5-\alpha-\gamma)tl,$$
$$T_{BCP}=-\frac{\alpha}{\eta}(0.5-\alpha-\gamma)tl,$$
$$T_{CBP}=-\frac{1}{\eta}(0.5\alpha-\alpha\gamma+\beta^2)tl,$$
$$T_{CDP}=-(0.5-\gamma)tl,T_{DCP}=-0.5tl$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

11. 集中扭矩荷载(图 9-33)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\beta}{2\eta EI}(\lambda-1)Tl$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0, M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{2\eta}T$$
$$M_{CDP}=M_{DCP}=0$$

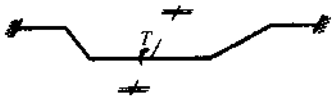


图 9-33

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=-0.5T,$$
$$T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\alpha}{2\eta}T,$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=-0.5T$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

12. 作用于 B 点绕 AB 杆的集中扭矩荷载(图 9-34)

图 9-34

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\alpha\beta}{\eta EI}(\lambda-1)Tl$$
$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{\eta EI}[\beta^2+\lambda(\alpha^2+\gamma\eta)]Tl$$
$$\Delta_{3P}=\frac{\beta}{2\eta EI}[2\alpha(1-\lambda)(0.5-\alpha-\gamma)+\eta(\eta+2\lambda\gamma)]Tl^2$$

(2) 截面弯矩

$$M_{ABP}=M_{BAP}=0, M_{BCP}=M_{CBP}=\frac{\beta}{\eta}T$$
$$M_{CDP}=M_{DCP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{ABP}=T_{BAP}=0, T_{BCP}=T_{CBP}=-\frac{\alpha}{\eta}T$$
$$T_{CDP}=T_{DCP}=-T$$

(4) 截面剪力

$$V_{ABP}=V_{BAP}=V_{BCP}=V_{CBP}=V_{CDP}=V_{DCP}=0$$

八、A 型阳台圆弧梁计算公式

(一) 符号补充说明(图 9-3)

$\phi=\arcsin\left(\frac{\beta}{0.25+\beta^2}\right)$,公式中按弧度计算;

$R=\frac{0.25+\beta^2}{2\beta}l$;

θ——与截面关联的角度,公式中按弧度计算。

(二) 赘余力作用下基本结构的变位及截面内力公式(图 9-3、图 9-7c)

1. 单位力作用下基本结构的变位

$$\delta_{11}=\frac{R}{2EI}\left[\phi(1+\lambda)-\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi+\frac{2\lambda\gamma l}{R}\right],$$

$$\delta_{22}=\frac{R}{2EI}\left[\phi(1+\lambda)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi+\frac{2\gamma l}{R}\right],$$

$$\delta_{23}=\delta_{32}=-\frac{R^2}{2EI}\left\{\phi(1+\lambda)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi-2\lambda\sin\phi+\frac{\gamma l}{R}\left[2(1-\cos\phi)+\frac{\gamma l}{R}\right]\right\}$$

$$\delta_{33}=\frac{R^3}{2EI}\left[\phi(1+3\lambda)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi-4\lambda\sin\phi+2\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)\times\left(1-\cos\phi+\frac{\gamma l}{R}\right)+\frac{\gamma l^3}{R^3}\left(\frac{2}{3}\gamma^2+\frac{1}{2}\lambda\right)\right]$$

2. X_1 作用下基本结构的截面内力(图 9-35)

(1) 截面弯矩

$M_{B1}=X_1\cos\theta, M_{E1}=0$

(2) 截面扭矩

$T_{B1}=X_1\sin\theta, T_{E1}=X_1$

(3) 截面剪力

$V_{B1}=V_{E1}=0$

3. X_2 作用下基本结构的截面内力(图 9-35)

(1) 截面弯矩

$M_{B2}=-X_2\sin\theta, M_{E2}=-X_2$

(2) 截面扭矩

$T_{B2}=X_2\cos\theta, T_{E2}=0$

(3) 截面剪力

$V_{B2}=V_{E2}=0$

4. X_3 作用下基本结构的截面内力(图 9-35)

(1) 截面弯矩

$M_{B3}=X_3R\sin\theta, M_{E3}=X_3[R(1-\cos\phi)+S]$

(2) 截面扭矩

$T_{B3}=X_3R(1-\cos\theta), T_{E3}=0.5lX_3$

(3) 截面剪力

$V_{B3}=V_{E3}=X_3$

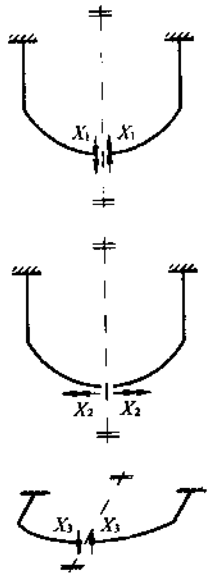


图 9-35

(三) 荷载(对称与反对称荷载)作用下基本结构的变位及截面内力公式

1. 均布线荷载(图 9-36)

图 9-36

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{EI}\Big[(1+\lambda)\Big(\sin\phi-\frac{\phi}{2}\Big)+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi$$
$$-\lambda\phi\cos\phi+\lambda\frac{\gamma l}{R}(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)\Big]qR^3,$$
$$\Delta_{2P}=\frac{1}{EI}\Big[(1+\lambda)(1-\cos\phi)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi-\lambda\phi\sin\phi$$
$$+\frac{\gamma l}{R}(\sin\phi-\phi\cos\phi)+\frac{\gamma^2l^2}{2R^2}\phi\Big]qR^3$$
$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\Big\{\Big(1-\cos\phi-\frac{\sin^2\phi}{2}\Big)+\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)(\sin\phi-\phi\cos\phi)$$
$$+\frac{\gamma^2l^2}{2R^2}(\phi+\sin\phi-2\phi\cos\phi)+\frac{\gamma^3l^3}{3R^3}\phi+\lambda\Big[\frac{\phi^2}{2}-\phi\sin\phi+\frac{\sin^2\phi}{2}$$
$$+\frac{\gamma l^2}{2R^2}(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)\Big]\Big\}qR^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=-qR^2(1-\cos\theta)$$
$$M_{EP}=-qR^2(\sin\phi-\phi\cos\phi)-qRS\phi$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-qR^2(\theta-\sin\theta),$$
$$T_{EP}=-qR^2(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=-qR\theta,V_{EP}=-qR\phi$$

2. 均布线荷载(图 9-37)

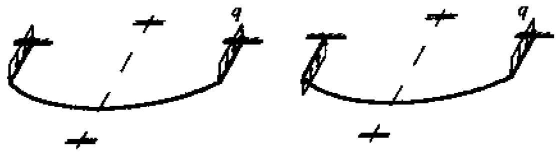


图 9-37

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=0,\Delta_{2P}=\frac{\gamma^3}{6EI}ql^3,$$
$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{2EI}\Big(\frac{\gamma^3l^3}{3R^3}(1-\cos\phi)+\frac{\gamma^4l^4}{4R^4}\Big)qR^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=0,M_{EP}=-\frac{1}{2}qS^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=T_{EP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=0,V_{EP}=-qS$$

3. 均布线荷载(图 9-38)

(1) 变位

图 9-38

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{EI}\Big[(1+\lambda)\Big(\sin\phi-\frac{\phi}{2}\Big)+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\lambda\phi\cos\phi+\lambda\frac{\gamma l}{R}(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)\Big]qR^3$$

$$\Delta_{2P}=\frac{1}{EI}\Big[(1+\lambda)(1-\cos\phi)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi-\lambda\phi\sin\phi+\frac{\gamma l}{R}(\sin\phi-\phi\cos\phi)+\frac{\gamma^2l^2}{2R^2}\phi+\frac{\gamma^3l^3}{6R^3}\Big]qR^3$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\Big\{\Big(1-\cos\phi-\frac{\sin^2\phi}{2}\Big)+\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)(\sin\phi-\phi\cos\phi)+\frac{\gamma^2l^2}{2R^2}(\phi+\sin\phi-2\phi\cos\phi)+\frac{\gamma^3l^3}{6R^3}(1-\cos\phi+2\phi)+\frac{\gamma^4l^4}{8R^4}+\lambda\Big[\frac{\phi^2}{2}-\phi\sin\phi+\frac{\sin^2\phi}{2}+\frac{\gamma l^2}{2R^2}(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)\Big]\Big\}qR^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=-qR^2(1-\cos\theta)$$
$$M_{EP}=-qR^2(\sin\phi-\phi\cos\phi)-qRS\phi-\frac{1}{2}qS^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-qR^2(\theta-\sin\theta),$$
$$T_{EP}=-qR^2(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=-qR\theta,\ V_{EP}=-q(R\phi+S)$$

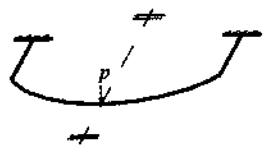


图 9-39

4. 集中力荷载(图 9-39)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{2EI}\Big[\lambda\Big(1-\cos\phi+\frac{\gamma l^2}{2R^2}\Big)-\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi\Big]PR^2$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=-\frac{1}{2}PR\sin\theta,$$
$$M_{EP}=-\frac{1}{2}P[R(1-\cos\phi)+S]$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-\frac{1}{2}PR(1-\cos\theta),\ T_{EP}=-\frac{1}{4}Pl$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=-\frac{1}{2}P$$

5. 集中力荷载(图 9-40)

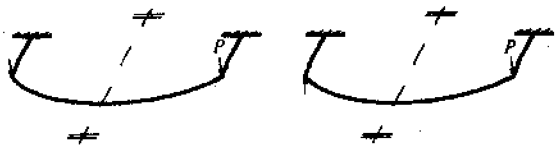


图 9-40

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=0, \Delta_{2P}=\frac{\gamma^2}{2EI}Pl^2,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{2EI}\left[\frac{\gamma^2 l^2}{R^2}(1-\cos\phi)+\frac{2}{3}\frac{\gamma^3 l^3}{R^3}\right]PR^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=0, M_{EP}=-PS$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=T_{EP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=0, V_{EP}=-P$$

6. 均布扭矩荷载(图 9-41)

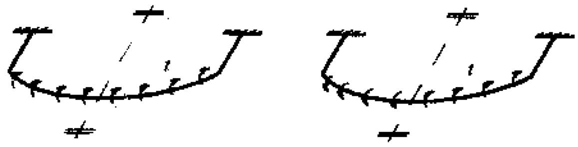


图 9-41

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=\frac{1}{EI}\left[\sin\phi-\frac{1}{2}(\lambda+1)\phi+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\lambda\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)\right]tR^2$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{EI}\left[1-\cos\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\frac{\gamma l}{R}\sin\phi\right]tR^2,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\left\{(\lambda-1)\left(1-\cos\phi-\frac{1}{2}\sin^2\phi\right)-\left[\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)+\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}\right]\sin\phi+\lambda\frac{\gamma l^2}{2R^2}(1-\cos\phi)\right\}tR^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=tR(1-\cos\theta), M_{EP}=tR\sin\phi$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-tR\sin\theta, T_{EP}=-tR(1-\cos\phi)$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

7. 均布扭矩荷载(图 9-42)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{2EI}\lambda\gamma^2 tl^2, \Delta_{2P}=0$$

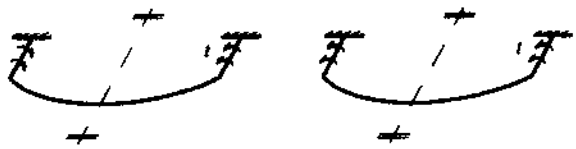


图 9-42

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{4EI}\lambda\gamma^2 tl^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=M_{EP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=0,T_{EP}=-tS$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

8. 均布扭矩荷载(图 9-43)

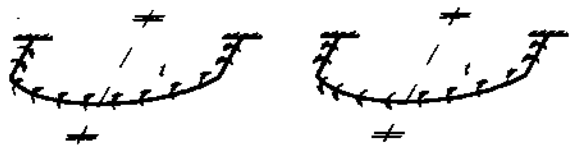


图 9-43

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=\frac{1}{EI}\left\{\sin\phi-\frac{1}{2}(\lambda+1)\phi+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\lambda\left[\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)+\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}\right]\right\}tR^2$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{EI}\left\{1-\cos\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\frac{\gamma l}{R}\sin\phi\right\}tR^2$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\left\{(\lambda-1)\left(1-\cos\phi-\frac{1}{2}\sin^2\phi\right)-\left[\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)+\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}\right]\sin\phi\right.$$
$$\left.+\lambda\left[\frac{\gamma l^2}{2R^2}(1-\cos\phi)+\frac{\gamma^2 l^3}{4R^3}\right]\right\}tR^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=tR(1-\cos\theta),M_{EP}=tR\sin\phi$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-tR\sin\theta$$
$$T_{EP}=-tR(1-\cos\phi)-tS$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

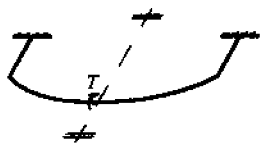


图 9-44

9. 集中扭矩荷载(图 9-44)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{4EI}TR(\lambda-1)\sin^2\phi$$

Δ_{2P}与Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=\frac{1}{2}T\sin\theta, M_{EP}=\frac{1}{2}T$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-\frac{1}{2}T\cos\theta, T_{EP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

10. 作用于 C 点绕 CD 杆的集中扭矩荷载(图 9-45)

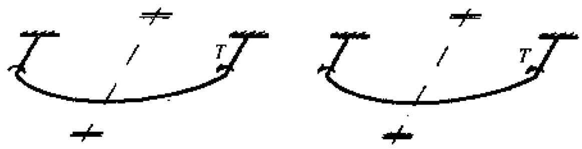


图 9-45

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{EI}Tl\lambda\gamma, \Delta_{2P}=0$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{2EI}Tl^2\lambda\gamma$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=M_{EP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=0, T_{EP}=-T$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

九、B 型阳台圆弧梁计算公式

(一) 符号补充说明(图 9-4)

$$\beta=\frac{f}{(1-2\gamma)l},$$

此处 β 的含义与 B 型阳台折梁中 β 的含义差别较大,需注意区分;

$\phi=\arcsin\left(\frac{\beta}{0.25+\beta^2}\right)$,公式中按弧度计算;

$R=\frac{0.25+\beta^2}{2\beta}(1-2\gamma)l$

θ——与截面关联的角度,公式中按弧度计算。

(二) 赘余力作用下基本结构的变位及截面内力公式(图 9-4、图 9-7d)

1. 单位力作用下基本结构的变位

$$\delta_{11}=\frac{R}{2EI}\left[(1+\lambda)\phi-\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi+\frac{2\gamma l}{R}\right]$$

$$\delta_{22}=\frac{R}{2EI}\left[(1+\lambda)\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi+\frac{2\lambda\gamma l}{R}\right]$$

$$\delta_{23}=\delta_{32}=-\frac{R^2}{2EI}\left[(1+\lambda)\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi-2\lambda\sin\phi+\frac{2\lambda}{R}\gamma l(1-\cos\phi)\right],$$

$$\delta_{33}=\frac{R^3}{2EI}\left[(1+3\lambda)\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin2\phi-4\lambda\sin\phi+\frac{2\gamma l}{R}\left(\frac{\gamma l}{R}+\sin\phi\right)\sin\phi+\frac{2\gamma^3l^3}{3R^3}+\frac{2\lambda\gamma l}{R}(1-\cos\phi)^2\right]$$

2. X_1 作用下基本结构的截面内力(图 9-46)

(1) 截面弯矩

$$M_{B1}=X_1\cos\theta, M_{E1}=X_1$$

(2) 截面扭矩

$$T_{B1}=X_1\sin\theta, T_{E1}=0$$

(3) 截面剪力

$$V_{B1}=V_{E1}=0$$

3. X_2 作用下基本结构的截面内力(图 9-46)

(1) 截面弯矩

$$M_{B2}=-X_2\sin\theta, M_{E2}=0$$

(2) 截面扭矩

$$T_{B2}=X_2\cos\theta, T_{E2}=X_2$$

(3) 截面剪力

$$V_{B2}=V_{E2}=0$$

4. X_3 作用下基本结构的截面内力(图 9-46)

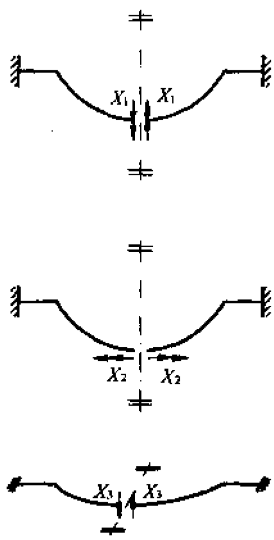


图 9-46

(1) 截面弯矩

$$M_{B3}=X_3R\sin\theta$$
$$M_{E3}=X_3(R\sin\phi+S)$$

(2) 截面扭矩

$$T_{B3}=X_3R(1-\cos\theta)$$
$$T_{E3}=-X_3R(1-\cos\phi)$$

(3) 截面剪力

$$V_{B3}=V_{E3}=X_3$$

(三) 荷载(对称与反对称荷载)作用下基本结构的变位及截面内力公式

1. 均布线荷载(图 9-47)

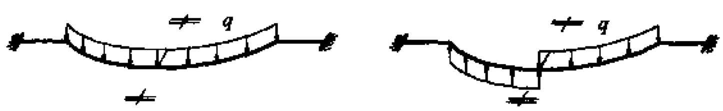


图 9-47

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{EI}\left[(1+\lambda)\left(\sin\phi-\frac{\phi}{2}\right)+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\lambda\phi\cos\phi\right.$$

$$+\frac{\gamma l}{R}(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)+\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}\phi\Big]qR^3$$

$$\Delta_{2P}=\frac{1}{EI}\Big\{(1+\lambda)(1-\cos\phi)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi-\lambda\Big[\phi\sin\phi$$

$$+\frac{\gamma l}{R}(\phi\cos\phi-\sin\phi)\Big]\Big\}qR^3$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\Big\{1-\cos\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\lambda\left(\frac{1}{2}\phi^2-\phi\sin\phi\right)$$

$$+\frac{\gamma l}{R}[(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)\sin\phi-\lambda(1-\cos\phi)(\phi\cos\phi-\sin\phi)]$$

$$+\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}(\cos\phi+2\phi\sin\phi-1)+\frac{\gamma^3 l^3}{3R^3}\phi\Big\}qR^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=-qR^2(1-\cos\theta),$$
$$M_{EP}=-qR^2(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)-qR\phi S.$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-qR^2(\theta-\sin\theta)$$
$$T_{EP}=-qR^2(\phi\cos\phi-\sin\phi)$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=-qR\theta,\ V_{EP}=-qR\phi$$

2. 均布线荷载(图 9-48)

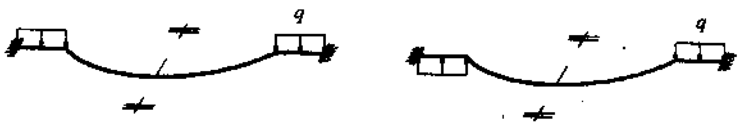


图 9-48

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\gamma^3}{6EI}ql^3,\ \Delta_{2P}=0$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{2EI}\left(\frac{\gamma^3 l^3}{3R^3}\sin\phi+\frac{\gamma^4 l^4}{4R^4}\right)qR^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=0,\ M_{EP}=-\frac{1}{2}qS^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=T_{EP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=0,\ V_{EP}=-qS$$

3. 均布线荷载(图 9-49)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{EI}\Big[(1+\lambda)\left(\sin\phi-\frac{\phi}{2}\right)+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\lambda\phi\cos\phi$$

$$+\frac{\gamma l}{R}(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)+\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}\phi+\frac{\gamma^3 l^3}{6R^3}\Big]qR^3$$

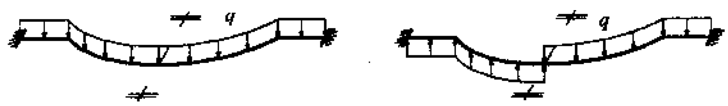


图 9-49

$$\Delta_{2P}=\frac{1}{EI}\left\{(1+\lambda)(1-\cos\phi)+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi-\lambda\left[\phi\sin\phi+\frac{\gamma l}{R}(\phi\cos\phi-\sin\phi)\right]\right\}qR^3,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\left\{1-\cos\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\lambda\left(\frac{1}{2}\phi^2-\phi\sin\phi\right)+\frac{\gamma l}{R}[(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)\sin\phi-\lambda(1-\cos\phi)(\phi\cos\phi-\sin\phi)]+\frac{\gamma^2l^2}{2R^2}(\cos\phi+2\phi\sin\phi-1)+\frac{\gamma^3l^3}{3R^3}\left(\phi+\frac{\sin\phi}{2}\right)+\frac{\gamma^4l^4}{8R^4}\right\}qR^4$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=-qR^2(1-\cos\theta)$$

$$M_{EP}=-qR^2(\cos\phi+\phi\sin\phi-1)-qR\phi S-\frac{1}{2}qS^2$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-qR^2(\theta-\sin\theta),$$

$$T_{EP}=-qR^2(\phi\cos\phi-\sin\phi)$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=-qR\theta,$$

$$V_{EP}=-q(R\phi+S)$$

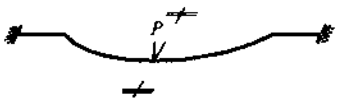


图 9-50

4. 集中力荷载(图 9-50)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{1}{2EI}\left[\lambda(1-\cos\phi)-\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\frac{\gamma l}{R}\sin\phi+\frac{\gamma^2l^2}{2R^2}\right]PR^2,$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用。

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=-\frac{1}{2}PR\sin\theta$$

$$M_{EP}=-\frac{1}{2}P(R\sin\phi+S)$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-\frac{1}{2}PR(1-\cos\theta)$$

$$T_{EP}=-\frac{1}{2}PR(1-\cos\phi)$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=-\frac{1}{2}P$$

5. 集中力荷载(图 9-51)

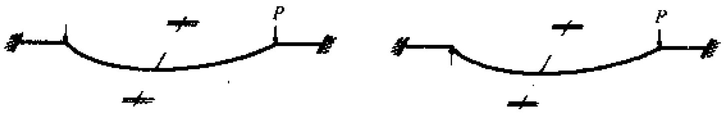


图 9-51

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{\gamma^2}{2EI}Pl^2, \Delta_{2P}=0,$$

$$\Delta_{3P}=-\frac{1}{EI}\left(\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}\sin\phi+\frac{\gamma^3 l^3}{3R^3}\right)PR^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=0,\quad M_{EP}=-PS$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=T_{EP}=0$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=0,\quad V_{EP}=-P$$

6. 均布扭矩荷载(图 9-52)

图 9-52

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=\frac{1}{EI}\left[\sin\phi-\frac{1}{2}(\lambda+1)\phi+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)\right]tR^2$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{EI}\left[1-\cos\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\frac{\lambda\gamma l}{R}\sin\phi\right]tR^2$$

$$\Delta_{3P}=\frac{1}{EI}\left[(\lambda-1)\left(\cos\phi-1+\frac{1}{2}\sin^2\phi\right)\right.$$

$$\left.+\frac{\gamma l}{R}(\lambda-1)(1-\cos\phi)\sin\phi-\frac{\gamma^2 l^2}{2R^2}(1-\cos\phi)\right]tR^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=tR(1-\cos\theta),$$
$$M_{EP}=-tR(1-\cos\phi)$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-tR\sin\theta, T_{EP}=-tR\sin\phi$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

7. 均布扭矩荷载(图 9-53)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=0,\quad \Delta_{2P}=-\frac{\lambda\gamma^2}{2EI}tl^2,$$

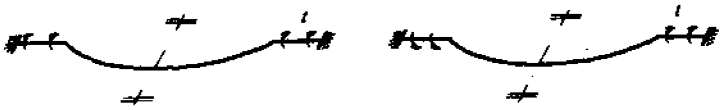


图 9-53

$$\Delta_{3P}=\frac{\lambda\gamma^2}{2EI}(1-\cos\phi)tRl^2$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=M_{EP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=0, T_{EP}=-tS$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

8. 均布扭矩荷载(图 9-54)

图 9-54

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=\frac{1}{EI}\left[\sin\phi-\frac{1}{2}(\lambda+1)\phi+\frac{1}{4}(\lambda-1)\sin2\phi-\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)\right]tR^2,$$

$$\Delta_{2P}=-\frac{1}{EI}\left[1-\cos\phi+\frac{1}{2}(\lambda-1)\sin^2\phi+\lambda\frac{\gamma l}{R}\left(\frac{\gamma l}{2R}+\sin\phi\right)\right]tR^2,$$

$$\Delta_{3P}=\frac{\lambda-1}{EI}\left[\frac{1}{2}\sin^2\phi+\cos\phi-1+\frac{\gamma l}{R}(1-\cos\phi)\left(\frac{\gamma l}{2R}+\sin\phi\right)\right]tR^3$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=tR(1-\cos\theta)$$
$$M_{EP}=-tR(1-\cos\phi)$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-tR\sin\theta$$
$$T_{EP}=-tR\sin\phi$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

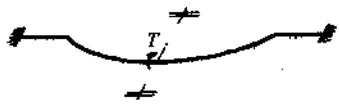


图 9-55

9. 集中扭矩荷载(图 9-55)

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=-\frac{TR}{4EI}(\lambda-1)\sin^2\phi$$

Δ_{2P}与 Δ_{3P}不起作用

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=\frac{T}{2}\sin\theta, M_{EP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=-\frac{T}{2}\cos\theta, T_{EP}=-\frac{T}{2}$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

10. 作用于 C 点绕 CD 杆的集中扭矩荷载(图 9-56)

图 9-56

(1) 变位

$$\Delta_{1P}=0, \Delta_{2P}=-\frac{\lambda\gamma}{EI}Tl$$

$$\Delta_{3P}=\frac{\lambda\gamma}{EI}(1-\cos\phi)TRl$$

(2) 截面弯矩

$$M_{BP}=M_{EP}=0$$

(3) 截面扭矩

$$T_{BP}=0, T_{EP}=-T$$

(4) 截面剪力

$$V_{BP}=V_{EP}=0$$

十、计 算 用 表

(一) 说明

1. 表 9-4 至表 9-7 中列出了各型阳台在对称均布线荷载作用下的内力系数,其他荷载的内力可由前面给出的公式计算。

2. 与表中数据有关的符号说明、符号补充说明及正负号的规定均见前面相应的说明。

3. 梁的高宽比及对应的 λ 值

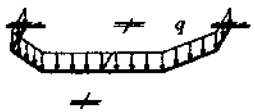
(1) 当泊桑比 $\mu=\frac{1}{6}$ 时,由公式 $G=\frac{E}{2(1+\mu)}$ 得到 $G=\frac{3}{7}E$。本节表格中给出的 λ 值均根据此关系式计算。

(2) 阳台梁的计算公式中考虑了梁的抗扭刚度。通常假定阳台梁的扭转没有受到其他构件的约束。这种假定不一定接近实际受力情况,这是由于本节所讨论的阳台梁多数为现浇钢筋混凝土阳台梁,与梁相连的现浇板基本上约束了阳台梁的扭转变形。为此,在本节的计算用表中专门列出了 $\lambda=0$ 时的内力系数,它对应于阳台梁的扭转变形完全受约束时的受力状态。

梁的高宽比与 λ 值表 表 9-3

h/b	—	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
λ	0.00	1.38	1.70	2.04	2.44	2.89	3.40

（二）A 型阳台折梁(图 9-1)内力系数表



弯矩 M = 表中系数 $m \times ql^2$；
扭矩 T = 表中系数 $t \times ql^2$；
剪力 V = 表中系数 $v \times ql$。

表 9-4

$\lambda=0.00$ $\gamma=0.00$

	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0446	0.0472	0.0507	0.0548	0.0463	0.0499	0.0545	0.0600	0.0473	0.0516	0.0571	0.0638	0.0478	0.0526	0.0587	0.0663
	BA	-0.0167	-0.0140	-0.0106	-0.0064	0.0013	0.0049	0.0095	0.0150	0.0160	0.0204	0.0259	0.0326	0.0278	0.0326	0.0387	0.0463
	BC	-0.0118	-0.0084	-0.0054	-0.0029	0.0010	0.0034	0.0059	0.0083	0.0137	0.0159	0.0183	0.0208	0.0249	0.0271	0.0298	0.0327
	CB	-0.1085	-0.1272	-0.1500	-0.1765	-0.1052	-0.1214	-0.1414	-0.1649	-0.1016	-0.1154	-0.1326	-0.1530	-0.0985	-0.1100	-0.1246	-0.1421
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	-0.0118	-0.0112	-0.0091	-0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CB	-0.0118	-0.0112	-0.0091	-0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243

续表 9-4

λ=0.00　　γ=0.15

	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0446	0.0472	0.0507	0.0548	0.0463	0.0499	0.0545	0.0600	0.0473	0.0516	0.0571	0.0638	0.0478	0.0526	0.0587	0.0663
	BA	−0.0167	−0.0140	−0.0106	−0.0064	0.0013	0.0049	0.0095	0.0150	0.0160	0.0204	0.0259	0.0326	0.0278	0.0326	0.0387	0.0463
	BC	−0.0118	−0.0084	−0.0054	−0.0029	0.0010	0.0034	0.0059	0.0083	0.0137	0.0159	0.0183	0.0208	0.0249	0.0271	0.0298	0.0327
	CB	−0.1085	−0.1272	−0.1500	−0.1765	−0.1052	−0.1214	−0.1414	−0.1649	−0.1016	−0.1154	−0.1326	−0.1530	−0.0985	−0.1100	−0.1246	−0.1421
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.1640	−0.1963	−0.2314	−0.2694	−0.1575	−0.1870	−0.2193	−0.2544	−0.1518	−0.1788	−0.2085	−0.2409	−0.1467	−0.1714	−0.1986	−0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0118	−0.0112	−0.0091	−0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CB	−0.0118	−0.0112	−0.0091	−0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CD	−0.0851	−0.0853	−0.0849	−0.0841	−0.0837	−0.0834	−0.0826	−0.0811	−0.0829	−0.0822	−0.0808	−0.0788	−0.0825	−0.0815	−0.0798	−0.0774
	DC	−0.0851	−0.0853	−0.0849	−0.0841	−0.0837	−0.0834	−0.0826	−0.0811	−0.0829	−0.0822	−0.0808	−0.0788	−0.0825	−0.0815	−0.0798	−0.0774
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7121	−0.7500	−0.7915	−0.8354	−0.7000	−0.7328	−0.7702	−0.8106	−0.6915	−0.7202	−0.7536	−0.7905	−0.6854	−0.7106	−0.7405	−0.7743

续表 9-4

	λ=0.00	γ=0.20															
	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0446	0.0472	0.0507	0.0548	0.0463	0.0499	0.0545	0.0600	0.0473	0.0516	0.0571	0.0638	0.0478	0.0526	0.0587	0.0663
	BA	-0.0167	-0.0140	-0.0106	-0.0064	0.0013	0.0049	0.0095	0.0150	0.0160	0.0204	0.0259	0.0326	0.0278	0.0326	0.0387	0.0463
	BC	-0.0118	-0.0084	-0.0054	-0.0029	0.0010	0.0034	0.0059	0.0083	0.0137	0.0159	0.0183	0.0208	0.0249	0.0271	0.0298	0.0327
	CB	-0.1085	-0.1272	-0.1500	-0.1765	-0.1052	-0.1214	-0.1414	-0.1649	-0.1016	-0.1154	-0.1326	-0.1530	-0.0985	-0.1100	-0.1246	-0.1421
	CD	-0.0684	-0.0950	-0.1239	-0.1553	-0.0638	-0.0883	-0.1150	-0.1441	-0.0594	-0.0820	-0.1067	-0.1336	-0.0552	-0.0761	-0.0988	-0.1236
	DC	-0.2008	-0.2350	-0.2723	-0.3124	-0.1938	-0.2249	-0.2591	-0.2962	-0.1877	-0.2160	-0.2474	-0.2817	-0.1822	-0.2082	-0.2369	-0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	-0.0118	-0.0112	-0.0091	-0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CB	-0.0118	-0.0112	-0.0091	-0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CD	-0.0851	-0.0853	-0.0849	-0.0841	-0.0837	-0.0834	-0.0826	-0.0811	-0.0829	-0.0822	-0.0808	-0.0788	-0.0825	-0.0815	-0.0798	-0.0774
	DC	-0.0851	-0.0853	-0.0849	-0.0841	-0.0837	-0.0834	-0.0826	-0.0811	-0.0829	-0.0822	-0.0808	-0.0788	-0.0825	-0.0815	-0.0798	-0.0774
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	CD	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	DC	-0.7621	-0.8000	-0.8415	-0.8854	-0.7500	-0.7828	-0.8202	-0.8606	-0.7415	-0.7702	-0.8036	-0.8405	-0.7354	-0.7606	-0.7905	-0.8243

续表 9-4

λ=0.00　γ=0.25

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0446	0.0472	0.0507	0.0548	0.0463	0.0499	0.0545	0.0600	0.0473	0.0516	0.0571	0.0638	0.0478	0.0526	0.0587	0.0663
	BA	−0.0167	−0.0140	−0.0106	−0.0064	0.0013	0.0049	0.0095	0.0150	0.0160	0.0204	0.0259	0.0326	0.0278	0.0326	0.0387	0.0463
	BC	−0.0118	−0.0084	−0.0054	−0.0029	0.0010	0.0034	0.0059	0.0083	0.0137	0.0159	0.0183	0.0208	0.0249	0.0271	0.0298	0.0327
	CB	−0.1085	−0.1272	−0.1500	−0.1765	−0.1052	−0.1214	−0.1414	−0.1649	−0.1016	−0.1154	−0.1326	−0.1530	−0.0985	−0.1100	−0.1246	−0.1421
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2402	−0.2763	−0.3156	−0.3579	−0.2325	−0.2652	−0.3013	−0.3405	−0.2260	−0.2558	−0.2888	−0.3250	−0.2203	−0.2474	−0.2777	−0.3110
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0118	−0.0112	−0.0091	−0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CB	−0.0118	−0.0112	−0.0091	−0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CD	−0.0851	−0.0853	−0.0849	−0.0841	−0.0837	−0.0834	−0.0826	−0.0811	−0.0829	−0.0822	−0.0808	−0.0788	−0.0825	−0.0815	−0.0798	−0.0774
	DC	−0.0851	−0.0853	−0.0849	−0.0841	−0.0837	−0.0834	−0.0826	−0.0811	−0.0829	−0.0822	−0.0808	−0.0788	−0.0825	−0.0815	−0.0798	−0.0774
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8121	−0.8500	−0.8915	−0.9354	−0.8000	−0.8328	−0.8702	−0.9106	−0.7915	−0.8202	−0.8536	−0.8905	−0.7854	−0.8106	−0.8405	−0.8743

续表 9-4

		λ=0.00						γ=0.30									
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0446	0.0472	0.0507	0.0548	0.0463	0.0499	0.0545	0.0600	0.0473	0.0516	0.0571	0.0638	0.0478	0.0526	0.0587	0.0663
	BA	−0.0167	−0.0140	−0.0106	−0.0064	0.0013	0.0049	0.0095	0.0150	0.0160	0.0204	0.0259	0.0326	0.0278	0.0326	0.0387	0.0463
	BC	−0.0118	−0.0084	−0.0054	−0.0029	0.0010	0.0034	0.0059	0.0083	0.0137	0.0159	0.0183	0.0208	0.0249	0.0271	0.0298	0.0327
	CB	−0.1085	−0.1272	−0.1500	−0.1765	−0.1052	−0.1214	−0.1414	−0.1649	−0.1016	−0.1154	−0.1326	−0.1530	−0.0985	−0.1100	−0.1246	−0.1421
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2820	−0.3200	−0.3614	−0.4059	−0.2738	−0.3081	−0.3461	−0.3872	−0.2668	−0.2981	−0.3328	−0.3707	−0.2608	−0.2892	−0.3210	−0.3559
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0118	−0.0112	−0.0091	−0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CB	−0.0118	−0.0112	−0.0091	−0.0057	0.0008	0.0034	0.0074	0.0125	0.0082	0.0127	0.0183	0.0250	0.0124	0.0181	0.0248	0.0327
	CD	−0.0851	−0.0853	−0.0849	−0.0841	−0.0837	−0.0834	−0.0826	−0.0811	−0.0829	−0.0822	−0.0808	−0.0788	−0.0825	−0.0815	−0.0798	−0.0774
	DC	−0.0851	−0.0853	−0.0849	−0.0841	−0.0837	−0.0834	−0.0826	−0.0811	−0.0829	−0.0822	−0.0808	−0.0788	−0.0825	−0.0815	−0.0798	−0.0774
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8621	−0.9000	−0.9415	−0.9854	−0.8500	−0.8828	−0.9202	−0.9606	−0.8415	−0.8702	−0.9036	−0.9405	−0.8354	−0.8606	−0.8905	−0.9243

续表 9-4

$\lambda=1.38$ $\gamma=0.00$

	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0486	0.0519	0.0550	0.0579	0.0460	0.0484	0.0508	0.0531	0.443	0.0459	0.0477	0.0496	0.0432	0.0443	0.0456	0.0470
	BA	−0.0126	−0.0093	−0.0062	−0.0034	0.0010	0.0034	0.0058	0.0081	0.0130	0.0147	0.0165	0.0183	0.0232	0.0243	0.0256	0.0270
	BC	−0.0089	−0.0056	−0.0032	−0.0015	0.0008	0.0024	0.0036	0.0045	0.0112	0.0115	0.0116	0.0117	0.0208	0.0202	0.0197	0.0191
	CB	−0.1057	−0.1243	−0.1478	−0.1752	−0.1055	−0.1225	−0.1437	−0.1687	−0.1042	−0.1198	−0.1392	−0.1621	−0.1026	−0.1169	−0.1347	−0.1557
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0089	−0.0075	−0.0054	−0.0030	0.0006	0.0024	0.0045	0.0068	0.0067	0.0092	0.0116	0.0141	0.0104	0.0135	0.0164	0.0191
	CB	−0.0089	−0.0075	−0.0054	−0.0030	0.0006	0.0024	0.0045	0.0068	0.0067	0.0092	0.0116	0.0141	0.0104	0.0135	0.0164	0.0191
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243

续表 9-4

		λ=1.38							γ=0.15								
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0694	0.0711	0.0729	0.0747	0.0680	0.0692	0.0706	0.0721	0.0671	0.0680	0.0690	0.0702	0.0667	0.0673	0.0680	0.0690
	BA	0.0081	0.0099	0.0117	0.0135	0.0230	0.0242	0.0256	0.0271	0.0359	0.0367	0.0377	0.0389	0.0467	0.0473	0.0480	0.0490
	BC	0.0057	0.0059	0.0060	0.0060	0.0184	0.0171	0.0160	0.0150	0.0308	0.0287	0.0267	0.0249	0.0418	0.0393	0.0369	0.0346
	CB	−0.0910	−0.1128	−0.1385	−0.1676	−0.0879	−0.1077	−0.1313	−0.1582	−0.0846	−0.1026	−0.1242	−0.1490	−0.0816	−0.0978	−0.1175	−0.1402
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.1640	−0.1963	−0.2314	−0.2694	−0.1575	−0.1870	−0.2193	−0.2544	−0.1518	−0.1788	−0.2085	−0.2409	−0.1467	−0.1714	−0.1986	−0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0057	0.0079	0.0100	0.0121	0.0138	0.0171	0.0200	0.0225	0.0185	0.0229	0.0267	0.0299	0.0209	0.0262	0.0307	0.0346
	CB	0.0057	0.0079	0.0100	0.0121	0.0138	0.0171	0.0200	0.0225	0.0185	0.0229	0.0267	0.0299	0.0209	0.0262	0.0307	0.0346
	CD	−0.0603	−0.0614	−0.0627	−0.0642	−0.0620	−0.0641	−0.0664	−0.0690	−0.0630	−0.0658	−0.0689	−0.0724	−0.0636	−0.0668	−0.0706	−0.0747
	DC	−0.0603	−0.0614	−0.0627	−0.0642	−0.0620	−0.0641	−0.0664	−0.0690	−0.0630	−0.0658	−0.0689	−0.0724	−0.0636	−0.0668	−0.0706	−0.0747
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7121	−0.7500	−0.7915	−0.8354	−0.7000	−0.7328	−0.7702	−0.8106	−0.6915	−0.7202	−0.7536	−0.7905	−0.6854	−0.7106	−0.7405	−0.7743

续表 9-4

λ = 1.38　　γ = 0.20

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0741	0.0757	0.0773	0.0789	0.0730	0.0741	0.0753	0.0767	0.0723	0.0731	0.0740	0.0751	0.0719	0.0725	0.0733	0.0742
	BA	0.0128	0.0144	0.0160	0.0176	0.0280	0.0291	0.0303	0.0317	0.0410	0.0418	0.0428	0.0439	0.0519	0.0525	0.0533	0.0542
	BC	0.0091	0.0086	0.0082	0.0079	0.0224	0.0205	0.0189	0.0176	0.0352	0.0326	0.0302	0.0281	0.0465	0.0437	0.0409	0.0383
	CB	−0.0877	−0.1101	−0.1363	−0.1658	−0.0839	−0.1043	−0.1284	−0.1556	−0.0802	−0.0986	−0.1206	−0.1458	−0.0769	−0.0934	−0.1134	−0.1365
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2008	−0.2350	−0.2723	−0.3124	−0.1938	−0.2249	−0.2591	−0.2962	−0.1877	−0.2160	−0.2474	−0.2817	−0.1822	−0.2082	−0.2369	−0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0091	0.0115	0.0137	0.0158	0.0168	0.0205	0.0237	0.0263	0.0211	0.0261	0.0302	0.0337	0.0232	0.0291	0.0341	0.0383
	CB	0.0091	0.0115	0.0137	0.0158	0.0168	0.0205	0.0237	0.0263	0.0211	0.0261	0.0302	0.0337	0.0232	0.0291	0.0341	0.0383
	CD	−0.0556	−0.0568	−0.0583	−0.0600	−0.0570	−0.0592	−0.0617	−0.0644	−0.0579	−0.0607	−0.0639	−0.0674	−0.0584	−0.0616	−0.0653	−0.0694
	DC	−0.0556	−0.0568	−0.0583	−0.0600	−0.0570	−0.0592	−0.0617	−0.0644	−0.0579	−0.0607	−0.0639	−0.0674	−0.0584	−0.0616	−0.0653	−0.0694
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7621	−0.8000	−0.8415	−0.8854	−0.7500	−0.7828	−0.8202	−0.8606	−0.7415	−0.7702	−0.8036	−0.8405	−0.7354	−0.7606	−0.7905	−0.8243

续表 9-4

		λ=1.38						γ=0.25									
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0781	0.0796	0.0810	0.0825	0.0772	0.0782	0.0794	0.0807	0.0766	0.0774	0.0784	0.0795	0.0764	0.0770	0.0778	0.0788
	BA	0.0169	0.0183	0.0198	0.0213	0.0322	0.0332	0.0344	0.0357	0.0454	0.0462	0.0471	0.0482	0.0564	0.0570	0.0578	0.0588
	BC	0.0119	0.0110	0.0102	0.0095	0.0257	0.0235	0.0215	0.0198	0.0389	0.0360	0.0333	0.0309	0.0504	0.0474	0.0444	0.0416
	CB	−0.0848	−0.1078	−0.1344	−0.1641	−0.0805	−0.1014	−0.1258	−0.1534	−0.0765	−0.0952	−0.1176	−0.1430	−0.0729	−0.0897	−0.1100	−0.1333
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2402	−0.2763	−0.3156	−0.3579	−0.2325	−0.2652	−0.3013	−0.3405	−0.2260	−0.2558	−0.2888	−0.3250	−0.2203	−0.2474	−0.2777	−0.3110
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0119	0.0146	0.0170	0.0190	0.0193	0.0235	0.0269	0.0297	0.0234	0.0288	0.0333	0.0370	0.0252	0.0316	0.0370	0.0416
	CB	0.0119	0.0146	0.0170	0.0190	0.0193	0.0235	0.0269	0.0297	0.0234	0.0288	0.0333	0.0370	0.0252	0.0316	0.0370	0.0416
	CD	−0.0515	−0.0529	−0.0546	−0.0564	−0.0528	−0.0551	−0.0576	−0.0604	−0.0535	−0.0564	−0.0596	−0.0631	−0.0539	−0.0571	−0.0608	−0.0649
	DC	−0.0515	−0.0529	−0.0546	−0.0564	−0.0528	−0.0551	−0.0576	−0.0604	−0.0535	−0.0564	−0.0596	−0.0631	−0.0539	−0.0571	−0.0608	−0.0649
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.06243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.06243
	DC	−0.8121	−0.8500	−0.8915	−0.9354	−0.8000	−0.8328	−0.8702	−0.9106	−0.7915	−0.8202	−0.8536	−0.8905	−0.7854	−0.8106	−0.8405	−0.8743

续表 9-4

		λ=1.38 γ=0.30															
	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0816	0.0830	0.0844	0.0858	0.0808	0.0818	0.0830	0.0843	0.0804	0.0812	0.0822	0.0833	0.0802	0.0809	0.0817	0.0828
	BA	0.0204	0.0217	0.0231	0.0245	0.0358	0.0368	0.0380	0.0393	0.0492	0.0499	0.0509	0.0520	0.0602	0.0609	0.0617	0.0628
	BC	0.0144	0.0130	0.0119	0.0110	0.0287	0.0260	0.0237	0.0218	0.0421	0.0390	0.0360	0.0333	0.0538	0.0506	0.0474	0.0444
	CB	-0.0823	-0.1057	-0.1327	-0.1627	-0.0776	-0.0988	-0.1236	-0.1514	-0.0732	-0.0923	-0.1149	-0.1406	-0.0695	-0.0865	-0.1069	-0.1305
	CD	-0.0684	-0.0950	-0.1239	-0.1553	-0.0638	-0.0883	-0.1150	-0.1441	-0.0594	-0.0820	-0.1067	-0.1336	-0.0552	-0.0761	-0.0988	-0.1236
	DC	-0.2820	-0.3200	-0.3614	-0.4059	-0.2738	-0.3081	-0.3461	-0.3872	-0.2668	-0.2981	-0.3328	-0.3707	-0.2608	-0.2892	-0.3210	-0.3559
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0144	0.0174	0.0198	0.0219	0.0215	0.0260	0.0297	0.0327	0.0253	0.0312	0.0360	0.0400	0.0269	0.0338	0.0395	0.0444
	CB	0.0144	0.0174	0.0198	0.0219	0.0215	0.0260	0.0297	0.0327	0.0253	0.0312	0.0360	0.0400	0.0269	0.0338	0.0395	0.0444
	CD	-0.0480	-0.0495	-0.0513	-0.0531	-0.0492	-0.0514	-0.0540	-0.0568	-0.0498	-0.0526	-0.0558	-0.0593	-0.0501	-0.0532	-0.0568	-0.0609
	DC	-0.0480	-0.0495	-0.0513	-0.0531	-0.0492	-0.0514	-0.0540	-0.0568	-0.0498	-0.0526	-0.0558	-0.0593	-0.0501	-0.0532	-0.0568	-0.0609
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	CD	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	DC	-0.8621	-0.9000	-0.9415	-0.9854	-0.8500	-0.8828	-0.9202	-0.9606	-0.8415	-0.8702	-0.9036	-0.9405	-0.8354	-0.8606	-0.8905	-0.9243

续表 9-4

λ=1.70　　γ=0.00

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0493	0.0526	0.0555	0.0582	0.0460	0.0482	0.0503	0.0524	0.0437	0.0450	0.0464	0.0479	0.0424	0.0430	0.0437	0.0447
	BA	−0.0119	−0.0087	−0.0057	−0.0031	0.0010	0.0032	0.0053	0.0074	0.0125	0.0138	0.0152	0.0166	0.0224	0.0230	0.0237	0.0247
	BC	−0.0084	−0.0052	−0.0029	−0.0014	0.0008	0.0022	0.0033	0.0041	0.0107	0.0108	0.0107	0.0107	0.0200	0.0191	0.0182	0.0174
	CB	−0.1052	−0.1239	−0.1475	−0.1750	−0.1055	−0.1226	−0.1440	−0.1691	−0.1047	−0.1205	−0.1401	−0.1632	−0.1033	−0.1180	−0.1361	−0.1574
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0084	−0.0069	−0.0049	−0.0027	0.0006	0.0022	0.0041	0.0061	0.0064	0.0086	0.0107	0.0128	0.0100	0.0127	0.0152	0.0174
	CB	−0.0084	−0.0069	−0.0049	−0.0027	0.0006	0.0022	0.0041	0.0061	0.0064	0.0086	0.0107	0.0128	0.0100	0.0127	0.0152	0.0174
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243

续表 9-4

		λ=1.70 γ=0.15															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0723	0.0737	0.0751	0.0764	0.0706	0.0713	0.0722	0.0731	0.0697	0.0698	0.0702	0.0707	0.0691	0.0690	0.0690	0.0692
	BA	0.0110	0.0124	0.0138	0.0152	0.0256	0.0263	0.0272	0.0281	0.0384	0.0386	0.0389	0.0395	0.0491	0.0490	0.0490	0.0492
	BC	0.0078	0.0074	0.0071	0.0068	0.0205	0.0186	0.0170	0.0156	0.0329	0.0301	0.0275	0.0253	0.0440	0.0407	0.0376	0.0348
	CB	−0.0889	−0.1113	−0.1374	−0.1669	−0.0857	−0.1062	−0.1303	−0.1576	−0.0824	−0.1012	−0.1234	−0.1486	−0.0794	−0.0964	−0.1167	−0.1400
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.1640	−0.1963	−0.2314	−0.2694	−0.1575	−0.1870	−0.2193	−0.2544	−0.1518	−0.1788	−0.2085	−0.2409	−0.1467	−0.1714	−0.1986	−0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0078	0.0099	0.0118	0.0136	0.0154	0.0186	0.0212	0.0234	0.0198	0.0241	0.0275	0.0303	0.0220	0.0272	0.0314	0.0348
	CB	0.0078	0.0099	0.0118	0.0136	0.0154	0.0186	0.0212	0.0234	0.0198	0.0241	0.0275	0.0303	0.0220	0.0272	0.0314	0.0348
	CD	−0.0574	−0.0588	−0.0606	−0.0625	−0.0594	−0.0620	−0.0649	−0.0679	−0.0605	−0.0639	−0.0677	−0.0718	−0.0612	−0.0651	−0.0696	−0.0744
	DC	−0.0574	−0.0588	−0.0606	−0.0625	−0.0594	−0.0620	−0.0649	−0.0679	−0.0605	−0.0639	−0.0677	−0.0718	−0.0612	−0.0651	−0.0696	−0.0744
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7121	−0.7500	−0.7915	−0.8354	−0.7000	−0.7328	−0.7702	−0.8106	−0.6915	−0.7202	−0.7536	−0.7905	−0.6854	−0.7106	−0.7405	−0.7743

续表 9-4

		λ=1.70				γ=0.20											
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0773	0.0784	0.0796	0.0808	0.0759	0.0765	0.0772	0.0780	0.0752	0.0753	0.0756	0.0761	0.0748	0.0746	0.0747	0.0749
	BA	0.0160	0.0172	0.0184	0.0196	0.0309	0.0315	0.0322	0.0330	0.0439	0.0440	0.0443	0.0448	0.0548	0.0546	0.0547	0.0549
	BC	0.0113	0.0103	0.0094	0.0087	0.0247	0.0223	0.0201	0.0183	0.0377	0.0344	0.0314	0.0287	0.0490	0.0455	0.0420	0.0388
	CB	−0.0854	−0.1085	−0.1351	−0.1649	−0.0815	−0.1026	−0.1272	−0.1548	−0.0777	−0.0969	−0.1195	−0.1452	−0.0743	−0.0917	−0.1124	−0.1360
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2008	−0.2350	−0.2723	−0.3124	−0.1938	−0.2249	−0.2591	−0.2962	−0.1877	−0.2160	−0.2474	−0.2817	−0.1822	−0.2082	−0.2369	−0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0113	0.0137	0.0157	0.0175	0.0186	0.0223	0.0251	0.0275	0.0226	0.0275	0.0314	0.0344	0.0245	0.0303	0.0350	0.0388
	CB	0.0113	0.0137	0.0157	0.0175	0.0186	0.0223	0.0251	0.0275	0.0226	0.0275	0.0314	0.0344	0.0245	0.0303	0.0350	0.0388
	CD	−0.0524	−0.0541	−0.0560	−0.0581	−0.0541	−0.0568	−0.0598	−0.0630	−0.0550	−0.0585	−0.0624	−0.0665	−0.0555	−0.0595	−0.0639	−0.0687
	DC	−0.0524	−0.0541	−0.0560	−0.0581	−0.0541	−0.0568	−0.0598	−0.0630	−0.0550	−0.0585	−0.0624	−0.0665	−0.0555	−0.0595	−0.0639	−0.0687
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7621	−0.8000	−0.8415	−0.8854	−0.7500	−0.7828	−0.8202	−0.8606	−0.7415	−0.7702	−0.8036	−0.8405	−0.7354	−0.7606	−0.7905	−0.8243

续表 9-4

λ=1.70 γ=0.25

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0815	0.0825	0.0835	0.0846	0.0804	0.0808	0.0815	0.0823	0.0797	0.0799	0.0802	0.0807	0.0795	0.0794	0.0795	0.0798
	BA	0.0202	0.0212	0.0223	0.0234	0.0354	0.0358	0.0365	0.0373	0.0485	0.0486	0.0489	0.0494	0.0595	0.0594	0.0595	0.0598
	BC	0.0143	0.0127	0.0115	0.0104	0.0283	0.0253	0.0228	0.0207	0.0416	0.0380	0.0346	0.0317	0.0532	0.0494	0.0457	0.0423
	CB	−0.0824	−0.1060	−0.1331	−0.1632	−0.0780	−0.0995	−0.1245	−0.1525	−0.0738	−0.0933	−0.1163	−0.1422	−0.0701	−0.0877	−0.1087	−0.1326
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2402	−0.2763	−0.3156	−0.3579	−0.2325	−0.2652	−0.3013	−0.3405	−0.2260	−0.2558	−0.2888	−0.3250	−0.2203	−0.2474	−0.2777	−0.3110
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0143	0.0170	0.0191	0.0209	0.0212	0.0253	0.0285	0.0310	0.0250	0.0304	0.0346	0.0380	0.0266	0.0329	0.0381	0.0423
	CB	0.0143	0.0170	0.0191	0.0209	0.0212	0.0253	0.0285	0.0310	0.0250	0.0304	0.0346	0.0380	0.0266	0.0329	0.0381	0.0423
	CD	−0.0482	−0.0500	−0.0521	−0.0543	−0.0496	−0.0524	−0.0555	−0.0588	−0.0504	−0.0539	−0.0578	−0.0619	−0.0508	−0.0547	−0.0591	−0.0639
	DC	−0.0482	−0.0500	−0.0521	−0.0543	−0.0496	−0.0524	−0.0555	−0.0588	−0.0504	−0.0539	−0.0578	−0.0619	−0.0508	−0.0547	−0.0591	−0.0639
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8121	−0.8500	−0.8915	−0.9354	−0.8000	−0.8328	−0.8702	−0.9106	−0.7915	−0.8202	−0.8536	−0.8905	−0.7854	−0.8106	−0.8405	−0.8743

续表 9-4

		λ=1.70 γ=0.30															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0851	0.0859	0.0869	0.0879	0.0841	0.0846	0.0852	0.0860	0.0836	0.0838	0.0842	0.0847	0.0834	0.0834	0.0836	0.0840
	BA	0.0238	0.0247	0.0257	0.0267	0.0391	0.0396	0.0402	0.0410	0.0524	0.0525	0.0529	0.0535	0.0634	0.0634	0.0636	0.0640
	BC	0.0168	0.0148	0.0132	0.0119	0.0313	0.0280	0.0251	0.0227	0.0449	0.0410	0.0374	0.0342	0.0567	0.0528	0.0489	0.0453
	CB	−0.0799	−0.1039	−0.1313	−0.1617	−0.0750	−0.0969	−0.1222	−0.1504	−0.0705	−0.0903	−0.1135	−0.1397	−0.0666	−0.0843	−0.1055	−0.1296
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2820	−0.3200	−0.3614	−0.4059	−0.2738	−0.3081	−0.3461	−0.3872	−0.2668	−0.2981	−0.3328	−0.3707	−0.2608	−0.2892	−0.3210	−0.3559
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0168	0.0198	0.0220	0.0239	0.0235	0.0280	0.0314	0.0341	0.0269	0.0328	0.0374	0.0411	0.0284	0.0352	0.0407	0.0453
	CB	0.0168	0.0198	0.0220	0.0239	0.0235	0.0280	0.0314	0.0341	0.0269	0.0328	0.0374	0.0411	0.0284	0.0352	0.0407	0.0453
	CD	−0.0446	−0.0466	−0.0487	−0.0510	−0.0459	−0.0487	−0.0518	−0.0551	−0.0466	−0.0500	−0.0538	−0.0579	−0.0469	−0.0507	−0.0550	−0.0596
	DC	−0.0446	−0.0466	−0.0487	−0.0510	−0.0459	−0.0487	−0.0518	−0.0551	−0.0466	−0.0500	−0.0538	−0.0579	−0.0469	−0.0507	−0.0550	−0.0596
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8621	−0.9000	−0.9415	−0.9854	−0.8500	−0.8828	−0.9202	−0.9606	−0.8415	−0.8702	−0.9036	−0.9405	−0.8354	−0.8606	−0.8905	−0.9243

续表 9-4

		$\lambda=2.04$ $\gamma=0.00$															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0500	0.0532	0.0560	0.0585	0.0459	0.0479	0.0499	0.0517	0.0432	0.0442	0.0453	0.0464	0.0415	0.0417	0.0420	0.0426
	BA	−0.0113	−0.0080	−0.0052	−0.0028	0.0009	0.0029	0.0049	0.0067	0.0120	0.0130	0.0140	0.0152	0.0215	0.0217	0.0220	0.0226
	BC	−0.0080	−0.0048	−0.0027	−0.0012	0.0007	0.0021	0.0031	0.0037	0.0103	0.0101	0.0099	0.0097	0.0192	0.0180	0.0169	0.0160
	CB	−0.1047	−0.1236	−0.1472	−0.1749	−0.1055	−0.1228	−0.1442	−0.1695	−0.1051	−0.1212	−0.1410	−0.1642	−0.1041	−0.1191	−0.1374	−0.1589
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0080	−0.0064	−0.0045	−0.0025	0.0005	0.0021	0.0038	0.0056	0.0062	0.0081	0.0099	0.0117	0.0096	0.0120	0.0141	0.0160
	CB	−0.0080	−0.0064	−0.0045	−0.0025	0.0005	0.0021	0.0038	0.0056	0.0062	0.0081	0.0099	0.0117	0.0096	0.0120	0.0141	0.0160
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243

续表 9-4

		λ=2.04 γ=0.15															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0749	0.0758	0.0768	0.0778	0.0730	0.0732	0.0735	0.0740	0.0719	0.0714	0.0712	0.0712	0.0713	0.0705	0.0698	0.0694
	BA	0.0136	0.0146	0.0156	0.0166	0.0280	0.0282	0.0285	0.0290	0.0407	0.0402	0.0400	0.0400	0.0513	0.0505	0.0498	0.0494
	BC	0.0096	0.0087	0.0080	0.0074	0.0224	0.0199	0.0178	0.0161	0.0349	0.0314	0.0283	0.0256	0.0459	0.0420	0.0383	0.0350
	CB	-0.0871	-0.1100	-0.1365	-0.1662	-0.0838	-0.1049	-0.1295	-0.1571	-0.0805	-0.0999	-0.1226	-0.1483	-0.0774	-0.0951	-0.1161	-0.1399
	CD	-0.0684	-0.0950	-0.1239	-0.1553	-0.0638	-0.0883	-0.1150	-0.1441	-0.0594	-0.0820	-0.1067	-0.1336	-0.0552	-0.0761	-0.0988	-0.1236
	DC	-0.1640	-0.1963	-0.2314	-0.2694	-0.1575	-0.1870	-0.2193	-0.2544	-0.1518	-0.1788	-0.2085	-0.2409	-0.1467	-0.1714	-0.1986	-0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0096	0.0117	0.0134	0.0148	0.0168	0.0199	0.0223	0.0241	0.0209	0.0251	0.0283	0.0307	0.0230	0.0280	0.0319	0.0350
	CB	0.0096	0.0117	0.0134	0.0148	0.0168	0.0199	0.0223	0.0241	0.0209	0.0251	0.0283	0.0307	0.0230	0.0280	0.0319	0.0350
	CD	-0.0548	-0.0567	-0.0588	-0.0611	-0.0570	-0.0601	-0.0635	-0.0671	-0.0583	-0.0623	-0.0667	-0.0713	-0.0590	-0.0636	-0.0688	-0.0742
	DC	-0.0548	-0.0567	-0.0588	-0.0611	-0.0570	-0.0601	-0.0635	-0.0671	-0.0583	-0.0623	-0.0667	-0.0713	-0.0590	-0.0636	-0.0688	-0.0742
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	CD	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	DC	-0.7121	-0.7500	-0.7915	-0.8354	-0.7000	-0.7328	-0.7702	-0.8106	-0.6915	-0.7202	-0.7536	-0.7905	-0.6854	-0.7106	-0.7405	-0.7743

续表 9-4

		λ=2.04	γ=0.20														
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0801	0.0808	0.0815	0.0824	0.0785	0.0785	0.0788	0.0791	0.0777	0.0772	0.0769	0.0769	0.0773	0.0765	0.0758	0.0755
	BA	0.0188	0.0195	0.0203	0.0211	0.0335	0.0335	0.0338	0.0341	0.0464	0.0459	0.0457	0.0456	0.0573	0.0565	0.0558	0.0555
	BC	0.0133	0.0117	0.0104	0.0095	0.0268	0.0237	0.0211	0.0189	0.0398	0.0359	0.0323	0.0292	0.0512	0.0470	0.0429	0.0392
	CB	−0.0835	−0.1070	−0.1341	−0.1642	−0.0794	−0.1011	−0.1262	−0.1542	−0.0756	−0.0954	−0.1186	−0.1447	−0.0721	−0.0901	−0.1115	−0.1356
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2008	−0.2350	−0.2723	−0.3124	−0.1938	−0.2249	−0.2591	−0.2962	−0.1877	−0.2160	−0.2474	−0.2817	−0.1822	−0.2082	−0.2369	−0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0133	0.0156	0.0174	0.0189	0.0201	0.0237	0.0264	0.0284	0.0239	0.0287	0.0323	0.0350	0.0256	0.0313	0.0357	0.0392
	CB	0.0133	0.0156	0.0174	0.0189	0.0201	0.0237	0.0264	0.0284	0.0239	0.0287	0.0323	0.0350	0.0256	0.0313	0.0357	0.0392
	CD	−0.0496	−0.0517	−0.0541	−0.0565	−0.0515	−0.0547	−0.0583	−0.0619	−0.0525	−0.0566	−0.0610	−0.0657	−0.0530	−0.0576	−0.0627	−0.0682
	DC	−0.0496	−0.0517	−0.0541	−0.0565	−0.0515	−0.0547	−0.0583	−0.0619	−0.0525	−0.0566	−0.0610	−0.0657	−0.0530	−0.0576	−0.0627	−0.0682
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7621	−0.8000	−0.8415	−0.8854	−0.7500	−0.7828	−0.8202	−0.8606	−0.7415	−0.7702	−0.8036	−0.8405	−0.7354	−0.7606	−0.7905	−0.8243

续表 9-4

		$\lambda=2.04$ $\gamma=0.25$															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0843	0.0849	0.0856	0.0863	0.0831	0.0830	0.0832	0.0836	0.0824	0.0820	0.0817	0.0817	0.0821	0.0814	0.0809	0.0806
	BA	0.0231	0.0236	0.0243	0.0250	0.0381	0.0380	0.0382	0.0386	0.0512	0.0507	0.0505	0.0504	0.0621	0.0614	0.0609	0.0606
	BC	0.0163	0.0142	0.0125	0.0112	0.0305	0.0269	0.0239	0.0214	0.0439	0.0396	0.0357	0.0323	0.0556	0.0511	0.0468	0.0429
	CB	−0.0804	−0.1046	−0.1320	−0.1624	−0.0758	−0.0979	−0.1234	−0.1518	−0.0715	−0.0917	−0.1152	−0.1416	−0.0678	−0.0860	−0.1076	−0.1320
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2402	−0.2763	−0.3156	−0.3579	−0.2325	−0.2652	−0.3013	−0.3405	−0.2260	−0.2558	−0.2888	−0.3250	−0.2203	−0.2474	−0.2777	−0.3110
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0163	0.0189	0.0208	0.0224	0.0229	0.0269	0.0298	0.0321	0.0263	0.0317	0.0357	0.0387	0.0278	0.0341	0.0390	0.0429
	CB	0.0163	0.0189	0.0208	0.0224	0.0229	0.0269	0.0298	0.0321	0.0263	0.0317	0.0357	0.0387	0.0278	0.0341	0.0390	0.0429
	CD	−0.0453	−0.0476	−0.0501	−0.0526	−0.0469	−0.0502	−0.0538	−0.0575	−0.0478	−0.0518	−0.0562	−0.0609	−0.0482	−0.0527	−0.0577	−0.0630
	DC	−0.0453	−0.0476	−0.0501	−0.0526	−0.0469	−0.0502	−0.0538	−0.0575	−0.0478	−0.0518	−0.0562	−0.0609	−0.0482	−0.0527	−0.0577	−0.0630
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8121	−0.8500	−0.8915	−0.9354	−0.8000	−0.8328	−0.8702	−0.9106	−0.7915	−0.8202	−0.8536	−0.8905	−0.7854	−0.8106	−0.8405	−0.8743

续表 9-4

λ = 2.04 γ = 0.30

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0879	0.0884	0.0890	0.0897	0.0869	0.0869	0.0870	0.0874	0.0864	0.0860	0.0858	0.0858	0.0862	0.0856	0.0852	0.0850
	BA	0.0267	0.0272	0.0278	0.0285	0.0419	0.0419	0.0420	0.0424	0.0551	0.0547	0.0546	0.0546	0.0662	0.0656	0.0652	0.0650
	BC	0.0189	0.0163	0.0143	0.0127	0.0335	0.0296	0.0263	0.0235	0.0473	0.0427	0.0386	0.0350	0.0592	0.0546	0.0501	0.0460
	CB	−0.0779	−0.1025	−0.1303	−0.1609	−0.0727	−0.0952	−0.1210	−0.1497	−0.0681	−0.0886	−0.1123	−0.1389	−0.0642	−0.0825	−0.1043	−0.1289
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2820	−0.3200	−0.3614	−0.4059	−0.2738	−0.3081	−0.3461	−0.3872	−0.2668	−0.2981	−0.3328	−0.3707	−0.2608	−0.2892	−0.3210	−0.3559
							0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
							0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
							0.0296	0.0328	0.0353	0.0284	0.0342	0.0386	0.0419	0.0296	0.0364	0.0417	0.0460
							0.0296	0.0328	0.0353	0.0284	0.0342	0.0386	0.0419	0.0296	0.0364	0.0417	0.0460
							−0.0464	−0.0500	−0.0537	−0.0438	−0.0478	−0.0521	−0.0567	−0.0441	−0.0485	−0.0534	−0.0586
							−0.0464	−0.0500	−0.0537	−0.0438	−0.0478	−0.0521	−0.0567	−0.0441	−0.0485	−0.0534	−0.0586
							0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
							−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
							−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
							−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
							−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
							−0.8828	−0.9202	−0.9606	−0.8415	−0.8702	−0.9036	−0.9405	−0.8354	−0.8606	−0.8905	−0.9243

v	AB	[illegible]		
	BA	−0.3500		
	BC	−0.3500	[illegible]	
	CB	−0.5621	−0.6000	
	CD	−0.5621	−0.6000	[illegible]
	DC	−0.7121	−0.7500	−0.7915

续表 9-4

		$\lambda=2.44$							$\gamma=0.00$								
	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0506	0.0538	0.0565	0.0588	0.0459	0.0477	0.0495	0.0510	0.0427	0.0433	0.0441	0.0450	0.0406	0.0403	0.0403	0.0405
	BA	−0.0106	−0.0074	−0.0047	−0.0025	0.0009	0.0027	0.0045	0.0060	0.0114	0.0121	0.0129	0.0137	0.0206	0.0203	0.0203	0.0205
	BC	−0.0075	−0.0045	−0.0024	−0.0011	0.0007	0.0019	0.0028	0.0033	0.0098	0.0094	0.0091	0.0088	0.0184	0.0169	0.0156	0.0145
	CB	−0.1043	−0.1232	−0.1470	−0.1748	−0.1056	−0.1229	−0.1445	−0.1698	−0.1056	−0.1218	−0.1418	−0.1651	−0.1049	−0.1202	−0.1388	−0.1604
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0075	−0.0059	−0.0041	−0.0022	0.0005	0.0019	0.0035	0.0050	0.0059	0.0076	0.0091	0.0105	0.0092	0.0113	0.0130	0.0145
	CB	−0.0075	−0.0059	−0.0041	−0.0022	0.0005	0.0019	0.0035	0.0050	0.0059	0.0076	0.0091	0.0105	0.0092	0.0113	0.0130	0.0145
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243

续表 9-4

		λ=2.44 γ=0.15															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0774	0.0779	0.0785	0.0792	0.0753	0.0749	0.0747	0.0748	0.0741	0.0730	0.0722	0.0717	0.0735	0.0719	0.0706	0.0696
	BA	0.0161	0.0166	0.0172	0.0179	0.0303	0.0299	0.0297	0.0298	0.0429	0.0417	0.0409	0.0404	0.0535	0.0519	0.0506	0.0496
	BC	0.0114	0.0100	0.0089	0.0080	0.0242	0.0211	0.0186	0.0165	0.0367	0.0326	0.0289	0.0259	0.0479	0.0432	0.0389	0.0351
	CB	-0.0853	-0.1088	-0.1357	-0.1656	-0.0820	-0.1037	-0.1287	-0.1566	-0.0786	-0.0987	-0.1219	-0.1480	-0.0755	-0.0939	-0.1155	-0.1398
	CD	-0.0684	-0.0950	-0.1239	-0.1553	-0.0638	-0.0883	-0.1150	-0.1441	-0.0594	-0.0820	-0.1067	-0.1336	-0.0552	-0.0761	-0.0988	-0.1236
	DC	-0.1640	-0.1963	-0.2314	-0.2694	-0.1575	-0.1870	-0.2193	-0.2544	-0.1518	-0.1788	-0.2085	-0.2409	-0.1467	-0.1714	-0.1986	-0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0114	0.0133	0.0148	0.0160	0.0182	0.0211	0.0232	0.0248	0.0220	0.0261	0.0289	0.0310	0.0239	0.0288	0.0324	0.0351
	CB	0.0114	0.0133	0.0148	0.0160	0.0182	0.0211	0.0232	0.0248	0.0220	0.0261	0.0289	0.0310	0.0239	0.0288	0.0324	0.0351
	CD	-0.0523	-0.0546	-0.0571	-0.0597	-0.0547	-0.0584	-0.0623	-0.0663	-0.0561	-0.0608	-0.0658	-0.0709	-0.0568	-0.0622	-0.0680	-0.0740
	DC	-0.0523	-0.0546	-0.0571	-0.0597	-0.0547	-0.0584	-0.0623	-0.0663	-0.0561	-0.0608	-0.0658	-0.0709	-0.0568	-0.0622	-0.0680	-0.0740
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	CD	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	DC	-0.7121	-0.7500	-0.7915	-0.8354	-0.7000	-0.7328	-0.7702	-0.8106	-0.6915	-0.7202	-0.7536	-0.7905	-0.6854	-0.7106	-0.7405	-0.7743

续表 9-4

		λ=2.44							γ=0.20								
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0827	0.0829	0.0833	0.0838	0.0810	0.0805	0.0802	0.0802	0.0801	0.0790	0.0781	0.0776	0.0797	0.0782	0.0769	0.0760
	BA	0.0214	0.0217	0.0221	0.0226	0.0360	0.0355	0.0352	0.0352	0.0489	0.0477	0.0469	0.0463	0.0597	0.0582	0.0569	0.0560
	BC	0.0152	0.0130	0.0114	0.0101	0.0288	0.0251	0.0220	0.0195	0.0419	0.0373	0.0332	0.0297	0.0534	0.0484	0.0437	0.0396
	CB	−0.0816	−0.1057	−0.1332	−0.1635	−0.0774	−0.0998	−0.1253	−0.1537	−0.0735	−0.0940	−0.1177	−0.1442	−0.0699	−0.0887	−0.1106	−0.1353
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2008	−0.2350	−0.2723	−0.3124	−0.1938	−0.2249	−0.2591	−0.2962	−0.1877	−0.2160	−0.2474	−0.2817	−0.1822	−0.2082	−0.2369	−0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0152	0.0174	0.0189	0.0202	0.0216	0.0251	0.0275	0.0293	0.0251	0.0298	0.0332	0.0356	0.0267	0.0323	0.0365	0.0396
	CB	0.0152	0.0174	0.0189	0.0202	0.0216	0.0251	0.0275	0.0293	0.0251	0.0298	0.0332	0.0356	0.0267	0.0323	0.0365	0.0396
	CD	−0.0470	−0.0496	−0.0523	−0.0551	−0.0490	−0.0528	−0.0568	−0.0609	−0.0501	−0.0548	−0.0598	−0.0650	−0.0506	−0.0559	−0.0616	−0.0676
	DC	−0.0470	−0.0496	−0.0523	−0.0551	−0.0490	−0.0528	−0.0568	−0.0609	−0.0501	−0.0548	−0.0598	−0.0650	−0.0506	−0.0559	−0.0616	−0.0676
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7621	−0.8000	−0.8415	−0.8854	−0.7500	−0.7828	−0.8202	−0.8606	−0.7415	−0.7702	−0.8036	−0.8405	−0.7354	−0.7606	−0.7905	−0.8243

续表 9-4

λ=2.44 γ=0.25

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0870	0.0871	0.0874	0.0878	0.0857	0.0851	0.0848	0.0847	0.0849	0.0839	0.0831	0.0826	0.0847	0.0833	0.0822	0.0814
	BA	0.0258	0.0259	0.0262	0.0266	0.0407	0.0401	0.0398	0.0397	0.0537	0.0526	0.0519	0.0513	0.0647	0.0633	0.0622	0.0614
	BC	0.0182	0.0155	0.0135	0.0119	0.0325	0.0284	0.0249	0.0220	0.0460	0.0411	0.0367	0.0329	0.0578	0.0527	0.0478	0.0434
	CB	−0.0785	−0.1032	−0.1311	−0.1618	−0.0737	−0.0965	−0.1224	−0.1511	−0.0693	−0.0902	−0.1142	−0.1410	−0.0655	−0.0844	−0.1066	−0.1315
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2402	−0.2763	−0.3156	−0.3579	−0.2325	−0.2652	−0.3013	−0.3405	−0.2260	−0.2558	−0.2888	−0.3250	−0.2203	−0.2474	−0.2777	−0.3110
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0182	0.0207	0.0225	0.0238	0.0244	0.0284	0.0311	0.0330	0.0276	0.0329	0.0367	0.0394	0.0289	0.0351	0.0398	0.0434
	CB	0.0182	0.0207	0.0225	0.0238	0.0244	0.0284	0.0311	0.0330	0.0276	0.0329	0.0367	0.0394	0.0289	0.0351	0.0398	0.0434
	CD	−0.0426	−0.0454	−0.0482	−0.0511	−0.0443	−0.0482	−0.0522	−0.0563	−0.0452	−0.0499	−0.0548	−0.0600	−0.0456	−0.0508	−0.0564	−0.0623
	DC	−0.0426	−0.0454	−0.0482	−0.0511	−0.0443	−0.0482	−0.0522	−0.0563	−0.0452	−0.0499	−0.0548	−0.0600	−0.0456	−0.0508	−0.0564	−0.0623
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8121	−0.8500	−0.8915	−0.9354	−0.8000	−0.8328	−0.8702	−0.9106	−0.7915	−0.8202	−0.8536	−0.8905	−0.7854	−0.8106	−0.8405	−0.8743

续表 9-4

		λ=2.44 γ=0.30															
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0906	0.0907	0.0909	0.0913	0.0895	0.0890	0.0887	0.0886	0.0889	0.0880	0.0873	0.0869	0.0887	0.0876	0.0866	0.0859
	BA	0.0294	0.0294	0.0297	0.0300	0.0445	0.0440	0.0437	0.0436	0.0577	0.0568	0.0561	0.0556	0.0687	0.0676	0.0666	0.0659
	BC	0.0208	0.0177	0.0153	0.0134	0.0356	0.0311	0.0273	0.0242	0.0495	0.0443	0.0396	0.0356	0.0615	0.0562	0.0512	0.0466
	CB	−0.0760	−0.1011	−0.1293	−0.1602	−0.0707	−0.0938	−0.1200	−0.1490	−0.0659	−0.0870	−0.1112	−0.1383	−0.0618	−0.0809	−0.1032	−0.1282
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2820	−0.3200	−0.3614	−0.4059	−0.2738	−0.3081	−0.3461	−0.3872	−0.2668	−0.2981	−0.3328	−0.3707	−0.2608	−0.2892	−0.3210	−0.3559
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0208	0.0235	0.0254	0.0269	0.0267	0.0311	0.0341	0.0363	0.0297	0.0355	0.0396	0.0427	0.0307	0.0375	0.0427	0.0466
	CB	0.0208	0.0235	0.0254	0.0269	0.0267	0.0311	0.0341	0.0363	0.0297	0.0355	0.0396	0.0427	0.0307	0.0375	0.0427	0.0466
	CD	−0.0391	−0.0418	−0.0447	−0.0476	−0.0405	−0.0443	−0.0483	−0.0524	−0.0413	−0.0458	−0.0506	−0.0557	−0.0416	−0.0465	−0.0519	−0.0577
	DC	−0.0391	−0.0418	−0.0447	−0.0476	−0.0405	−0.0443	−0.0483	−0.0524	−0.0413	−0.0458	−0.0506	−0.0557	−0.0416	−0.0465	−0.0519	−0.0577
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8621	−0.9000	−0.9415	−0.9854	−0.8500	−0.8828	−0.9202	−0.9606	−0.8415	−0.8702	−0.9036	−0.9405	−0.8354	−0.8606	−0.8905	−0.9243

续表 9-4

λ=2.89 γ=0.00																	
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0513	0.0544	0.0569	0.0590	0.0458	0.0475	0.0491	0.0504	0.0421	0.0425	0.0430	0.0437	0.0397	0.0390	0.0387	0.0386
	BA	-0.0100	-0.0068	-0.0043	-0.0022	0.0008	0.0025	0.0041	0.0054	0.0108	0.0112	0.0118	0.0124	0.0197	0.0190	0.0187	0.0186
	BC	-0.0070	-0.0041	-0.0022	-0.0010	0.0006	0.0018	0.0025	0.0030	0.0093	0.0088	0.0083	0.0079	0.0176	0.0158	0.0143	0.0131
	CB	-0.1038	-0.1229	-0.1468	-0.1746	-0.1056	-0.1231	-0.1448	-0.1702	-0.1061	-0.1225	-0.1426	-0.1659	-0.1057	-0.1213	-0.1400	-0.1617
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	-0.0070	-0.0055	-0.0037	-0.0020	0.0005	0.0018	0.0032	0.0045	0.0056	0.0070	0.0083	0.0095	0.0088	0.0106	0.0120	0.0131
	CB	-0.0070	-0.0055	-0.0037	-0.0020	0.0005	0.0018	0.0032	0.0045	0.0056	0.0070	0.0083	0.0095	0.0088	0.0106	0.0120	0.0131
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243

续表 9-4

$\lambda=2.89$ $\gamma=0.15$

α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0797	0.0798	0.0800	0.0803	0.0774	0.0765	0.0759	0.0755	0.0762	0.0744	0.0730	0.0721	0.0755	0.0733	0.0713	0.0698
	BA	0.0184	0.0185	0.0187	0.0191	0.0324	0.0315	0.0309	0.0305	0.0449	0.0432	0.0418	0.0408	0.0555	0.0533	0.0513	0.0498
	BC	0.0130	0.0111	0.0096	0.0085	0.0260	0.0223	0.0193	0.0169	0.0385	0.0337	0.0295	0.0261	0.0497	0.0443	0.0394	0.0352
	CB	−0.0837	−0.1076	−0.1349	−0.1651	−0.0803	−0.1026	−0.1280	−0.1562	−0.0769	−0.0976	−0.1213	−0.1478	−0.0737	−0.0928	−0.1149	−0.1396
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.1640	−0.1963	−0.2314	−0.2694	−0.1575	−0.1870	−0.2193	−0.2544	−0.1518	−0.1788	−0.2085	−0.2409	−0.1467	−0.1714	−0.1986	−0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0130	0.0148	0.0161	0.0170	0.0195	0.0223	0.0241	0.0254	0.0231	0.0270	0.0295	0.0313	0.0248	0.0295	0.0329	0.0352
	CB	0.0130	0.0148	0.0161	0.0170	0.0195	0.0223	0.0241	0.0254	0.0231	0.0270	0.0295	0.0313	0.0248	0.0295	0.0329	0.0352
	CD	−0.0500	−0.0527	−0.0556	−0.0586	−0.0526	−0.0568	−0.0611	−0.0655	−0.0540	−0.0594	−0.0649	−0.0705	−0.0548	−0.0608	−0.0673	−0.0738
	DC	−0.0500	−0.0527	−0.0556	−0.0586	−0.0526	−0.0568	−0.0611	−0.0655	−0.0540	−0.0594	−0.0649	−0.0705	−0.0548	−0.0608	−0.0673	−0.0738
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7121	−0.7500	−0.7915	−0.8354	−0.7000	−0.7328	−0.7702	−0.8106	−0.6915	−0.7202	−0.7536	−0.7905	−0.6854	−0.7106	−0.7405	−0.7743

续表 9-4

		λ = 2.89							γ = 0.20								
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0851	0.0849	0.0849	0.0851	0.0833	0.0822	0.0815	0.0811	0.0823	0.0806	0.0792	0.0782	0.0819	0.0798	0.0779	0.0765
	BA	0.0238	0.0237	0.0237	0.0238	0.0383	0.0372	0.0365	0.0361	0.0511	0.0494	0.0480	0.0470	0.0619	0.0598	0.0579	0.0565
	BC	0.0168	0.0142	0.0122	0.0107	0.0306	0.0263	0.0228	0.0200	0.0438	0.0385	0.0339	0.0301	0.0554	0.0497	0.0445	0.0399
	CB	−0.0799	−0.1046	−0.1324	−0.1630	−0.0756	−0.0985	−0.1245	−0.1532	−0.0716	−0.0927	−0.1170	−0.1438	−0.0680	−0.0874	−0.1099	−0.1349
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2008	−0.2350	−0.2723	−0.3124	−0.1938	−0.2249	−0.2591	−0.2962	−0.1877	−0.2160	−0.2474	−0.2817	−0.1822	−0.2082	−0.2369	−0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0168	0.0189	0.0203	0.0213	0.0230	0.0263	0.0285	0.0300	0.0263	0.0308	0.0339	0.0361	0.0277	0.0332	0.0371	0.0399
	CB	0.0168	0.0189	0.0203	0.0213	0.0230	0.0263	0.0285	0.0300	0.0263	0.0308	0.0339	0.0361	0.0277	0.0332	0.0371	0.0399
	CD	−0.0446	−0.0476	−0.0507	−0.0538	−0.0467	−0.0510	−0.0555	−0.0600	−0.0479	−0.0532	−0.0587	−0.0643	−0.0484	−0.0543	−0.0606	−0.0672
	DC	−0.0446	−0.0476	−0.0507	−0.0538	−0.0467	−0.0510	−0.0555	−0.0600	−0.0479	−0.0532	−0.0587	−0.0643	−0.0484	−0.0543	−0.0606	−0.0672
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.7621	−0.8000	−0.8415	−0.8854	−0.7500	−0.7828	−0.8202	−0.8606	−0.7415	−0.7702	−0.8036	−0.8405	−0.7354	−0.7606	−0.7905	−0.8243

续表 9-4

$\lambda=2.89$ $\gamma=0.25$

	α	0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0894	0.0891	0.0891	0.0892	0.0880	0.0869	0.0862	0.0857	0.0872	0.0856	0.0843	0.0834	0.0870	0.0850	0.0834	0.0820
	BA	0.0282	0.0279	0.0278	0.0279	0.0430	0.0419	0.0412	0.0407	0.0560	0.0544	0.0531	0.0521	0.0670	0.0650	0.0634	0.0620
	BC	0.0199	0.0167	0.0143	0.0125	0.0344	0.0296	0.0257	0.0226	0.0480	0.0425	0.0375	0.0334	0.0599	0.0541	0.0487	0.0439
	CB	−0.0768	−0.1020	−0.1302	−0.1612	−0.0719	−0.0952	−0.1216	−0.1506	−0.0674	−0.0888	−0.1133	−0.1405	−0.0634	−0.0830	−0.1057	−0.1310
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2402	−0.2763	−0.3156	−0.3579	−0.2325	−0.2652	−0.3013	−0.3405	−0.2260	−0.2558	−0.2888	−0.3250	−0.2203	−0.2474	−0.2777	−0.3110
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0199	0.0223	0.0239	0.0250	0.0258	0.0296	0.0322	0.0339	0.0288	0.0340	0.0375	0.0401	0.0299	0.0361	0.0406	0.0439
	CB	0.0199	0.0223	0.0239	0.0250	0.0258	0.0296	0.0322	0.0339	0.0288	0.0340	0.0375	0.0401	0.0299	0.0361	0.0406	0.0439
	CD	−0.0402	−0.0434	−0.0465	−0.0498	−0.0420	−0.0464	−0.0508	−0.0553	−0.0430	−0.0481	−0.0536	−0.0592	−0.0434	−0.0491	−0.0552	−0.0616
	DC	−0.0402	−0.0434	−0.0465	−0.0498	−0.0420	−0.0464	−0.0508	−0.0553	−0.0430	−0.0481	−0.0536	−0.0592	−0.0434	−0.0491	−0.0552	−0.0616
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8121	−0.8500	−0.8915	−0.9354	−0.8000	−0.8328	−0.8702	−0.9106	−0.7915	−0.8202	−0.8536	−0.8905	−0.7854	−0.8106	−0.8405	−0.8743

续表 9-4

λ=2.89 γ=0.30																	
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0930	0.0927	0.0926	0.0926	0.0918	0.0908	0.0901	0.0897	0.0912	0.0898	0.0886	0.0878	0.0911	0.0894	0.0879	0.0867
	BA	0.0317	0.0314	0.0313	0.0314	0.0468	0.0458	0.0451	0.0447	0.0600	0.0585	0.0574	0.0565	0.0711	0.0694	0.0679	0.0667
	BC	0.0224	0.0189	0.0161	0.0140	0.0374	0.0324	0.0282	0.0248	0.0514	0.0457	0.0406	0.0362	0.0636	0.0577	0.0522	0.0472
	CB	−0.0743	−0.0999	−0.1284	−0.1596	−0.0688	−0.0924	−0.1191	−0.1484	−0.0640	−0.0856	−0.1103	−0.1377	−0.0598	−0.0794	0.1022	−0.1277
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2820	−0.3200	−0.3614	−0.4059	−0.2738	−0.3081	−0.3461	−0.3872	−0.2668	−0.2981	−0.3328	−0.3707	−0.2608	−0.2892	−0.3210	−0.3559
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0224	0.0251	0.0269	0.0281	0.0281	0.0324	0.0353	0.0372	0.0309	0.0366	0.0406	0.0434	0.0318	0.0385	0.0435	0.0472
	CB	0.0224	0.0251	0.0269	0.0281	0.0281	0.0324	0.0353	0.0372	0.0309	0.0366	0.0406	0.0434	0.0318	0.0385	0.0435	0.0472
	CD	−0.0367	−0.0398	−0.0430	−0.0463	−0.0382	−0.0425	−0.0469	−0.0513	−0.0390	−0.0440	−0.0493	−0.0548	−0.0393	−0.0447	−0.0507	−0.0569
	DC	−0.0367	−0.0398	−0.0430	−0.0463	−0.0382	−0.0425	−0.0469	−0.0513	−0.0390	−0.0440	−0.0493	−0.0548	−0.0393	−0.0447	−0.0507	−0.0569
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8621	−0.9000	−0.9415	−0.9854	−0.8500	−0.8828	−0.9202	−0.9606	−0.8415	−0.8702	−0.9036	−0.9405	−0.8354	−0.8606	−0.8905	−0.9243

续表 9-4

		$\lambda=3.40$							$\gamma=0.00$								
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0519	0.0550	0.0573	0.0592	0.0458	0.0473	0.0487	0.0499	0.0415	0.0417	0.0420	0.0424	0.0387	0.0377	0.0371	0.0368
	BA	−0.0093	−0.0063	−0.0039	−0.0020	0.0008	0.0023	0.0037	0.0049	0.0102	0.0104	0.0107	0.0112	0.0187	0.0177	0.0171	0.0168
	BC	−0.0066	−0.0038	−0.0020	−0.0009	0.0006	0.0016	0.0023	0.0027	0.0088	0.0081	0.0076	0.0072	0.0167	0.0147	0.0131	0.0119
	CB	−0.1033	−0.1225	−0.1466	−0.1745	−0.1056	−0.1232	−0.1450	−0.1705	−0.1066	−0.1232	−0.1433	−0.1667	−0.1066	−0.1224	−0.1412	−0.1630
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0066	−0.0050	−0.0033	−0.0018	0.0005	0.0016	0.0029	0.0041	0.0053	0.0065	0.0076	0.0086	0.0084	0.0098	0.0110	0.0119
	CB	−0.0066	−0.0050	−0.0033	−0.0018	0.0005	0.0016	0.0029	0.0041	0.0053	0.0065	0.0076	0.0086	0.0084	0.0098	0.0110	0.0119
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243

续表 9-4

		λ=3.40					γ=0.15										
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0818	0.0814	0.0813	0.0813	0.0794	0.0779	0.0769	0.0762	0.0781	0.0757	0.0738	0.0724	0.0774	0.0745	0.0720	0.0700
	BA	0.0206	0.0202	0.0201	0.0201	0.0344	0.0329	0.0319	0.0312	0.0468	0.0445	0.0426	0.0412	0.0574	0.0545	0.0520	0.0500
	BC	0.0145	0.0121	0.0103	0.0090	0.0275	0.0233	0.0199	0.0173	0.0401	0.0347	0.0301	0.0263	0.0514	0.0453	0.0399	0.0353
	CB	-0.0822	-0.1066	-0.1342	-0.1647	-0.0787	-0.1016	-0.1274	-0.1559	-0.0752	-0.0966	-0.1208	-0.1475	-0.0720	-0.0918	-0.1144	-0.1395
	CD	-0.0684	-0.0950	-0.1239	-0.1553	-0.0638	-0.0883	-0.1150	-0.1441	-0.0594	-0.0820	-0.1067	-0.1336	-0.0552	-0.0761	-0.0988	-0.1236
	DC	-0.1640	-0.1963	-0.2314	-0.2694	-0.1575	-0.1870	-0.2193	-0.2544	-0.1518	-0.1788	-0.2085	-0.2409	-0.1467	-0.1714	-0.1986	-0.2285
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0145	0.0162	0.0172	0.0180	0.0207	0.0233	0.0249	0.0259	0.0241	0.0278	0.0301	0.0316	0.0257	0.0302	0.0333	0.0353
	CB	0.0145	0.0162	0.0172	0.0180	0.0207	0.0233	0.0249	0.0259	0.0241	0.0278	0.0301	0.0316	0.0257	0.0302	0.0333	0.0353
	CD	-0.0478	-0.0511	-0.0543	-0.0576	-0.0506	-0.0553	-0.0601	-0.0649	-0.0521	-0.0581	-0.0641	-0.0702	-0.0529	-0.0596	-0.0666	-0.0737
	DC	-0.0478	-0.0511	-0.0543	-0.0576	-0.0506	-0.0553	-0.0601	-0.0649	-0.0521	-0.0581	-0.0641	-0.0702	-0.0529	-0.0596	-0.0666	-0.0737
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	CD	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	DC	-0.7121	-0.7500	-0.7915	-0.8354	-0.7000	-0.7328	-0.7702	-0.8106	-0.6915	-0.7202	-0.7536	-0.7905	-0.6854	-0.7106	-0.7405	-0.7743

续表 9-4

		$\lambda=3.40$							$\gamma=0.20$								
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0873	0.0867	0.0863	0.0862	0.0854	0.0838	0.0827	0.0818	0.0844	0.0821	0.0802	0.0788	0.0840	0.0812	0.0788	0.0769
	BA	0.0260	0.0254	0.0251	0.0249	0.0404	0.0388	0.0377	0.0368	0.0531	0.0508	0.0490	0.0475	0.0640	0.0612	0.0588	0.0569
	BC	0.0184	0.0152	0.0129	0.0112	0.0323	0.0274	0.0235	0.0204	0.0455	0.0397	0.0346	0.0304	0.0572	0.0509	0.0452	0.0402
	CB	-0.0784	-0.1035	-0.1316	-0.1625	-0.0739	-0.0974	-0.1238	-0.1527	-0.0698	-0.0916	-0.1163	-0.1435	-0.0661	-0.0862	-0.1092	-0.1346
	CD	-0.0684	-0.0950	-0.1239	-0.1553	-0.0638	-0.0883	-0.1150	-0.1441	-0.0594	-0.0820	-0.1067	-0.1336	-0.0552	-0.0761	-0.0988	-0.1236
	DC	-0.2008	-0.2350	-0.2723	-0.3124	-0.1938	-0.2249	-0.2591	-0.2962	-0.1877	-0.2160	-0.2474	-0.2817	-0.1822	-0.2082	-0.2369	-0.2685
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0184	0.0203	0.0215	0.0223	0.0242	0.0274	0.0294	0.0307	0.0273	0.0318	0.0346	0.0365	0.0286	0.0340	0.0376	0.0402
	CB	0.0184	0.0203	0.0215	0.0223	0.0242	0.0274	0.0294	0.0307	0.0273	0.0318	0.0346	0.0365	0.0286	0.0340	0.0376	0.0402
	CD	-0.0424	-0.0458	-0.0493	-0.0527	-0.0446	-0.0495	-0.0544	-0.0592	-0.0458	-0.0517	-0.0577	-0.0638	-0.0464	-0.0529	-0.0598	-0.0668
	DC	-0.0424	-0.0458	-0.0493	-0.0527	-0.0446	-0.0495	-0.0544	-0.0592	-0.0458	-0.0517	-0.0577	-0.0638	-0.0464	-0.0529	-0.0598	-0.0668
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	BC	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3500	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.3000	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000
	CB	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	CD	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.6854	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.6606	-0.5415	-0.5702	-0.6036	-0.6405	-0.5354	-0.5606	-0.5905	-0.6243
	DC	-0.7621	-0.8000	-0.8415	-0.8854	-0.7500	-0.7828	-0.8202	-0.8606	-0.7415	-0.7702	-0.8036	-0.8405	-0.7354	-0.7606	-0.7905	-0.8243

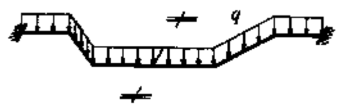
续表 9-5

		λ=1.38 γ=0.15															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0430	0.0441	0.0453	0.0465	0.0422	0.0428	0.0436	0.0445	0.0418	0.0421	0.0426	0.0433	0.0417	0.0418	0.0422	0.0428
	BA	0.0117	0.0129	0.0141	0.0152	0.0222	0.0228	0.0236	0.0245	0.0306	0.0308	0.0314	0.0320	0.0367	0.0368	0.0372	0.0378
	BC	0.0083	0.0072	0.0063	0.0057	0.0184	0.0161	0.0141	0.0126	0.0273	0.0247	0.0222	0.0200	0.0341	0.0316	0.0291	0.0267
	CB	-0.0371	-0.0542	-0.0746	-0.0979	-0.0339	-0.0488	-0.0671	-0.0882	-0.0312	-0.0441	-0.0603	-0.0793	-0.0291	-0.0401	-0.0542	-0.0711
	CD	-0.0203	-0.0211	-0.0221	-0.0232	-0.0214	-0.0231	-0.0252	-0.0274	-0.0218	-0.0242	-0.0269	-0.0300	-0.0220	-0.0246	-0.0278	-0.0314
	DC	-0.0903	-0.0969	-0.1044	-0.1124	-0.0897	-0.0962	-0.1039	-0.1124	-0.0891	-0.0954	-0.1031	-0.1117	-0.0886	-0.0946	-0.1021	-0.1107
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0083	0.0107	0.0126	0.0141	0.0123	0.0161	0.0189	0.0210	0.0137	0.0185	0.0222	0.0250	0.0136	0.0190	0.0232	0.0267
	CB	0.0083	0.0107	0.0126	0.0141	0.0123	0.0161	0.0189	0.0210	0.0137	0.0185	0.0222	0.0250	0.0136	0.0190	0.0232	0.0267
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1000	-0.1000	-0.1000	-0.1000
	BC	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1000	-0.1000	-0.1000	-0.1000
	CB	-0.3914	-0.4303	-0.4736	-0.5193	-0.3803	-0.4121	-0.4500	-0.4915	-0.3736	-0.4000	-0.4328	-0.4702	-0.3693	-0.3915	-0.4202	-0.4536
	CD	-0.3914	-0.4303	-0.4736	-0.5193	-0.3803	-0.4121	-0.4500	-0.4915	-0.3736	-0.4000	-0.4328	-0.4702	-0.3693	-0.3915	-0.4202	-0.4536
	DC	-0.5414	-0.5803	-0.6236	-0.6693	-0.5303	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.5236	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.5193	-0.5415	-0.5702	-0.6036

续表 9-4

		λ=3.40								γ=0.30							
α		0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30	0.15	0.20	0.25	0.30
m	AB	0.0951	0.0944	0.0940	0.0938	0.0939	0.0925	0.0914	0.0907	0.0933	0.0914	0.0898	0.0886	0.0931	0.0909	0.0890	0.0874
	BA	0.0339	0.0332	0.0328	0.0326	0.0489	0.0475	0.0464	0.0457	0.0620	0.0601	0.0585	0.0573	0.0731	0.0709	0.0690	0.0674
	BC	0.0239	0.0199	0.0169	0.0146	0.0391	0.0336	0.0290	0.0253	0.0532	0.0469	0.0414	0.0367	0.0654	0.0590	0.0530	0.0477
	CB	−0.0728	−0.0988	−0.1277	−0.1591	−0.0672	−0.0913	−0.1183	−0.1478	−0.0622	−0.0843	−0.1095	−0.1372	−0.0579	−0.0781	−0.1013	−0.1272
	CD	−0.0684	−0.0950	−0.1239	−0.1553	−0.0638	−0.0883	−0.1150	−0.1441	−0.0594	−0.0820	−0.1067	−0.1336	−0.0552	−0.0761	−0.0988	−0.1236
	DC	−0.2820	−0.3200	−0.3614	−0.4059	−0.2738	−0.3081	−0.3461	−0.3872	−0.2668	−0.2981	−0.3328	−0.3707	−0.2608	−0.2892	−0.3210	−0.3559
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0239	0.0266	0.0281	0.0291	0.0293	0.0336	0.0362	0.0380	0.0319	0.0376	0.0414	0.0440	0.0327	0.0394	0.0442	0.0477
	CB	0.0239	0.0266	0.0281	0.0291	0.0293	0.0336	0.0362	0.0380	0.0319	0.0376	0.0414	0.0440	0.0327	0.0394	0.0442	0.0477
	CD	−0.0346	−0.0381	−0.0416	−0.0451	−0.0361	−0.0408	−0.0456	−0.0504	−0.0369	−0.0424	−0.0482	−0.0540	−0.0372	−0.0431	−0.0496	−0.0562
	DC	−0.0346	−0.0381	−0.0416	−0.0451	−0.0361	−0.0408	−0.0456	−0.0504	−0.0369	−0.0424	−0.0482	−0.0540	−0.0372	−0.0431	−0.0496	−0.0562
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	BC	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3500	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000
	CB	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	CD	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.6854	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.6606	−0.5415	−0.5702	−0.6036	−0.6405	−0.5354	−0.5606	−0.5905	−0.6243
	DC	−0.8621	−0.9000	−0.9415	−0.9854	−0.8500	−0.8828	−0.9202	−0.9606	−0.8415	−0.8702	−0.9036	−0.9405	−0.8354	−0.8606	−0.8905	−0.9243

（三）B型阳台折梁(图 9-2)内力系数表



弯矩 M=表中系数 $m \times ql^2$；
扭矩 T=表中系数 $t \times ql^2$；
剪力 V=表中系数 $v \times ql$。

表 9-5

		λ=0.00	γ=0.10														
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0440	0.0466	0.0497	0.0533	0.0447	0.0482	0.0525	0.0575	0.0450	0.0490	0.0541	0.0603	0.0451	0.0493	0.0549	0.0618
	BA	−0.0010	0.0016	0.0047	0.0083	0.0135	0.0169	0.0212	0.0262	0.0250	0.0290	0.0341	0.0403	0.0339	0.0380	0.0436	0.0505
	BC	−0.0007	0.0009	0.0021	0.0031	0.0112	0.0120	0.0127	0.0135	0.0224	0.0232	0.0241	0.0252	0.0314	0.0326	0.0341	0.0357
	CB	−0.0531	−0.0695	−0.0900	−0.1140	−0.0501	−0.0636	−0.0810	−0.1019	−0.0473	−0.0581	−0.0724	−0.0901	−0.0452	−0.0536	−0.0652	−0.0798
	CD	−0.0381	−0.0374	−0.0365	−0.0352	−0.0375	−0.0365	−0.0350	−0.0332	−0.0373	−0.0360	−0.0342	−0.0317	−0.0373	−0.0359	−0.0339	−0.0312
	DC	−0.0872	−0.0905	−0.0938	−0.0971	−0.0856	−0.0877	−0.0900	−0.0923	−0.0847	−0.0860	−0.0874	−0.0887	−0.0842	−0.0851	−0.0859	−0.0865
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0007	0.0013	0.0042	0.0077	0.0075	0.0120	0.0170	0.0225	0.0112	0.0174	0.0241	0.0315	0.0126	0.0196	0.0272	0.0357
	CB	−0.0007	0.0013	0.0042	0.0077	0.0075	0.0120	0.0170	0.0225	0.0112	0.0174	0.0241	0.0315	0.0126	0.0196	0.0272	0.0357
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

λ=0.00　　γ=0.15

α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0454	0.0490	0.0531	0.0576	0.0457	0.0501	0.0554	0.0614	0.0457	0.0504	0.0565	0.0636	0.0456	0.0503	0.0566	0.0644
	BA	0.0142	0.0178	0.0219	0.0264	0.0257	0.0301	0.0354	0.0414	0.0345	0.0392	0.0452	0.0524	0.0406	0.0453	0.0516	0.0594
	BC	0.0100	0.0099	0.0098	0.0098	0.0214	0.0213	0.0213	0.0213	0.0308	0.0313	0.0320	0.0327	0.0377	0.0388	0.0403	0.0420
	CB	−0.0353	−0.0515	−0.0711	−0.0938	−0.0309	−0.0436	−0.0600	−0.0795	−0.0277	−0.0374	−0.0505	−0.0666	−0.0255	−0.0328	−0.0430	−0.0559
	CD	−0.0179	−0.0162	−0.0143	−0.0121	−0.0178	−0.0158	−0.0133	−0.0104	−0.0179	−0.0158	−0.0131	−0.0097	−0.0181	−0.0161	−0.0134	−0.0098
	DC	−0.0879	−0.0920	−0.0966	−0.1012	−0.0861	−0.0889	−0.0921	−0.0954	−0.0852	−0.0871	−0.0892	−0.0914	−0.0847	−0.0861	−0.0877	−0.0891
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0100	0.0148	0.0196	0.0245	0.0143	0.0213	0.0283	0.0355	0.0154	0.0235	0.0320	0.0409	0.0151	0.0233	0.0322	0.0420
	CB	0.0100	0.0148	0.0196	0.0245	0.0143	0.0213	0.0283	0.0355	0.0154	0.0235	0.0320	0.0409	0.0151	0.0233	0.0322	0.0420
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	BC	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	CB	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	CD	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		λ=0.00	γ=0.20														
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0469	0.0517	0.0570	0.0627	0.0468	0.0521	0.0586	0.0658	0.0464	0.0519	0.0589	0.0672	0.0461	0.0514	0.0585	0.0671
	BA	0.0269	0.0317	0.0370	0.0427	0.0355	0.0409	0.0473	0.0546	0.0414	0.0469	0.0539	0.0622	0.0448	0.0501	0.0572	0.0659
	BC	0.0190	0.0176	0.0165	0.0158	0.0295	0.0289	0.0284	0.0281	0.0371	0.0375	0.0381	0.0388	0.0416	0.0430	0.0447	0.0466
	CB	−0.0193	−0.0347	−0.0532	−0.0743	−0.0137	−0.0254	−0.0403	−0.0581	−0.0103	−0.0187	−0.0301	−0.0444	−0.0081	−0.0141	−0.0226	−0.0336
	CD	−0.0002	0.0026	0.0058	0.0092	−0.0005	0.0025	0.0061	0.0102	−0.0009	0.0019	0.0057	0.0102	−0.0013	0.0012	0.0047	0.0092
	DC	−0.0885	−0.0934	−0.0989	−0.1047	−0.0866	−0.0900	−0.0939	−0.0981	−0.0856	−0.0881	−0.0909	−0.0939	−0.0852	−0.0871	−0.0893	−0.0915
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0190	0.0263	0.0331	0.0396	0.0197	0.0289	0.0379	0.0468	0.0185	0.0282	0.0381	0.0486	0.0166	0.0258	0.0357	0.0466
	CB	0.0190	0.0263	0.0331	0.0396	0.0197	0.0289	0.0379	0.0468	0.0185	0.0282	0.0381	0.0486	0.0166	0.0258	0.0357	0.0466
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		λ=1.38 γ=0.10															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0442	0.0461	0.0480	0.0498	0.0429	0.0441	0.0454	0.0467	0.0422	0.0428	0.0437	0.0447	0.0419	0.0422	0.0427	0.0434
	BA	−0.0008	0.0011	0.0030	0.0048	0.0116	0.0128	0.0141	0.0155	0.0222	0.0228	0.0237	0.0247	0.0306	0.0309	0.0314	0.0322
	BC	−0.0006	0.0006	0.0014	0.0018	0.0097	0.0091	0.0085	0.0080	0.0198	0.0183	0.0167	0.0154	0.0284	0.0265	0.0246	0.0227
	CB	−0.0530	−0.0697	−0.0907	−0.1153	−0.0517	−0.0665	−0.0853	−0.1074	−0.0499	−0.0630	−0.0798	−0.0999	−0.0482	−0.0597	−0.0747	−0.0928
	CD	−0.0379	−0.0379	−0.0382	−0.0387	−0.0394	−0.0406	−0.0421	−0.0439	−0.0402	−0.0422	−0.0446	−0.0474	−0.0406	−0.0430	−0.0461	−0.0495
	DC	−0.0870	−0.0909	−0.0955	−0.1006	−0.0874	−0.0918	−0.0971	−0.1030	−0.0875	−0.0922	−0.0979	−0.1044	−0.0875	−0.0922	−0.0981	−0.1049
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0006	0.0009	0.0027	0.0044	0.0064	0.0091	0.0113	0.0133	0.0099	0.0137	0.0167	0.0193	0.0114	0.0159	0.0196	0.0227
	CB	−0.0006	0.0009	0.0027	0.0044	0.0064	0.0091	0.0113	0.0133	0.0099	0.0137	0.0167	0.0193	0.0114	0.0159	0.0196	0.0227
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

$\lambda=1.38$ $\gamma=0.15$

α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0430	0.0441	0.0453	0.0465	0.0422	0.0428	0.0436	0.0445	0.0418	0.0421	0.0426	0.0433	0.0417	0.0418	0.0422	0.0428
	BA	0.0117	0.0129	0.0141	0.0152	0.0222	0.0228	0.0236	0.0245	0.0306	0.0308	0.0314	0.0320	0.0367	0.0368	0.0372	0.0378
	BC	0.0083	0.0072	0.0063	0.0057	0.0184	0.0161	0.0141	0.0126	0.0273	0.0247	0.0222	0.0200	0.0341	0.0316	0.0291	0.0267
	CB	−0.0371	−0.0542	−0.0746	−0.0979	−0.0339	−0.0488	−0.0671	−0.0882	−0.0312	−0.0441	−0.0603	−0.0793	−0.0291	−0.0401	−0.0542	−0.0711
	CD	−0.0203	−0.0211	−0.0221	−0.0232	−0.0214	−0.0231	−0.0252	−0.0274	−0.0218	−0.0242	−0.0269	−0.0300	−0.0220	−0.0246	−0.0278	−0.0314
	DC	−0.0903	−0.0969	−0.1044	−0.1124	−0.0897	−0.0962	−0.1039	−0.1124	−0.0891	−0.0954	−0.1031	−0.1117	−0.0886	−0.0946	−0.1021	−0.1107
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0083	0.0107	0.0126	0.0141	0.0123	0.0161	0.0189	0.0210	0.0137	0.0185	0.0222	0.0250	0.0136	0.0190	0.0232	0.0267
	CB	0.0083	0.0107	0.0126	0.0141	0.0123	0.0161	0.0189	0.0210	0.0137	0.0185	0.0222	0.0250	0.0136	0.0190	0.0232	0.0267
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	BC	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	CB	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	CD	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		λ=1.38 γ=0.20															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0423	0.0430	0.0438	0.0446	0.0418	0.0422	0.0428	0.0435	0.0417	0.0419	0.0424	0.0431	0.0418	0.0420	0.0425	0.0432
	BA	0.0223	0.0230	0.0238	0.0246	0.0306	0.0309	0.0315	0.0323	0.0367	0.0369	0.0374	0.0381	0.0405	0.0408	0.0412	0.0419
	BC	0.0157	0.0127	0.0106	0.0091	0.0254	0.0219	0.0189	0.0166	0.0328	0.0296	0.0264	0.0238	0.0376	0.0350	0.0322	0.0296
	CB	−0.0225	−0.0396	−0.0591	−0.0810	−0.0179	−0.0324	−0.0498	−0.0696	−0.0145	−0.0267	−0.0418	−0.0595	−0.0121	−0.0221	−0.0351	−0.0505
	CD	−0.0048	−0.0060	−0.0074	−0.0088	−0.0054	−0.0075	−0.0097	−0.0121	−0.0056	−0.0081	−0.0109	−0.0140	−0.0056	−0.0082	−0.0113	−0.0148
	DC	−0.0931	−0.1021	−0.1121	−0.1227	−0.0915	−0.0999	−0.1097	−0.1204	−0.0904	−0.0981	−0.1075	−0.1180	−0.0895	−0.0965	−0.1053	−0.1155
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0157	0.0191	0.0213	0.0229	0.0170	0.0219	0.0252	0.0277	0.0164	0.0222	0.0264	0.0297	0.0150	0.0210	0.0258	0.0296
	CB	0.0157	0.0191	0.0213	0.0229	0.0170	0.0219	0.0252	0.0277	0.0164	0.0222	0.0264	0.0297	0.0150	0.0210	0.0258	0.0296
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		λ=1.70	γ=0.10														
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0442	0.0461	0.0478	0.0493	0.0425	0.0434	0.0444	0.0454	0.0416	0.0418	0.0421	0.0426	0.0412	0.0409	0.0408	0.0409
	BA	−0.0008	0.0011	0.0028	0.0043	0.0113	0.0121	0.0131	0.0141	0.0216	0.0218	0.0221	0.0226	0.0299	0.0296	0.0295	0.0297
	BC	−0.0006	0.0006	0.0012	0.0016	0.0094	0.0086	0.0079	0.0073	0.0193	0.0174	0.0156	0.0141	0.0278	0.0254	0.0231	0.0210
	CB	−0.0530	−0.0697	−0.0908	−0.1154	−0.0520	−0.0670	−0.0859	−0.1081	−0.0504	−0.0638	−0.0809	−0.1011	−0.0488	−0.0608	−0.0762	−0.0946
	CD	−0.0379	−0.0379	−0.0384	−0.0391	−0.0398	−0.0413	−0.0431	−0.0452	−0.0407	−0.0432	−0.0462	−0.0494	−0.0412	−0.0443	−0.0480	−0.0520
	DC	−0.0870	−0.0910	−0.0957	−0.1011	−0.0878	−0.0925	−0.0981	−0.1044	−0.0881	−0.0932	−0.0995	−0.1064	−0.0881	−0.0935	−0.1000	−0.1074
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0006	0.0009	0.0025	0.0040	0.0062	0.0086	0.0105	0.0121	0.0097	0.0131	0.0156	0.0177	0.0111	0.0152	0.0184	0.0210
	CB	−0.0006	0.0009	0.0025	0.0040	0.0062	0.0086	0.0105	0.0121	0.0097	0.0131	0.0156	0.0177	0.0111	0.0152	0.0184	0.0210
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

$\lambda=1.70$　　$\gamma=0.15$

α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	*AB*	0.0425	0.0434	0.0443	0.0451	0.0415	0.0416	0.0419	0.0424	0.0410	0.0406	0.0405	0.0406	0.0409	0.0403	0.0399	0.0398
	BA	0.0113	0.0121	0.0130	0.0139	0.0215	0.0216	0.0219	0.0224	0.0298	0.0294	0.0293	0.0294	0.0359	0.0353	0.0349	0.0348
	BC	0.0080	0.0067	0.0058	0.0052	0.0179	0.0153	0.0131	0.0115	0.0266	0.0235	0.0207	0.0184	0.0333	0.0303	0.0273	0.0246
	CB	−0.0374	−0.0546	−0.0751	−0.0984	−0.0344	−0.0497	−0.0681	−0.0893	−0.0319	−0.0452	−0.0617	−0.0809	−0.0299	−0.0414	−0.0560	−0.0732
	CD	−0.0208	−0.0219	−0.0232	−0.0246	−0.0221	−0.0243	−0.0269	−0.0295	−0.0226	−0.0256	−0.0290	−0.0326	−0.0228	−0.0261	−0.0301	−0.0344
	DC	−0.0907	−0.0977	−0.1055	−0.1137	−0.0903	−0.0974	−0.1056	−0.1145	−0.0899	−0.0969	−0.1052	−0.1144	−0.0894	−0.0961	−0.1043	−0.1136
t	*AB*	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0080	0.0101	0.0116	0.0129	0.0119	0.0153	0.0175	0.0192	0.0133	0.0176	0.0207	0.0230	0.0133	0.0182	0.0218	0.0246
	CB	0.0080	0.0101	0.0116	0.0129	0.0119	0.0153	0.0175	0.0192	0.0133	0.0176	0.0207	0.0230	0.0133	0.0182	0.0218	0.0246
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	*AB*	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	BC	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	CB	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	CD	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

	$\lambda=1.70$ $\gamma=0.20$																
	α	0.10				0.15				0.20				0.25			
	β	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0414	0.0416	0.0420	0.0424	0.0409	0.0405	0.0405	0.0407	0.0408	0.0402	0.0399	0.0399	0.0409	0.0403	0.0400	0.0399
	BA	0.0214	0.0216	0.0220	0.0224	0.0296	0.0293	0.0293	0.0295	0.0358	0.0352	0.0349	0.0349	0.0396	0.0391	0.0387	0.0387
	BC	0.0151	0.0120	0.0098	0.0083	0.0246	0.0207	0.0176	0.0152	0.0320	0.0282	0.0247	0.0218	0.0368	0.0335	0.0302	0.0273
	CB	−0.0231	−0.0403	−0.0599	−0.0818	−0.0186	−0.0336	−0.0512	−0.0711	−0.0154	−0.0281	−0.0436	−0.0615	−0.0129	−0.0236	−0.0370	−0.0528
	CD	−0.0057	−0.0074	−0.0092	−0.0110	−0.0064	−0.0091	−0.0120	−0.0149	−0.0066	−0.0098	−0.0134	−0.0171	−0.0065	−0.0099	−0.0138	−0.0180
	DC	−0.0939	−0.1035	−0.1139	−0.1249	−0.0925	−0.1015	−0.1120	−0.1232	−0.0913	−0.0998	−0.1099	−0.1211	−0.0904	−0.0982	−0.1078	−0.1187
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0151	0.0180	0.0196	0.0208	0.0164	0.0207	0.0234	0.0253	0.0160	0.0211	0.0247	0.0273	0.0147	0.0201	0.0242	0.0273
	CB	0.0151	0.0180	0.0196	0.0208	0.0164	0.0207	0.0234	0.0253	0.0160	0.0211	0.0247	0.0273	0.0147	0.0201	0.0242	0.0273
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		λ=2.04								γ=0.10							
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0442	0.0460	0.0476	0.0490	0.0421	0.0427	0.0434	0.0442	0.0410	0.0407	0.0406	0.0408	0.0405	0.0396	0.0390	0.0386
	BA	−0.0008	0.0010	0.0026	0.0040	0.0109	0.0115	0.0122	0.0129	0.0210	0.0207	0.0206	0.0208	0.0293	0.0284	0.0277	0.0274
	BC	−0.0005	0.0006	0.0012	0.0015	0.0091	0.0081	0.0073	0.0067	0.0188	0.0166	0.0146	0.0130	0.0272	0.0243	0.0217	0.0194
	CB	−0.0530	−0.0698	−0.0909	−0.1156	−0.0523	−0.0674	−0.0864	−0.1087	−0.0509	−0.0647	−0.0820	−0.1023	−0.0495	−0.0619	−0.0776	−0.0962
	CD	−0.0378	−0.0380	−0.0386	−0.0395	−0.0401	−0.0419	−0.0441	−0.0464	−0.0413	−0.0443	−0.0476	−0.0512	−0.0419	−0.0456	−0.0498	−0.0543
	DC	−0.0870	−0.0910	−0.0960	−0.1014	−0.0882	−0.0932	−0.0991	−0.1056	−0.0887	−0.0943	−0.1009	−0.1082	−0.0888	−0.0947	−0.1018	−0.1097
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0005	0.0008	0.0023	0.0037	0.0060	0.0081	0.0097	0.0111	0.0094	0.0124	0.0146	0.0162	0.0109	0.0146	0.0173	0.0194
	CB	−0.0005	0.0008	0.0023	0.0037	0.0060	0.0081	0.0097	0.0111	0.0094	0.0124	0.0146	0.0162	0.0109	0.0146	0.0173	0.0194
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

	λ=2.04							γ=0.15									
	α	0.10				0.15				0.20				0.25			
	β	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0421	0.0426	0.0433	0.0439	0.0408	0.0404	0.0403	0.0405	0.0402	0.0393	0.0386	0.0383	0.0401	0.0388	0.0378	0.0372
	BA	0.0108	0.0114	0.0120	0.0127	0.0208	0.0204	0.0203	0.0205	0.0290	0.0280	0.0273	0.0270	0.0351	0.0338	0.0328	0.0322
	BC	0.0077	0.0063	0.0054	0.0047	0.0173	0.0144	0.0122	0.0105	0.0259	0.0224	0.0193	0.0169	0.0326	0.0290	0.0256	0.0228
	CB	−0.0377	−0.0550	−0.0755	−0.0989	−0.0350	−0.0505	−0.0691	−0.0903	−0.0326	−0.0463	−0.0631	−0.0824	−0.0306	−0.0426	−0.0576	−0.0751
	CD	−0.0212	−0.0226	−0.0242	−0.0258	−0.0227	−0.0255	−0.0284	−0.0314	−0.0234	−0.0270	−0.0309	−0.0350	−0.0236	−0.0276	−0.0322	−0.0370
	DC	−0.0912	−0.0984	−0.1064	−0.1149	−0.0910	−0.0986	−0.1072	−0.1164	−0.0907	−0.0982	−0.1071	−0.1168	−0.0902	−0.0976	−0.1065	−0.1163
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0077	0.0095	0.0108	0.0118	0.0115	0.0144	0.0163	0.0176	0.0130	0.0168	0.0193	0.0211	0.0130	0.0174	0.0205	0.0228
	CB	0.0077	0.0095	0.0108	0.0118	0.0115	0.0144	0.0163	0.0176	0.0130	0.0168	0.0193	0.0211	0.0130	0.0174	0.0205	0.0228
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	BC	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	CB	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	CD	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

	λ=2.04 γ=0.20																
	α	0.10				0.15				0.20				0.25			
	β	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0406	0.0403	0.0403	0.0405	0.0399	0.0390	0.0384	0.0382	0.0398	0.0385	0.0376	0.0371	0.0400	0.0387	0.0376	0.0370
	BA	0.0206	0.0203	0.0203	0.0205	0.0287	0.0277	0.0272	0.0270	0.0348	0.0335	0.0326	0.0321	0.0387	0.0374	0.0364	0.0357
	BC	0.0146	0.0113	0.0091	0.0076	0.0239	0.0196	0.0163	0.0139	0.0311	0.0268	0.0231	0.0201	0.0360	0.0321	0.0284	0.0253
	CB	−0.0237	−0.0410	−0.0606	−0.0825	−0.0194	−0.0347	−0.0524	−0.0724	−0.0162	−0.0294	−0.0452	−0.0632	−0.0137	−0.0250	−0.0388	−0.0549
	CD	−0.0065	−0.0087	−0.0109	−0.0130	−0.0073	−0.0107	−0.0141	−0.0174	−0.0075	−0.0115	−0.0157	−0.0199	−0.0074	−0.0115	−0.0161	−0.0210
	DC	−0.0948	−0.1048	−0.1156	−0.1268	−0.0934	−0.1031	−0.1141	−0.1257	−0.0923	−0.1015	−0.1122	−0.1239	−0.0913	−0.0998	−0.1102	−0.1217
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0146	0.0169	0.0182	0.0190	0.0159	0.0196	0.0217	0.0231	0.0156	0.0201	0.0231	0.0251	0.0144	0.0193	0.0227	0.0253
	CB	0.0146	0.0169	0.0182	0.0190	0.0159	0.0196	0.0217	0.0231	0.0156	0.0201	0.0231	0.0251	0.0144	0.0193	0.0227	0.0253
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

λ=2.44　　γ=0.10

	α	0.10				0.15				0.20				0.25			
	β	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0443	0.0459	0.0474	0.0486	0.0417	0.0420	0.0425	0.0430	0.0404	0.0396	0.0392	0.0390	0.0398	0.0383	0.0371	0.0364
	BA	−0.0007	0.0009	0.0024	0.0036	0.0105	0.0108	0.0112	0.0118	0.0204	0.0196	0.0192	0.0190	0.0285	0.0270	0.0259	0.0251
	BC	−0.0005	0.0005	0.0011	0.0013	0.0087	0.0076	0.0067	0.0061	0.0182	0.0157	0.0135	0.0119	0.0265	0.0232	0.0202	0.0178
	CB	−0.0529	−0.0698	−0.0910	−0.1157	−0.0526	−0.0679	−0.0870	−0.1093	−0.0515	−0.0656	−0.0830	−0.1034	−0.0502	−0.0630	−0.0791	−0.0978
	CD	−0.0378	−0.0381	−0.0388	−0.0399	−0.0405	−0.0426	−0.0450	−0.0476	−0.0420	−0.0454	−0.0491	−0.0530	−0.0427	−0.0469	−0.0516	−0.0566
	DC	−0.0869	−0.0911	−0.0962	−0.1018	−0.0886	−0.0938	−0.1000	−0.1067	−0.0893	−0.0954	−0.1024	−0.1100	−0.0896	−0.0961	−0.1036	−0.1119
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0005	0.0008	0.0021	0.0033	0.0058	0.0076	0.0090	0.0101	0.0091	0.0118	0.0135	0.0148	0.0106	0.0139	0.0162	0.0178
	CB	−0.0005	0.0008	0.0021	0.0033	0.0058	0.0076	0.0090	0.0101	0.0091	0.0118	0.0135	0.0148	0.0106	0.0139	0.0162	0.0178
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

λ=2.44 γ=0.15																	
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0416	0.0419	0.0423	0.0427	0.0400	0.0392	0.0388	0.0386	0.0393	0.0378	0.0366	0.0359	0.0392	0.0372	0.0356	0.0345
	BA	0.0104	0.0106	0.0111	0.0115	0.0200	0.0192	0.0188	0.0186	0.0281	0.0265	0.0254	0.0247	0.0342	0.0322	0.0306	0.0295
	BC	0.0073	0.0059	0.0049	0.0043	0.0167	0.0136	0.0113	0.0096	0.0251	0.0212	0.0179	0.0154	0.0317	0.0276	0.0239	0.0209
	CB	−0.0380	−0.0554	−0.0760	−0.0993	−0.0356	−0.0513	−0.0700	−0.0912	−0.0334	−0.0475	−0.0645	−0.0839	−0.0315	−0.0440	−0.0593	−0.0770
	CD	−0.0217	−0.0234	−0.0251	−0.0270	−0.0235	−0.0267	−0.0300	−0.0332	−0.0243	−0.0285	−0.0329	−0.0373	−0.0245	−0.0292	−0.0344	−0.0397
	DC	−0.0917	−0.0992	−0.1074	−0.1161	−0.0918	−0.0998	−0.1087	−0.1182	−0.0916	−0.0997	−0.1091	−0.1191	−0.0911	−0.0992	−0.1087	−0.1189
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0073	0.0089	0.0099	0.0107	0.0111	0.0136	0.0150	0.0160	0.0126	0.0159	0.0179	0.0193	0.0127	0.0166	0.0191	0.0209
	CB	0.0073	0.0089	0.0099	0.0107	0.0111	0.0136	0.0150	0.0160	0.0126	0.0159	0.0179	0.0193	0.0127	0.0166	0.0191	0.0209
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	BC	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	CB	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	CD	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

	$\lambda=2.44$ $\gamma=0.20$																
	α	0.10				0.15				0.20				0.25			
	β	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0397	0.0390	0.0387	0.0386	0.0389	0.0373	0.0363	0.0358	0.0388	0.0368	0.0353	0.0343	0.0390	0.0369	0.0352	0.0340
	BA	0.0197	0.0190	0.0187	0.0186	0.0276	0.0261	0.0251	0.0245	0.0338	0.0318	0.0303	0.0293	0.0377	0.0357	0.0340	0.0328
	BC	0.0139	0.0105	0.0083	0.0069	0.0230	0.0184	0.0151	0.0126	0.0302	0.0254	0.0214	0.0183	0.0350	0.0306	0.0265	0.0232
	CB	−0.0244	−0.0418	−0.0614	−0.0832	−0.0203	−0.0359	−0.0537	−0.0736	−0.0172	−0.0308	−0.0469	−0.0650	−0.0147	−0.0265	−0.0407	−0.0570
	CD	−0.0074	−0.0100	−0.0125	−0.0149	−0.0084	−0.0123	−0.0162	−0.0198	−0.0086	−0.0132	−0.0180	−0.0227	−0.0084	−0.0133	−0.0186	−0.0239
	DC	−0.0957	−0.1061	−0.1172	−0.1287	−0.0944	−0.1048	−0.1162	−0.1281	−0.0933	−0.1032	−0.1146	−0.1267	−0.0923	−0.1016	−0.1126	−0.1246
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0139	0.0158	0.0167	0.0173	0.0153	0.0184	0.0201	0.0210	0.0151	0.0191	0.0214	0.0229	0.0140	0.0183	0.0212	0.0232
	CB	0.0139	0.0158	0.0167	0.0173	0.0153	0.0184	0.0201	0.0210	0.0151	0.0191	0.0214	0.0229	0.0140	0.0183	0.0212	0.0232
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		λ=2.89 γ=0.10															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0443	0.0459	0.0472	0.0483	0.0413	0.0414	0.0416	0.0419	0.0397	0.0385	0.0377	0.0373	0.0389	0.0369	0.0353	0.0343
	BA	−0.0007	0.0009	0.0022	0.0033	0.0101	0.0101	0.0103	0.0107	0.0197	0.0185	0.0177	0.0173	0.0277	0.0257	0.0241	0.0230
	BC	−0.0005	0.0005	0.0010	0.0012	0.0084	0.0072	0.0062	0.0055	0.0176	0.0148	0.0125	0.0108	0.0257	0.0220	0.0188	0.0163
	CB	−0.0529	−0.0698	−0.0911	−0.1158	−0.0529	−0.0684	−0.0875	−0.1099	−0.0521	−0.0664	−0.0840	−0.1045	−0.0509	−0.0642	−0.0805	−0.0993
	CD	−0.0378	−0.0381	−0.0390	−0.0402	−0.0409	−0.0433	−0.0459	−0.0487	−0.0426	−0.0465	−0.0506	−0.0547	−0.0435	−0.0483	−0.0534	−0.0587
	DC	−0.0869	−0.0912	−0.0964	−0.1021	−0.0890	−0.0945	−0.1009	−0.1078	−0.0900	−0.0965	−0.1038	−0.1117	−0.0904	−0.0974	−0.1055	−0.1140
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0005	0.0007	0.0019	0.0030	0.0056	0.0072	0.0083	0.0092	0.0088	0.0111	0.0125	0.0135	0.0103	0.0132	0.0150	0.0163
	CB	−0.0005	0.0007	0.0019	0.0030	0.0056	0.0072	0.0083	0.0092	0.0088	0.0111	0.0125	0.0135	0.0103	0.0132	0.0150	0.0163
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

		$\lambda=2.89$ $\gamma=0.15$															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0411	0.0412	0.0414	0.0417	0.0392	0.0380	0.0373	0.0369	0.0384	0.0363	0.0347	0.0337	0.0382	0.0356	0.0335	0.0320
	BA	0.0099	0.0099	0.0101	0.0104	0.0192	0.0180	0.0173	0.0169	0.0272	0.0250	0.0235	0.0225	0.0332	0.0306	0.0285	0.0270
	BC	0.0070	0.0055	0.0045	0.0039	0.0160	0.0127	0.0104	0.0087	0.0243	0.0200	0.0166	0.0141	0.0308	0.0262	0.0223	0.0191
	CB	−0.0384	−0.0558	−0.0764	−0.0997	−0.0363	−0.0522	−0.0709	−0.0921	−0.0343	−0.0487	−0.0658	−0.0852	−0.0324	−0.0454	−0.0610	−0.0787
	CD	−0.0222	−0.0241	−0.0261	−0.0280	−0.0243	−0.0279	−0.0315	−0.0350	−0.0252	−0.0300	−0.0348	−0.0395	−0.0255	−0.0308	−0.0365	−0.0422
	DC	−0.0922	−0.0999	−0.1083	−0.1172	−0.0926	−0.1010	−0.1102	−0.1199	−0.0925	−0.1012	−0.1110	−0.1213	−0.0921	−0.1008	−0.1108	−0.1215
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0070	0.0082	0.0091	0.0097	0.0107	0.0127	0.0138	0.0145	0.0121	0.0150	0.0166	0.0176	0.0123	0.0157	0.0178	0.0191
	CB	0.0070	0.0082	0.0091	0.0097	0.0107	0.0127	0.0138	0.0145	0.0121	0.0150	0.0166	0.0176	0.0123	0.0157	0.0178	0.0191
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	BC	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000
	CB	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	CD	−0.3914	−0.4303	−0.4736	−0.5193	−0.3803	−0.4121	−0.4500	−0.4915	−0.3736	−0.4000	−0.4328	−0.4702	−0.3693	−0.3915	−0.4202	−0.4536
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

λ=2.89　　γ=0.20

α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0387	0.0377	0.0371	0.0368	0.0378	0.0357	0.0343	0.0335	0.0376	0.0350	0.0330	0.0317	0.0379	0.0351	0.0328	0.0312
	BA	0.0187	0.0177	0.0171	0.0168	0.0265	0.0244	0.0231	0.0223	0.0326	0.0300	0.0280	0.0267	0.0367	0.0339	0.0316	0.0300
	BC	0.0133	0.0098	0.0076	0.0062	0.0221	0.0173	0.0139	0.0115	0.0292	0.0240	0.0198	0.0167	0.0340	0.0290	0.0247	0.0212
	CB	−0.0250	−0.0425	−0.0621	−0.0839	−0.0212	−0.0370	−0.0549	−0.0748	−0.0182	−0.0323	−0.0485	−0.0666	−0.0157	−0.0280	−0.0426	−0.0590
	CD	−0.0083	−0.0113	−0.0141	−0.0166	−0.0095	−0.0140	−0.0182	−0.0221	−0.0097	−0.0150	−0.0203	−0.0253	−0.0095	−0.0151	−0.0209	−0.0267
	DC	−0.0966	−0.1074	−0.1188	−0.1305	−0.0955	−0.1064	−0.1182	−0.1304	−0.0944	−0.1050	−0.1168	−0.1293	−0.0933	−0.1034	−0.1150	−0.1274
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0133	0.0147	0.0153	0.0156	0.0147	0.0173	0.0185	0.0191	0.0146	0.0180	0.0198	0.0209	0.0136	0.0174	0.0197	0.0212
	CB	0.0133	0.0147	0.0153	0.0156	0.0147	0.0173	0.0185	0.0191	0.0146	0.0180	0.0198	0.0209	0.0136	0.0174	0.0197	0.0212
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

	λ=3.40	γ=0.10															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0443	0.0458	0.0470	0.0479	0.0409	0.0407	0.0407	0.0409	0.0390	0.0374	0.0363	0.0357	0.0381	0.0355	0.0336	0.0322
	BA	−0.0007	0.0008	0.0020	0.0029	0.0097	0.0094	0.0095	0.0097	0.0190	0.0174	0.0163	0.0157	0.0268	0.0243	0.0223	0.0210
	BC	−0.0005	0.0005	0.0009	0.0011	0.0080	0.0067	0.0057	0.0050	0.0170	0.0139	0.0116	0.0098	0.0249	0.0208	0.0174	0.0148
	CB	−0.0529	−0.0699	−0.0912	−0.1159	−0.0533	−0.0689	−0.0881	−0.1104	−0.0527	−0.0673	−0.0850	−0.1055	−0.0517	−0.0654	−0.0818	−0.1007
	CD	−0.0377	−0.0382	−0.0392	−0.0405	−0.0414	−0.0440	−0.0468	−0.0497	−0.0434	−0.0476	−0.0519	−0.0563	−0.0443	−0.0497	−0.0552	−0.0607
	DC	−0.0869	−0.0912	−0.0966	−0.1024	−0.0894	−0.0952	−0.1018	−0.1088	−0.0907	−0.0976	−0.1052	−0.1133	−0.0913	−0.0988	−0.1072	−0.1161
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	−0.0005	0.0007	0.0018	0.0027	0.0054	0.0067	0.0076	0.0083	0.0085	0.0104	0.0116	0.0123	0.0100	0.0125	0.0139	0.0148
	CB	−0.0005	0.0007	0.0018	0.0027	0.0054	0.0067	0.0076	0.0083	0.0085	0.0104	0.0116	0.0123	0.0100	0.0125	0.0139	0.0148
	CD	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
	DC	0.0371	0.0585	0.0824	0.1087	0.0340	0.0534	0.0750	0.0989	0.0312	0.0488	0.0683	0.0900	0.0285	0.0444	0.0620	0.0817
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	BC	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.3000	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2500	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500
	CB	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	CD	−0.4414	−0.4803	−0.5236	−0.5693	−0.4303	−0.4621	−0.5000	−0.5415	−0.4236	−0.4500	−0.4828	−0.5202	−0.4193	−0.4415	−0.4702	−0.5036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

续表 9-5

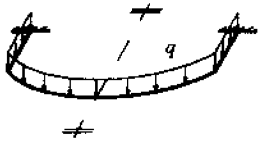
		λ=3.40 γ=0.15															
α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0406	0.0404	0.0405	0.0407	0.0384	0.0368	0.0358	0.0353	0.0374	0.0348	0.0329	0.0317	0.0372	0.0339	0.0314	0.0297
	BA	0.0094	0.0092	0.0092	0.0094	0.0184	0.0168	0.0158	0.0153	0.0262	0.0235	0.0216	0.0204	0.0322	0.0289	0.0264	0.0247
	BC	0.0066	0.0051	0.0041	0.0035	0.0153	0.0119	0.0095	0.0079	0.0234	0.0188	0.0153	0.0128	0.0299	0.0248	0.0206	0.0174
	CB	-0.0387	-0.0562	-0.0768	-0.1001	-0.0370	-0.0530	-0.0717	-0.0929	-0.0351	-0.0499	-0.0671	-0.0865	-0.0333	-0.0468	-0.0626	-0.0804
	CD	-0.0227	-0.0248	-0.0269	-0.0291	-0.0251	-0.0291	-0.0329	-0.0366	-0.0262	-0.0315	-0.0366	-0.0416	-0.0265	-0.0325	-0.0386	-0.0445
	DC	-0.0927	-0.1006	-0.1092	-0.1182	-0.0934	-0.1022	-0.1117	-0.1215	-0.0935	-0.1027	-0.1128	-0.1234	-0.0931	-0.1025	-0.1129	-0.1238
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0066	0.0077	0.0083	0.0087	0.0102	0.0119	0.0127	0.0131	0.0117	0.0141	0.0153	0.0160	0.0119	0.0149	0.0165	0.0174
	CB	0.0066	0.0077	0.0083	0.0087	0.0102	0.0119	0.0127	0.0131	0.0117	0.0141	0.0153	0.0160	0.0119	0.0149	0.0165	0.0174
	CD	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
	DC	0.0321	0.0510	0.0724	0.0962	0.0290	0.0459	0.0650	0.0864	0.0262	0.0413	0.0583	0.0775	0.0235	0.0369	0.0520	0.0692
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1000	-0.1000	-0.1000	-0.1000
	BC	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.2000	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1000	-0.1000	-0.1000	-0.1000
	CB	-0.3914	-0.4303	-0.4736	-0.5193	-0.3803	-0.4121	-0.4500	-0.4915	-0.3736	-0.4000	-0.4328	-0.4702	-0.3693	-0.3915	-0.4202	-0.4536
	CD	-0.3914	-0.4303	-0.4736	-0.5193	-0.3803	-0.4121	-0.4500	-0.4915	-0.3736	-0.4000	-0.4328	-0.4702	-0.3693	-0.3915	-0.4202	-0.4536
	DC	-0.5414	-0.5803	-0.6236	-0.6693	-0.5303	-0.5621	-0.6000	-0.6415	-0.5236	-0.5500	-0.5828	-0.6202	-0.5193	-0.5415	-0.5702	-0.6036

续表 9-5

λ=3.40 γ=0.20

α		0.10				0.15				0.20				0.25			
β		0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25	0.10	0.15	0.20	0.25
m	AB	0.0378	0.0364	0.0356	0.0352	0.0367	0.0341	0.0324	0.0314	0.0365	0.0332	0.0308	0.0293	0.0368	0.0333	0.0305	0.0286
	BA	0.0178	0.0164	0.0156	0.0152	0.0254	0.0228	0.0212	0.0202	0.0315	0.0282	0.0258	0.0243	0.0355	0.0320	0.0293	0.0274
	BC	0.0126	0.0091	0.0070	0.0056	0.0211	0.0161	0.0127	0.0104	0.0281	0.0225	0.0183	0.0152	0.0330	0.0275	0.0229	0.0193
	CB	−0.0257	−0.0432	−0.0627	−0.0845	−0.0221	−0.0382	−0.0560	−0.0759	−0.0192	−0.0337	−0.0500	−0.0681	−0.0167	−0.0296	−0.0444	−0.0608
	CD	−0.0093	−0.0126	−0.0156	−0.0183	−0.0106	−0.0156	−0.0201	−0.0242	−0.0109	−0.0168	−0.0225	−0.0277	−0.0106	−0.0169	−0.0232	−0.0293
	DC	−0.0976	−0.1087	−0.1203	−0.1321	−0.0967	−0.1080	−0.1201	−0.1325	−0.0956	−0.1068	−0.1190	−0.1318	−0.0945	−0.1052	−0.1173	−0.1300
i	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BC	0.0126	0.0136	0.0140	0.0141	0.0141	0.0161	0.0169	0.0173	0.0141	0.0169	0.0183	0.0190	0.0132	0.0165	0.0183	0.0193
	CB	0.0126	0.0136	0.0140	0.0141	0.0141	0.0161	0.0169	0.0173	0.0141	0.0169	0.0183	0.0190	0.0132	0.0165	0.0183	0.0193
	CD	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
	DC	0.0271	0.0435	0.0624	0.0837	0.0240	0.0384	0.0550	0.0739	0.0212	0.0338	0.0483	0.0650	0.0185	0.0294	0.0420	0.0567
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	BC	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.2000	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1500	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.1000	−0.0500	−0.0500	−0.0500	−0.0500
	CB	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	CD	−0.3414	−0.3803	−0.4236	−0.4693	−0.3303	−0.3621	−0.4000	−0.4415	−0.3236	−0.3500	−0.3828	−0.4202	−0.3193	−0.3415	−0.3702	−0.4036
	DC	−0.5414	−0.5803	−0.6236	−0.6693	−0.5303	−0.5621	−0.6000	−0.6415	−0.5236	−0.5500	−0.5828	−0.6202	−0.5193	−0.5415	−0.5702	−0.6036

(四)A型阳台圆弧梁(图9-3)内力系数表



弯矩 M = 表中系数 $m \times ql^2$；
扭矩 T = 表中系数 $t \times ql^2$；
剪力 V = 表中系数 $v \times ql$。

表 9-6

	λ=0.00																				
	γ	0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0496	0.0577	0.0651	0.0683	0.0496	0.0577	0.0651	0.0683	0.0496	0.0577	0.0651	0.0683	0.0496	0.0577	0.0651	0.0683	0.0496	0.0577	0.0651	0.0683
	BA	0.0084	0.0037	−0.0067	−0.0249	0.0084	0.0037	−0.0067	−0.0249	0.0084	0.0037	−0.0067	−0.0249	0.0084	0.0037	−0.0067	−0.0249	0.0084	0.0037	−0.0067	−0.0249
	CB	−0.1091	−0.1429	−0.1907	−0.2500	−0.1091	−0.1429	−0.1907	−0.2500	−0.1091	−0.1429	−0.1907	−0.2500	−0.1091	−0.1429	−0.1907	−0.2500	−0.1091	−0.1429	−0.1907	−0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.1668	−0.2231	−0.2934	−0.3791	−0.2032	−0.2625	−0.3368	−0.4271	−0.2420	−0.3044	−0.3826	−0.4776	−0.2834	−0.3487	−0.4309	−0.5306
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0136	0.0213	0.0275	0.0287	0.0136	0.0213	0.0275	0.0287	0.0136	0.0213	0.0275	0.0287	0.0136	0.0213	0.0275	0.0287	0.0136	0.0213	0.0275	0.0287
	CB	−0.0033	−0.0129	−0.0347	−0.0744	−0.0033	−0.0129	−0.0347	−0.0744	−0.0033	−0.0129	−0.0347	−0.0744	−0.0033	−0.0129	−0.0347	−0.0744	−0.0033	−0.0129	−0.0347	−0.0744
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744	−0.0813	−0.0786	−0.0757	−0.0744
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927
	CB	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.7017	−0.7625	−0.8416	−0.9354	−0.7517	−0.8125	−0.8916	−0.9854	−0.8017	−0.8625	−0.9416	−10.0854	−0.8517	−0.9125	−0.9916	−10.0854

续表 9-6

λ = 1.38

γ		0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0455	0.0507	0.0584	0.0683	0.0677	0.0706	0.0753	0.0818	0.0728	0.0753	0.0795	0.0853	0.0771	0.0794	0.0832	0.0884	0.0808	0.0830	0.0864	0.0911
	BA	0.0046	−0.0022	−0.0120	−0.0249	0.0253	0.0148	0.0012	−0.0154	0.0300	0.0188	0.0045	−0.0129	0.0340	0.0223	0.0074	−0.0107	0.0374	0.0254	0.0099	−0.0088
	CB	−0.1121	−0.1461	−0.1922	−0.2500	−0.0960	−0.1368	−0.1885	−0.2500	−0.0923	−0.1346	−0.1876	−0.2500	−0.0892	−0.1326	−0.1867	−0.2500	−0.0865	−0.1310	−0.1860	−0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.1668	−0.2231	−0.2934	−0.3791	−0.2032	−0.2625	−0.3368	−0.4271	−0.2420	−0.3044	−0.3826	−0.4776	−0.2834	−0.3487	−0.4309	−0.5306
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0121	0.0178	0.0233	0.0287	0.0204	0.0280	0.0339	0.0383	0.0222	0.0304	0.0365	0.0407	0.0238	0.0325	0.0388	0.0429	0.0252	0.0344	0.0409	0.0449
	CB	−0.0061	−0.0190	−0.0412	−0.0744	0.0092	−0.0014	−0.0247	−0.0609	0.0127	0.0027	−0.0206	−0.0574	0.0156	0.0063	−0.0171	−0.0543	0.0182	0.0095	−0.0139	−0.0516
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0631	−0.0656	−0.0655	−0.0609	−0.0581	−0.0609	−0.0613	−0.0574	−0.0538	−0.0568	−0.0576	−0.0543	−0.0501	−0.0533	−0.0544	−0.0516
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0631	−0.0656	−0.0655	−0.0609	−0.0581	−0.0609	−0.0613	−0.0574	−0.0538	−0.0568	−0.0576	−0.0543	−0.0501	−0.0533	−0.0544	−0.0516
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927
	CB	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.7017	−0.7625	−0.8416	−0.9354	−0.7517	−0.8125	−0.8916	−0.9854	−0.8017	−0.8625	−0.9416	−10.0854	−0.8517	−0.9125	−0.9916	−10.0854

续表 9-6

		λ = 1.70																			
γ		0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0448	0.0498	0.0577	0.0683	0.0699	0.0719	0.0761	0.0827	0.0753	0.0769	0.0806	0.0864	0.0799	0.0812	0.0844	0.0896	0.0837	0.0850	0.0879	0.0925
	BA	0.0040	−0.0030	−0.0125	−0.0249	0.0273	0.0159	0.0019	−0.0147	0.0324	0.0202	0.0054	−0.0121	0.0366	0.0239	0.0084	−0.0099	0.0401	0.0271	0.0110	−0.0078
	CB	−0.1126	−0.1466	−0.1923	−0.2500	−0.0944	−0.1362	−0.1883	−0.2500	−0.0904	−0.1338	−0.1873	−0.2500	−0.0872	−0.1318	−0.1865	−0.2500	−0.0844	−0.1300	−0.1857	−0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.1668	−0.2231	−0.2934	−0.3791	−0.2032	−0.2625	−0.3368	−0.4271	−0.2420	−0.3044	−0.3826	−0.4776	−0.2834	−0.3487	−0.4309	−0.5306
l	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0118	0.0173	0.0229	0.0287	0.0212	0.0287	0.0344	0.0389	0.0232	0.0313	0.0372	0.0415	0.0249	0.0335	0.0396	0.0438	0.0263	0.0354	0.0417	0.0458
	CB	−0.0066	−0.0198	−0.0419	−0.0744	0.0107	−0.0003	−0.0239	−0.0600	0.0145	0.0041	−0.0196	−0.0563	0.0176	0.0079	−0.0158	−0.0531	0.0202	0.0112	−0.0125	−0.0502
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0609	−0.0644	−0.0647	−0.0600	−0.0555	−0.0593	−0.0602	−0.0563	−0.0510	−0.0550	−0.0564	−0.0531	−0.0472	−0.0513	−0.0529	−0.0502
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0609	−0.0644	−0.0647	−0.0600	−0.0555	−0.0593	−0.0602	−0.0563	−0.0510	−0.0550	−0.0564	−0.0531	−0.0472	−0.0513	−0.0529	−0.0502
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927
	CB	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.7017	−0.7625	−0.8416	−0.9354	−0.7517	−0.8125	−0.8916	−0.9854	−0.8017	−0.8625	−0.9416	−10.0354	−0.8517	−0.9125	−0.9916	−10.0854

续表 9-6

	γ	0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
		λ=2.04																			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0441	0.0490	0.0571	0.0683	0.0719	0.0730	0.0768	0.0835	0.0776	0.0783	0.0815	0.0873	0.0822	0.0827	0.0855	0.0906	0.0862	0.0866	0.0890	0.0935
	BA	0.0034	-0.0037	-0.0130	-0.0249	0.0291	0.0168	0.0024	-0.0142	0.0344	0.0213	0.0060	-0.0115	0.0388	0.0252	0.0092	-0.0092	0.0424	0.0285	0.0119	-0.0071
	CB	-0.1130	-0.1469	-0.1925	-0.2500	-0.0929	-0.1357	-0.1881	-0.2500	-0.0888	-0.1332	-0.1871	-0.2500	-0.0854	-0.1311	-0.1862	-0.2500	-0.0826	-0.1293	-0.1855	-0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0728	-0.1200	-0.1784	-0.2500	-0.0728	-0.1200	-0.1784	-0.2500	-0.0728	-0.1200	-0.1784	-0.2500	-0.0728	-0.1200	-0.1784	-0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1668	-0.2231	-0.2934	-0.3791	-0.2032	-0.2625	-0.3368	-0.4271	-0.2420	-0.3044	-0.3826	-0.4776	-0.2834	-0.3487	-0.4309	-0.5306
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0116	0.0169	0.0225	0.0287	0.0219	0.0292	0.0348	0.0395	0.0240	0.0319	0.0377	0.0421	0.0258	0.0342	0.0403	0.0445	0.0272	0.0362	0.0424	0.0466
	CB	-0.0071	-0.0205	-0.0425	-0.0744	0.0121	0.0006	-0.0233	-0.0592	0.0160	0.0053	-0.0187	-0.0554	0.0192	0.0093	-0.0148	-0.0521	0.0219	0.0127	-0.0114	-0.0492
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0590	-0.0633	-0.0640	-0.0592	-0.0533	-0.0580	-0.0593	-0.0554	-0.0486	-0.0535	-0.0553	-0.0521	-0.0447	-0.0497	-0.0518	-0.0492
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0590	-0.0633	-0.0640	-0.0592	-0.0533	-0.0580	-0.0593	-0.0554	-0.0486	-0.0535	-0.0553	-0.0521	-0.0447	-0.0497	-0.0518	-0.0492
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927
	CB	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854	-0.5517	-0.6125	-0.6916	-0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.7017	-0.7625	-0.8416	-0.9354	-0.7517	-0.8125	-0.8916	-0.9854	-0.8017	-0.8625	-0.9416	-10.0354	-0.8517	-0.9125	-0.9916	-10.0854

续表 9-6

		λ=2.44																			
	γ	0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0434	0.0482	0.0565	0.0683	0.0738	0.0740	0.0774	0.0842	0.0797	0.0795	0.0823	0.0881	0.0845	0.0841	0.0864	0.0915	0.0885	0.0881	0.0900	0.0945
	BA	0.0027	−0.0044	−0.0134	−0.0249	0.0309	0.0177	0.0029	−0.0137	0.0364	0.0224	0.0067	−0.0110	0.0409	0.0264	0.0099	−0.0086	0.0446	0.0298	0.0127	−0.0064
	CB	−0.1136	−0.1473	−0.1926	−0.2500	−0.0916	−0.1352	−0.1880	−0.2500	−0.0873	−0.1326	−0.1869	−0.2500	−0.0838	−0.1304	−0.1860	−0.2500	−0.0809	−0.1286	−0.1852	−0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.1668	−0.2231	−0.2934	−0.3791	−0.2032	−0.2625	−0.3368	−0.4271	−0.2420	−0.3044	−0.3826	−0.4776	−0.2834	−0.3487	−0.4309	−0.5306
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0113	0.0165	0.0222	0.0287	0.0226	0.0297	0.0352	0.0399	0.0248	0.0326	0.0382	0.0427	0.0266	0.0350	0.0408	0.0451	0.0281	0.0370	0.0431	0.0472
	CB	−0.0076	−0.0212	−0.0430	−0.0744	0.0134	0.0015	−0.0227	−0.0585	0.0175	0.0064	−0.0179	−0.0546	0.0208	0.0105	−0.0139	−0.0512	0.0235	0.0140	−0.0104	−0.0482
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0571	−0.0623	−0.0634	−0.0585	−0.0512	−0.0567	−0.0585	−0.0546	−0.0464	−0.0521	−0.0544	−0.0512	−0.0424	−0.0482	−0.0508	−0.0482
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0571	−0.0623	−0.0634	−0.0585	−0.0512	−0.0567	−0.0585	−0.0546	−0.0464	−0.0521	−0.0544	−0.0512	−0.0424	−0.0482	−0.0508	−0.0482
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927
	CB	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.7017	−0.7625	−0.8416	−0.9354	−0.7517	−0.8125	−0.8916	−0.9854	−0.8017	−0.8625	−0.9416	−10.0354	−0.8517	−0.9125	−0.9916	−10.0854

续表 9-6

λ = 2.89

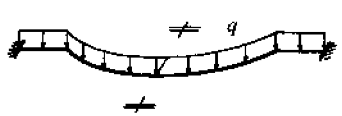
γ		0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0427	0.0474	0.0560	0.0683	0.0755	0.0749	0.0780	0.0848	0.0816	0.0806	0.0830	0.0887	0.0865	0.0854	0.0872	0.0922	0.0905	0.0894	0.0909	0.0952
	BA	0.0021	−0.0051	−0.0138	−0.0249	0.0325	0.0185	0.0033	−0.0133	0.0382	0.0234	0.0072	−0.0105	0.0427	0.0274	0.0105	−0.0080	0.0465	0.0309	0.0134	−0.0059
	CB	−0.1141	−0.1477	−0.1927	−0.2500	−0.0903	−0.1348	−0.1879	−0.2500	−0.0859	−0.1321	−0.1868	−0.2500	−0.0823	−0.1298	−0.1859	−0.2500	−0.0794	−0.1279	−0.1850	−0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.1668	−0.2231	−0.2934	−0.3791	−0.2032	−0.2625	−0.3368	−0.4271	−0.2420	−0.3044	−0.3826	−0.4776	−0.2834	−0.3487	−0.4309	−0.5306
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0111	0.0161	0.0219	0.0287	0.0233	0.0302	0.0356	0.0404	0.0255	0.0332	0.0387	0.0432	0.0273	0.0356	0.0413	0.0456	0.0288	0.0377	0.0436	0.0478
	CB	−0.0081	−0.0219	−0.0435	−0.0744	0.0146	0.0023	−0.0221	−0.0579	0.0188	0.0074	−0.0173	−0.0540	0.0222	0.0116	−0.0131	−0.0505	0.0249	0.0151	−0.0095	−0.0475
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0553	−0.0614	−0.0628	−0.0579	−0.0492	−0.0556	−0.0578	−0.0540	−0.0443	−0.0509	−0.0536	−0.0505	−0.0403	−0.0469	−0.0499	−0.0475
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0553	−0.0614	−0.0628	−0.0579	−0.0492	−0.0556	−0.0578	−0.0540	−0.0443	−0.0509	−0.0536	−0.0505	−0.0403	−0.0469	−0.0499	−0.0475
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927
	CB	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.7017	−0.7625	−0.8416	−0.9354	−0.7517	−0.8125	−0.8916	−0.9854	−0.8017	−0.8625	−0.9416	−10.0354	−0.8517	−0.9125	−0.9916	−10.0854

续表 9-6

λ = 3.40

	γ	0.00				0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0420	0.0467	0.0556	0.0683	0.0771	0.0757	0.0784	0.0853	0.0834	0.0816	0.0836	0.0893	0.0884	0.0864	0.0879	0.0928	0.0924	0.0905	0.0916	0.0959
	BA	0.0014	−0.0057	−0.0142	−0.0249	0.0340	0.0192	0.0037	−0.0129	0.0398	0.0242	0.0077	−0.0101	0.0444	0.0284	0.0111	−0.0076	0.0482	0.0318	0.0140	−0.0054
	CB	−0.1146	−0.1480	−0.1928	−0.2500	−0.0891	−0.1344	−0.1878	−0.2500	−0.0846	−0.1316	−0.1867	−0.2500	−0.0810	−0.1293	−0.1857	−0.2500	−0.0781	−0.1274	−0.1849	−0.2500
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500	−0.0728	−0.1200	−0.1784	−0.2500
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.1668	−0.2231	−0.2934	−0.3791	−0.2032	−0.2625	−0.3368	−0.4271	−0.2420	−0.3044	−0.3826	−0.4776	−0.2834	−0.3487	−0.4309	−0.5306
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0108	0.0157	0.0216	0.0287	0.0239	0.0306	0.0359	0.0407	0.0262	0.0337	0.0391	0.0436	0.0280	0.0362	0.0418	0.0461	0.0295	0.0382	0.0441	0.0483
	CB	−0.0085	−0.0225	−0.0440	−0.0744	0.0157	0.0031	−0.0217	−0.0574	0.0200	0.0083	−0.0167	−0.0534	0.0234	0.0125	−0.0124	−0.0499	0.0262	0.0161	−0.0088	−0.0468
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0537	−0.0605	−0.0624	−0.0574	−0.0475	−0.0546	−0.0572	−0.0534	−0.0425	−0.0498	−0.0529	−0.0499	−0.0385	−0.0457	−0.0492	−0.0468
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.0537	−0.0605	−0.0624	−0.0574	−0.0475	−0.0546	−0.0572	−0.0534	−0.0425	−0.0498	−0.0529	−0.0499	−0.0385	−0.0457	−0.0492	−0.0468
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927
	CB	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	CD	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854	−0.5517	−0.6125	−0.6916	−0.7854
	DC	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	−0.7017	−0.7625	−0.8416	−0.9354	−0.7517	−0.8125	−0.8916	−0.9854	−0.8017	−0.8625	−0.9416	−10.0354	−0.8517	−0.9125	−0.9916	−10.0854

(五)B型阳台圆弧梁(图9-4)内力系数表



弯矩 M=表中系数 $m\times ql^2$；
扭矩 T=表中系数 $t\times ql^2$；
剪力 V=表中系数 $v\times ql$；
β的含义见前面的符号补充说明。

表 9-7

	λ=0.00																				
γ		0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0480	0.0543	0.0602	0.0632	0.0475	0.0532	0.0588	0.0622	0.0470	0.0523	0.0577	0.0616	0.0465	0.0514	0.0566	0.0608	0.0459	0.0503	0.0551	0.0595
	BA	0.0205	0.0173	0.0101	−0.0022	0.0256	0.0232	0.0177	0.0081	0.0301	0.0284	0.0243	0.0172	0.0338	0.0326	0.0298	0.0247	0.0366	0.0358	0.0338	0.0304
	CB	−0.0580	−0.0832	−0.1180	−0.1600	−0.0367	−0.0582	−0.0875	−0.1225	−0.0182	−0.0366	−0.0611	−0.0900	−0.0026	−0.0183	−0.0388	−0.0625	0.0100	−0.0035	−0.0207	−0.0400
	CD	−0.0357	−0.0329	−0.0300	−0.0281	−0.0167	−0.0135	−0.0102	−0.0077	−0.0001	0.0033	0.0070	0.0102	0.0138	0.0173	0.0214	0.0251	0.0250	0.0285	0.0326	0.0367
	DC	−0.0849	−0.0869	−0.0903	−0.0960	−0.0859	−0.0891	−0.0941	−0.1014	−0.0864	−0.0902	−0.0960	−0.1040	−0.0865	−0.0905	−0.0963	−0.1043	−0.0862	−0.0900	−0.0954	−0.1026
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0148	0.0226	0.0292	0.0322	0.0153	0.0233	0.0303	0.0344	0.0157	0.0239	0.0313	0.0365	0.0161	0.0244	0.0320	0.0381	0.0163	0.0246	0.0323	0.0390
	CB	0.0091	0.0071	−0.0042	−0.0281	0.0143	0.0157	0.0092	−0.0077	0.0189	0.0232	0.0209	0.0102	0.0227	0.0294	0.0306	0.0251	0.0257	0.0342	0.0381	0.0367
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142	−0.1931	−0.2144	−0.2421	−0.2749	−0.1655	−0.1837	−0.2075	−0.2356	−0.1379	−0.1531	−0.1729	−0.1963	−0.1103	−0.1225	−0.1383	−0.1571
	CB	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	CD	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	DC	−0.5414	−0.5900	−0.6533	−0.7283	−0.5362	−0.5787	−0.6341	−0.6998	−0.5310	−0.5675	−0.6150	−0.6712	−0.5259	−0.5562	−0.5958	−0.6427	−0.5207	−0.5450	−0.5766	−0.6142

续表 9-7

λ = 1.38

	γ	0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0429	0.0450	0.0484	0.0532	0.0422	0.0434	0.0456	0.0487	0.0419	0.0426	0.0439	0.0458	0.0418	0.0423	0.0431	0.0443	0.0419	0.0423	0.0430	0.0439
	BA	0.0157	0.0093	0.0010	−0.0092	0.0208	0.0148	0.0074	−0.0015	0.0254	0.0200	0.0135	0.0060	0.0294	0.0248	0.0193	0.0130	0.0329	0.0290	0.0244	0.0193
	CB	−0.0618	−0.0876	−0.1206	−0.1600	−0.0405	−0.0629	−0.0904	−0.1225	−0.0219	−0.0412	−0.0642	−0.0900	−0.0060	−0.0226	−0.0418	−0.0625	0.0071	−0.0073	−0.0234	−0.0400
	CD	−0.0409	−0.0422	−0.0417	−0.0381	−0.0219	−0.0233	−0.0234	−0.0213	−0.0052	−0.0065	−0.0068	−0.0056	0.0091	0.0082	0.0079	0.0086	0.0210	0.0205	0.0205	0.0211
	DC	−0.0900	−0.0962	−0.1020	−0.1059	−0.0911	−0.0989	−0.1073	−0.1150	−0.0914	−0.1000	−0.1098	−0.1198	−0.0911	−0.0996	−0.1098	−0.1208	−0.0902	−0.0980	−0.1075	−0.1182
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0129	0.0178	0.0218	0.0251	0.0133	0.0183	0.0220	0.0248	0.0138	0.0189	0.0227	0.0253	0.0143	0.0197	0.0236	0.0264	0.0148	0.0204	0.0248	0.0279
	CB	0.0056	−0.0011	−0.0156	−0.0381	0.0107	0.0071	−0.0037	−0.0213	0.0154	0.0146	0.0074	−0.0056	0.0195	0.0214	0.0175	0.0086	0.0229	0.0272	0.0263	0.0211
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142	−0.1931	−0.2144	−0.2421	−0.2749	−0.1655	−0.1837	−0.2075	−0.2356	−0.1379	−0.1531	−0.1729	−0.1963	−0.1103	−0.1225	−0.1383	−0.1571
	CB	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	CD	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	DC	−0.5414	−0.5900	−0.6533	−0.7283	−0.5362	−0.5787	−0.6341	−0.6998	−0.5310	−0.5675	−0.6150	−0.6712	−0.5259	−0.5562	−0.5958	−0.6427	−0.5207	−0.5450	−0.5766	−0.6142

续表 9-7

		$\lambda=1.70$																			
	γ	0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0419	0.0436	0.0470	0.0522	0.0412	0.0419	0.0439	0.0472	0.0409	0.0410	0.0420	0.0439	0.0409	0.0407	0.0411	0.0421	0.0411	0.0409	0.0410	0.0416
	BA	0.0149	0.0081	−0.0001	−0.0099	0.0199	0.0135	0.0061	−0.0025	0.0245	0.0187	0.0120	0.0047	0.0286	0.0235	0.0177	0.0115	0.0321	0.0277	0.0228	0.0177
	CB	−0.0624	−0.0883	−0.1209	−0.1600	−0.0412	−0.0636	−0.0908	−0.1225	−0.0226	−0.0419	−0.0646	−0.0900	−0.0066	−0.0233	−0.0422	−0.0625	0.0066	−0.0080	−0.0238	−0.0400
	CD	−0.0418	−0.0436	−0.0431	−0.0391	−0.0229	−0.0249	−0.0251	−0.0228	−0.0062	−0.0081	−0.0087	−0.0075	0.0082	0.0066	0.0059	0.0064	0.0201	0.0191	0.0185	0.0188
	DC	−0.0910	−0.0976	−0.1034	−0.1069	−0.0921	−0.1004	−0.1090	−0.1165	−0.0924	−0.1016	−0.1117	−0.1218	−0.0920	−0.1012	−0.1118	−0.1230	−0.0911	−0.0994	−0.1095	−0.1205
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0125	0.0171	0.0210	0.0244	0.0130	0.0175	0.0210	0.0238	0.0135	0.0181	0.0215	0.0240	0.0140	0.0189	0.0224	0.0249	0.0145	0.0197	0.0235	0.0263
	CB	0.0049	−0.0023	−0.0170	−0.0391	0.0101	0.0057	−0.0053	−0.0228	0.0147	0.0132	0.0056	−0.0075	0.0188	0.0200	0.0155	0.0064	0.0223	0.0259	0.0243	0.0188
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142	−0.1931	−0.2144	−0.2421	−0.2749	−0.1655	−0.1837	−0.2075	−0.2356	−0.1379	−0.1531	−0.1729	−0.1963	−0.1103	−0.1225	−0.1383	−0.1571
	CB	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	CD	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	DC	−0.5414	−0.5900	−0.6533	−0.7283	−0.5362	−0.5787	−0.6341	−0.6998	−0.5310	−0.5675	−0.6150	−0.6712	−0.5259	−0.5562	−0.5958	−0.6427	−0.5207	−0.5450	−0.5766	−0.6142

续表 9-7

λ=2.04

γ		0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0410	0.0423	0.0458	0.0514	0.0403	0.0405	0.0424	0.0459	0.0399	0.0395	0.0402	0.0422	0.0400	0.0392	0.0392	0.0401	0.0403	0.0395	0.0392	0.0395
	BA	0.0140	0.0070	−0.0011	−0.0105	0.0190	0.0123	0.0049	−0.0034	0.0236	0.0174	0.0107	0.0035	0.0277	0.0222	0.0162	0.0101	0.0314	0.0265	0.0214	0.0162
	CB	−0.0631	−0.0889	−0.1211	−0.1600	−0.0419	−0.0642	−0.0912	−0.1225	−0.0233	−0.0426	−0.0650	−0.0900	−0.0073	−0.0241	−0.0426	−0.0625	0.0060	−0.0086	−0.0242	−0.0400
	CD	−0.0427	−0.0448	−0.0443	−0.0400	−0.0239	−0.0263	−0.0266	−0.0241	−0.0072	−0.0096	−0.0105	−0.0092	0.0073	0.0051	0.0040	0.0045	0.0193	0.0177	0.0167	0.0167
	DC	−0.0919	−0.0988	−0.1046	−0.1078	−0.0930	−0.1018	−0.1105	−0.1178	−0.0934	−0.1031	−0.1135	−0.1234	−0.0930	−0.1027	−0.1137	−0.1250	−0.0919	−0.1008	−0.1113	−0.1226
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0122	0.0165	0.0202	0.0238	0.0126	0.0168	0.0200	0.0228	0.0131	0.0173	0.0204	0.0228	0.0136	0.0181	0.0212	0.0235	0.0142	0.0190	0.0224	0.0248
	CB	0.0043	−0.0034	−0.0182	−0.0400	0.0094	0.0045	−0.0068	−0.0241	0.0140	0.0119	0.0039	−0.0092	0.0182	0.0186	0.0137	0.0045	0.0218	0.0246	0.0225	0.0167
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142	−0.1931	−0.2144	−0.2421	−0.2749	−0.1655	−0.1837	−0.2075	−0.2356	−0.1379	−0.1531	−0.1729	−0.1963	−0.1103	−0.1225	−0.1383	−0.1571
	CB	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	CD	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	DC	−0.5414	−0.5900	−0.6533	−0.7283	−0.5362	−0.5787	−0.6341	−0.6998	−0.5310	−0.5675	−0.6150	−0.6712	−0.5259	−0.5562	−0.5958	−0.6427	−0.5207	−0.5450	−0.5766	−0.6142

续表 9-7

	γ	0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
		λ=2.44																			
	β	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0400	0.0411	0.0446	0.0506	0.0392	0.0390	0.0409	0.0446	0.0389	0.0379	0.0385	0.0405	0.0389	0.0376	0.0373	0.0382	0.0393	0.0379	0.0373	0.0374
	BA	0.0131	0.0059	-0.0020	-0.0111	0.0180	0.0111	0.0037	-0.0043	0.0226	0.0160	0.0093	0.0023	0.0268	0.0208	0.0148	0.0087	0.0305	0.0252	0.0199	0.0147
	CB	-0.0638	-0.0895	-0.1214	-0.1600	-0.0427	-0.0649	-0.0915	-0.1225	-0.0240	-0.0434	-0.0654	-0.0900	-0.0080	-0.0248	-0.0431	-0.0625	0.0053	-0.0094	-0.0246	-0.0400
	CD	-0.0437	-0.0461	-0.0455	-0.0408	-0.0249	-0.0277	-0.0281	-0.0253	-0.0082	-0.0111	-0.0122	-0.0108	0.0062	0.0035	0.0021	0.0025	0.0184	0.0161	0.0147	0.0145
	DC	-0.0929	-0.1001	-0.1058	-0.1086	-0.0941	-0.1033	-0.1120	-0.1190	-0.0944	-0.1046	-0.1152	-0.1251	-0.0940	-0.1043	-0.1156	-0.1269	-0.0928	-0.1024	-0.1133	-0.1247
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0118	0.0158	0.0195	0.0232	0.0122	0.0160	0.0191	0.0220	0.0127	0.0165	0.0193	0.0216	0.0133	0.0173	0.0200	0.0221	0.0138	0.0182	0.0212	0.0233
	CB	0.0036	-0.0046	-0.0193	-0.0408	0.0087	0.0032	-0.0083	-0.0253	0.0133	0.0105	0.0022	-0.0108	0.0175	0.0172	0.0119	0.0025	0.0211	0.0233	0.0206	0.0145
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	-0.2207	-0.2450	-0.2766	-0.3142	-0.1931	-0.2144	-0.2421	-0.2749	-0.1655	-0.1837	-0.2075	-0.2356	-0.1379	-0.1531	-0.1729	-0.1963	-0.1103	-0.1225	-0.1383	-0.1571
	CB	-0.4414	-0.4900	-0.5533	-0.6283	-0.3862	-0.4287	-0.4841	-0.5498	-0.3310	-0.3675	-0.4150	-0.4712	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927	-0.2207	-0.2450	-0.2766	-0.3142
	CD	-0.4414	-0.4900	-0.5533	-0.6283	-0.3862	-0.4287	-0.4841	-0.5498	-0.3310	-0.3675	-0.4150	-0.4712	-0.2759	-0.3062	-0.3458	-0.3927	-0.2207	-0.2450	-0.2766	-0.3142
	DC	-0.5414	-0.5900	-0.6533	-0.7283	-0.5362	-0.5787	-0.6341	-0.6998	-0.5310	-0.5675	-0.6150	-0.6712	-0.5259	-0.5562	-0.5958	-0.6427	-0.5207	-0.5450	-0.5766	-0.6142

续表 9-7

λ=2.89

γ		0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0390	0.0398	0.0435	0.0498	0.0381	0.0376	0.0395	0.0435	0.0378	0.0364	0.0368	0.0390	0.0379	0.0360	0.0355	0.0363	0.0383	0.0364	0.0353	0.0353
	BA	0.0122	0.0049	−0.0029	−0.0116	0.0170	0.0098	0.0026	−0.0051	0.0215	0.0147	0.0080	0.0012	0.0258	0.0194	0.0133	0.0074	0.0296	0.0239	0.0184	0.0132
	CB	−0.0645	−0.0901	−0.1217	−0.1600	−0.0434	−0.0656	−0.0918	−0.1225	−0.0248	−0.0441	−0.0657	−0.0900	−0.0088	−0.0256	−0.0435	−0.0625	0.0046	−0.0101	−0.0250	−0.0400
	CD	−0.0447	−0.0474	−0.0466	−0.0415	−0.0260	−0.0291	−0.0295	−0.0264	−0.0093	−0.0127	−0.0139	−0.0123	0.0051	0.0019	0.0003	0.0007	0.0174	0.0146	0.0128	0.0125
	DC	−0.0939	−0.1013	−0.1069	−0.1093	−0.0952	−0.1047	−0.1134	−0.1201	−0.0956	−0.1062	−0.1169	−0.1266	−0.0951	−0.1059	−0.1174	−0.1288	−0.0938	−0.1039	−0.1152	−0.1268
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0114	0.0152	0.0188	0.0227	0.0118	0.0153	0.0182	0.0212	0.0123	0.0157	0.0183	0.0205	0.0129	0.0164	0.0189	0.0208	0.0135	0.0174	0.0200	0.0218
	CB	0.0029	−0.0056	−0.0204	−0.0415	0.0079	0.0020	−0.0096	−0.0264	0.0125	0.0091	0.0006	−0.0123	0.0167	0.0158	0.0101	0.0007	0.0204	0.0219	0.0188	0.0125
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142	−0.1931	−0.2144	−0.2421	−0.2749	−0.1655	−0.1837	−0.2075	−0.2356	−0.1379	−0.1531	−0.1729	−0.1963	−0.1103	−0.1225	−0.1383	−0.1571
	CB	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	CD	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	DC	−0.5414	−0.5900	−0.6533	−0.7283	−0.5362	−0.5787	−0.6341	−0.6998	−0.5310	−0.5675	−0.6150	−0.6712	−0.5259	−0.5562	−0.5958	−0.6427	−0.5207	−0.5450	−0.5766	−0.6142

续表 9-7

λ=3.40																					
γ		0.10				0.15				0.20				0.25				0.30			
β		0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50	0.20	0.30	0.40	0.50
m	AB	0.0380	0.0387	0.0425	0.0492	0.0370	0.0363	0.0382	0.0425	0.0366	0.0348	0.0353	0.0376	0.0367	0.0344	0.0337	0.0346	0.0373	0.0348	0.0335	0.0333
	BA	0.0112	0.0039	−0.0037	−0.0121	0.0160	0.0087	0.0016	−0.0059	0.0205	0.0134	0.0068	0.0002	0.0247	0.0180	0.0119	0.0062	0.0286	0.0225	0.0169	0.0119
	CB	−0.0653	−0.0906	−0.1219	−0.1600	−0.0442	−0.0662	−0.0921	−0.1225	−0.0257	−0.0448	−0.0661	−0.0900	−0.0097	−0.0263	−0.0438	−0.0625	0.0038	−0.0108	−0.0255	−0.0400
	CD	−0.0457	−0.0485	−0.0476	−0.0422	−0.0271	−0.0305	−0.0308	−0.0275	−0.0105	−0.0142	−0.0154	−0.0138	0.0040	0.0003	−0.0015	−0.0011	0.0163	0.0130	0.0109	0.0105
	DC	−0.0949	−0.1025	−0.1080	−0.1100	−0.0963	−0.1061	−0.1147	−0.1212	−0.0967	−0.1077	−0.1184	−0.1280	−0.0962	−0.1075	−0.1192	−0.1305	−0.0949	−0.1055	−0.1171	−0.1287
t	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	0.0111	0.0146	0.0181	0.0222	0.0114	0.0146	0.0174	0.0204	0.0119	0.0149	0.0173	0.0196	0.0124	0.0156	0.0178	0.0196	0.0131	0.0166	0.0188	0.0204
	CB	0.0022	−0.0067	−0.0214	−0.0422	0.0072	0.0008	−0.0109	−0.0275	0.0118	0.0078	−0.0010	−0.0138	0.0160	0.0144	0.0083	−0.0011	0.0197	0.0205	0.0169	0.0105
	CD	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
	DC	0.0466	0.0768	0.1142	0.1600	0.0357	0.0588	0.0874	0.1225	0.0262	0.0432	0.0642	0.0900	0.0182	0.0300	0.0446	0.0625	0.0117	0.0192	0.0286	0.0400
v	AB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	BA	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142	−0.1931	−0.2144	−0.2421	−0.2749	−0.1655	−0.1837	−0.2075	−0.2356	−0.1379	−0.1531	−0.1729	−0.1963	−0.1103	−0.1225	−0.1383	−0.1571
	CB	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	CD	−0.4414	−0.4900	−0.5533	−0.6283	−0.3862	−0.4287	−0.4841	−0.5498	−0.3310	−0.3675	−0.4150	−0.4712	−0.2759	−0.3062	−0.3458	−0.3927	−0.2207	−0.2450	−0.2766	−0.3142
	DC	−0.5414	−0.5900	−0.6533	−0.7283	−0.5362	−0.5787	−0.6341	−0.6998	−0.5310	−0.5675	−0.6150	−0.6712	−0.5259	−0.5562	−0.5958	−0.6427	−0.5207	−0.5450	−0.5766	−0.6142

第十章 排 架

第一节 概 述

本章所讨论的排架主要是用于单层工业厂房中的等高排架与不等高排架。排架的柱底为固定端，柱底标高可以不在同一标高，横梁与柱的连接均为铰接，横梁是水平的也可以有不大的坡度(图 10-1)。

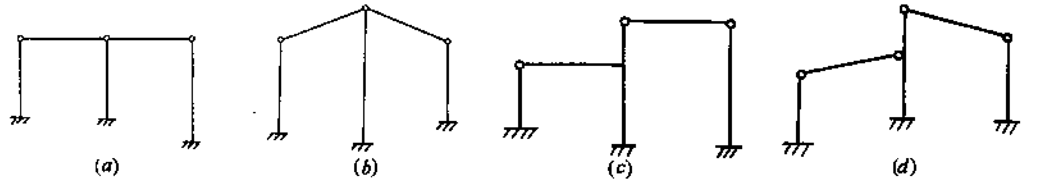


图 10-1

排架柱分为等截面柱与阶形柱两种，在本章的阶形柱中列出了单阶柱及两阶柱的位移公式。

计算中假定横梁的拉压刚度为无穷大，还进一步假定每一横梁两端的水平位移相等。当横梁为水平时，这进一步的假定并不产生新的误差，但当横梁有坡度时会产生新的误差。如果坡度不大，这种误差会在容许范围之内，可以忽略不计。

第二节 计算要点

(一) 排架计算用力法求解。将排架的每一横梁作为赘余联系，去掉之后代以相应的赘余力(X_1、X_2……)，使原超静定排架(图 10-2a)变成几个静定的基本结构(图 10-2b)。这里每根柱都是一个基本结构，柱底为固定端，柱顶为自由端。

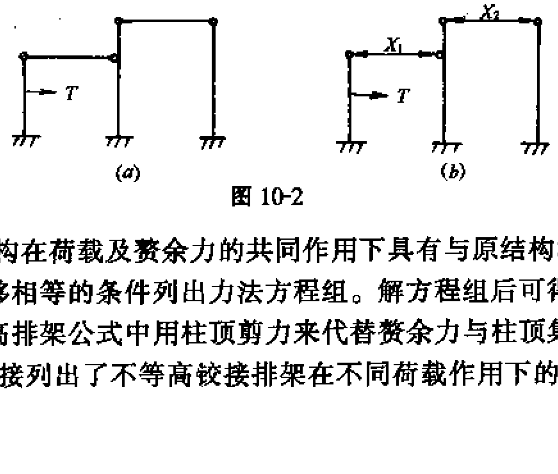


图 10-2

(二) 根据基本结构在荷载及赘余力的共同作用下具有与原结构相同变位的原理，利用每一横梁两端水平位移相等的条件列出力法方程组。解方程组后可得赘余力 X_1、X_2……。

本章第三节的等高排架公式中用柱顶剪力来代替赘余力与柱顶集中水平外荷载的共同作用，本章第四节则直接列出了不等高铰接排架在不同荷载作用下的赘余力计算公式，应用时需注意其中的差别。

（三）对每一根柱（基本结构）可按悬臂杆计算内力的方法，求出指定截面在外荷载与赘余力（或柱顶剪力）共同作用下的内力。这就是原结构在外荷载作用下指定截面的内力。

当用赘余力计算截面内力时，基本结构上的全部外荷载均应参加共同作用。当用柱顶剪力计算截面内力时，基本结构上的柱顶集中水平外荷载不能再计入共同作用的力中，否则计算会出错，因为柱顶剪力实际上代表了赘余力与柱顶集中水平外荷载的共同作用。

第三节 等高铰接排架计算

一、公 式 说 明

（一）按本节提供的公式计算时，需要求出各柱的柱顶位移 δ 与柱顶反力 R。将它们代入相应的公式中即可求得各柱的柱顶剪力。然后，可进一步计算柱截面的内力。当有力矩荷载作用时，柱顶反力 R 与柱顶剪力 V 的正负号很容易出错，须仔细判别。

（二）柱顶位移 δ 的计算

1. 柱底固定、柱顶自由的悬臂柱在柱顶作用有单位集中水平力时，柱顶的水平位移值是柱顶位移 δ。

2. 本章第五节列有等截面柱、单阶柱和两阶柱的柱位移计算公式，其中的公式（10-185）、公式（10-194）与公式（10-225）是求柱顶位移 δ 的公式。

（三）柱顶反力 R 的计算

1. 柱底为固定端、柱顶为不动铰的柱，在外荷载作用下柱顶铰支座的水平反力是柱顶反力 R。

2. 设外荷载为 P，则柱顶反力

$$R = P \times \frac{\Delta}{\delta}$$

式中 Δ——柱底固定、柱顶自由时，单位外荷载作用下柱顶产生的水平位移，见本章第五节的公式；

δ——前已计算的柱顶位移 δ。

（四）力的方向

在与本节公式对应的图中标有各种力的方向。其中剪力 V 的方向仅标出了一半，是从柱顶截面处将柱截开，取柱下段作自由体，图中剪力 V 的标注方向是该自由体中柱顶剪力的方向。采用这种标注方式时，可按标注的剪力方向与外荷载（不包括柱顶集中水平外荷载）一起直接计算截面内力。

二、计 算 公 式

（一）单跨排架

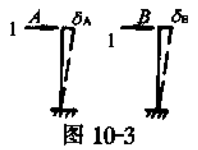
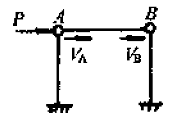


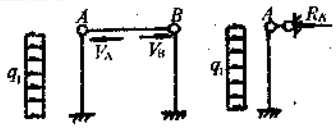
图 10-3

$$K_1 = \frac{\delta_A}{\delta_A + \delta_B}$$

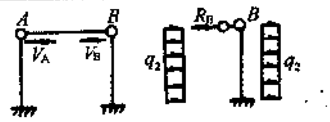
$$K_2 = \frac{\delta_B}{\delta_A + \delta_B}$$



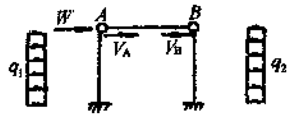
$$V_A = P \cdot K_2 \qquad V_B = P \cdot K_1 \tag{10-1}$$



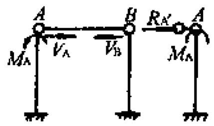
$$V_A = V_B = R_A \cdot K_1 \tag{10-2}$$



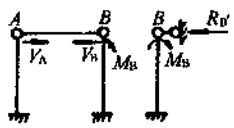
$$V_A = V_B = R_B \cdot K_2 \tag{10-3}$$



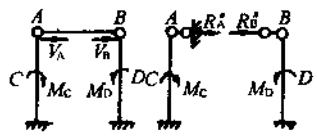
$$\left.\begin{aligned} V_A &= (W + R_B) \cdot K_2 - R_A \cdot K_1 \\ V_B &= (W + R_A) \cdot K_1 - R_B \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \tag{10-4}$$



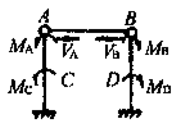
$$V_A = V_B = R'_A \cdot K_1 \tag{10-5}$$



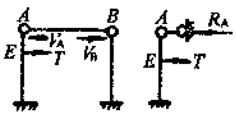
$$V_A = V_B = R'_B \cdot K_2 \tag{10-6}$$



$$V_A = V_B = R''_A \cdot K_1 + R''_B \cdot K_2 \tag{10-7}$$



$$V_A = V_B = (R'_A + R''_A) \cdot K_1 + (R'_B + R''_B) \cdot K_2 \tag{10-8}$$



$$V_A = V_B = R_A \cdot K_1 \tag{10-9}$$

（二）两跨排架

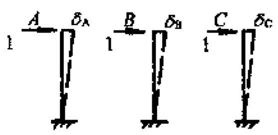
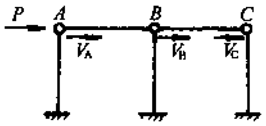
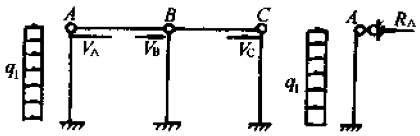


图 10-4

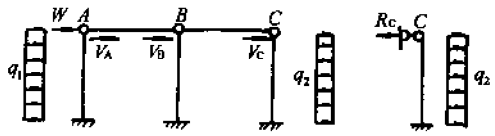
$$K = \frac{1}{\delta_A} + \frac{1}{\delta_B} + \frac{1}{\delta_C}$$



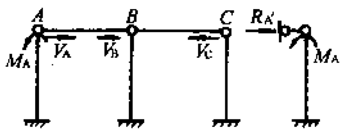
$$V_A=\frac{P}{\delta_A\cdot K};V_B=\frac{P}{\delta_B\cdot K};V_C=\frac{P}{\delta_C\cdot K}\qquad(10-10)$$



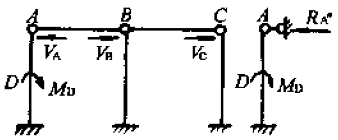
$$\left.\begin{aligned}V_A&=V_B+V_C\\V_B&=\frac{R_A}{\delta_B\cdot K}\\V_C&=\frac{R_A}{\delta_C\cdot K}\end{aligned}\right\}\qquad(10-11)$$



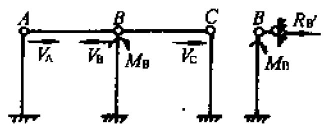
$$\left.\begin{aligned}A&=W+R_A+R_C\\V_A&=\frac{A}{\delta_A\cdot K}-R_A\\V_B&=\frac{A}{\delta_B\cdot K}\\V_C&=\frac{A}{\delta_C\cdot K}-R_C\end{aligned}\right\}\qquad(10-12)$$



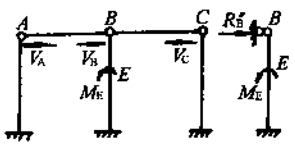
$$\left.\begin{aligned}V_A&=V_B+V_C\\V_B&=\frac{R_A'}{\delta_B\cdot K}\\V_C&=\frac{R_A'}{\delta_C\cdot K}\end{aligned}\right\}\qquad(10-13)$$



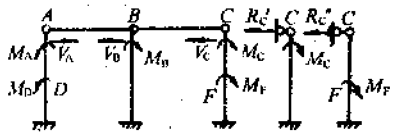
$$\left.\begin{aligned}V_A&=V_B+V_C\\V_B&=\frac{R_A''}{\delta_B\cdot K}\\V_C&=\frac{R_A''}{\delta_C\cdot K}\end{aligned}\right\}\qquad(10-14)$$



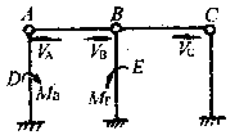
$$V_A=\frac{R_B'}{\delta_A\cdot K};V_B=V_A+V_C;V_C=\frac{R_B'}{\delta_C\cdot K}\qquad(10-15)$$



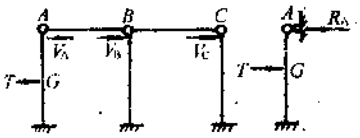
$$\left.\begin{aligned}V_A&=\frac{R_B''}{\delta_A\cdot K}\\V_B&=V_A+V_C\\V_C&=\frac{R_B''}{\delta_C\cdot K}\end{aligned}\right\}\qquad(10-16)$$



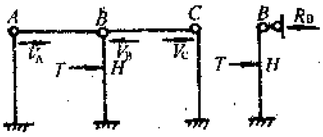
$$\left.\begin{aligned} B &= R'_C + R''_C + R'_B - R'_A - R''_A \\ V_A &= R'_A + R''_A + \frac{B}{\delta_A \cdot K} \\ V_B &= V_A - V_C \\ V_C &= R'_C + R''_C - \frac{B}{\delta_C \cdot K} \end{aligned}\right\} \quad (10-17)$$



$$\left.\begin{aligned} V_A &= (R''_B - R''_A)\frac{1}{\delta_A \cdot K} + R'_A \\ V_B &= V_A + V_C \\ V_C &= (R''_B - R''_A) \cdot \frac{1}{\delta_C \cdot K} \end{aligned}\right\} \quad (10-18)$$



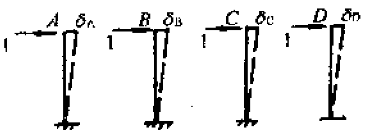
$$\left.\begin{aligned} V_A &= V_B + V_C \\ V_B &= \frac{R_A}{\delta_B \cdot K} \\ V_C &= \frac{R_A}{\delta_C \cdot K} \end{aligned}\right\} \quad (10-19)$$



$$V_A = \frac{R_B}{\delta_A \cdot K}; V_B = V_A + V_C;$$

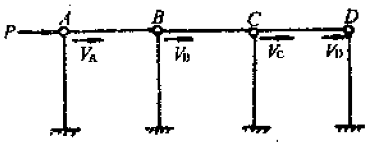
$$V_C = \frac{R_B}{\delta_C \cdot K} \quad (10-20)$$

（三）三跨排架

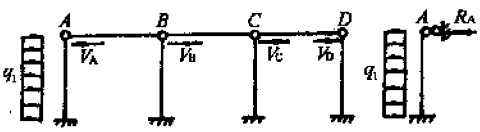


$$K = \frac{1}{\delta_A} + \frac{1}{\delta_B} + \frac{1}{\delta_C} + \frac{1}{\delta_D}$$

图 10-5

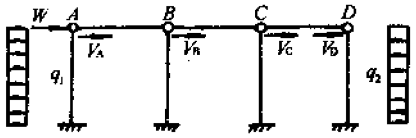


$$\left.\begin{aligned} V_A &= \frac{P}{\delta_A \cdot K}; V_B = \frac{P}{\delta_B \cdot K} \\ V_C &= \frac{P}{\delta_C \cdot K}; V_D = \frac{P}{\delta_D \cdot K} \end{aligned}\right\} \quad (10-21)$$

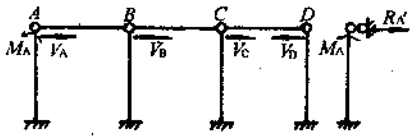


$$\left.\begin{aligned} V_A &= V_B + V_C + V_D; V_B = \frac{R_A}{\delta_B \cdot K} \\ V_C &= \frac{R_A}{\delta_C \cdot K}; V_D = \frac{R_A}{\delta_D \cdot K} \end{aligned}\right\}$$

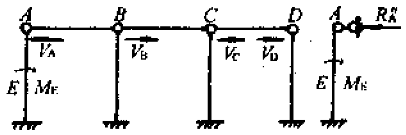
(10-22)



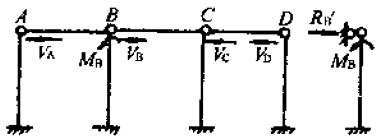
$$\left.\begin{aligned}&A = W + R_A + R_D;\ V_A = \frac{A}{\delta_A \cdot K} - R_A;\\&V_B = \frac{A}{\delta_B \cdot K};\ V_C = \frac{A}{\delta_C \cdot K};\ V_D = \frac{A}{\delta_D \cdot K} - R_D\end{aligned}\right\} \tag{10-23}$$



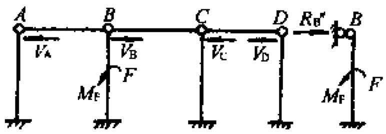
$$\left.\begin{aligned}&V_A = V_B + V_C + V_D;\\&V_B = \frac{R'_A}{\delta_B \cdot K}\\&V_C = \frac{R'_A}{\delta_C \cdot K};\ V_D = \frac{R'_A}{\delta_D \cdot K}\end{aligned}\right\} \tag{10-24}$$



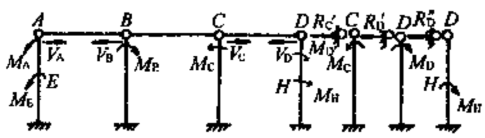
$$\left.\begin{aligned}&V_A = V_B + V_C + V_D;\\&V_B = \frac{R''_A}{\delta_B \cdot K};\\&V_C = \frac{R''_A}{\delta_C \cdot K};\ V_D = \frac{R''_A}{\delta_D \cdot K}\end{aligned}\right\} \tag{10-25}$$



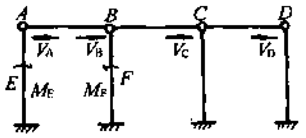
$$\left.\begin{aligned}&V_A = \frac{R'_B}{\delta_A \cdot K};\ V_B = V_A + V_C + V_D\\&V_C = \frac{R'_B}{\delta_C \cdot K};\ V_D = \frac{R'_B}{\delta_D \cdot K}\end{aligned}\right\} \tag{10-26}$$



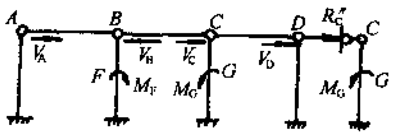
$$\left.\begin{aligned}&V_A = \frac{R''_B}{\delta_A \cdot K};\ V_B = V_A + V_C + V_D\\&V_C = \frac{R''_B}{\delta_C \cdot K};\ V_D = \frac{R''_B}{\delta_D \cdot K}\end{aligned}\right\} \tag{10-27}$$



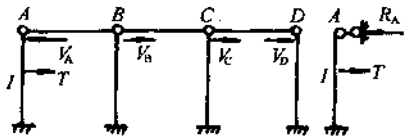
$$\left.\begin{aligned}&B = R'_B + R'_D + R''_D - R'_C - R'_A - R''_A\\&V_A = R'_A + R''_A + \frac{B}{\delta_A \cdot K}\\&V_B = R'_B - \frac{B}{\delta_B \cdot K}\\&V_C = R'_C + \frac{B}{\delta_C \cdot K}\\&V_D = R'_D + R''_D - \frac{B}{\delta_D \cdot K}\end{aligned}\right\} \tag{10-28}$$



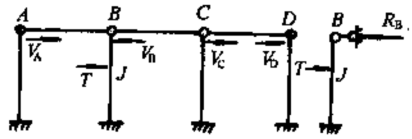
$$\left.\begin{aligned}V_A &= R_A'' + (R_B'' - R_A'')\cdot\frac{1}{\delta_A\cdot K}\\ V_B &= R_B'' - (R_B'' - R_A'')\cdot\frac{1}{\delta_B\cdot K}\\ V_C &= (R_B'' - R_A'')\cdot\frac{1}{\delta_C\cdot K}\\ V_D &= (R_B'' - R_A'')\cdot\frac{1}{\delta_D\cdot K}\end{aligned}\right\}\quad(10-29)$$



$$\left.\begin{aligned}V_A &= (R_B'' - R_C'')\cdot\frac{1}{\delta_A\cdot K}\\ V_B &= R_B'' - (R_B'' - R_C'')\cdot\frac{1}{\delta_B\cdot K}\\ V_C &= R_C'' + (R_B'' - R_C'')\cdot\frac{1}{\delta_C\cdot K}\\ V_D &= (R_B'' - R_C'')\cdot\frac{1}{\delta_D\cdot K}\end{aligned}\right\}\quad(10-30)$$



$$\left.\begin{aligned}V_A &= V_B + V_C + V_D\\ V_B &= \frac{R_A}{\delta_B\cdot K}\\ V_C &= \frac{R_A}{\delta_C\cdot K}\\ V_D &= \frac{R_A}{\delta_D\cdot K}\end{aligned}\right\}\quad(10-31)$$



$$\left.\begin{aligned}V_A &= \frac{R_B}{\delta_A\cdot K}\\ V_B &= V_A + V_C + V_D\\ V_C &= \frac{R_B}{\delta_C\cdot K}\\ V_D &= \frac{R_B}{\delta_D\cdot K}\end{aligned}\right\}\quad(10-32)$$

第四节　不等高铰接排架计算

一、公 式 说 明

（一）按本节提供的公式计算时，需要求出柱在作用有单位集中水平力时的位移 δ 以及柱在其他单位外荷载作用下的位移 Δ。将它们代入相应的公式中即可求得赘余力 X_1、X_2……，然后，可进一步计算柱截面的内力。

（二）柱位移 δ 的计算

1．柱底固定、柱顶自由的悬臂柱在柱上一点作用有单位集中水平力时，柱上另一点（或同一点）的水平位移值是柱位移 δ。

2．本章第五节列有等截面柱、单阶柱与两阶柱的柱位移计算公式，其中的公式（10-185）至（10-187），公式（10-194）至（10-205）以及公式（10-225）至（10-248）是求柱位移 δ 的公式。

（三）柱位移 Δ 的计算

1．柱底固定、柱顶自由的悬臂柱在柱上作用有指定形式单位外荷载时，柱上某一点的水平位移值是柱位移 Δ。

2．本章第五节列有等截面柱、单阶柱与两阶柱计算柱位移 Δ 的公式。

（四）按本节公式求得赘余力 X_1、X_2……之后，应在基本结构上按全部外荷载的共同作用下计算柱截面内力。计算时应注意 X_1、X_2……的方向。若计算所得赘余力值为负时，则说明其假定的作用方向反了，应改变其箭头的作用方向。

二、计　算　公　式

（一）两跨排架

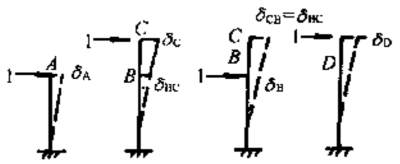


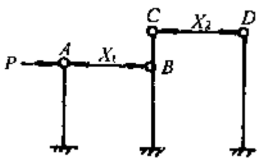
图 10-6

$$K_1 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D};$$

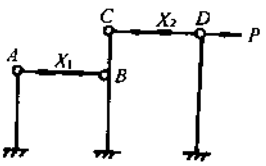
$$K_2 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_A + \delta_B};$$

$$K_3 = \delta_A + \delta_B - \delta_{BC} \cdot K_1;$$

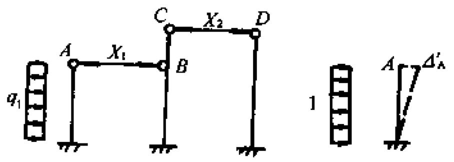
$$K_4 = \delta_C + \delta_D - \delta_{BC} \cdot K_2。$$



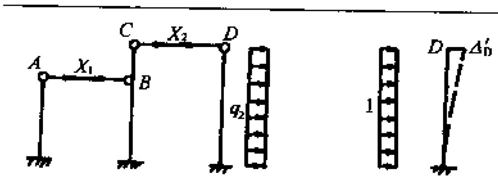
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{P \cdot \delta_A}{K_3} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-33)$$



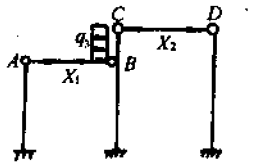
$$\left.\begin{aligned} X_2 &= \frac{P \cdot \delta_D}{K_4} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \qquad (10-34)$$

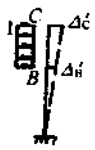


$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{q_1 \cdot \Delta_A'}{K_3} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-35)$$

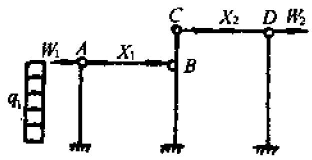


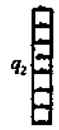
$$\left.\begin{aligned} X_2 &= \frac{q_2 \cdot \Delta_D'}{K_4} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \qquad (10-36)$$



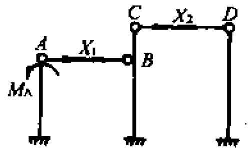


$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{q_3(\Delta_{B'} - \Delta_{C'} \cdot K_1)}{K_3} \\ X_2 &= \frac{q_3 \cdot \Delta_{C'} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D} \end{aligned}\right\} \qquad (10-37)$$

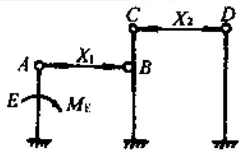




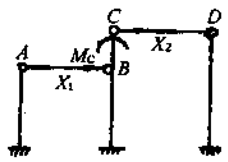
$$\left.\begin{aligned} A &= W_1 \cdot \delta_A + q_1 \cdot \Delta_A' \\ B &= W_2 \cdot \delta_D + q_2 \cdot \Delta_D' \\ X_1 &= \frac{A}{K_3} - \frac{B}{K_3} \cdot K_1 \\ X_2 &= \frac{B}{K_4} - \frac{A}{K_4} \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \qquad (10-38)$$

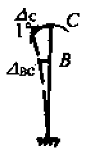


$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_A \cdot \Delta_A}{K_3} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-39)$$

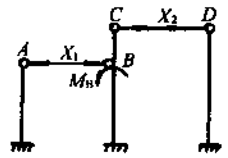


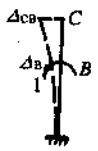
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_E \cdot \Delta_{AE}}{K_3} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-40)$$



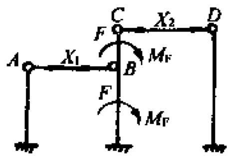


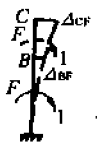
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_C(\Delta_{BC} - \Delta_C \cdot K_1)}{K_3} \\ X_2 &= \frac{M_C \cdot \Delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D} \end{aligned}\right\} \qquad (10-41)$$



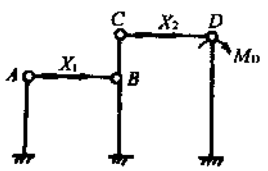


$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_B(\Delta_B - \Delta_{CB} \cdot K_1)}{K_3} \\ X_2 &= \frac{M_B \cdot \Delta_{CB} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D} \end{aligned}\right\} \qquad (10-42)$$

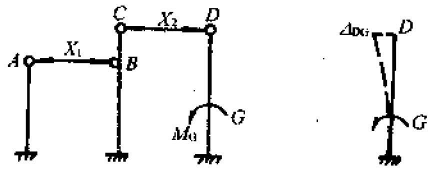




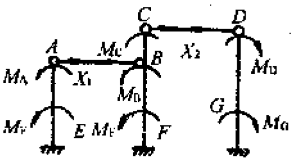
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_F \cdot (\Delta_{BF} - \Delta_{CF} \cdot K_1)}{K_3} \\ X_2 &= \frac{M_F \cdot \Delta_{CF} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D} \end{aligned}\right\} \qquad (10-43)$$



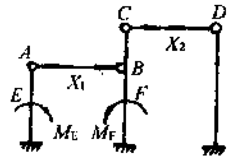
$$\left.\begin{aligned} X_2 &= \frac{M_D \cdot \Delta_D}{K_4} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \qquad (10-44)$$



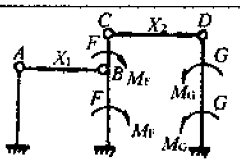
$$\left.\begin{aligned} X_2 &= \frac{M_G \cdot \Delta_{DG}}{K_4} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \tag{10-45}$$



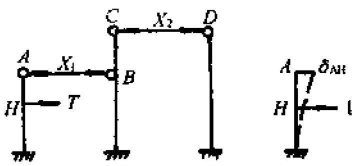
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{C + D \cdot K_1}{K_3} \\ X_2 &= \left(\frac{D}{\delta_{BC}} + X_1\right) \cdot K_1 \\ C &= M_A \cdot \Delta_A + M_E \cdot \Delta_{AE} - M_C \cdot \Delta_{BC} - M_B \cdot \Delta_B - M_F \cdot \Delta_{BF} \\ D &= M_C \cdot \Delta_C + M_B \cdot \Delta_{CB} + M_F \cdot \Delta_{CF} + M_D \cdot \Delta_D + M_G \cdot \Delta_{DG} \end{aligned}\right\} \tag{10-46}$$



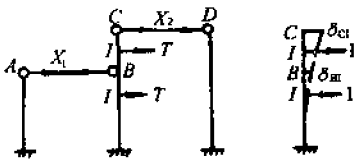
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_E \cdot \Delta_{AE} + M_F(\Delta_{BF} - \Delta_{CF} \cdot K_1)}{K_3} \\ X_2 &= \frac{M_F \cdot \Delta_{CF} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D} \end{aligned}\right\} \tag{10-47}$$



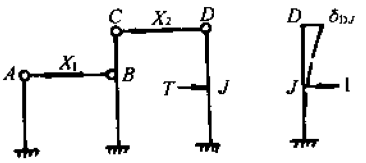
$$\left.\begin{aligned} X_2 &= \frac{M_F \cdot \Delta_{CF} + M_G \cdot \Delta_{DG} - M_F \cdot \Delta_{BF} \cdot K_2}{K_4} \\ X_1 &= \frac{M_F \cdot \Delta_{BF} - X_2 \cdot \delta_{BC}}{\delta_A + \delta_B} \end{aligned}\right\} \tag{10-48}$$



$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{T \cdot \delta_{AH}}{K_3} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \tag{10-49}$$



$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{T(\delta_{BI} - \delta_{CI} \cdot K_1)}{K_3} \\ X_2 &= \frac{T \cdot \delta_{CI} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D} \end{aligned}\right\} \tag{10-50}$$



$$\left.\begin{aligned} X_2 &= \frac{T \cdot \delta_{DJ}}{K_4} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \tag{10-51}$$

（二）三跨排架（a）

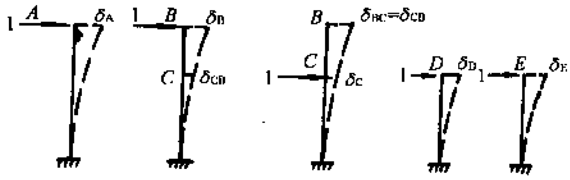


图 10-7

$$K_1 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_C + \delta_D(1 - K_2)}$$

$$K_2 = \frac{\delta_D}{\delta_D + \delta_E}$$

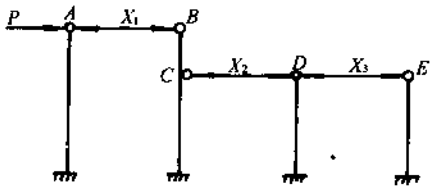
$$K_3 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_A + \delta_B}$$

$$K_4 = \frac{\delta_D}{\delta_C + \delta_D - \delta_{BC}K_3}$$

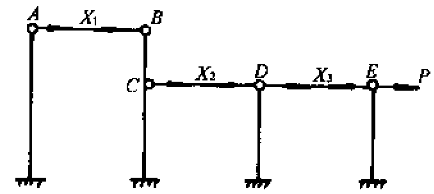
$$K_5 = \delta_A + \delta_B - \delta_{BC} \cdot K_1$$

$$K_6 = \delta_C + \delta_D(1 - K_2)$$

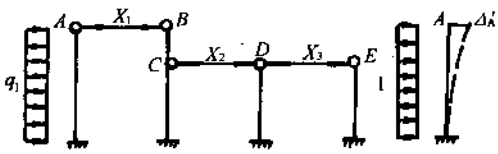
$$K_7 = \delta_E + \delta_D(1 - K_4)$$



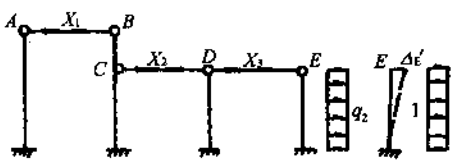
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{P \cdot \delta_A}{K_5} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \tag{10-52}$$



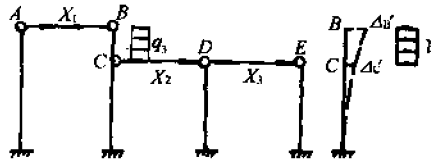
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{P \cdot \delta_E}{K_7} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_4 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_3 \end{aligned}\right\} \tag{10-53}$$



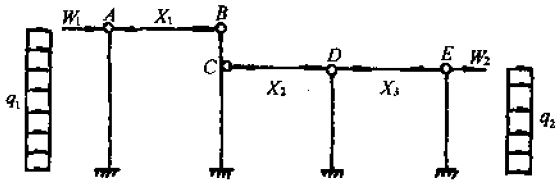
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{q_1 \cdot \Delta_A'}{K_5} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2 \end{aligned}\right\} \tag{10-54}$$



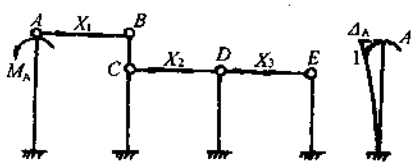
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{q_2 \cdot \Delta_E'}{K_7} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_4 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_3 \end{aligned}\right\} \tag{10-55}$$



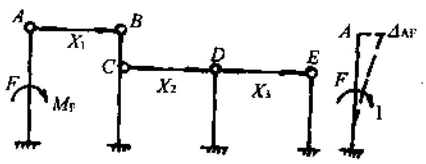
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{q_3(\Delta_{B'} - \Delta_{C'} \cdot K_1)}{K_5} \\ X_2 &= \frac{q_3 \cdot \Delta_{C'} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_6} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2\end{aligned}\right\} \qquad (10-56)$$



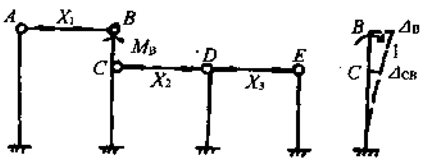
$$\left.\begin{aligned}A &= W_1 \cdot \delta_A + q_1 \cdot \Delta_{A'} \\ B &= W_2 \cdot \delta_E + q_2 \cdot \Delta_{E'} \\ X_1 &= \frac{A}{K_5} - \frac{B}{K_7} \cdot K_4 \cdot K_3 \\ X_3 &= \frac{B}{K_7} - \frac{A}{K_5} \cdot K_1 \cdot K_2 \\ X_2 &= \frac{X_1 \cdot \delta_{BC} - X_3 \cdot \delta_D}{\delta_C + \delta_D}\end{aligned}\right\} \qquad (10-57)$$



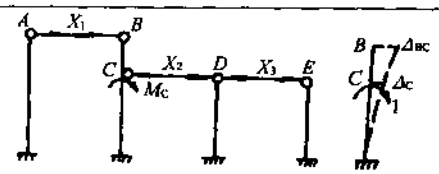
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{M_A \cdot \Delta_A}{K_5} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2\end{aligned}\right\} \qquad (10-58)$$



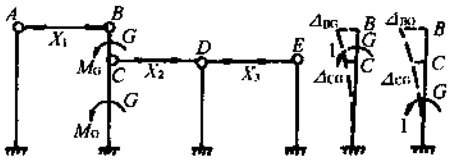
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{M_F \cdot \Delta_{AF}}{K_5} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_1 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2\end{aligned}\right\} \qquad (10-59)$$



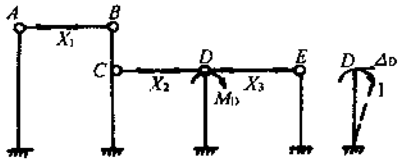
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{M_B(\Delta_B - \Delta_{CB} \cdot K_1)}{K_5} \\ X_2 &= \frac{M_B \cdot \Delta_{CB} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_6} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2\end{aligned}\right\} \qquad (10-60)$$



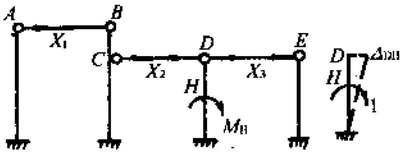
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{M_C(\Delta_{BC} - \Delta_C \cdot K_1)}{K_5} \\ X_2 &= \frac{M_C \cdot \Delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_6} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_2\end{aligned}\right\} \qquad (10-61)$$



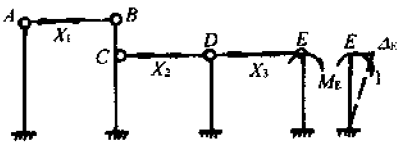
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{M_G(\Delta_{BG}-\Delta_{CG}\cdot K_1)}{K_5}\\ X_2 &= \frac{M_G\cdot\Delta_{CG}-X_1\cdot\delta_{BC}}{K_6}\\ X_3 &= X_2\cdot K_2\end{aligned}\right\}\tag{10-62}$$



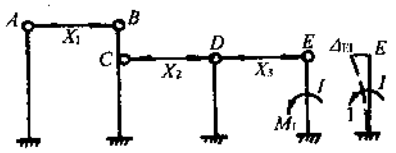
$$\left.\begin{aligned}X_3 &= \frac{M_D\cdot\Delta_D(1-K_4)}{K_7}\\ X_2 &= \left(\frac{M_D\cdot\Delta_D}{\delta_D}-X_3\right)\cdot K_4\\ X_1 &= X_2\cdot K_3\end{aligned}\right\}\tag{10-63}$$



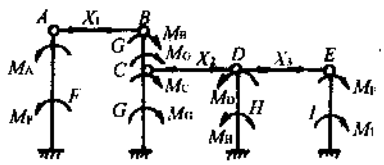
$$\left.\begin{aligned}X_3 &= \frac{M_H\cdot\Delta_{DH}(1-K_4)}{K_7}\\ X_2 &= \left(\frac{M_H\cdot\Delta_{DH}}{\delta_D}-X_3\right)\cdot K_4\\ X_1 &= X_2\cdot K_3\end{aligned}\right\}\tag{10-64}$$



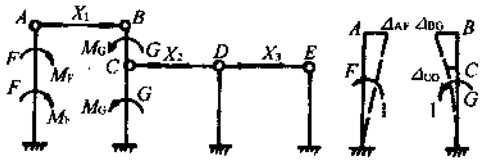
$$\left.\begin{aligned}X_3 &= \frac{M_E\cdot\Delta_E}{K_7}\\ X_2 &= X_3\cdot K_4\\ X_1 &= X_2\cdot K_3\end{aligned}\right\}\tag{10-65}$$



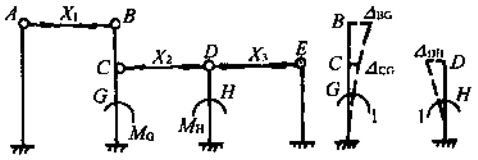
$$\left.\begin{aligned}X_3 &= \frac{M_I\cdot\Delta_{EI}}{K_7}\\ X_2 &= X_3\cdot K_4\\ X_1 &= X_2\cdot K_3\end{aligned}\right\}\tag{10-66}$$



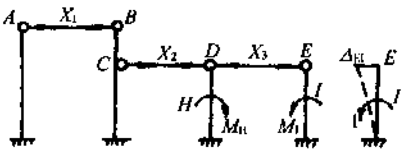
$$\left.\begin{aligned}X_1 &= \frac{C-(D-E\cdot K_2)\cdot K_1}{K_5}\\ X_2 &= \frac{D-E\cdot K_2-X_1\cdot\delta_{BC}}{K_6}\\ X_3 &= \left(\frac{E}{\delta_D}-X_2\right)\cdot K_2\\ C &= M_A\cdot\Delta_A+M_F\cdot\Delta_{AF}+M_B\cdot\Delta_B+M_C\cdot\Delta_{BC}+M_G\cdot\Delta_{BG}\\ D &= M_B\cdot\Delta_{CB}+M_C\cdot\Delta_C+M_G\cdot\Delta_{CG}+M_D\cdot\Delta_D+M_H\cdot\Delta_{DH}\\ E &= M_D\cdot\Delta_D+M_H\cdot\Delta_{DH}+M_E\cdot\Delta_E+M_I\cdot\Delta_{EI}\end{aligned}\right\}\tag{10-67}$$



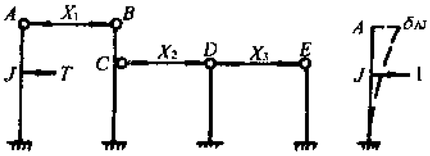
$$
\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{M_F \cdot \Delta_{AF} + M_G(\Delta_{BG} - \Delta_{CG} \cdot K_1)}{K_5} \\
X_2 &= \frac{M_G \cdot \Delta_{CG} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_6} \\
X_3 &= X_2 \cdot K_2
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{-}68)
$$



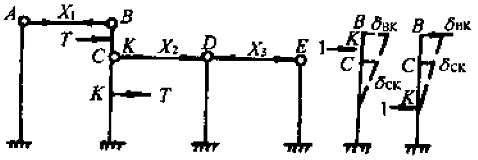
$$
\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{M_G \cdot (\Delta_{BG} - \Delta_{CG} \cdot K_1)}{K_5} - \left[\frac{M_H \cdot \Delta_{DH}}{\delta_D} - \frac{M_H \cdot \Delta_{DH}(1 - K_4)}{K_7}\right] \cdot K_4 \cdot K_3 \\
X_2 &= \frac{M_G \cdot \Delta_{CG} + M_H \cdot \Delta_{DH}(1 - K_2) - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_6} \\
X_3 &= \frac{M_H \cdot \Delta_{DH} - X_2 \cdot \delta_D}{\delta_D + \delta_E}
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{-}69)
$$



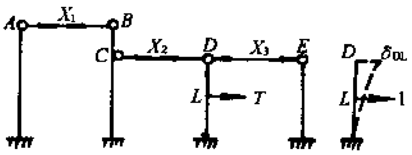
$$
\left.\begin{aligned}
X_3 &= \frac{M_H \cdot \Delta_{DH} \cdot (1 - K_4) + M_I \cdot \Delta_{EI}}{K_7} \\
X_2 &= \left(\frac{M_H \cdot \Delta_{DH}}{\delta_D} - X_3\right) \cdot K_4 \\
X_1 &= X_2 \cdot K_3
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{-}70)
$$



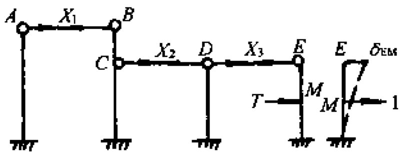
$$
\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{T \cdot \delta_{AJ}}{K_5} \\
X_2 &= X_1 \cdot K_1 \\
X_3 &= X_2 \cdot K_2
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{-}71)
$$



$$
\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{T(\delta_{BK} - \delta_{CK} \cdot K_1)}{K_5} \\
X_2 &= \frac{T \cdot \delta_{CK} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_6} \\
X_3 &= X_2 \cdot K_2
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{-}72)
$$



$$
\left.\begin{aligned}
X_3 &= \frac{T \cdot \delta_{DL}(1 - K_4)}{K_7} \\
X_2 &= \left(\frac{T \cdot \delta_{DL}}{\delta_D} - X_3\right) \cdot K_4 \\
X_1 &= X_2 \cdot K_3
\end{aligned}\right\} \quad (10\text{-}73)
$$



$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{T \cdot \delta_{EM}}{K_7} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_4 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_3 \end{aligned}\right\} \qquad (10-74)$$

（三）三跨排架（b）

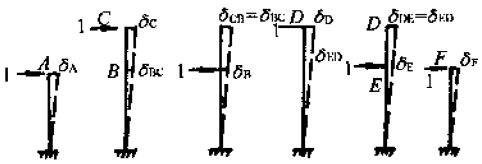


图 10-8

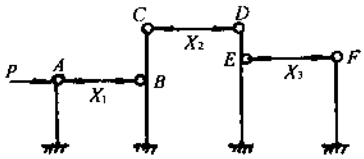
$$K_1 = \frac{\delta_{DE}}{\delta_E + \delta_F}; \quad K_2 = \delta_C + \delta_D - \delta_{DE} \cdot K_1$$

$$K_3 = \frac{\delta_{BC}}{K_2}; \quad K_4 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_A + \delta_B}$$

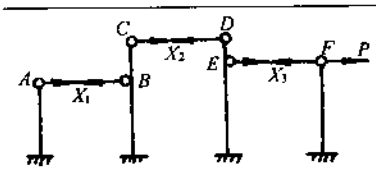
$$K_5 = \delta_C + \delta_D - \delta_{BC} \cdot K_4$$

$$K_6 = \frac{\delta_{DE}}{K_5}; \quad K_7 = \delta_A + \delta_B - \delta_{BC} \cdot K_3$$

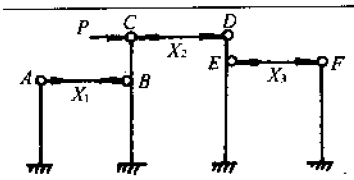
$$K_8 = \delta_E + \delta_F - \delta_{DE} \cdot K_6$$



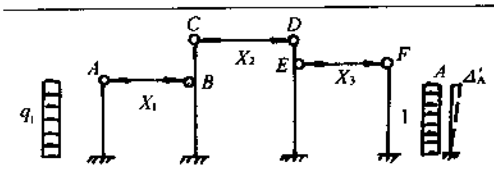
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{P \cdot \delta_A}{K_7} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_3 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-75)$$



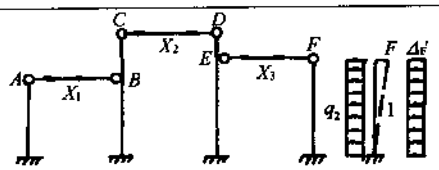
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{P \cdot \delta_F}{K_8} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_6 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-76)$$



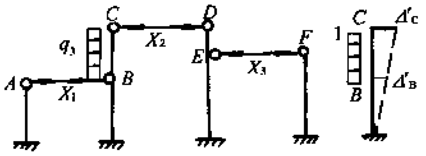
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{P(\delta_{BC} - \delta_C \cdot K_3)}{K_7} \\ X_2 &= \frac{P \cdot \delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-77)$$



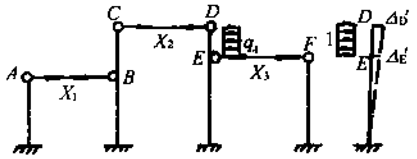
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{q_1 \cdot \Delta_A'}{K_7} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_3 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-78)$$



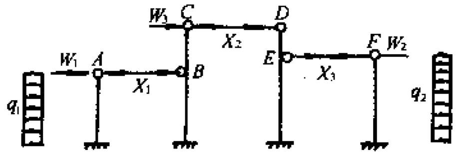
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{q_2 \cdot \Delta_F'}{K_8} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_6 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-79)$$



$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{q_3(\Delta_B' - \Delta_C' \cdot K_3)}{K_7} \\ X_2 &= \frac{q_3 \cdot \Delta_C' - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \tag{10-80}$$

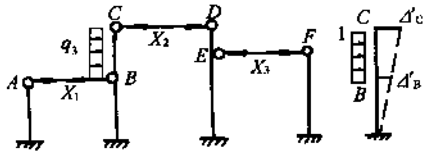


$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{q_4(\Delta_E' - \Delta_D' \cdot K_6)}{K_8} \\ X_2 &= \frac{q_4 \cdot \Delta_D' - X_3 \cdot \delta_{DE}}{K_5} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \tag{10-81}$$

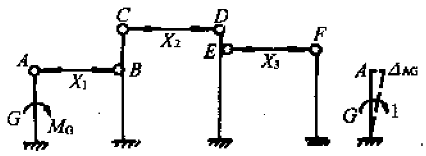


$$\left.\begin{aligned} A &= W_1 \cdot \delta_A + q_1 \cdot \Delta_A' \\ B &= W_2 \cdot \delta_F + q_2 \cdot \Delta_F' \\ X_1 &= \frac{A - W_3(\delta_{BC} - \delta_C \cdot K_3) - B \cdot K_1 \cdot K_3}{K_7} \\ X_2 &= \frac{W_3 \cdot \delta_C + X_1 \cdot \delta_{BC} - B \cdot K_1}{K_2} \\ X_3 &= \frac{B - X_2 \cdot \delta_{DE}}{\delta_E + \delta_F} \end{aligned}\right\}$$

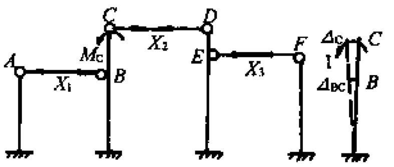
(10-82)



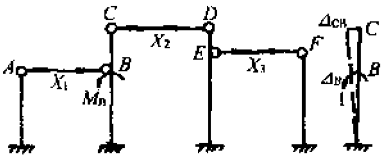
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_A \cdot \Delta_A}{K_7} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_3 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \tag{10-83}$$



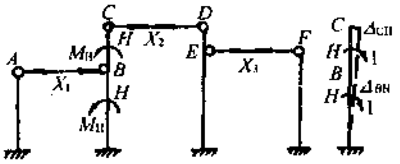
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_G \cdot \Delta_{AG}}{K_7} \\ X_2 &= X_1 \cdot K_3 \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \tag{10-84}$$



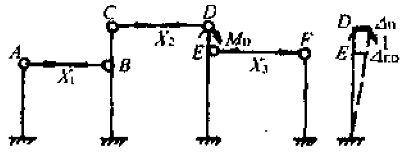
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_C(\Delta_{BC} - \Delta_C \cdot K_3)}{K_7} \\ X_2 &= \frac{M_C \cdot \Delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \tag{10-85}$$



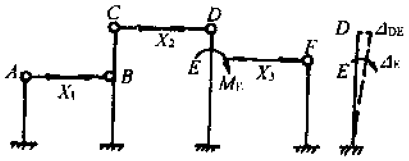
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_B(\Delta_B - \Delta_{CB} \cdot K_3)}{K_7} \\ X_2 &= \frac{M_B \cdot \Delta_{CB} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-86)$$



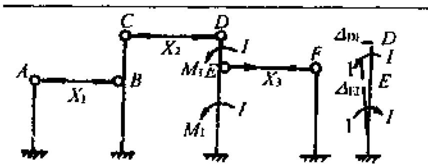
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_H(\Delta_{BH} - \Delta_{CH} \cdot K_3)}{K_7} \\ X_2 &= \frac{M_H \cdot \Delta_{CH} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2} \\ X_3 &= X_2 \cdot K_1 \end{aligned}\right\} \qquad (10-87)$$



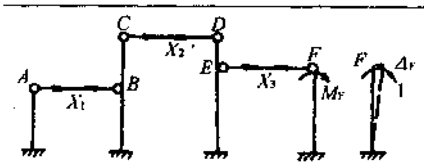
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{M_D(\Delta_{ED} - \Delta_D \cdot K_6)}{K_8} \\ X_2 &= \frac{M_D \cdot \Delta_D - X_3 \cdot \delta_{DE}}{K_5} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-88)$$



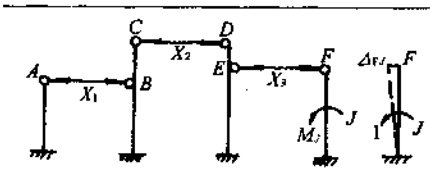
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{M_E(\Delta_E - \Delta_{DE} \cdot K_6)}{K_8} \\ X_2 &= \frac{M_E \cdot \Delta_{DE} - X_3 \cdot \delta_{DE}}{K_5} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-89)$$



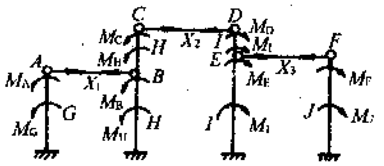
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{M_I(\Delta_{EI} - \Delta_{DI} \cdot K_6)}{K_8} \\ X_2 &= \frac{M_I \cdot \Delta_{DI} - X_3 \cdot \delta_{DE}}{K_5} \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-90)$$



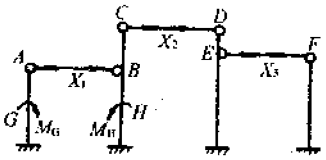
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{M_F \cdot \Delta_F}{K_8} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_6 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-91)$$



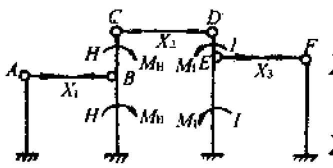
$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{M_J \cdot \Delta_{FJ}}{K_8} \\ X_2 &= X_3 \cdot K_6 \\ X_1 &= X_2 \cdot K_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10-92)$$



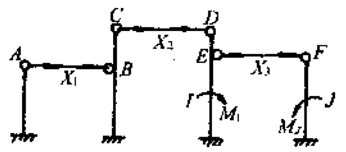
$$\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{C + D \cdot K_3 + E \cdot K_1 \cdot K_3}{K_7}\\
X_2 &= \frac{D + E \cdot K_1 + X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2}\\
X_3 &= \frac{E + X_2 \cdot \delta_{DE}}{\delta_E + \delta_F}\\
C &= M_A \cdot \Delta_A + M_G \cdot \Delta_{AG} - M_C \cdot \Delta_{BC} - M_B \cdot \Delta_B - M_H \cdot \Delta_{BH}\\
D &= M_C \cdot \Delta_C + M_B \cdot \Delta_{CB} + M_H \cdot \Delta_{CH} + M_D \cdot \Delta_D + M_E \cdot \Delta_{DE} + M_I \cdot \Delta_{DI}\\
E &= M_F \cdot \Delta_F + M_J \cdot \Delta_{FJ} - M_D \cdot \Delta_{ED} - M_E \cdot \Delta_E - M_I \cdot \Delta_{EI}
\end{aligned}\right\} \tag{10-93}$$



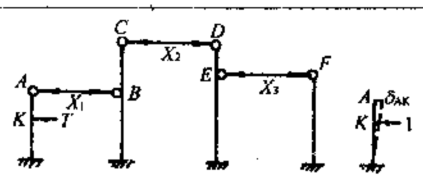
$$\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{M_G \cdot \Delta_{AG} + M_H(\Delta_{BH} - \Delta_{CH} \cdot K_3)}{K_7}\\
X_2 &= \frac{M_H \cdot \Delta_{CH} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_2}\\
X_3 &= X_2 \cdot K_1
\end{aligned}\right\} \tag{10-94}$$



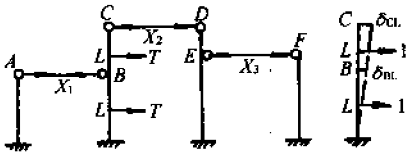
$$\left.\begin{aligned}
X_2 &= \frac{M_H \cdot \Delta_{CH} + M_I \cdot \Delta_{DI} - M_H \cdot \Delta_{BH} \cdot K_4 - M_I \cdot \Delta_{EI} \cdot K_1}{\delta_C + \delta_D - \delta_{BC} \cdot K_4 - \delta_{DE} \cdot K_1}\\
X_1 &= \frac{M_H \cdot \Delta_{BH} - X_2 \cdot \delta_{BC}}{\delta_A + \delta_B}; \qquad X_3 = \frac{M_I \cdot \Delta_{EI} - X_2 \cdot \delta_{DE}}{\delta_E + \delta_F}
\end{aligned}\right\} \tag{10-95}$$



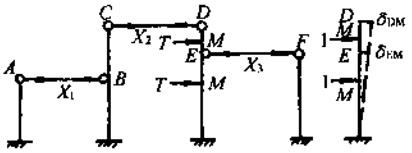
$$\left.\begin{aligned}
X_3 &= \frac{M_I(\Delta_{EI} - \Delta_{DI} \cdot K_6) + M_J \cdot \Delta_{FJ}}{K_8}\\
X_2 &= \frac{M_I \cdot \Delta_{DI} - X_3 \cdot \delta_{DE}}{K_5}\\
X_1 &= X_2 \cdot K_4
\end{aligned}\right\} \tag{10-96}$$



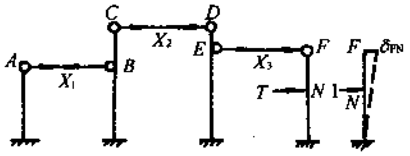
$$\left.\begin{aligned}
X_1 &= \frac{T \cdot \delta_{AK}}{K_7}\\
X_2 &= X_1 \cdot K_3\\
X_3 &= X_2 \cdot K_1
\end{aligned}\right\} \tag{10-97}$$



$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{T\cdot(\delta_{BL}-\delta_{CL}\cdot K_3)}{K_7} \\ X_2 &= \frac{T\cdot\delta_{CL}-X_1\cdot\delta_{BC}}{K_2} \\ X_3 &= X_2\cdot K_1 \end{aligned}\right\} \tag{10-98}$$



$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{T\cdot(\delta_{EM}-\delta_{DM}\cdot K_6)}{K_8} \\ X_2 &= \frac{T\cdot\delta_{DM}-X_3\cdot\delta_{DE}}{K_5} \\ X_1 &= X_2\cdot K_4 \end{aligned}\right\} \tag{10-99}$$



$$\left.\begin{aligned} X_3 &= \frac{T\cdot\delta_{FN}}{K_8} \\ X_2 &= X_3\cdot K_6 \\ X_1 &= X_2\cdot K_4 \end{aligned}\right\} \tag{10-100}$$

（四）四跨排架（a）

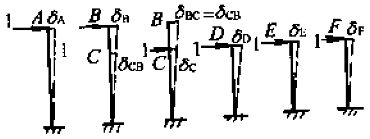


图 10-9

$$K_1 = \frac{\delta_E}{\delta_E+\delta_F}$$

$$K_2 = \frac{\delta_D}{\delta_D+\delta_E(1-K_1)}$$

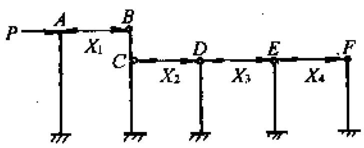
$$K_3 = \delta_C+\delta_D\cdot(1-K_2);\quad K_4 = \frac{\delta_{BC}}{K_3}$$

$$K_5 = \delta_A+\delta_B-\delta_{BC}\cdot K_4$$

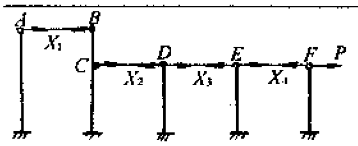
$$K_6 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_A+\delta_B};\quad K_7 = \frac{\delta_D}{\delta_D+\delta_C-\delta_{BC}\cdot K_6}$$

$$K_8 = \frac{\delta_E}{\delta_E+\delta_D(1-K_7)}$$

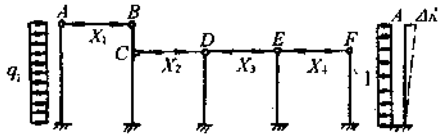
$$K_9 = \delta_F+\delta_E(1-K_8)$$



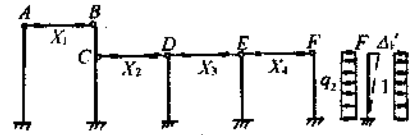
$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{P\cdot\delta_A}{K_5} \\ X_2 &= X_1\cdot K_4 \\ X_3 &= X_2\cdot K_2 \\ X_4 &= X_3\cdot K_1 \end{aligned} \tag{10-101}$$



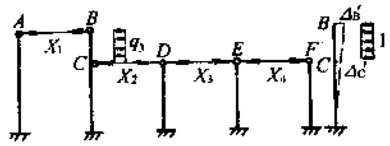
$$X_4 = \frac{P \cdot \delta_F}{K_9};X_2 = X_3 \cdot K_7$$
$$X_3 = X_4 \cdot K_8;X_1 = X_2 \cdot K_6 \quad (10-102)$$



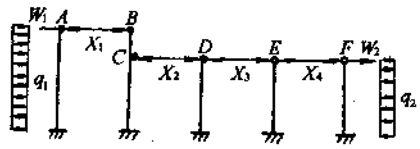
$$X_1 = \frac{q_1 \cdot \Delta_A'}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2 \quad (10-103)$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



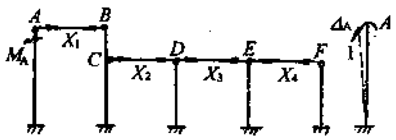
$$X_4 = \frac{q_2 \cdot \Delta_F'}{K_9}$$
$$X_3 = X_4 \cdot K_8$$
$$X_2 = X_3 \cdot K_7 \quad (10-104)$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



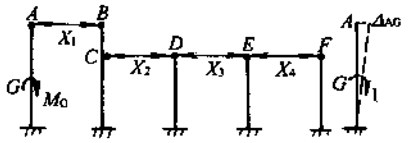
$$X_1 = \frac{q_3(\Delta_B' - \Delta_C' \cdot K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \frac{q_3 \cdot \Delta_C' - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \quad (10-105)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



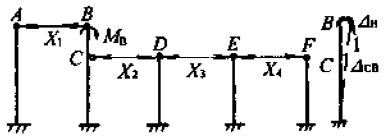
$$A = W_1 \cdot \delta_A + q_1 \cdot \Delta_A'$$
$$B = W_2 \cdot \delta_F + q_2 \cdot \Delta_F'$$
$$X_1 = \frac{A}{K_5} - \frac{B}{K_9} \cdot K_8 \cdot K_7 \cdot K_6$$
$$X_2 = \frac{A}{K_5} \cdot K_4 - \frac{B}{K_9} \cdot K_8 \cdot K_7 \quad (10-106)$$
$$X_3 = \frac{A}{K_5} \cdot K_4 \cdot K_2 - \frac{B}{K_9} \cdot K_8$$
$$X_4 = \frac{B}{K_9} - \frac{A}{K_5} \cdot K_4 \cdot K_2 \cdot K_1$$



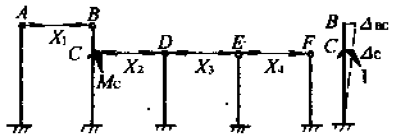
$$X_1 = \frac{M_A \cdot \Delta_A}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \quad (10-107)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



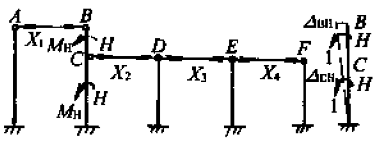
$$X_1 = \frac{M_G \cdot \Delta_{AG}}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2 \qquad (10-108)$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



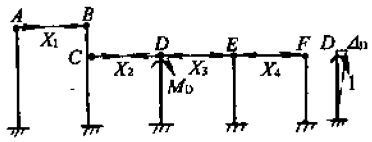
$$X_1 = \frac{M_B(\Delta_B - \Delta_{CB} \cdot K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \frac{M_B \cdot \Delta_{CB} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-109)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



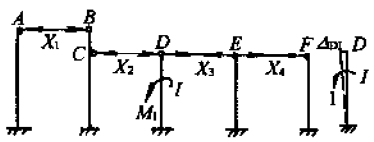
$$X_1 = \frac{M_C(\Delta_{BC} - \Delta_C \cdot K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \frac{M_C \cdot \Delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-110)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



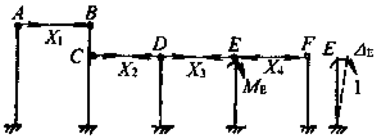
$$X_1 = \frac{M_H(\Delta_{BH} - \Delta_{CH} \cdot K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \frac{M_H \cdot \Delta_{CH} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-111)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



$$X_2 = \frac{M_D \cdot \Delta_D(1 - K_2)}{K_3 - \delta_{BC} \cdot K_6}$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$
$$X_3 = \left(\frac{M_D \cdot \Delta_D}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2 \qquad (10-112)$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



$$X_2 = \frac{M_I \cdot \Delta_{DI}(1 - K_2)}{K_3 - \delta_{BC} \cdot K_6}$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$
$$X_3 = \left(\frac{M_I \cdot \Delta_{DI}}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2 \qquad (10-113)$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

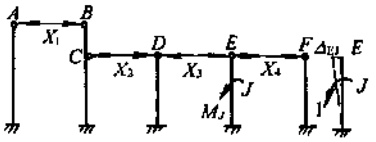


$$X_4=\frac{M_E\cdot\Delta_E(1-K_8)}{K_9}$$

$$X_3=\left(\frac{M_E\cdot\Delta_E}{\delta_E}-X_4\right)\cdot K_8 \qquad (10-114)$$

$$X_2=X_3\cdot K_7$$

$$X_1=X_2\cdot K_6$$

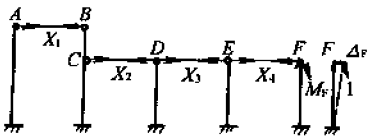


$$X_4=\frac{M_J\cdot\Delta_{EJ}(1-K_8)}{K_9}$$

$$X_3=\left(\frac{M_J\cdot\Delta_{EJ}}{\delta_E}-X_4\right)\cdot K_8 \qquad (10-115)$$

$$X_2=X_3\cdot K_7$$

$$X_1=X_2\cdot K_6$$

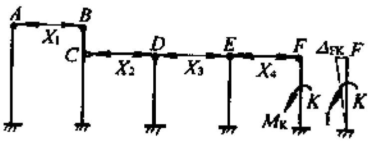


$$X_4=\frac{M_F\cdot\Delta_F}{K_9}$$

$$X_3=X_4\cdot K_8 \qquad (10-116)$$

$$X_2=X_3\cdot K_7$$

$$X_1=X_2\cdot K_6$$

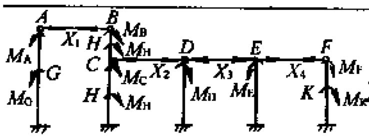


$$X_4=\frac{M_K\cdot\Delta_{FK}}{K_9}$$

$$X_3=X_4\cdot K_8 \qquad (10-117)$$

$$X_2=X_3\cdot K_7$$

$$X_1=X_2\cdot K_6$$



$$X_1=\frac{C-D\cdot K_4-E\cdot K_2\cdot K_4+F\cdot K_1\cdot K_2\cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2=\frac{D+E\cdot K_2-F\cdot K_1\cdot K_2-X_1\cdot\delta_{BC}}{K_3}$$

$$X_3=\left(\frac{E-FK_1}{\delta_D}+X_2\right)\cdot K_2$$

$$X_4=\frac{F-X_3\cdot\delta_E}{\delta_E+\delta_F}$$

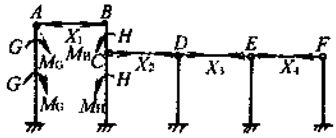
$$C=M_A\cdot\Delta_A+M_G\cdot\Delta_{AG}+M_B\cdot\Delta_B+M_C\cdot\Delta_{BC}+M_H\cdot\Delta_{BH}$$

$$D=M_B\cdot\Delta_{CB}+M_C\cdot\Delta_C+M_H\cdot\Delta_{CH}-M_D\cdot\Delta_D$$

$$E=M_D\cdot\Delta_D+M_E\cdot\Delta_E$$

$$F=M_E\cdot\Delta_E+M_F\cdot\Delta_F+M_K\cdot K_{FK}$$

(10-118)

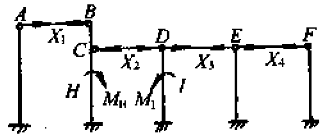


$$X_1 = \frac{M_G \cdot \Delta_{AG} + M_H(\Delta_{BH} - \Delta_{CH} \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_H \cdot \Delta_{CH} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-119)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



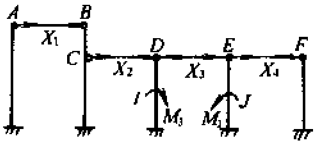
$$X_1 = \frac{M_H \cdot \Delta_{BH} - [M_H \cdot \Delta_{CH} + M_I \cdot \Delta_{DI}(1 - K_2)] \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_H \cdot \Delta_{CH} + M_I \cdot \Delta_{DI}(1 - K_2) - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3}$$

$$X_3 = \left(\frac{M_I \cdot \Delta_{DI}}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

(10-120)



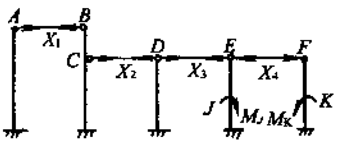
$$X_4 = \frac{M_J \cdot \Delta_{EJ} - [M_J \cdot \Delta_{EJ} + M_I \cdot \Delta_{DI}(1 - K_7)] \cdot K_8}{K_9}$$

$$X_3 = \left[\frac{M_J \cdot \Delta_{EJ} + M_I \cdot \Delta_{DI}(1 - K_7)}{\delta_E} - X_4\right] \cdot K_8$$

$$X_2 = \left(\frac{M_I \cdot \Delta_{DI}}{\delta_D} - X_3\right) \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

(10-121)

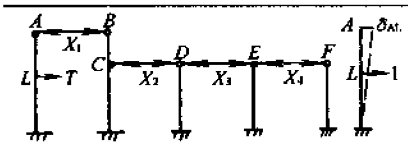


$$X_4 = \frac{M_K \cdot \Delta_{FK} + M_J \cdot \Delta_{EJ}(1 - K_8)}{K_9}$$

$$X_3 = \left(\frac{M_J \cdot \Delta_{EJ}}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_8 \qquad (10-122)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

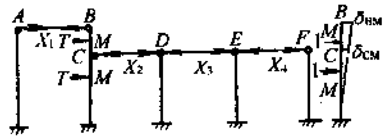


$$X_1 = \frac{T \cdot \delta_{AL}}{K_5}$$

$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \qquad (10-123)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

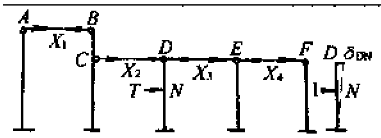


$$X_1 = \frac{T \cdot (\delta_{BM} - \delta_{CM} \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{T \cdot \delta_{CM} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \tag{10-124}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

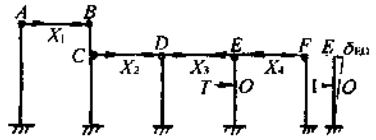


$$X_2 = \frac{T \cdot \delta_{DN}(1 - K_2)}{K_3 - \delta_{BC} \cdot K_6}$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6 \tag{10-125}$$

$$X_3 = \left(\frac{T \cdot \delta_{DN}}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

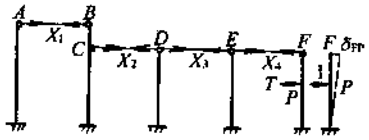


$$X_4 = \frac{T \cdot \delta_{EO}(1 - K_8)}{K_9}$$

$$X_3 = \left(\frac{T \cdot \delta_{EO}}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_8 \tag{10-126}$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$X_4 = \frac{T \cdot \delta_{FP}}{K_9}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_8;\quad X_2 = X_3 \cdot K_7 \tag{10-127}$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

(五) 四跨排架(b)

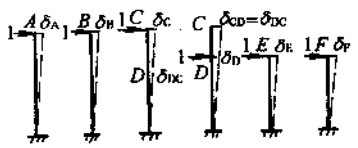


图 10 - 10

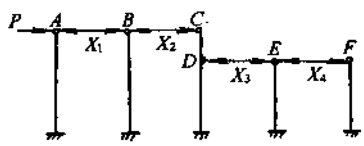
$$K_1 = \frac{\delta_E}{\delta_E + \delta_F} \qquad K_6 = \frac{\delta_B}{\delta_A + \delta_B}$$

$$K_2 = \delta_D + \delta_E(1 - K_1) \qquad K_7 = \delta_C + \delta_B(1 - K_6)$$

$$K_3 = \frac{\delta_{CD}}{K_2} \qquad K_8 = \frac{\delta_{CD}}{K_7}$$

$$K_4 = \frac{\delta_B}{\delta_B + \delta_C - \delta_{CD} \cdot K_3} \qquad K_9 = \frac{\delta_E}{\delta_E + \delta_D - \delta_{CD} \cdot K_8}$$

$$K_5 = \delta_A + \delta_B(1 - K_4) \qquad K_{10} = \delta_F + \delta_E(1 - K_9)$$

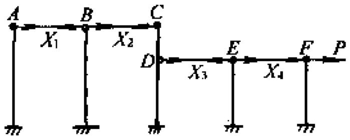


$$X_1 = \frac{P \cdot \delta_A}{K_5}$$

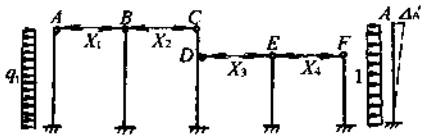
$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \tag{10-128}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$

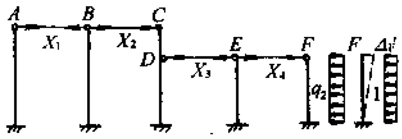
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



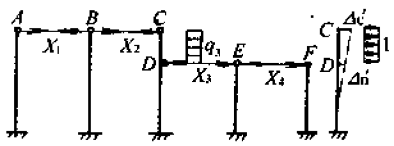
$$X_4 = \frac{P \cdot \delta_F}{K_{10}}$$
$$X_3 = X_4 \cdot K_9$$
$$X_2 = X_3 \cdot K_8 \qquad (10-129)$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



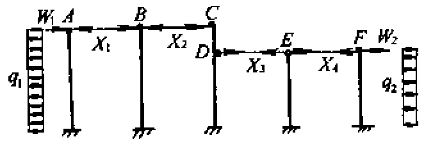
$$X_1 = \frac{q_1 \cdot \Delta'_A}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \qquad (10-130)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



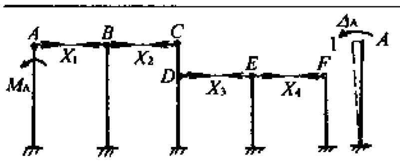
$$X_4 = \frac{q_2 \cdot \Delta'_F}{K_{10}}$$
$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-131)$$
$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



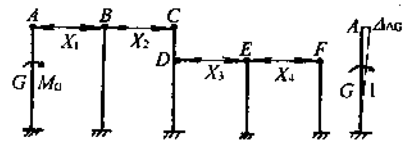
$$X_2 = \frac{q_3 \cdot (\Delta'_C - \Delta'_D \cdot K_3)}{K_7 - \delta_{CD} \cdot K_3}$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$
$$X_3 = \frac{q_3 \cdot \Delta'_D - X_2 \cdot \delta_{CD}}{K_2} \qquad (10-132)$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



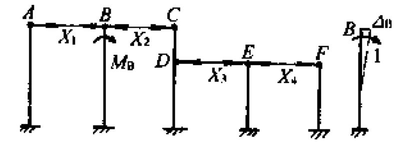
$$A = W_1 \cdot \delta_A + q_1 \cdot \Delta'_A$$
$$B = W_2 \cdot \delta_F + q_2 \cdot \Delta'_F$$
$$X_1 = \frac{A}{K_5} - \frac{B}{K_{10}} \cdot K_9 \cdot K_8 \cdot K_6$$
$$X_2 = \frac{A}{K_5} \cdot K_4 - \frac{B}{K_{10}} \cdot K_9 \cdot K_8 \qquad (10-133)$$
$$X_3 = \frac{B}{K_{10}} \cdot K_9 - \frac{A}{K_5} \cdot K_4 \cdot K_3$$
$$X_4 = \frac{B}{K_{10}} - \frac{A}{K_5} \cdot K_4 \cdot K_3 \cdot K_1$$



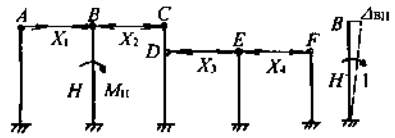
$$X_1 = \frac{M_A \cdot \Delta_A}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \qquad (10-134)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



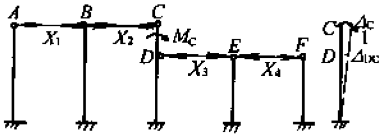
$$X_1 = \frac{M_G \cdot \Delta_{AG}}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_3 \tag{10-135}$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



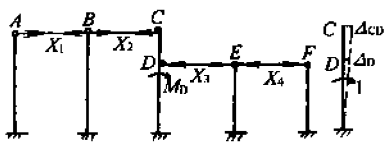
$$X_1 = \frac{M_B \cdot \Delta_B(1 - K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \left(\frac{M_B \cdot \Delta_B}{\delta_B} - X_1\right) \cdot K_4 \tag{10-136}$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



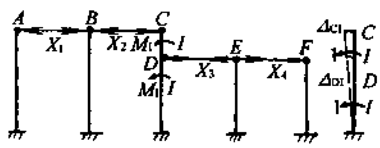
$$X_1 = \frac{M_H \cdot \Delta_{BH}(1 - K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \left(\frac{M_H \cdot \Delta_{BH}}{\delta_B} - X_1\right) \cdot K_4 \tag{10-137}$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



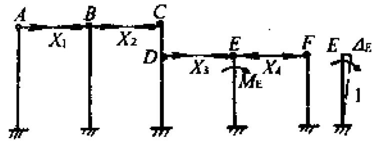
$$X_2 = \frac{M_C(\Delta_C - \Delta_{DC} \cdot K_3)}{K_7 - \delta_{CD} \cdot K_3}$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$
$$X_3 = \frac{M_C \cdot \Delta_{DC} - X_2 \cdot \delta_{CD}}{K_2} \tag{10-138}$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



$$X_2 = \frac{M_D(\Delta_{CD} - \Delta_D \cdot K_3)}{K_7 - \delta_{CD} \cdot K_3}$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$
$$X_3 = \frac{M_D \cdot \Delta_D - X_2 \cdot \delta_{CD}}{K_2} \tag{10-139}$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



$$X_2 = \frac{M_I(\Delta_{CI} - \Delta_{DI} \cdot K_3)}{K_7 - \delta_{CD} \cdot K_3}$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$
$$X_3 = \frac{M_I \cdot \Delta_{DI} - X_2 \cdot \delta_{CD}}{K_2} \tag{10-140}$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

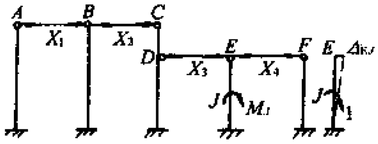


$$X_4 = \frac{M_E \cdot \Delta_E (1 - K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \left(\frac{M_E \cdot \Delta_E}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_9 \qquad (10-141)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

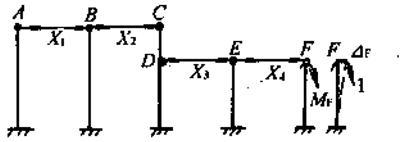


$$X_4 = \frac{M_J \cdot \Delta_{EJ} (1 - K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \left(\frac{M_J \cdot \Delta_{EJ}}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_9 \qquad (10-142)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

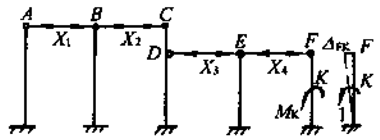


$$X_4 = \frac{M_F \cdot \Delta_F}{K_{10}}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-143)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

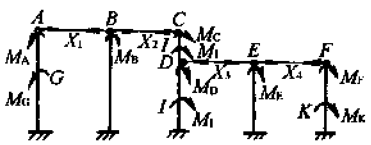


$$X_4 = \frac{M_K \cdot \Delta_{FK}}{K_{10}}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-144)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$C = M_A \cdot \Delta_A + M_G \cdot \Delta_{AG} + M_B \cdot \Delta_B$$

$$D = M_C \cdot \Delta_C + M_D \cdot \Delta_{CD} + M_I \cdot \Delta_{CI} - M_B \cdot \Delta_B$$

$$E = M_C \cdot \Delta_{DC} + M_D \cdot \Delta_D + M_I \cdot \Delta_{DI} - M_E \cdot \Delta_E$$

$$F = M_F \cdot \Delta_F + M_K \cdot \Delta_{FK} - M_E \cdot \Delta_E$$

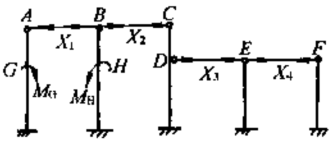
$$X_1 = \frac{C + D \cdot K_4 - E \cdot K_3 \cdot K_4 + F \cdot K_1 \cdot K_3 \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \left(\frac{D - E \cdot K_3 + F \cdot K_1 \cdot K_3}{\delta_B} + X_1\right) \cdot K_4$$

$$X_3 = \left(\frac{E - F \cdot K_1}{\delta_{CD}} - X_2\right) \cdot K_3$$

$$X_4 = \left(\frac{F}{\delta_E} - X_3\right) \cdot K_1$$

(10-145)

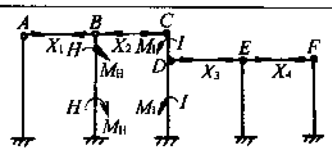


$$X_1 = \frac{M_G \cdot \Delta_{AG} + M_H \cdot \Delta_{BH}(1 - K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \left(\frac{M_H \cdot \Delta_{BH}}{\delta_B} - X_1\right) \cdot K_4 \qquad (10-146)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

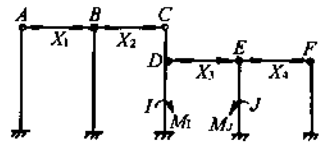


$$X_1 = \frac{M_H \cdot \Delta_{BH} - (M_H \cdot \Delta_{BH} + M_I \cdot \Delta_{CI} - M_I \cdot \Delta_{DI} \cdot K_3) \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \left(\frac{M_H \cdot \Delta_{BH} + M_I \cdot \Delta_{CI} - M_I \cdot \Delta_{DI} \cdot K_3}{\delta_B} - X_1\right) \cdot K_4 \qquad (10-147)$$

$$X_3 = \left(\frac{M_I \cdot \Delta_{DI}}{\delta_{CD}} - X_2\right) \cdot K_3$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

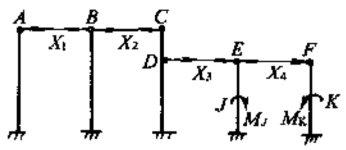


$$X_4 = \frac{M_J \cdot \Delta_{EJ} - (M_I \cdot \Delta_{DI} + M_J \cdot \Delta_{EJ} - M_I \cdot \Delta_{CI} \cdot K_8) \cdot K_9}{K_{10}}$$

$$X_3 = \left(\frac{M_I \cdot \Delta_{DI} + M_J \cdot \Delta_{EJ} - M_I \cdot \Delta_{CI} \cdot K_8}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_9 \qquad (10-148)$$

$$X_2 = \left(\frac{M_I \cdot \Delta_{CI}}{\delta_{CD}} - X_3\right) \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

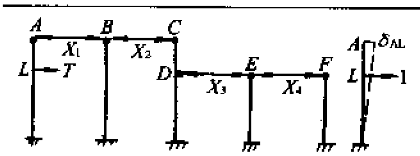


$$X_4 = \frac{M_K \cdot \Delta_{FK} + M_J \cdot \Delta_{EJ}(1 - K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \left(\frac{M_J \cdot \Delta_{EJ}}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_9 \qquad (10-149)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

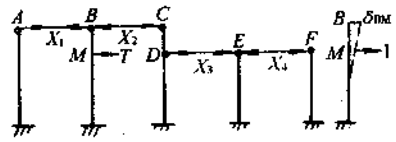


$$X_1 = \frac{T \cdot \delta_{AL}}{K_5}$$

$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \qquad (10-150)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

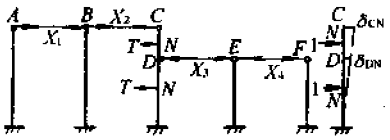


$$X_1 = \frac{T \cdot \delta_{BM}(1 - K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \left(\frac{T \cdot \delta_{BM}}{\delta_B} - X_1\right) \cdot K_4 \tag{10-151}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_3$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

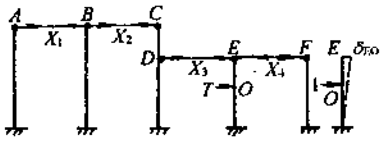


$$X_2 = \frac{T(\delta_{CN} - \delta_{DN} \cdot K_3)}{K_7 - \delta_{CD} \cdot K_3}$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6 \tag{10-152}$$

$$X_3 = \frac{T \cdot \delta_{DN} - X_2 \cdot \delta_{CD}}{K_2}$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

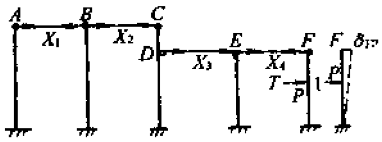


$$X_4 = \frac{T \cdot \delta_{EO}(1 - K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \left(\frac{T \cdot \delta_{EO}}{\delta_E} - X_4\right) \cdot K_9 \tag{10-153}$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$X_4 = \frac{T \cdot \delta_{FP}}{K_{10}}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \tag{10-154}$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_8$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

（六）四跨排架(c)

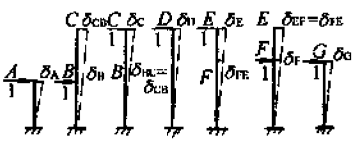


图 10-11

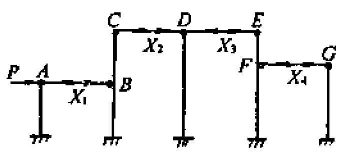
$$K_1 = \frac{\delta_{EF}}{\delta_F + \delta_G} \qquad K_6 = \frac{\delta_{BC}}{\delta_A + \delta_B}$$

$$K_2 = \frac{\delta_D}{\delta_D + \delta_E - \delta_{EF} \cdot K_1} \qquad K_7 = \frac{\delta_D}{\delta_D + \delta_C - \delta_{BC} \cdot K_6}$$

$$K_3 = \delta_C + \delta_D(1 - K_2) \qquad K_8 = \delta_E + \delta_D(1 - K_7)$$

$$K_4 = \frac{\delta_{BC}}{K_3} \qquad K_9 = \frac{\delta_{EF}}{K_8}$$

$$K_5 = \delta_A + \delta_B - \delta_{BC} \cdot K_4 \qquad K_{10} = \delta_F + \delta_G - \delta_{EF} \cdot K_9$$

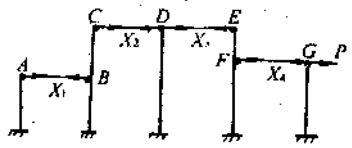


$$X_1 = \frac{P \cdot \delta_A}{K_5}$$

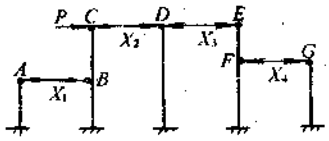
$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \tag{10-155}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

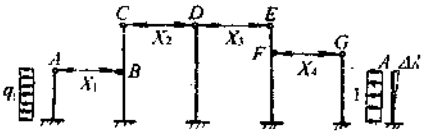
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



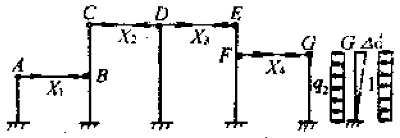
$$X_4 = \frac{P \cdot \delta_G}{K_{10}}$$
$$X_3 = X_4 \cdot K_9$$
$$X_2 = X_3 \cdot K_7 \qquad (10-156)$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



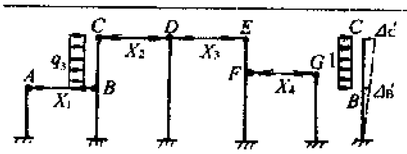
$$X_1 = \frac{P \cdot (\delta_{BC} - \delta_C \cdot K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \frac{P \cdot \delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-157)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



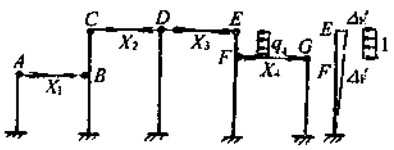
$$X_1 = \frac{q_1 \cdot \Delta'_A}{K_5}$$
$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \qquad (10-158)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



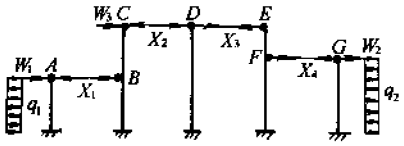
$$X_4 = \frac{q_2 \cdot \Delta'_G}{K_{10}}$$
$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-159)$$
$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$X_1 = \frac{q_3 \cdot (\Delta'_B - \Delta'_C \cdot K_4)}{K_5}$$
$$X_2 = \frac{q_3 \cdot \Delta'_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-160)$$
$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$
$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$



$$X_4 = \frac{q_4 \cdot (\Delta'_F - \Delta'_E \cdot K_9)}{K_{10}}$$
$$X_3 = \frac{q_4 \cdot \Delta'_E - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8} \qquad (10-161)$$
$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$
$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$A = W_1 \cdot \delta_A + q_1 \cdot \Delta_A'$$

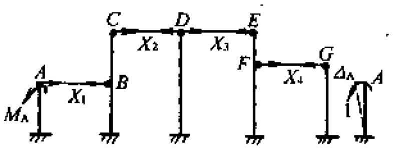
$$B = W_2 \cdot \delta_G + q_2 \cdot \Delta_G'$$

$$X_1 = \frac{A - W_3 \cdot \delta_{BC} + W_3 \cdot \delta_C \cdot K_4 - B \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{W_3 \cdot \delta_C - B \cdot K_1 \cdot K_2 + X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \tag{10-162}$$

$$X_3 = \left(\frac{B \cdot K_1}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = \left(\frac{B}{\delta_{EF}} + X_3\right) \cdot K_1$$

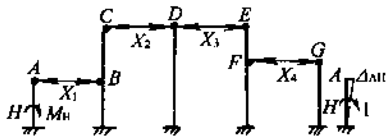


$$X_1 = \frac{M_A \cdot \Delta_A}{K_5}$$

$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \tag{10-163}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

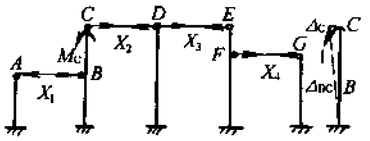


$$X_1 = \frac{M_H \cdot \Delta_{AH}}{K_5}$$

$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \tag{10-164}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

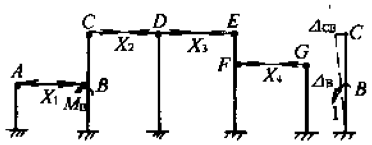


$$X_1 = \frac{M_C(\Delta_{BC} - \Delta_C \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_C \cdot \Delta_C - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \tag{10-165}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

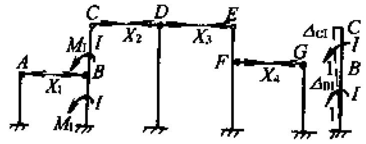


$$X_1 = \frac{M_B(\Delta_B - \Delta_{CB} \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_B \cdot \Delta_{CB} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \tag{10-166}$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

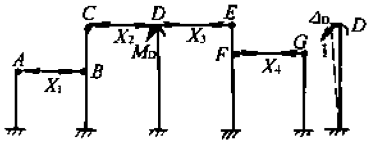


$$X_1 = \frac{M_I(\Delta_{BI} - \Delta_{CI} \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_I \cdot \Delta_{CI} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \quad (10-167)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

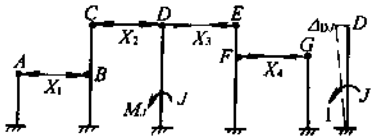


$$X_1 = \frac{M_D \cdot \Delta_D(1 - K_2) \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_D \cdot \Delta_D(1 - K_2) + X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \quad (10-168)$$

$$X_3 = \left(\frac{M_D \cdot \Delta_D}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

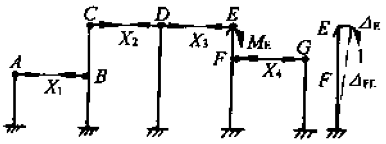


$$X_1 = \frac{M_J \cdot \Delta_{DJ}(1 - K_2) \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_J \cdot \Delta_{DJ}(1 - K_2) + X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \quad (10-169)$$

$$X_3 = \left(\frac{M_J \cdot \Delta_{DJ}}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

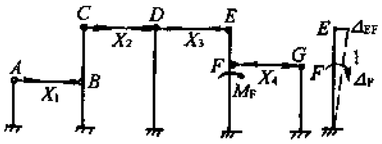


$$X_4 = \frac{M_E(\Delta_{FE} - \Delta_E \cdot K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \frac{M_E \cdot \Delta_E - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8} \quad (10-170)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

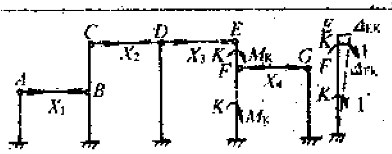


$$X_4 = \frac{M_F(\Delta_F - \Delta_{EF} \cdot K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \frac{M_F \cdot \Delta_{EF} - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8} \quad (10-171)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

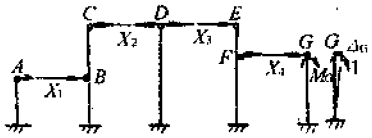


$$X_4 = \frac{M_K(\Delta_{FK} - \Delta_{EK} \cdot K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \frac{M_K \cdot \Delta_{EK} - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8}$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7 \qquad (10-172)$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

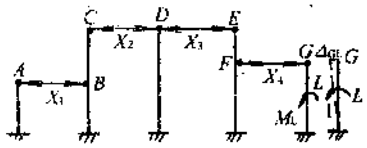


$$X_4 = \frac{M_G \cdot \Delta_G}{K_{10}}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-173)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

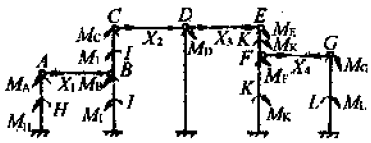


$$X_4 = \frac{M_L \cdot \Delta_{GL}}{K_{10}}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-174)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$X_1 = \frac{C + D \cdot K_4 + E \cdot K_2 \cdot K_4 + F \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{D + E \cdot K_2 + F \cdot K_1 \cdot K_2 + X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3}$$

$$X_3 = \left(\frac{E + F \cdot K_1}{\delta_D} + X_2\right) \cdot K_2$$

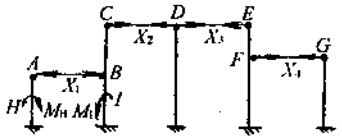
$$X_4 = \left(\frac{F}{\delta_{EF}} + X_3\right) \cdot K_1 \qquad (10-175)$$

$$C = M_A \cdot \Delta_A + M_H \cdot \Delta_{AH} - M_C \cdot \Delta_{BC} - M_B \cdot \Delta_B - M_I \cdot \Delta_{BI}$$

$$D = M_C \cdot \Delta_C + M_B \cdot \Delta_{CB} + M_I \cdot \Delta_{CI} + M_D \cdot \Delta_D$$

$$E = M_E \cdot \Delta_E + M_F \cdot \Delta_{EF} + M_K \cdot \Delta_{EK} - M_D \cdot \Delta_D$$

$$F = M_G \cdot \Delta_G + M_L \cdot \Delta_{GL} - M_E \cdot \Delta_{FE} - M_F \cdot \Delta_F - M_K \cdot \Delta_{FK}$$

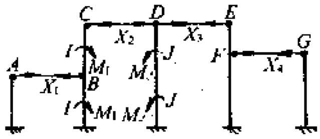


$$X_1 = \frac{M_H \cdot \Delta_{AH} + M_I(\Delta_{BI} - \Delta_{CI} \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_I \cdot \Delta_{CI} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10\text{-}176)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

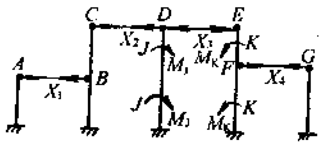


$$X_1 = \frac{M_I \cdot \Delta_{BI} - [M_I \cdot \Delta_{CI} + M_J \cdot \Delta_{DJ}(1 - K_2)] \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{M_I \cdot \Delta_{CI} + M_J \cdot \Delta_{DJ}(1 - K_2) - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10\text{-}177)$$

$$X_3 = \left(\frac{M_J \cdot \Delta_{DJ}}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

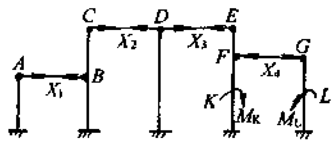


$$X_4 = \frac{M_K \cdot \Delta_{FK} - [M_K \cdot \Delta_{EK} + M_J \cdot \Delta_{DJ}(1 - K_7)] \cdot K_9}{K_{10}}$$

$$X_3 = \frac{M_K \cdot \Delta_{EK} + M_J \cdot \Delta_{DJ}(1 - K_7) - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8} \qquad (10\text{-}178)$$

$$X_2 = \left(\frac{M_J \cdot \Delta_{DJ}}{\delta_D} - X_3\right) \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

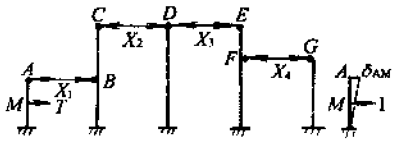


$$X_4 = \frac{M_L \cdot \Delta_{GL} + M_K \cdot (\Delta_{FK} - \Delta_{EK} \cdot K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \frac{M_K \cdot \Delta_{EK} - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8} \qquad (10\text{-}179)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

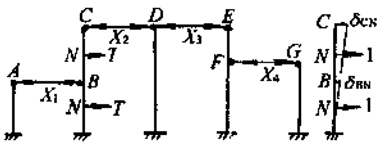


$$X_1 = \frac{T \cdot \delta_{AM}}{K_5}$$

$$X_2 = X_1 \cdot K_4 \qquad (10\text{-}180)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

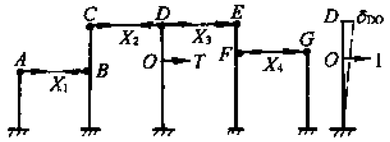


$$X_1 = \frac{T \cdot (\delta_{BN} - \delta_{CN} \cdot K_4)}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{T \cdot \delta_{CN} - X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10\text{-}181)$$

$$X_3 = X_2 \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

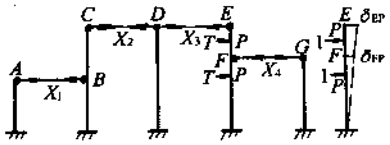


$$X_1 = \frac{T \cdot \delta_{DO}(1 - K_2) \cdot K_4}{K_5}$$

$$X_2 = \frac{T \cdot \delta_{DO}(1 - K_2) + X_1 \cdot \delta_{BC}}{K_3} \qquad (10-182)$$

$$X_3 = \left(\frac{T \cdot \delta_{DO}}{\delta_D} - X_2\right) \cdot K_2$$

$$X_4 = X_3 \cdot K_1$$

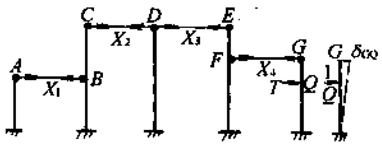


$$X_4 = \frac{T \cdot (\delta_{FP} - \delta_{EP} \cdot K_9)}{K_{10}}$$

$$X_3 = \frac{T \cdot \delta_{EP} - X_4 \cdot \delta_{EF}}{K_8} \qquad (10-183)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$



$$X_4 = \frac{T \cdot \delta_{GQ}}{K_{10}}$$

$$X_3 = X_4 \cdot K_9 \qquad (10-184)$$

$$X_2 = X_3 \cdot K_7$$

$$X_1 = X_2 \cdot K_6$$

第五节 柱位移计算公式

一、公 式 说 明

（一）符号说明

I——等截面柱截面惯性矩；

I_1——单阶柱、两阶柱上柱截面惯性矩；

I_2——单阶柱下柱截面惯性矩或两阶柱中柱截面惯性矩；

I_3——两阶柱下柱截面惯性矩；

E——弹性模量；

δ, Δ——柱位移值；

其余符号见公式中的附图。

（二）本节公式附图中所有的力均代表单位力 1，其量纲与使用者选择的量纲相关，附图中采用了单位作用力 1，使用者可选用下列常用的一组量纲比较方便。

（三）本节各符号的量纲与第三节、第四节中符号的量纲必须完全使用同一组量纲，否则计算结果会出错。下面列出两组量纲供使用者选择。

1．常用的一组量纲

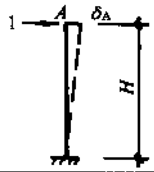
I 的量纲取 m^4，E 的量纲取 kN/m^2，高度 H 的量纲为 m，单位集中力及荷载 P 的量纲为 kN，单位力矩及荷载 M 的量纲为 kN·m，单位均布力及荷载 q 的量纲为 kN/m，位移值 δ（或 Δ）的量纲为 m。

2．可采用的另一组量纲

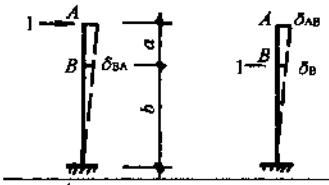
I 的量纲取 mm^4，E 的量纲取 N/mm^2，高度 H 的量纲为 mm，单位集中力及荷载 P 的量纲为 N，单位力矩及荷载 M 的量纲为 N·mm，单位均布力及荷载 q 的量纲为 N/mm，位移值 δ（或 Δ）的量纲为 mm（采用此组量纲时，数值太大如 H^3，则位数太多，使用上很不方便且易生错误）。

二、计　算　公　式

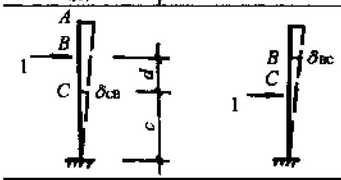
（一）等截面柱位移计算公式



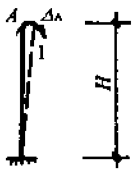
$$\delta_A = \frac{H^3}{3EI} \tag{10-185}$$



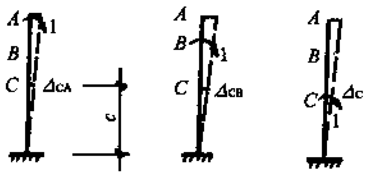
$$\left.\begin{aligned} \delta_{AB} &= \delta_{BA} = \frac{b^2(2b+3a)}{6EI} \\ \delta_B &= \frac{b^3}{3EI} \end{aligned}\right\} \tag{10-186}$$



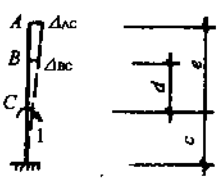
$$\delta_{BC} = \delta_{CB} = \frac{c^2(2c+3d)}{6EI} \tag{10-187}$$



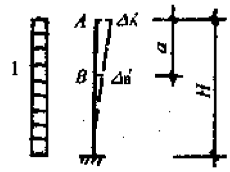
$$\Delta_A = \frac{H^2}{2EI} \tag{10-188}$$



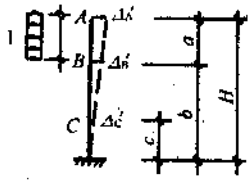
$$\Delta_{CA} = \Delta_{CB} = \Delta_C = \frac{c^2}{2EI} \tag{10-189}$$



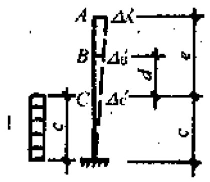
$$\left.\begin{aligned} \Delta_{AC} &= \frac{c(2e+c)}{2EI} \\ \Delta_{BC} &= \frac{c(2d+c)}{2EI} \end{aligned}\right\} \tag{10-190}$$



$$\left.\begin{aligned}\Delta_A' &= \frac{H^4}{8EI}\\ \Delta_B' &= \frac{3H^4 - 4aH^3 + a^4}{24EI}\end{aligned}\right\} \qquad (10-191)$$

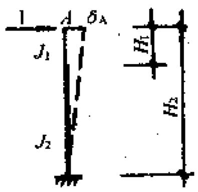


$$\left.\begin{aligned}\Delta_A' &= \frac{a^4 + 8aH^3 - 6a^2H^2}{24EI}\\ \Delta_B' &= \frac{ab^2(3a + 4b)}{12EI}\\ \Delta_C' &= \frac{c^2(3a^2 - 2ac + 6ab)}{12EI}\end{aligned}\right\} \qquad (10-192)$$

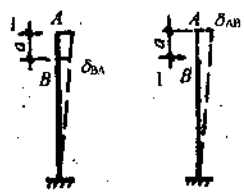


$$\left.\begin{aligned}\Delta_A' &= \frac{c^3(4e + 3c)}{24EI}\\ \Delta_B' &= \frac{c^3(4d + 3c)}{24EI}\\ \Delta_C' &= \frac{c^4}{8EI}\end{aligned}\right\} \qquad (10-193)$$

（二）单阶柱位移计算公式

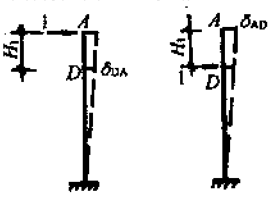


$$\delta_A = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^3}{3I_1} + \frac{H_2^3 - H_1^3}{3I_2}\right) \qquad (10-194)$$

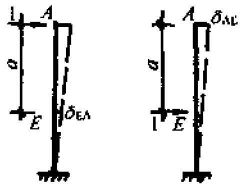


$a < H_1$

$$\delta_{AB} = \delta_{BA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^3 - a^3}{3I_1} - \frac{a(H_1^2 - a^2)}{2I_1} + \frac{H_2^3 - H_1^3}{3I_2} - \frac{a(H_2^2 - H_1^2)}{2I_2}\right] \qquad (10-195)$$

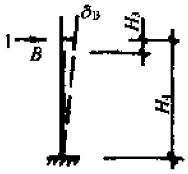


$$\delta_{AD} = \delta_{DA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_2^3 - H_1^3}{3I_2} - \frac{H_1(H_2^2 - H_1^2)}{2I_2}\right] \qquad (10-196)$$

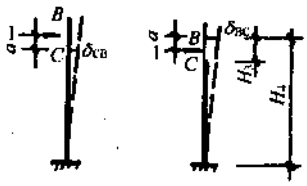


$$a > H_1$$

$$\delta_{AE} = \delta_{EA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_2^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_2^2 - a^2)}{2I_2}\right] \quad (10-197)$$

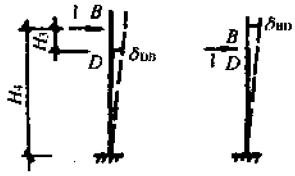


$$\delta_B = \frac{1}{E}\left(\frac{H_3^3}{3I_1} + \frac{H_4^3 - H_3^3}{3I_2}\right) \quad (10-198)$$

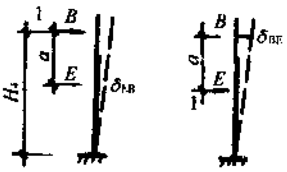


$a < H_3$

$$\delta_{BC} = \delta_{CB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_3^3 - a^3}{3I_1} - \frac{a(H_3^2 - a^2)}{2I_1} + \frac{H_4^3 - H_3^3}{3I_2} - \frac{a(H_4^2 - H_3^2)}{2I_2}\right] \quad (10-199)$$

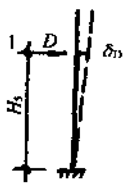


$$\delta_{BD} = \delta_{DB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_4^3 - H_3^3}{3I_2} - \frac{H_3(H_4^2 - H_3^2)}{2I_2}\right] \quad (10-200)$$

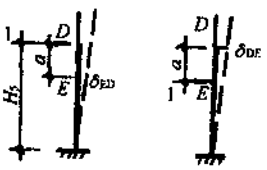


$$a > H_3$$

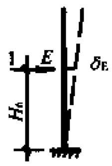
$$\delta_{BE} = \delta_{EB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_4^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_4^2 - a^2)}{2I_2}\right] \quad (10-201)$$



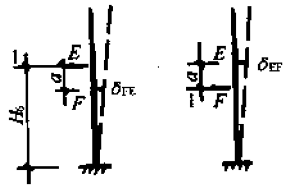
$$\delta_D = \frac{1}{E} \times \frac{H_5^3}{3I_2} \quad (10-202)$$



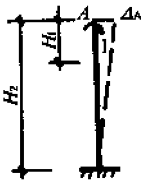
$$\delta_{DE} = \delta_{ED} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_5^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_5^2 - a^2)}{2I_2}\right] \quad (10-203)$$



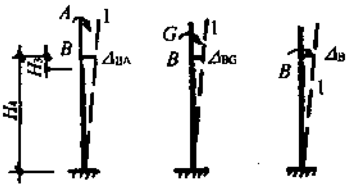
$$\delta_E = \frac{1}{E} \times \frac{H_6^3}{3I_2} \tag{10-204}$$



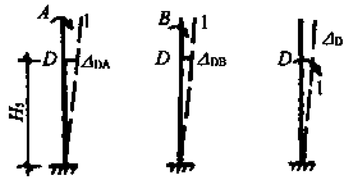
$$\delta_{FE} = \delta_{EF} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_6^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_6^2 - a^2)}{2I_2}\right] \tag{10-205}$$



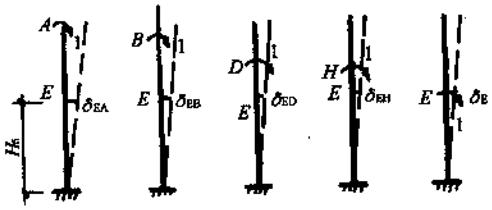
$$\Delta_A = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^2}{2I_1} + \frac{H_2^2 - H_1^2}{2I_2}\right) \tag{10-206}$$



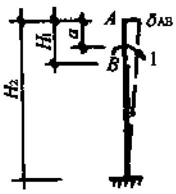
$$\Delta_{BA} = \Delta_{BG} = \Delta_B = \frac{1}{E}\left(\frac{H_3^2}{2I_1} + \frac{H_4^2 - H_3^2}{2I_2}\right) \tag{10-207}$$



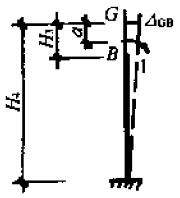
$$\Delta_{DA} = \Delta_{DB} = \Delta_D = \frac{1}{E} \times \frac{H_5^2}{2I_2} \tag{10-208}$$



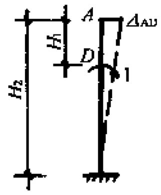
$$\Delta_{EA} = \Delta_{EB} = \Delta_{ED} = \Delta_{EH} = \Delta_E = \frac{1}{E} \times \frac{H_6^2}{2I_2} \tag{10-209}$$



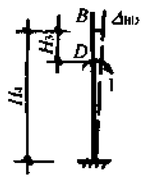
$$\Delta_{AB} = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^2 - a^2}{2I_1} + \frac{H_2^2 - H_1^2}{2I_2}\right) \tag{10-210}$$



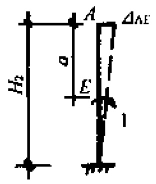
$$\Delta_{GB}=\frac{1}{E}\left(\frac{H_3^2-a^2}{2I_1}+\frac{H_4^2-H_3^2}{2I_2}\right) \qquad (10-211)$$



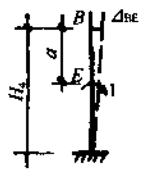
$$\Delta_{AD}=\frac{1}{E}\times\frac{H_2^2-H_1^2}{2I_2} \qquad (10-212)$$



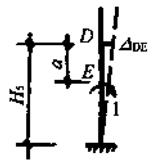
$$\Delta_{BD}=\frac{1}{E}\times\frac{H_4^2-H_3^2}{2I_2} \qquad (10-213)$$



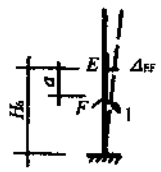
$$\Delta_{AE}=\frac{1}{E}\times\frac{H_2^2-a^2}{2I_2} \qquad (10-214)$$



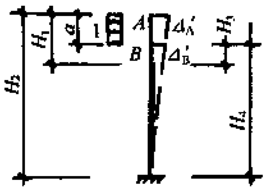
$$\Delta_{BE}=\frac{1}{E}\times\frac{H_4^2-a^2}{2I_2} \qquad (10-215)$$



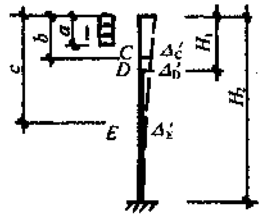
$$\Delta_{DE}=\frac{1}{E}\times\frac{H_5^2-a^2}{2I_2} \qquad (10-216)$$



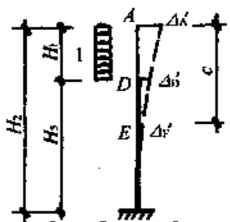
$$\Delta_{EF}=\frac{1}{E}\times\frac{H_6^2-a^2}{2I_2} \qquad (10-217)$$



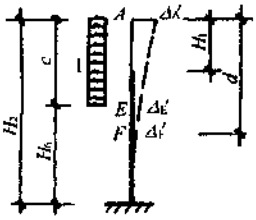
$$\left.\begin{aligned}
\Delta_A' &= \frac{1}{E}\left[\frac{a^4 + 2aH_1^2(4H_1 - 3a)}{24I_1} + \frac{4a(H_2^3 - H_1^3) - 3a^2(H_2^2 - H_1^2)}{12I_2}\right] \\
\Delta_B' &= \frac{1}{E}\left[\frac{aH_3^2(4H_3 + 3a)}{12I_1} + \frac{aH_4^2(4H_4 + 3a) - aH_3^2(4H_3 + 3a)}{12I_2}\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (10-218)$$



$$\left.\begin{aligned}
\Delta_C' &= \frac{1}{E}\left[\frac{2a(H_1^3 - b^3) - 3(\frac{a^2}{2} + ab)(H_1^2 - b^2) + 3a^2b(H_1 - b)}{6I_1}\right. \\
&\quad \left. + \frac{2a(H_2^3 - H_1^3) - 3(\frac{a^2}{2} + ab)(H_2^2 - H_1^2) + 3a^2b(H_2 - H_1)}{6I_2}\right] \\
\Delta_D' &= \frac{1}{E}\left[\frac{2a(H_2^3 - H_1^3) - 3(\frac{a^2}{2} + aH_1)(H_2^2 - H_1^2) + 3a^2H_1(H_2 - H_1)}{6I_2}\right] \\
\Delta_E' &= \frac{1}{E}\left[\frac{2a(H_2^3 - c^3) - 3(\frac{a^2}{2} + ac)(H_2^2 - c^2) + 3a^2c(H_2 - c)}{6I_2}\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (10-219)$$



$$\left.\begin{aligned}
\Delta_A' &= \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{4H_1(H_2^3 - H_1^3) - 3H_1^2(H_2^2 - H_1^2)}{12I_2}\right] \\
\Delta_D' &= \frac{1}{E} \times \frac{H_1H_5^2(4H_5 + 3H_1)}{12I_2} \\
\Delta_E' &= \frac{1}{E}\left[\frac{2H_1(H_2^3 - c^3) - 3(\frac{H_1^2}{2} + H_1c)(H_2^2 - c^2) + 3H_1^2c(H_2 - c)}{6I_2}\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (10-220)$$

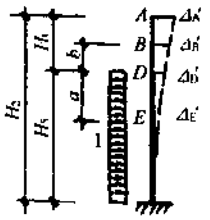


$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{c^4 - 3H_1^4 + 2cH_2^2(4H_2 - 3c)}{24I_2}\right]$$

$$\Delta_E' = \frac{1}{E} \times \frac{cH_6^2(4H_6 + 3c)}{12I_2}$$

$$\Delta_F' = \frac{1}{E}\left[\frac{2c(H_2^3 - d^3) - 3(\frac{c^2}{2} + cd)(H_2^2 - d^2) + 3c^2d(H_2 - d)}{6I_2}\right]$$

(10-221)



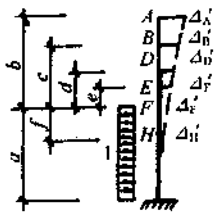
$$\Delta_A' = \frac{1}{E} \times \frac{H_5^3(4H_1 + 3H_5)}{24I_2}$$

$$\Delta_B' = \frac{1}{E} \times \frac{H_5^3(4b + 3H_5)}{24I_2}$$

$$\Delta_D' = \frac{1}{E} \times \frac{H_5^4}{8I_2}$$

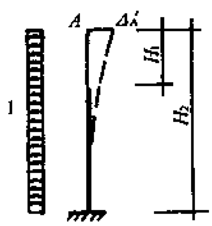
$$\Delta_E' = \frac{1}{E}\left[\frac{a^4 + H_5^3(3H_5 - 4a)}{24I_2}\right]$$

(10-222)



$$\left.\begin{aligned}
\Delta_A' &= \frac{1}{E} \times \frac{a^3(4b + 3a)}{24I_2}\\
\Delta_B' &= \frac{1}{E} \times \frac{a^3(4c + 3a)}{24I_2}\\
\Delta_D' &= \frac{1}{E} \times \frac{a^3(4d + 3a)}{24I_2}\\
\Delta_E' &= \frac{1}{E} \times \frac{a^3(4e + 3a)}{24I_2}\\
\Delta_F' &= \frac{1}{E} \times \frac{a^4}{8I_2}\\
\Delta_H' &= \frac{1}{E}\left[\frac{f^4 + a^3(3a - 4f)}{24I_2}\right]
\end{aligned}\right\}$$

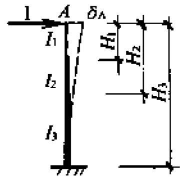
(10-223)



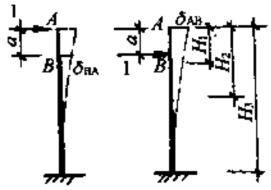
$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{H_2^4 - H_1^4}{8I_2}\right)$$

(10-224)

（三）两阶柱位移计算公式

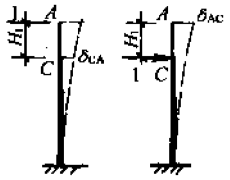


$$\delta_A = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^3}{3I_1} + \frac{H_2^3 - H_1^3}{3I_2} + \frac{H_3^3 - H_2^3}{3I_3}\right) \tag{10-225}$$

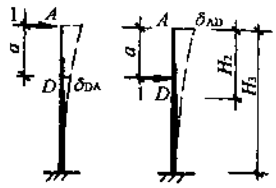


$a < H_1$

$$\delta_{AB} = \delta_{BA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^3 - a^3}{3I_1} - \frac{a(H_1^2 - a^2)}{2I_1} + \frac{H_2^3 - H_1^3}{3I_2} - \frac{a(H_2^2 - H_1^2)}{2I_2} + \frac{H_3^3 - H_2^3}{3I_3} - \frac{a(H_3^2 - H_2^2)}{2I_3}\right] \tag{10-226}$$

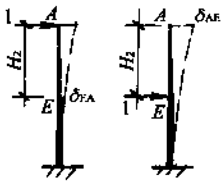


$$\delta_{AC} = \delta_{CA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_2^3 - H_1^3}{3I_2} - \frac{H_1(H_2^2 - H_1^2)}{2I_2} + \frac{H_3^3 - H_2^3}{3I_3} - \frac{H_1(H_3^2 - H_2^2)}{2I_3}\right] \tag{10-227}$$

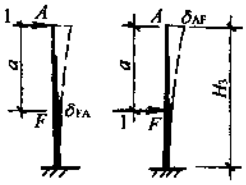


$H_2 > a > H_1$

$$\delta_{AD} = \delta_{DA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_2^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_2^2 - a^2)}{2I_2} + \frac{H_3^3 - H_2^3}{3I_3} - \frac{a(H_3^2 - H_2^2)}{2I_3}\right] \tag{10-228}$$

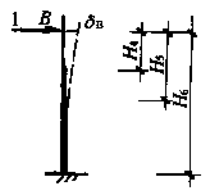


$$\delta_{AE} = \delta_{EA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_3^3 - H_2^3}{3I_3} - \frac{H_2(H_3^2 - H_2^2)}{2I_3}\right] \tag{10-229}$$

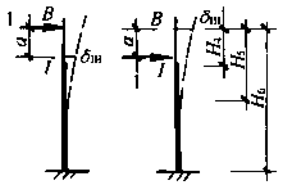


$a > H_2$

$$\delta_{AF} = \delta_{FA} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_3^3 - a^3}{3I_3} - \frac{a(H_3^2 - a^2)}{2I_3}\right] \tag{10-230}$$

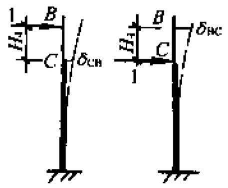


$$\delta_B = \frac{1}{E}\left(\frac{H_4^3}{3I_1} + \frac{H_5^3 - H_4^3}{3I_2} + \frac{H_6^3 - H_5^3}{3I_3}\right) \tag{10-231}$$

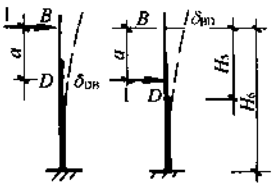


$a < H_4$

$$\delta_{BI} = \delta_{IB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_4^3 - a^3}{3I_1} - \frac{a(H_4^2 - a^2)}{2I_1} + \frac{H_5^3 - H_4^3}{3I_2} - \frac{a(H_5^2 - H_4^2)}{2I_2} + \frac{H_6^3 - H_5^3}{3I_3} - \frac{a(H_6^2 - H_5^2)}{2I_3}\right] \quad (10\text{-}232)$$

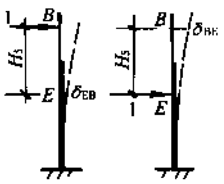


$$\delta_{BC} = \delta_{CB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_5^3 - H_4^3}{3I_2} - \frac{H_4(H_5^2 - H_4^2)}{2I_2} + \frac{H_6^3 - H_5^3}{3I_3} - \frac{H_4(H_6^2 - H_5^2)}{2I_3}\right] \quad (10\text{-}233)$$

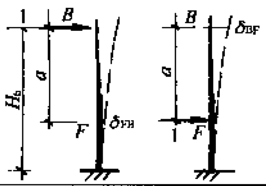


$H_5 > a > H_4$

$$\delta_{BD} = \delta_{DB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_5^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_5^2 - a^2)}{2I_2} + \frac{H_6^3 - H_5^3}{3I_3} - \frac{a(H_6^2 - H_5^2)}{2I_3}\right] \quad (10\text{-}234)$$

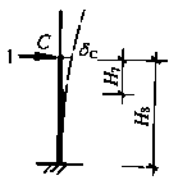


$$\delta_{BE} = \delta_{EB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_6^3 - H_5^3}{3I_3} - \frac{H_5(H_6^2 - H_5^2)}{2I_3}\right] \quad (10\text{-}235)$$

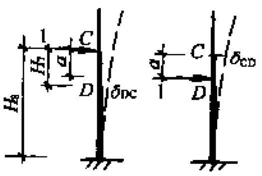


$a > H_5$

$$\delta_{BF} = \delta_{FB} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_6^3 - a^3}{3I_3} - \frac{a(H_6^2 - a^2)}{2I_3}\right] \quad (10\text{-}236)$$

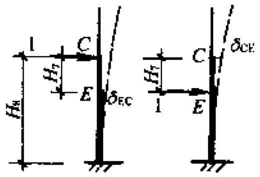


$$\delta_C = \frac{1}{E}\left(\frac{H_7^3}{3I_2} + \frac{H_8^3 - H_7^3}{3I_3}\right) \quad (10\text{-}237)$$

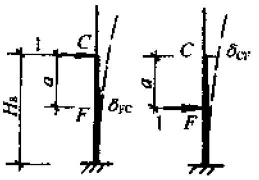


$a < H_7$

$$\delta_{CD} = \delta_{DC} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_7^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_7^2 - a^2)}{2I_2} + \frac{H_8^3 - H_7^3}{3I_3} - \frac{a(H_8^2 - H_7^2)}{2I_3}\right] \quad (10\text{-}238)$$

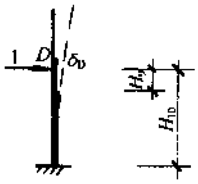


$$\delta_{CE} = \delta_{EC} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_8^3 - H_7^3}{3I_3} - \frac{H_7(H_8^2 - H_7^2)}{2I_3}\right] \tag{10-239}$$

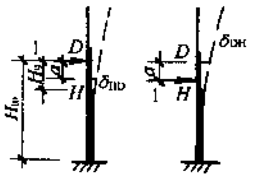


$a > H_7$

$$\delta_{CF} = \delta_{FC} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_8^3 - a^3}{3I_3} - \frac{a(H_8^2 - a^2)}{2I_3}\right] \tag{10-240}$$

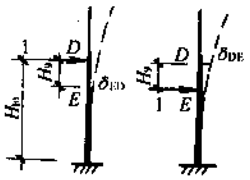


$$\delta_{D} = \frac{1}{E}\left(\frac{H_9^3}{3I_2} + \frac{H_{10}^3 - H_9^3}{3I_3}\right) \tag{10-241}$$

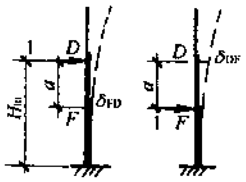


$a < H_9$

$$\delta_{DH} = \delta_{HD} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_9^3 - a^3}{3I_2} - \frac{a(H_9^2 - a^2)}{2I_2} + \frac{H_{10}^3 - H_9^3}{3I_3} - \frac{a(H_{10}^2 - H_9^2)}{2I_3}\right] \tag{10-242}$$

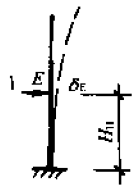


$$\delta_{DE} = \delta_{ED} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_{10}^3 - H_9^3}{3I_3} - \frac{H_9(H_{10}^2 - H_9^2)}{2I_3}\right] \tag{10-243}$$

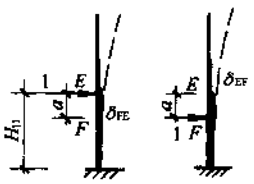


$a > H_9$

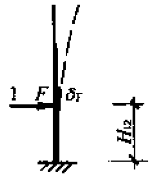
$$\delta_{DF} = \delta_{FD} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_{10}^3 - a^3}{3I_3} - \frac{a(H_{10}^2 - a^2)}{2I_3}\right] \tag{10-244}$$



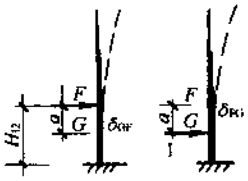
$$\delta_{E} = \frac{1}{E} \times \frac{H_{11}^3}{3I_3} \tag{10-245}$$



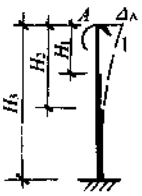
$$\delta_{EF} = \delta_{FE} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_{11}^3 - a^3}{3I_3} - \frac{a(H_{11}^2 - a^2)}{2I_3}\right] \tag{10-246}$$



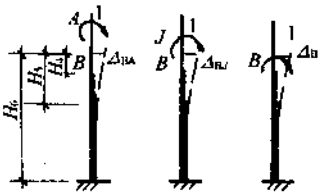
$$\delta_F = \frac{1}{E} \times \frac{H_{12}^3}{3I_3} \tag{10-247}$$



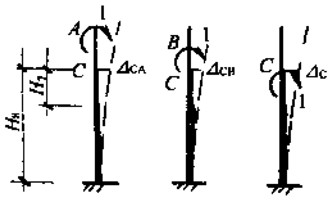
$$\delta_{FG} = \delta_{GF} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_{12}^3 - a^3}{3I_3} - \frac{a(H_{12}^2 - a^2)}{2I_3}\right] \tag{10-248}$$



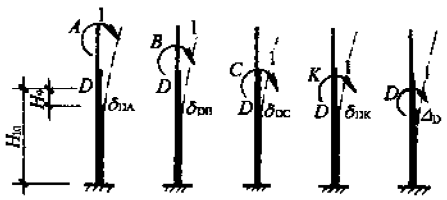
$$\Delta_A = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^2}{2I_1} + \frac{H_2^2 - H_1^2}{2I_2} + \frac{H_3^2 - H_2^2}{2I_3}\right) \tag{10-249}$$



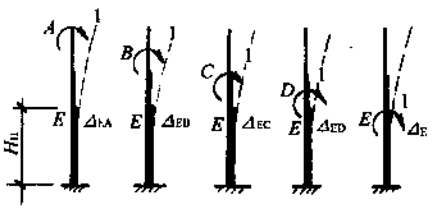
$$\Delta_{BA} = \Delta_{BJ} = \Delta_B = \frac{1}{E}\left(\frac{H_4^2}{2I_1} + \frac{H_5^2 - H_4^2}{2I_2} + \frac{H_6^2 - H_5^2}{2I_3}\right) \tag{10-250}$$



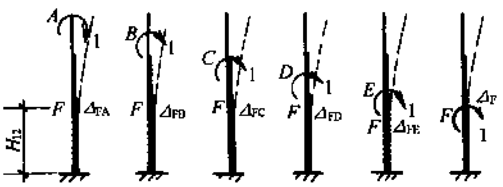
$$\Delta_{CA} = \Delta_{CB} = \Delta_C = \frac{1}{E}\left(\frac{H_7^2}{2I_2} + \frac{H_8^2 - H_7^2}{2I_3}\right) \tag{10-251}$$



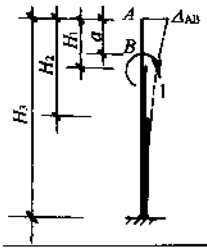
$$\Delta_{DA} = \Delta_{DB} = \Delta_{DC} = \Delta_{DK} = \Delta_D = \frac{1}{E}\left(\frac{H_9^2}{2I_2} + \frac{H_{10}^2 - H_9^2}{2I_3}\right) \tag{10-252}$$



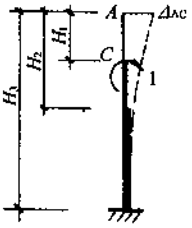
$$\Delta_{EA} = \Delta_{EB} = \Delta_{EC} = \Delta_{ED} = \Delta_E = \frac{1}{E} \times \frac{H_{11}^2}{2I_3} \tag{10-253}$$



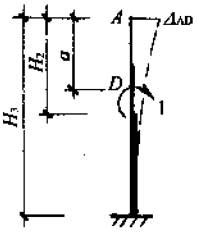
$$\Delta_{FA} = \Delta_{FB} = \Delta_{FC} = \Delta_{FD} = \Delta_{FE} = \Delta_F = \frac{1}{E} \times \frac{H_{12}^2}{2I_3} \tag{10-254}$$



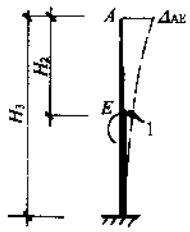
$$\Delta_{AB} = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^2 - a^2}{2I_1} + \frac{H_2^2 - H_1^2}{2I_2} + \frac{H_3^2 - H_2^2}{2I_3}\right) \tag{10-255}$$



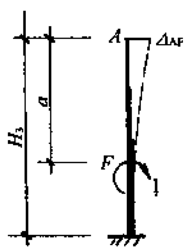
$$\Delta_{AC} = \frac{1}{E}\left(\frac{H_2^2 - H_1^2}{2I_2} + \frac{H_3^2 - H_2^2}{2I_3}\right) \tag{10-256}$$



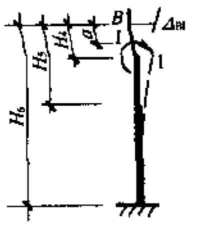
$$\Delta_{AD} = \frac{1}{E}\left(\frac{H_2^2 - a^2}{2I_2} + \frac{H_3^2 - H_2^2}{2I_3}\right) \tag{10-257}$$



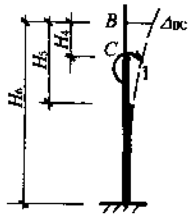
$$\Delta_{AE} = \frac{1}{E} \times \frac{H_3^2 - H_2^2}{2I_3} \tag{10-258}$$



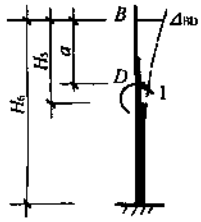
$$\Delta_{AF} = \frac{1}{E} \times \frac{H_3^2 - a^2}{2I_3} \tag{10-259}$$



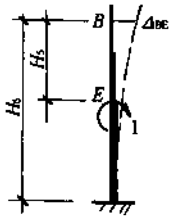
$$\Delta_{BI}=\frac{1}{E}\left(\frac{H_4^2-a^2}{2I_1}+\frac{H_5^2-H_4^2}{2I_2}+\frac{H_6^2-H_5^2}{2I_3}\right) \qquad (10-260)$$



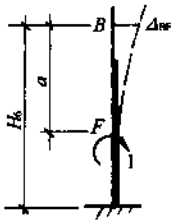
$$\Delta_{BC}=\frac{1}{E}\left(\frac{H_5^2-H_4^2}{2I_2}+\frac{H_6^2-H_5^2}{2I_3}\right) \qquad (10-261)$$



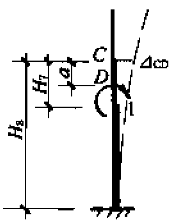
$$\Delta_{BD}=\frac{1}{E}\left(\frac{H_5^2-a^2}{2I_2}+\frac{H_6^2-H_5^2}{2I_3}\right) \qquad (10-262)$$



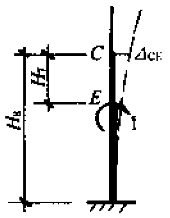
$$\Delta_{BE}=\frac{1}{E}\times\frac{H_6^2-H_5^2}{2I_3} \qquad (10-263)$$



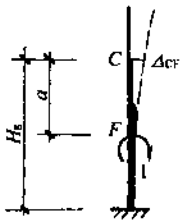
$$\Delta_{BF}=\frac{1}{E}\times\frac{H_6^2-a^2}{2I_3} \qquad (10-264)$$



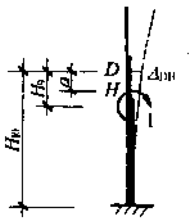
$$\Delta_{CD}=\frac{1}{E}\times\left(\frac{H_7^2-a^2}{2I_2}+\frac{H_8^2-H_7^2}{2I_3}\right) \qquad (10-265)$$



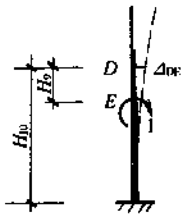
$$\Delta_{CE}=\frac{1}{E}\times\frac{H_8^2-H_7^2}{2I_3} \tag{10-266}$$



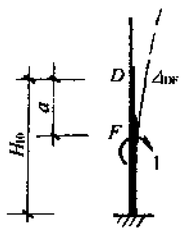
$$\Delta_{CF}=\frac{1}{E}\times\frac{H_8^2-a^2}{2I_3} \tag{10-267}$$



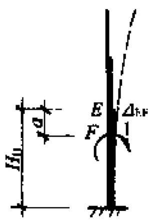
$$\Delta_{DH}=\frac{1}{E}\left(\frac{H_9^2-a^2}{2I_2}+\frac{H_{10}^2-H_9^2}{2I_3}\right) \tag{10-268}$$



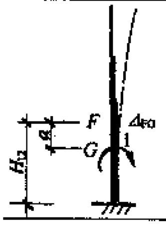
$$\Delta_{DE}=\frac{1}{E}\times\frac{H_{10}^2-H_9^2}{2I_3} \tag{10-269}$$



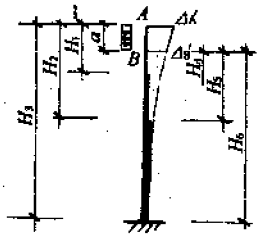
$$\Delta_{DF}=\frac{1}{E}\times\frac{H_{10}^2-a^2}{2I_3} \tag{10-270}$$



$$\Delta_{EF}=\frac{1}{E}\times\frac{H_{11}^2-a^2}{2I_3} \tag{10-271}$$



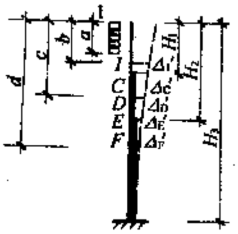
$$\Delta_{FG}=\frac{1}{E}\times\frac{H_{12}^2-a^2}{2I_3} \tag{10-272}$$



$$\Delta_A'=\frac{1}{E}\left[\frac{a^4+2aH_1^2(4H_1-3a)}{24I_1}+\frac{4a(H_2^3-H_1^3)-3a^2(H_2^2-H_1^2)}{12I_2}+\frac{4a(H_3^3-H_2^3)-3a^2(H_3^2-H_2^2)}{12I_3}\right]$$

$$\Delta_B'=\frac{1}{E}\left[\frac{aH_4^2(4H_4+3a)}{12I_1}+\frac{aH_5^2(4H_5+3a)-aH_4^2(4H_4+3a)}{12I_2}+\frac{aH_6^2(4H_6+3a)-aH_5^2(4H_5+3a)}{12I_3}\right]$$

(10-273)



$$\Delta_I'=\frac{1}{E}\left[\frac{2a(H_1^3-b^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+ab\right)(H_1^2-b^2)+3a^2b(H_1-b)}{6I_1}+\frac{2a(H_2^3-H_1^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+ab\right)(H_2^2-H_1^2)+3a^2b(H_2-H_1)}{6I_2}+\frac{2a(H_3^3-H_2^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+ab\right)(H_3^2-H_2^2)+3a^2b(H_3-H_2)}{6I_3}\right]$$

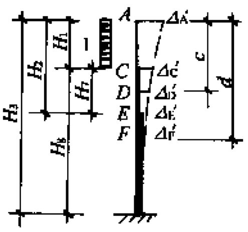
$$\Delta_C'=\frac{1}{E}\left[\frac{2a(H_2^3-H_1^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+aH_1\right)(H_2^2-H_1^2)+3a^2H_1(H_2-H_1)}{6I_2}+\frac{2a(H_3^3-H_2^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+aH_1\right)(H_3^2-H_2^2)+3a^2H_1(H_3-H_2)}{6I_3}\right]$$

$$\Delta_D'=\frac{1}{E}\left[\frac{2a(H_2^3-c^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+ac\right)(H_2^2-c^2)+3a^2c(H_2-c)}{6I_2}+\frac{2a(H_3^3-H_2^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+ac\right)(H_3^2-H_2^2)+3a^2c(H_3-H_2)}{6I_3}\right]$$

$$\Delta_E'=\frac{1}{E}\times\frac{2a(H_3^3-H_2^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+aH_2\right)(H_3^2-H_2^2)+3a^2H_2(H_3-H_2)}{6I_3}$$

$$\Delta_F'=\frac{1}{E}\times\frac{2a(H_3^3-d^3)-3\left(\frac{a^2}{2}+ad\right)(H_3^2-d^2)+3a^2d(H_3-d)}{6I_3}$$

(10-274)



$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{4H_1(H_2^3 - H_1^3) - 3H_1^2(H_2^2 - H_1^2)}{12I_2} + \frac{4H_1(H_3^3 - H_2^3) - 3H_1^2(H_3^2 - H_2^2)}{12I_3}\right]$$

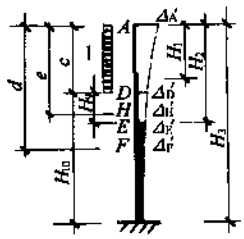
$$\Delta_C' = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1H_7^2(4H_7 + 3H_1)}{12I_2} + \frac{4H_1(H_8^3 - H_7^3) + 3H_1^2(H_8^2 - H_7^2)}{12I_3}\right]$$

$$\Delta_D' = \frac{1}{E}\left[\frac{2H_1(H_2^3 - c^3) - 3\left(\frac{H_1^2}{2} + H_1c\right)(H_2^2 - c^2) + 3H_1^2c(H_2 - c)}{6I_2} + \frac{2H_1(H_3^3 - H_2^3) - 3\left(\frac{H_1^2}{2} + H_1c\right)(H_3^2 - H_2^2) + 3H_1^2c(H_3 - H_2)}{6I_3}\right]$$

$$\Delta_E' = \frac{1}{E} \times \frac{2H_1(H_3^3 - H_2^3) - 3\left(\frac{H_1^2}{2} + H_1H_2\right)(H_3^2 - H_2^2) + 3H_1^2H_2(H_3 - H_2)}{6I_3}$$

$$\Delta_F' = \frac{1}{E} \times \frac{2H_1(H_3^3 - d^3) - 3\left(\frac{H_1^2}{2} + H_1d\right)(H_3^2 - d^2) + 3H_1^2d(H_3 - d)}{6I_3}$$

(10-275)



$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{c^4 - 3H_1^4 + 2cH_2^2(4H_2 - 3c)}{24I_2} + \frac{4c(H_3^3 - H_2^3) - 3c^2(H_3^2 - H_2^2)}{12I_3}\right]$$

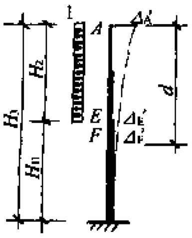
$$\Delta_D' = \frac{1}{E}\left[\frac{cH_9^2(4H_9 + 3c)}{12I_2} + \frac{4c(H_{10}^3 - H_9^3) + 3c^2(H_{10}^2 - H_9^2)}{12I_3}\right]$$

$$\Delta_H' = \frac{1}{E}\left[\frac{2c(H_2^3 - e^3) - 3\left(\frac{c^2}{2} + ce\right)(H_2^2 - e^2) + 3c^2e(H_2 - e)}{6I_2} + \frac{2c(H_3^3 - H_2^3) - 3\left(\frac{c^2}{2} + ce\right)(H_3^2 - H_2^2) + 3c^2e(H_3 - H_2)}{6I_3}\right]$$

$$\Delta_E' = \frac{1}{E} \times \frac{2c(H_3^3 - H_2^3) - 3\left(\frac{c^2}{2} + cH_2\right)(H_3^2 - H_2^2) + 3c^2H_2(H_3 - H_2)}{6I_3}$$

$$\Delta_F' = \frac{1}{E} \times \frac{2c(H_3^3 - d^3) - 3\left(\frac{c^2}{2} + cd\right)(H_3^2 - d^2) + 3c^2d(H_3 - d)}{6I_3}$$

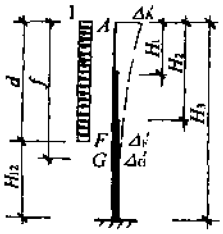
(10-276)



$$\Delta'_{A} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{H_2^4 - H_1^4}{8I_2} + \frac{4H_2(H_3^3 - H_2^3) - 3H_2^2(H_3^2 - H_2^2)}{12I_3}\right]$$

$$\Delta'_{E} = \frac{1}{E} \times \frac{H_2 H_{11}^2(4H_{11} + 3H_2)}{12I_3}$$

$$\Delta'_{F} = \frac{1}{E} \times \frac{2H_2(H_3^3 - d^3) - 3\left(\frac{H_2^2}{2} + H_2 d\right)(H_3^2 - d^2) + 3H_2^2 d(H_3 - d)}{6I_3} \quad (10-277)$$

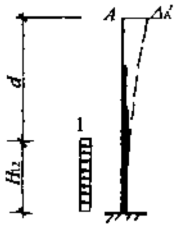


$$\Delta'_{A} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{H_2^4 - H_1^4}{8I_2} + \frac{d^4 - 3H_2^4 + 2dH_3^3(4H_3 - 3d)}{24I_3}\right]$$

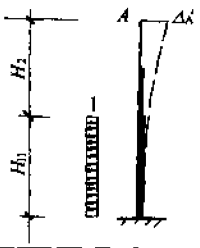
$$\Delta'_{F} = \frac{1}{E} \times \frac{dH_{12}^2(4H_{12} + 3d)}{12EI_3}$$

$$\Delta'_{G} = \frac{1}{E} \times \frac{2d(H_3^3 - f^3) - 3\left(\frac{d^2}{2} + df\right)(H_3^2 - f^2) + 3d^2 f(H_3 - f)}{6I_3}$$

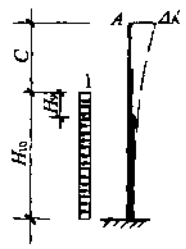
(10-278)



$$\Delta'_{A} = \frac{1}{E} \times \frac{H_{12}^3(4d + 3H_{12})}{24I_3} \quad (10-279)$$

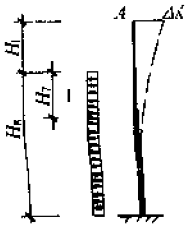


$$\Delta'_{A} = \frac{1}{E} \times \frac{H_{11}^3(4H_2 + 3H_{11})}{24I_3} \quad (10-280)$$

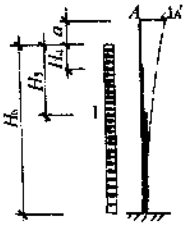


$$\Delta'_{A} = \frac{1}{E}\left[\frac{H_9^3(4c + 3H_9)}{24I_2} + \frac{H_{10}^3(4c + 3H_{10}) - H_9^3(4c + 3H_9)}{24I_3}\right]$$

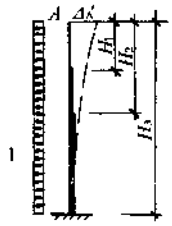
(10-281)



$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left[\frac{H_7^3(4H_1+3H_7)}{24I_2} + \frac{H_8^3(4H_1+3H_8)-H_7^3(4H_1+3H_7)}{24I_3}\right] \tag{10-282}$$



$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left[\frac{H_4^3(4a+3H_4)}{24I_1} + \frac{H_5^3(4a+3H_5)-H_4^3(4a+3H_4)}{24I_2} + \frac{H_6^3(4a+3H_6)-H_5^3(4a+3H_5)}{24I_3}\right] \tag{10-283}$$



$$\Delta_A' = \frac{1}{E}\left(\frac{H_1^4}{8I_1} + \frac{H_2^4-H_1^4}{8I_2} + \frac{H_3^4-H_2^4}{8I_3}\right) \tag{10-284}$$

附录一　平面杆系计算结构力学部分内容介绍

平面杆件系统结构力学的传统求解方法，长期以来一直处于手工计算阶段。那时，求解的最大障碍就是繁重的计算。

自从电子计算机应用到结构力学中之后，产生了一个飞跃。手工计算中最困难的大型方程组求解问题，在这里变得比较容易了。从而能够顺利求解生产实际中出现的许多结构力学问题。

编写计算机应用程序时，最关心计算方法的统一性、广泛适用性和程序编写的方便。在平面杆件系统中用矩阵位移法能较好地满足这些要求。这里介绍的是与矩阵位移法相关的内容。

在单元分析中介绍的是平面刚架单元。直接采用平面刚架单元能够求解平面铰接桁架，也能够计算连续梁，应用时不必另行构造平面桁架单元与连续梁单元。

在国外，连续体的有限元法最早是从杆件系统矩阵位移法的概念发展起来的，因此在计算结构力学中，一些术语、概念与连续体的有限元法相通。

一、推导矩阵位移法方程的基本约定

（一）符号

1. 刚度矩阵

$[K_e]$——局部座标系下的单元刚度矩阵；

$[K_y]$——总体座标系下的单元刚度矩阵；

$[K]$——结构的总刚度矩阵。

2. 位移向量

$\{D_e\}$——局部座标系下杆件的节点位移向量；

$\{D_y\}$——总体座标系下杆件的节点位移向量；

$\{D\}$——结构的总位移向量。

3. 力向量

$\{S_e\}$——局部座标系下杆件的杆端力向量；

$\{S_y\}$——总体座标系下杆件的杆端力向量；

$\{\overline{R}_e\}$——局部座标系下杆件的固端力向量；

$\{\overline{R}_y\}$——总体座标系下杆件的固端力向量；

$\{F_e\}$——局部座标系下杆件的等价节点力向量；

$\{F_y\}$——总体座标系下杆件的等价节点力向量；

$\{P\}$——直接作用于节点上的结构外力向量；

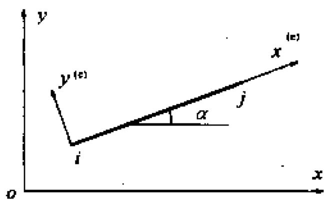
$\{F\}$——结构的总外力向量。

(二) 局部座标系与总体座标系

沿着杆件轴线方向的 $x^{(e)}$轴及垂直于杆件轴线方向的 $y^{(e)}$轴组成的座标系称为杆件的局部座标系;在整体结构中以 x 轴与 y 轴组成的座标系称为总体座标系。两个座标系的关系见附图 1-1。

局部座标系与整体座标系相交的角度为 α,约定只考虑座标系之间的旋转变换:

$$\begin{Bmatrix} x^{(e)} \\ y^{(e)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (附 1\text{-}1)$$



附图 1-1

(三) 力和位移的正负号约定

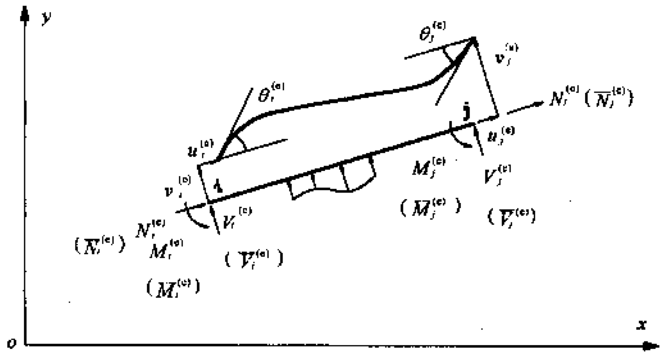
凡力或位移的方向与附图 1-1 所示座标正方向一致者约定为正,反之为负。

凡力矩或转角的旋转方向为逆时针者约定为正,反之为负。后面附图 1-2 中所示的固端力、杆端力及转角均为正值。

二、结构刚度矩阵与节点力向量

(一) 局部座标系下的单元刚度矩阵

杆端力、杆端位移以及外力引起的固端力如附图 1-2 所示。



附图 1-2

对于平面刚架单元,假设轴向变形与弯曲变形之间互相独立。因此可以分别写出杆件 ij 的角变位移方程和轴向位移方程:

$$\left.\begin{aligned}
M_i^{(e)} &= \frac{4EI}{l}\theta_i^{(e)} + \frac{2EI}{l}\theta_j^{(e)} - \frac{6EI}{l^2}(v_j^{(e)} - v_i^{(e)}) + \overline{M}_i^{(e)} \\
M_j^{(e)} &= \frac{2EI}{l}\theta_i^{(e)} + \frac{4EI}{l}\theta_j^{(e)} - \frac{6EI}{l^2}(v_j^{(e)} - v_i^{(e)}) + \overline{M}_j^{(e)} \\
V_i^{(e)} &= \frac{6EI}{l^2}\theta_i^{(e)} + \frac{6EI}{l^2}\theta_j^{(e)} - \frac{12EI}{l^3}(v_j^{(e)} - v_i^{(e)}) + \overline{V}_i^{(e)} \\
V_j^{(e)} &= -\frac{6EI}{l^2}\theta_i^{(e)} - \frac{6EI}{l^2}\theta_j^{(e)} + \frac{12EI}{l^3}(v_j^{(e)} - v_i^{(e)}) + \overline{V}_j^{(e)}
\end{aligned}\right\} \quad (附 1\text{-}2)$$

式中 $M_i^{(e)}, M_j^{(e)}$——i 和 j 端的弯矩；

$\overline{M}_i^{(e)}, \overline{M}_j^{(e)}$——$i$ 和 j 端的固端弯矩；

$V_i^{(e)}, V_j^{(e)}$——i 和 j 端的剪力；

$\overline{V}_i^{(e)}, \overline{V}_j^{(e)}$——$i$ 和 j 端的固端剪力；

$\theta_i^{(e)}, \theta_j^{(e)}$——$i$ 和 j 端的转角；

$v_i^{(e)}, v_j^{(e)}$——i 和 j 端垂直于杆件轴线的线位移。

$$\left.\begin{aligned} N_i^{(e)} &= -\frac{EA}{l}(u_j^{(e)} - u_i^{(e)}) + \overline{N}_i^{(e)} \\ N_j^{(e)} &= \frac{EA}{l}(u_j^{(e)} - u_i^{(e)}) + \overline{N}_j^{(e)} \end{aligned}\right\} \tag{附 1-3}$$

式中 $N_i^{(e)}, N_j^{(e)}$——i 和 j 端的轴力；

$\overline{N}_i^{(e)}, \overline{N}_j^{(e)}$——$i$ 和 j 端的固端轴力；

$u_i^{(e)}, u_j^{(e)}$——i 和 j 端平行于杆件轴线的线位移。

综合式(附 1-2)与(附 1-3)可得下列**单元刚度方程**

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i^{(e)} \\ v_i^{(e)} \\ \theta_i^{(e)} \\ u_j^{(e)} \\ v_j^{(e)} \\ \theta_j^{(e)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_i^{(e)} \\ V_i^{(e)} \\ M_i^{(e)} \\ N_j^{(e)} \\ V_j^{(e)} \\ M_j^{(e)} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \overline{N}_i^{(e)} \\ \overline{V}_i^{(e)} \\ \overline{M}_i^{(e)} \\ \overline{N}_j^{(e)} \\ \overline{V}_j^{(e)} \\ \overline{M}_j^{(e)} \end{Bmatrix} \tag{附 1-4}$$

式(附 1-4)可以简化为

$$[K_e]\{D_e\} = \{S_e\} - \{\overline{R}_e\} \tag{附 1-5}$$

上式中$[Ke]$就是局部座标系下的单元刚度矩阵

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \tag{附 1-6}$$

（二）座标变换矩阵

平面刚架单元中的节点位移，除去沿座标轴 x、y（或 x_e、y_e）方向的位移 u 和 v 外还有转角 θ。在旋转变换时转角 θ 不发生变化，此时单元节点位移向量的座标变换矩阵为

$$[T_e]=\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & & & \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ & \mathbf{0} & & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1-7}$$

相应的节点位移向量与节点力向量的变换关系式为

$$\left.\begin{aligned} \{D_e\} &= [T_e]\{D_\gamma\} \\ \{S_\gamma\} &= [T_e]^T\{S_e\} \\ \{\overline{R}_\gamma\} &= [T_e]^T\{\overline{R}_e\} \end{aligned}\right\} \tag{附 1-8}$$

（三）总体座标系下的单元刚度矩阵

1．总体座标系下的单元刚度方程

（1）将式（附 1-5）两边同时左乘 $[T_e]^T$，可得

$$[T_e]^T[K_e]\{D_e\} = [T_e]^T\{S_e\} - [T_e]^T\{\overline{R}_e\}$$

（2）再利用式（附 1-8）可得

$$[T_e]^T[K_e][T_e]\{D_\gamma\} = \{S_\gamma\} - \{\overline{R}_\gamma\} \tag{附 1-9}$$

（3）单元刚度方程可简化为

$$[K_\gamma]\{D_\gamma\} = \{S_\gamma\} - \{\overline{R}_\gamma\} \tag{附 1-10}$$

2．对比式（附 1-9）及式（附 1-10）可知总体座标系下的单元刚度矩阵

$$[K_\gamma] = [T_e]^T[K_e][T_e] \tag{附 1-11}$$

3．单元刚度矩阵 $[K_\gamma]$ 也可以采用将式（附 1-11）的矩阵相乘后得到的展开形式，但对于后面带刚性区域单元的式（附 1-53），若采用同样的展开形式就比较复杂。为统一起见，这里也不列出展开形式。

（四）结构的总刚度矩阵

1．结构总刚度矩阵的概念

在位移法中，对整体结构的未知位移项可以包括节点的角变与位变。此时，可按结构力学的方法形成下列形式的位移法方程组。

$$\left.\begin{aligned} k_{11}d_1 + k_{12}d_2 + \cdots\cdots + k_{1n}d_n &= f_1 \\ k_{21}d_1 + k_{22}d_2 + \cdots\cdots + k_{2n}d_n &= f_2 \\ k_{31}d_1 + k_{32}d_2 + \cdots\cdots + k_{3n}d_n &= f_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots& \\ k_{n1}d_1 + k_{n2}d_2 + \cdots\cdots + k_{nn}d_n &= f_n \end{aligned}\right\} \tag{附 1-12}$$

式（附 1-12）中的系数项所组成的矩阵就是结构的总刚度矩阵，公式如下：

$$[K]=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots\cdots\cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots\cdots\cdots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & \cdots\cdots\cdots & k_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots\cdots\cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \tag{附 1-13}$$

2. 结构的总位移向量

形成总刚度矩阵需要知道结构的总位移向量$\{D\}$，它是公式(附 1-12)中位移项所组成的列矩阵。它的转置形式为

$$\{D\}^{\mathrm{T}}=[d_1 \quad d_2 \quad d_3\cdots\cdots d_n] \tag{附 1-14}$$

上式中，结构的位移未知量总数为 n，结构的位移未知量按顺序连续编号，位移的下脚标号码就代表连续编号的顺序号。

3. 单元刚度矩阵与总刚度矩阵之间元素的对应关系

(1) 在式(附 1-10)中，单元刚度矩阵$[K_\gamma]$的各元素位置与节点位移向量$\{D_\gamma\}$的各元素位置相关，且$[K_\gamma]$中各元素在结构总刚度矩阵$[K]$中的对应位置可以由$\{D_\gamma\}$与结构总位移向量$\{D\}$中相应元素的序号对照关系确定。

(2) 以后面附图 1-3 中的杆件②为例，杆件节点位移向量$\{D_\gamma\}$与结构总位移向量$\{D\}$中各元素的序号对应关系如下所示：

杆件节点位移序号表　(1,2,3,4,5,6)

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

结构总位移序号对照表(4,5,6,7,8,9)

由位移序号对照表可知，单元刚度矩阵$[K_\gamma]$中第 2 行第 2 列的元素应该叠加到总刚度矩阵$[K]$中第 5 行第 5 列处，$[K_\gamma]$中第 5 行第 3 列的元素应该叠加到$[K]$中第 8 行第 6 列处。其余元素的叠加位置依此类推。

(3) 当杆件节点位移向量$\{D_\gamma\}$中某些位移分量被约束时，在结构总位移向量$\{D\}$中就不存在对应的位移。此时位移序号对照表中的序号应为 0，$[K_\gamma]$中相关的元素均不应叠加到总刚度矩阵$[K]$中。下面实例中对杆件⑤的说明就反映了对照表中序号为 0 时的处理过程。

(4) 根据上述位移号的对应关系就可以“对号入座”将单元刚度矩阵中的元素叠加到总刚度矩阵中去。

“对号入座”的关键是建立一个位移序号对照表，在上例中这个位移序号对照表是(4,5,6,7,8,9)。至于杆件节点位移序号表(1,2,3,4,5,6)可以隐含在上述位移序号对照表中，不需单独列出。

(5) 位移序号对照表形成的方法有两种：一是在求单元刚度矩阵之前先行计算所有杆件的位移序号对照表；二是在每一次计算单元刚度矩阵时，临时计算该杆件的位移序号对照表。两种方法各有优缺点。这已涉及编写程序的细节问题，这里不再赘述。

4. 形成结构总刚度矩阵的方法

结构的总刚度矩阵由式(附 1-11)所形成的单元刚度矩阵$[K_\gamma]$叠加而得，步骤如下：

(1) 将总刚度矩阵$[K]$的每一个元素全部设置为 0。

(2) 针对每一杆件按式(附 1-11)形成单元刚度矩阵$[K_\gamma]$。

(3) 建立杆件节点位移向量$\{D_\gamma\}$与结构总位移向量$\{D\}$之间的位移序号对照表。

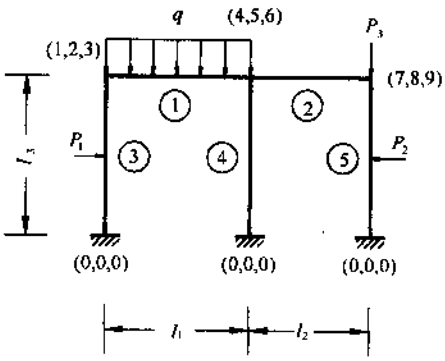
(4) 根据位移序号对照表，按上面说明的方法确定单元刚度矩阵$[K_\gamma]$中每一元素与总刚度矩阵$[K]$中相应元素的位置对应关系。分别"对号入座"将单元刚度矩阵$[K_\gamma]$中的元素叠加到总刚度矩阵$[K]$对应位置的元素中。简记为

$$[K]=\Sigma[K_\gamma] \qquad (附 1\text{-}15)$$

(5) 对所有杆件全部单元刚度矩阵的元素叠加完毕后，即得总刚度矩阵$[K]$。

5. 结构总刚度矩阵形成的实例

(1) 以附图 1-3 所示刚架为例，要求形成该结构的总刚度矩阵。



附图 1-3

已知条件：杆件①的面积为A_1，惯性矩为I_1；杆件②的面积为A_2，惯性矩为I_2；杆件③④⑤的面积为A_3，惯性矩为I_3；各杆件的弹性模量为E。

(2) 杆件①的单元刚度矩阵

$$[K_\gamma]=[K_e]=\begin{bmatrix} \frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 & -\frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_1}{l_1^3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & 0 & -\frac{12EI_1}{l_1^3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} \\ 0 & \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{4EI_1}{l_1} & 0 & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} \\ -\frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_1}{l_1^3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & 0 & \frac{12EI_1}{l_1^3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} \\ 0 & \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} & 0 & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{4EI_1}{l_1} \end{bmatrix}$$

(3) 杆件②的单元刚度矩阵

$$[K_\gamma]=[K_e]=\begin{bmatrix} \frac{EA_2}{l_2} & 0 & 0 & -\frac{EA_2}{l_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{6EI_2}{l_2^2} & 0 & -\frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{6EI_2}{l_2^2} \\ 0 & \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{4EI_2}{l_2} & 0 & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} \\ -\frac{EA_2}{l_2} & 0 & 0 & \frac{EA_2}{l_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_2}{l_2^3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & 0 & \frac{12EI_2}{l_2^3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} \\ 0 & \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} & 0 & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{4EI_2}{l_2} \end{bmatrix}$$

(4) 杆件③④⑤的单元刚度矩阵

1) 局部座标系的单元刚度矩阵

$$[K_e]=\begin{bmatrix} \frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 & -\frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_3}{l_3^3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & 0 & -\frac{12EI_3}{l_3^3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} \\ 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{4EI_3}{l_3} & 0 & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{2EI_3}{l_3} \\ -\frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 & \frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_3}{l_3^3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & 0 & \frac{12EI_3}{l_3^3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} \\ 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{2EI_3}{l_3} & 0 & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{4EI_3}{l_3} \end{bmatrix}$$

2) 座标转换矩阵

局部座标系与总体座标系的角度关系：

$$\alpha=90°,\sin\alpha=1,\cos\alpha=0$$

根据公式(附 1-7)可得

$$[T_e]=\begin{bmatrix} \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{bmatrix}$$

3) 总体座标系的单元刚度矩阵

$[K_\gamma]=[T_e]^T[K_e][T_e]$

$$=\begin{bmatrix} \frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & -\frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & -\frac{6EI_3}{l_3^2} \\ 0 & \frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 & -\frac{EA_3}{l_3} & 0 \\ -\frac{6EI_3}{l_3^2} & 0 & \frac{4EI_3}{l_3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & 0 & \frac{2EI_3}{l_3} \\ -\frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} \\ 0 & -\frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 & \frac{EA_3}{l_3} & 0 \\ -\frac{6EI_3}{l_3^2} & 0 & \frac{2EI_3}{l_3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & 0 & \frac{4EI_3}{l_3} \end{bmatrix}$$

(5) 总体座标系的位移顺序号

刚架固端节点的三个位移全部为 0，它们不包括在整体结构的位移顺序号中，在附图 1-3中用(0,0,0)表示。其余每个节点各有三个位移号，依次排列为 1～9 号。每个节点的三个位移号均表示在附图 1-3 中。

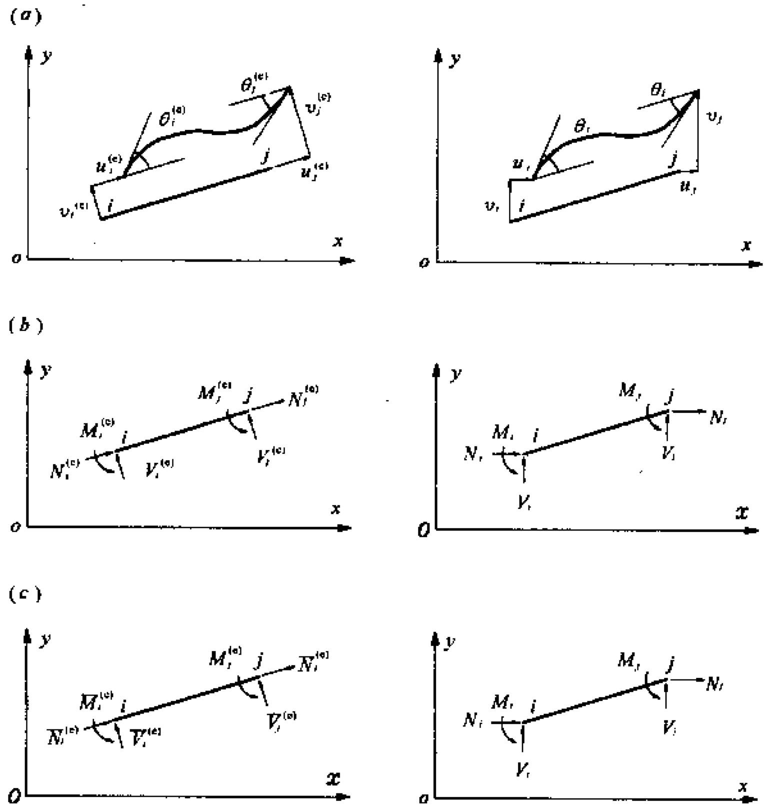
(6) 单元刚度矩阵的叠加

以杆件⑤为例，从附图 1-3 得知，杆件⑤的位移序号对照表为(0,0,0,7,8,9)。单元刚度矩阵$[K_\gamma]$中位移号为 0 的元素不应该叠加至总刚度矩阵，因此只有第 4 行以后及第 4 列以后的 9 个元素才应叠加到总刚度矩阵中去。

由杆件⑤的位移序号对照表可知，杆件的第 4 个位移对应总刚度矩阵中位移号 7，杆件的第 6 个位移对应总刚度矩阵中位移号 9。所以“对号入座”的规则是，$[K_\gamma]$中第 4 行第 4 列元素应该叠加到总刚度矩阵$[K]$的第 7 行第 7 列处，$[K_\gamma]$中第 6 行第 4 列元素应该叠加到总刚度矩阵$[K]$的第 9 行第 7 列处。依此类推，可以完成全部单元刚度矩阵的叠加。

(7) 附图 1-3 所示结构的总刚度矩阵$[K]$(见下页)。

(五) 杆件的位移向量与节点力向量



附图 1-4

$$
[K]=\begin{bmatrix}
\frac{EA_1}{l_1}+\frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} & -\frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 & & & \\
0 & \frac{12EI_1}{l_1^3}+\frac{EA_3}{l_3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & 0 & -\frac{12EI_1}{l_1^3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & & \mathbf{0} & \\
\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{4EI_1}{l_1}+\frac{4EI_3}{l_3} & 0 & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} & & & \\
-\frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{EA_1}{l_1}+\frac{EA_2}{l_2}+\frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} & -\frac{EA_2}{l_2} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EI_1}{l_1^3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & 0 & \frac{12EI_1}{l_1^3}+\frac{12EI_2}{l_2^3}+\frac{EA_3}{l_3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2}+\frac{6EI_2}{l_2^2} & 0 & -\frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{6EI_2}{l_2^2} \\
0 & \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & -\frac{6EI_1}{l_1^2}+\frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{4EI_1}{l_1}+\frac{4EI_2}{l_2}+\frac{4EI_3}{l_3} & 0 & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} \\
 & & & -\frac{EA_2}{l_2} & 0 & 0 & \frac{EA_2}{l_2}+\frac{12EI_3}{l_3^3} & 0 & \frac{6EI_3}{l_3^2} \\
 & \mathbf{0} & & 0 & -\frac{12EI_2}{l_2^3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & 0 & \frac{12EI_2}{l_2^3}+\frac{EA_3}{l_3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} \\
 & & & 0 & \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{4EI_2}{l_2}+\frac{4EI_3}{l_3}
\end{bmatrix}
$$

1. 局部座标系下杆件的节点位移向量$\{D_e\}$与总体座标系下杆件的节点位移向量$\{D_\gamma\}$可用它们的转置形式表达如下(附图 1-4a):

$$\left.\begin{aligned}\{D_e\}^T &= [u_i^{(e)} \quad v_i^{(e)} \quad \theta_i^{(e)} \quad u_j^{(e)} \quad v_j^{(e)} \quad \theta_j^{(e)}]\\ \{D_\gamma\}^T &= [u_i \quad v_i \quad \theta_i \quad u_j \quad v_j \quad \theta_j]\end{aligned}\right\} \tag{附 1-16}$$

式中　$\theta_i^{(e)} = \theta_i$;

$\theta_j^{(e)} = \theta_j$。

2. 局部座标系下杆件的杆端力向量$\{S_e\}$与总体座标系下杆件的杆端力向量$\{S_\gamma\}$可用它们的转置形式表达如下(附图 1-4b):

$$\left.\begin{aligned}\{S_e\}^T &= [N_i^{(e)} \quad V_i^{(e)} \quad M_i^{(e)} \quad N_j^{(e)} \quad V_j^{(e)} \quad M_j^{(e)}]\\ \{S_\gamma\}^T &= [N_i \quad V_i \quad M_i \quad N_j \quad V_j \quad M_j]\end{aligned}\right\} \tag{附 1-17}$$

式中　$M_i^{(e)} = M_i$;

$M_j^{(e)} = M_j$。

3. 局部座标系下杆件的固端力向量$\{\overline{R}_e\}$与总体座标系杆件的固端力向量$\{\overline{R}_\gamma\}$可用它们的转置形式表达如下(附图 1-4c):

$$\left.\begin{aligned}\{\overline{R}_e\}^T &= [\overline{N}_i^{(e)} \quad \overline{V}_i^{(e)} \quad \overline{M}_i^{(e)} \quad \overline{N}_j^{(e)} \quad \overline{V}_j^{(e)} \quad \overline{M}_j^{(e)}]\\ \{\overline{R}_\gamma\}^T &= [\overline{N}_i \quad \overline{V}_i \quad \overline{M}_i \quad \overline{N}_j \quad \overline{V}_j \quad \overline{M}_j]\end{aligned}\right\} \tag{附 1-18}$$

式中　$\overline{M}_i^{(e)} = \overline{M}_i$;

$\overline{M}_j^{(e)} = \overline{M}_j$。

4. 局部座标系与总体座标系下节点位移向量及节点力向量的变换。

局部座标系与总体座标系下节点位移向量及节点力向量的变换关系式见式(附 1-8)。

(六) 等价节点力

1. 当荷载作用在单元内部时,可以将整体结构计算的问题(附图 1-5a)分解为两个问题(附图 1-5b、附图 1-5c);分别计算后再叠加,从而得到最终的结果。

2. 问题一(附图 1-5b)

将全部节点约束,此时每个杆件都成为单独的两端固定杆(所有的节点力暂时排除在外)。此问题的求解比较方便。

附图 1-5a 在每个节点处加上各个杆件在荷载作用下的固端力后与附图 1-5b 等价。

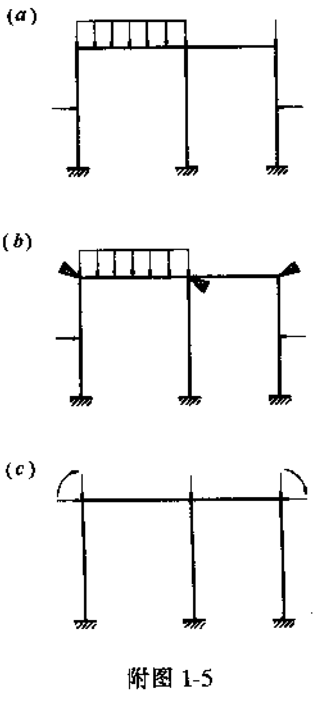
3. 问题二(附图 1-5c)

将问题一中节点上的固端力全部反号再加上附图 1-5a 中的节点外力,共同作用在原结构上就成为问题二。矩阵位移法方程的解实际上是问题二的解。

附图 1-5c 中代表固端力反号的节点力称为附图 1-5a 中杆件内荷载的等价节点力。

4. 局部座标系下的等价节点力公式

$$\{F_e\} = -\{\overline{R}_e\} \tag{附 1-19}$$



附图 1-5

5. 总体座标系的等价节点力公式

与式(附 1-8)相似，有

$$\{F_\gamma\} = [T_e]^T\{F_e\} \tag{附 1-20}$$

与式(附 1-19)相似，有

$$\{F_\gamma\} = -\{\overline{R}_\gamma\} \tag{附 1-21}$$

(七) 作用于结构的总外力向量

1. 在式(附 1-12)中，位移法方程组右端项组成的列矩阵就是结构的总外力向量$\{F\}$，

$$\{F\}^T = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \cdots\cdots f_n] \tag{附 1-22}$$

2. 在本附录讨论的范围内，结构的总外力向量$\{F\}$包括两个部分：一是直接作用于节点上的外力向量$\{P\}$；二是由杆件的等价节点力$\{F_\gamma\}$叠加而得的部分，简记为$\Sigma\{F_\gamma\}$。写成公式形式为

$$\{F\} = \{P\} + \Sigma\{F_\gamma\} \tag{附 1-23}$$

3. 等价节点力的叠加方法与前述总刚度矩阵的形成方法相似。可根据位移序号对照表确定的对应关系"对号入座"，将式(附 1-20)或式(附 1-21)中$\{F_\gamma\}$的元素叠加到总外力向量$\{F\}$对应元素的位置处。

4. 结构总外力向量形成的实例(附图 1-3)

(1) 直接作用于节点上的外力向量$\{P\}$

$$\{P\}^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -P_3 \quad 0]$$

(2) 杆件①的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$

1) 固端力向量$\{\overline{R}_\gamma\}$

$$\{\overline{R}_\gamma\}^T = \{\overline{R}_e\}^T = \left(0 \quad \frac{ql_1}{2} \quad \frac{ql_1^2}{12} \quad 0 \quad \frac{ql_1}{2} \quad -\frac{ql_1^2}{12}\right)$$

2) 等价节点力向量$\{F_\gamma\}$

$$\{F_\gamma\}^T = -\{\overline{R}_\gamma\}^T = \left(0 \quad -\frac{ql_1}{2} \quad -\frac{ql_1^2}{12} \quad 0 \quad -\frac{ql_1}{2} \quad \frac{ql_1^2}{12}\right)$$

(3) 杆件③的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$

1) 局部座标系的固端力向量$\{\overline{R}_e\}$

$$\{\overline{R}_e\}^T = \left(0 \quad \frac{P_1}{2} \quad \frac{P_1 l_3}{4} \quad 0 \quad \frac{P_1}{2} \quad -\frac{P_1 l_3}{4}\right)$$

2)局部座标系的等价节点力向量$\{F_e\}$

$$\{F_e\}^T = -\{\overline{R}e\}^T = \left(0 \quad -\frac{P_1}{2} \quad -\frac{P_1 l_3}{4} \quad 0 \quad -\frac{P_1}{2} \quad \frac{P_1 l_3}{4}\right)$$

3) 总体座标系的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$

根据杆件③的座标变换矩阵$[T_e]$，再将式(附 1-20)稍作变化，可得

$$\{F_\gamma\}^T = \{F_e\}^T[T_e] = \left(\frac{P_1}{2} \quad 0 \quad -\frac{P_1 l_3}{4} \quad \frac{P_1}{2} \quad 0 \quad \frac{P_1 l_3}{4}\right)$$

(4) 同理可得杆件⑤的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$

$$\{F_\gamma\}^T = \left(-\frac{P_2}{2} \quad 0 \quad \frac{P_2 l_3}{4} \quad -\frac{P_2}{2} \quad 0 \quad -\frac{P_2 l_3}{4}\right)$$

(5) 根据已知的直接作用于节点上的外力向量$\{P\}$，再按照"对号入座"的方法将各杆件的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$叠加进去，最终可得到附图 1-3 所示结构的总外力向量$\{F\}$。

$$\{F\}^{T}=\left\{\frac{P_1}{2}\quad -\frac{ql_1}{2}\quad -\frac{ql_1^2}{12}+\frac{P_1l_3}{4}\quad 0\quad -\frac{ql_1}{2}\quad \frac{ql_1^2}{12}\quad -\frac{P_2}{2}\quad -P_3\quad -\frac{P_2l_3}{4}\right\}$$

三、矩阵位移法方程及方程的求解

(一) 矩阵位移法方程

1. 式(附 1-10)是总体座标系下的单元刚度方程，利用式(附 1-21)可以改写成

$$[K_\gamma]\{D_\gamma\}=\{S_\gamma\}+\{F_\gamma\}\qquad (附\ 1\text{-}24)$$

按"对号入座"方式叠加各杆件的刚度矩阵$[K_\gamma]$、杆端力向量$\{S_\gamma\}$及等价节点力向量$\{F_\gamma\}$之后，可得简记形式的方程

$$(\Sigma[K_\gamma])\{D\}=\Sigma\{S_\gamma\}+\Sigma\{F_\gamma\}\qquad (附\ 1\text{-}25)$$

2. 由节点平衡条件可知任一节点的杆端内力之和等于作用在节点上的外力。据此容易证明

$$\Sigma\{S_\gamma\}=\{P\}$$

代入式(附 1-23)得

$$\Sigma\{S_\gamma\}+\Sigma\{F_\gamma\}=\{F\}\qquad (附\ 1\text{-}26)$$

3. 利用式(附 1-15)与式(附 1-26)可以将式(附 1-25)转变成矩阵位移法方程

$$[K]\{D\}=\{F\}\qquad (附\ 1\text{-}27)$$

(二) 矩阵位移法方程的求解

1. 矩阵位移法方程需要采用电子数字计算机求解。一般要编写能在很大范围内通用的计算机程序。

为了便于理解，本节只给出一般性的概念，有关问题的进一步讨论见附录二。

2. 在式(附 1-27)中，已知的是总刚度矩阵$[K]$和总外力向量$\{F\}$，待求的未知量是$\{D\}$。

对于这种多元一次联立代数方程组，常用的解法一般是高斯消去法的变形。其中一种解法的具体介绍见附录二。

3. 程序中常见的处理方法是，将总刚度矩阵$[K]$中的元素按照某种顺序(参见附录二)存放在一维数组中，将总外力向量$\{F\}$按照对应的顺序存放在另一个一维数组中。在运行了一个通用的解方程组子程序后，就可以得到待求的总位移向量$\{D\}$，它也存放在一个一维数组中。

四、杆端力及截面内力

(一) 杆端力$\{S_e\}$的求解

1. 求总体座标系下杆件的节点位移向量$\{D_\gamma\}$。解方程组后，结构的总位移向量$\{D\}$已经求得。对于任一确定的杆件，根据位移序号对照表找出杆件节点位移向量$\{D_\gamma\}$与结构总位移向量$\{D\}$中相应元素的序号对照关系。用"对号入座"的方法将$\{D\}$中相应的元素传送到$\{D_\gamma\}$中规定位置中去，即可得出杆件节点位移向量$\{D_\gamma\}$。

2. 按照式(附 1-7)计算杆件的座标变换矩阵$[T_e]$。

3. 局部座标系下杆件的节点位移向量$\{D_e\}$,按照式(附 1-8)中$\{D_e\}=[T_e]\{D_Y\}$计算得出。

4. 按照式(附 1-6)计算局部座标系下的单元刚度矩阵$[K_e]$。

5. 计算局部座标系杆件的固端力向量$\{\overline{R}_e\}$。

6. 杆端力$\{S_e\}$。按照式(附 1-5)计算,杆端力为

$$\{S_e\}=[K_e]\{D_e\}+\{\overline{R}_e\}。$$

(二) 截面内力的求解

已知杆端力$\{S_e\}$后,可以利用静力平衡条件计算任一截面处的截面内力。计算时须注意杆端力与截面内力不同的正负号规定。

五、工程设计中的一些问题

(一) 变截面杆件与考虑剪切变形的杆件

1. 引言

(1) 在工程设计中,除去等截面杆件外还有常用的变截面杆件与考虑剪切变形的等截面杆件。这里提供的计算公式对它们都适用。

(2) 变截面杆件

本段提供的公式,适用于矩形截面、T 形截面或工字形截面的变截面杆件。这些截面的腹板高度沿杆件轴线作变化,无论是一端加腋或是两端加腋均可视为一个杆件计算,对于多种荷载形式也能方便地求解。

当为沿高度直线变化的矩形变截面杆件时,有导出的解析公式。但此类公式有一个缺点,在变截面杆件蜕化为等截面杆件时会遇到$\frac{0}{0}$的不定式,这将导致错误的结果。例如,在变截面拱的计算模型中,当采用足够多的变截面直杆作逼近计算时会遇到截面高度变化很小的杆段,此时接近于$\frac{0}{0}$不定式的计算会引起不能容忍的误差。因此这里不提供此类公式。

此处提供的变截面杆件位移计算公式采用了如下的基本思路:一是计算等截面部分的贡献,它可以引用结构力学的有关公式;二是计算变截面部分的补充贡献,它是一种定积分形式只与截面变化的区段有关。当为等截面杆件时该项补充贡献等于 0。

该法利于将等截面杆件与变截面杆件的计算程序融为一体,当变截面杆件蜕化为等截面杆件时不增加计算误差。按此法编写的程序已通过多年实际工程应用的考验,并与按其他方法算得的变截面形常数、载常数表作过严格的比较。

(3) 考虑剪切变形的杆件

这里提供的考虑剪切变形杆件是等截面的。计算的基本假定是杆件的剪切变形只由剪力决定,杆件的截面转角仅取决于弯曲变形。

2. 单元刚度矩阵及固端力

(1) 单元刚度矩阵

对于变截面杆件与考虑剪切变形的杆件,可以从刚度系数的原始定义出发将式(附 1-6)中的$[K_e]$用更普遍有效的形式表达。

$$[K_e]=\begin{bmatrix}\rho & 0 & 0 & -\rho & 0 & 0\\ 0 & S_{ij} & S_{ic} & 0 & -S_{ij} & S_{jc}\\ 0 & S_{ic} & S_i & 0 & -S_{ic} & S_c\\ -\rho & 0 & 0 & \rho & 0 & 0\\ 0 & -S_{ij} & -S_{ic} & 0 & S_{ij} & S_{jc}\\ 0 & S_{jc} & S_c & 0 & S_{jc} & S_j\end{bmatrix} \tag{附 1-28}$$

式中

$$S_c=S_iC_{ij}; \tag{附 1-29}$$

$$S_{ic}=\frac{S_i+S_c}{l}; \tag{附 1-30}$$

$$S_{jc}=\frac{S_j+S_c}{l}; \tag{附 1-31}$$

$$S_{ij}=\frac{S_{ic}+S_{jc}}{l}; \tag{附 1-32}$$

S_i——i 端弯曲刚度系数，在节点位移向量$\{D_e\}$中仅 $\theta_i^{(e)}=1$、其余均等于 0 时的 $M_i^{(e)}$ 值；

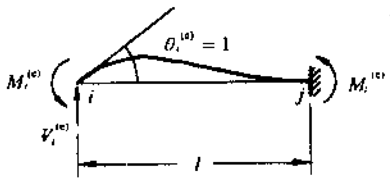
S_j——j 端弯曲刚度系数，在节点位移向量$\{D_e\}$中仅 $\theta_j^{(e)}=1$、其余均等于 0 时的 $M_j^{(e)}$ 值；

C_{ij}——传递系数，在节点位移向量$\{D_e\}$中仅 $\theta_i^{(e)}=1$、其余均等于 0 时的$\dfrac{M_j^{(e)}}{M_i^{(e)}}$值；

ρ——拉压刚度系数，在节点位移向量$\{D_e\}$中仅 $u_i^{(e)}=1$、其余均等于 0 时的 $N_i^{(e)}$ 值。

(2) 刚度系数 S_i 及传递系数 C_{ij}

在 j 端固定 i 端自由的基本结构(附图 1-6)中，由于 $M_i^{(e)}$ 与 $V_i^{(e)}$ 的联合作用，i 点产生单位转角 $\theta_i^{(e)}=1$ 且侧向位移 $v_i^{(e)}=0$。此时可列出如下的联立方程式：



附图 1-6

$$\left.\begin{aligned}\delta_{dd}V_i^{(e)}+\delta_{d\theta}M_i^{(e)}&=0\\ \delta_{\theta d}V_i^{(e)}+\delta_{\theta\theta}M_i^{(e)}&=1\end{aligned}\right\} \tag{附 1-33}$$

式中 δ_{dd}——由于 $V_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $V_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{d\theta}$——由于 $M_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $V_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{\theta d}$——由于 $V_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $M_i^{(e)}$ 正方向产生的转角($\delta_{\theta d}=\delta_{d\theta}$)；

$\delta_{\theta\theta}$——由于 $M_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $M_i^{(e)}$ 正方向产生的转角。

对方程组(附 1-33)求解，得

$$M_i^{(e)}=\frac{\delta_{dd}}{\delta_{dd}\delta_{\theta\theta}-\delta_{d\theta}^2};$$

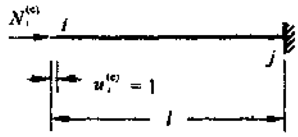
$$V_i^{(e)}=-\frac{\delta_{d\theta}}{\delta_{dd}\delta_{\theta\theta}-\delta_{d\theta}^2}$$

由基本结构的平衡条件得

$$M_j^{(e)}=-M_i^{(e)}+V_i^{(e)}l$$

根据刚度系数、传递系数的定义 $S_i = M_i^{(e)}, C_{ij} = \frac{M_j^{(e)}}{M_i^{(e)}}$，可得

$$\left.\begin{aligned} S_i &= \frac{\delta_{dd}}{\delta_{dd}\delta_{\theta\theta} - \delta_{d\theta}^2} \\ C_{ij} &= -1 - \frac{\delta_{d\theta}}{\delta_{dd}} l \end{aligned}\right\} \quad (附 1\text{-}34)$$



附图 1-7

(3) 刚度系数 S_j

在计算机程序中，将 i 端与 j 端的有关参数对换，再重复求 S_i 的过程即可求得 S_j。

(4) 拉压刚度系数 ρ

在 j 端固定 i 端自由的基本结构(附图 1-7)中，由于 $N_i^{(e)}$ 的作用，i 点产生单位位移 $u_i^{(e)}=1$，且其余位移为 0。此时可列出如下的位移方程

$$N_i^{(e)}\delta_{nn} = 1 \quad (附 1\text{-}35)$$

式中 δ_{nn}——由于 $N_i^{(e)}=1$ 的作用，使得基本结构在 $N_i^{(e)}$ 正方向产生的位移。

由拉压刚度的定义可知 ρ 应为基本结构仅产生单位位移 $u_i^{(e)}=1$ 时的 $N_i^{(e)}$ 值。

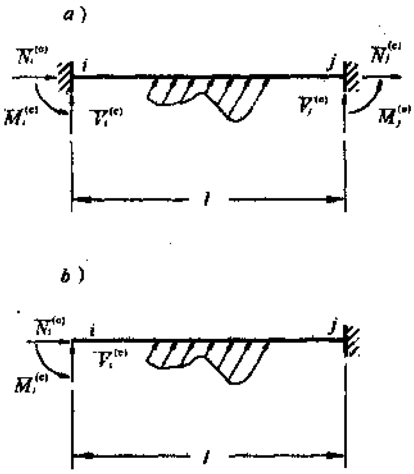
根据公式(附 1-35)得

$$\rho = \frac{1}{\delta_{nn}} \quad (附 1\text{-}36)$$

(5) 固端力的基本公式

1) 去掉原固端杆(附图1-8a)的赘余联系，代以相应的赘余力，变为静定的基本结构(附图 1-8b)。基本结构在荷载及赘余力的共同作用下应该与原结构具有相同的变形。利用已知变形条件可以列出力法方程组

$$\left.\begin{aligned} \delta_{dd}\overline{V}_i^{(e)} + \delta_{d\theta}\overline{M}_i^{(e)} + \delta_{dq} &= 0 \\ \delta_{\theta d}\overline{V}_i^{(e)} + \delta_{\theta\theta}\overline{M}_i^{(e)} + \delta_{\theta q} &= 0 \\ \delta_{nn}\overline{N}_i^{(e)} + \delta_{nq} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (附 1\text{-}37)$$



附图 1-8

式中 $\overline{N}_i^{(e)}, \overline{V}_i^{(e)}, \overline{M}_i^{(e)}$——$i$ 端的固端力；

δ_{dq}——由于杆上荷载的作用，使得基本结构在 $\overline{V}_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{\theta q}$——由于杆上荷载的作用，使得基本结构在 $\overline{M}_i^{(e)}$ 正方向产生的转角；

δ_{nq}——由于杆上荷载的作用，使得基本结构在 $\overline{N}_i^{(e)}$ 正方向产生的位移。

2) 对方程组(附 1-37)求解可得 i 端的固端力

$$\left.\begin{aligned} \overline{M}_i^{(e)} &= \frac{\delta_{dq}\delta_{d\theta} - \delta_{\theta q}\delta_{dd}}{\delta_{dd}\delta_{\theta\theta} - \delta_{d\theta}^2} \\ \overline{V}_i^{(e)} &= \frac{\delta_{\theta q}\delta_{d\theta} - \delta_{dq}\delta_{\theta\theta}}{\delta_{dd}\delta_{\theta\theta} - \delta_{d\theta}^2} \\ \overline{N}_i^{(e)} &= -\frac{\delta_{nq}}{\delta_{nn}} \end{aligned}\right\} \quad (附 1\text{-}38)$$

3) j 端的固端力由基本结构的平衡条件求出，即

$$\left.\begin{aligned}\overline{M}_j^{(e)} &= -\overline{M}_i^{(e)} + \overline{V}_i^{(e)}l + M_q(l)\\ \overline{V}_j^{(e)} &= -\overline{V}_i^{(e)} - V_q(l)\\ \overline{N}_j^{(e)} &= -\overline{N}_i^{(e)} + N_q(l)\end{aligned}\right\} \tag{附 1-39}$$

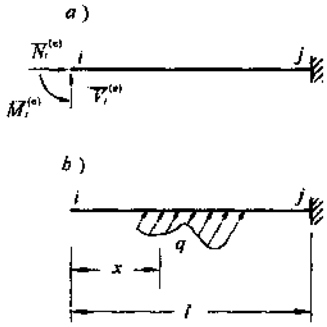
式中　$M_q(l)$——在杆上荷载的作用下基本结构 j 端产生的弯矩；使截面上部受压、下部受拉者为正；

$V_q(l)$——在杆上荷载的作用下基本结构 j 端产生的剪力；对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正；

$N_q(l)$——在杆上荷载的作用下基本结构 j 端产生的轴力；以受拉者为正。

3. 一端固定、一端自由基本结构的位移公式

(1) 应用前面的公式计算单元刚度矩阵及固端力时，需要先针对附图 1-9 所示 i 端自由，j 端固定的基本结构进行计算。



附图 1-9

需要事先计算的位移有两类：一类是在 i 端作用单位力时 i 端的位移(附图 1-9a)；另一类是在杆件内作用任意荷载 q 时 i 端的位移(附图 1-9b)。现将需要计算的位移项汇总起来列在下面：

δ_{dd}——由于 $V_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $V_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{d\theta}$——由于 $M_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $V_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{\theta\theta}$——由于 $M_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $M_i^{(e)}$ 正方向产生的转角；

δ_{nn}——由于 $N_i^{(e)}=1$ 的作用，使基本结构在 $N_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

δ_{nq}——由于杆上荷载的作用，使得基本结构在 $\overline{N}_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

δ_{dq}——由于杆上荷载的作用，使得基本结构在 $\overline{V}_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{\theta q}$——由于杆上荷载的作用，使得基本结构在 $\overline{M}_i^{(e)}$ 正方向产生的转角。

(2) 符号约定

1) 共用部分

A_0——截面面积，对于变截面杆为等截面部分的截面面积，无等截面部分时可取任一截面面积；

I_0——截面惯性矩，对于变截面杆为等截面部分的惯性矩，无等截面部分时可取与 A_0 同一截面的惯性矩；

E——弹性模量。

2) 变截面杆

$A(x)$——离 i 端 x 处的截面积；

$I(x)$——离 i 端 x 处的截面惯性矩；

$$\gamma(x) = \frac{A(x) - A_0}{A(x)};$$

$\beta(x)=\dfrac{I(x)-I_0}{I(x)}$；　　$\gamma_0=\dfrac{1}{l}\int_0^l\gamma(x)\mathrm{d}x$；

$\beta_0=\dfrac{1}{l}\int_0^l\beta(x)\mathrm{d}x$；　　$\eta_0=1-\beta_0$；

$\beta_1=\dfrac{1}{l^2}\int_0^l x\beta(x)\mathrm{d}x$；　　$\eta_1=1-2\beta_1$；

$\beta_2=\dfrac{1}{l^3}\int_0^l x^2\beta(x)\mathrm{d}x$；　　$\eta_2=1-3\beta_2$；

$M_q(x)$——在杆上荷载作用下 x 处的弯矩，使截面上部受压、下部受拉者为正；

$N_q(x)$——在杆上荷载的作用下 x 处的轴力；受拉者为正。

3) 考虑剪切变形的等截面杆

①$\mu=\dfrac{A_0}{I_0^2}\int\dfrac{S^2(y)}{b(y)}\mathrm{d}y$——截面形状系数(见附录三)；

其中　$S(y)$——截面中 y 以上的面积对形心轴的面积矩；

$b(y)$——y 处的截面宽度。

②$\alpha=\dfrac{\mu EI_0}{GA_0l^2}$；

其中　$G=\dfrac{\mathrm{E}}{2(1+\nu)}$——剪切模量；

ν——泊松比。

③$V_q(x)$——在杆上荷载的作用下 x 处的剪力；对邻近截面所产生的力矩沿顺时针方向者为正。

(3) 基本结构中位移 δ 的计算公式

1) 变截面杆与考虑剪切变形杆的综合公式

$$\left.\begin{aligned}
\delta_{dd}&=\frac{l^3}{3EI_0}(1+3\alpha)\eta_2;\\
\delta_{d\theta}&=-\frac{l^2}{2EI_0}\eta_1;\\
\delta_{\theta\theta}&=\frac{l}{EI_0}\eta_0;\\
\delta_{nn}&=\frac{l}{EA_0}(1-\gamma_0);\\
\delta_{dq}&=\delta_{dq}^{(0)}+\delta_{dq}^{(1)}-\frac{1}{EI_0}\int_0^l x\beta(x)M_q(x)\mathrm{d}x;\\
\delta_{\theta q}&=\delta_{\theta q}^{(0)}+\frac{1}{EI_0}\int_0^l\beta(x)M_q(x)\mathrm{d}x;\\
\delta_{nq}&=\delta_{nq}^{(0)}+\frac{1}{EA_0}\int_0^l\gamma(x)N_q(x)\mathrm{d}x;
\end{aligned}\right\}\qquad(\text{附 }1\text{-}40)$$

式中　$\delta_{dq}^{(0)}$——惯性矩为 I_0 的等截面基本结构(附图 1-9b)，在杆上荷载的作用下使 i 点在 $V_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{\theta q}^{(0)}$——惯性矩为 I_0 的等截面基本结构(附图 1-9b)，在杆上荷载的作用下使 i 点在

$M_i^{(e)}$ 正方向产生的转角；

$\delta_{nq}^{(0)}$——截面面积为 A_0 的等截面基本结构(附图 1-9b)，在杆上荷载的作用下使 i 点在 $N_i^{(e)}$ 正方向产生的位移；

$\delta_{dq}^{(1)}$——截面面积为 A_0、惯性矩为 I_0 的等截面基本结构(附图 1-9b)，在杆上荷载的作用下，由于剪切变形的影响使 i 点在 $V_i^{(e)}$ 正方向产生的附加位移。

2) $\delta_{dq}^{(0)}$、$\delta_{\theta q}^{(0)}$等的计算公式可以从第二章第二节的表 2-2 中查得，但须注意正负号规定的差别。

公式(附 1-40)及 γ_0、β_0、β_1、β_2 中的定积分表达式，可以在计算机程序中使用辛普生数值积分公式或其他数值积分公式计算。

3) 位移 $\delta_{dq}^{(1)}$的基本公式

$$\delta_{dq}^{(1)} = \int_0^l \frac{\mu V_q(x)\overline{V}_d(x)}{GA_0}dx;$$

其中 $\overline{V}_d(x)$——在附图 1-9 所示的基本结构中，当 $V_i^{(e)}=1$ 时 x 处截面的剪力。

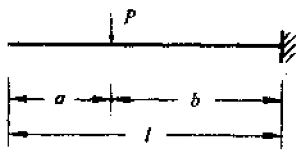
利用公式 $\alpha=\frac{\mu EI_0}{GA_0 l^2}$并注意到在任一 x 截面处均有 $\overline{V}_d(x)=1$，可得

$$\delta_{dq}^{(1)} = \frac{\alpha l^2}{EI_0}\int_0^l V_q(x)dx \qquad (附 1-41)$$

4) 几种荷载情况 $\delta_{dq}^{(1)}$的公式

①集中荷载(附图 1-10)

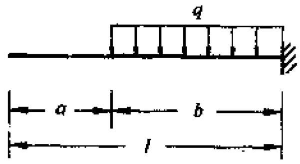
$$\delta_{dq}^{(1)} = -\frac{\alpha b l^2}{EI_0}P$$



附图 1-10

②局部作用的均布荷载(附图 1-11)

$$\delta_{dq}^{(1)} = -\frac{\alpha b^2 l^2}{2EI_0}q$$



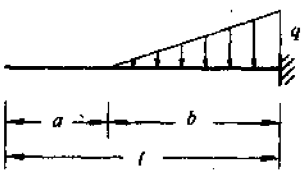
附图 1-11

③局部作用的直线变化分布荷载(附图 1-12)

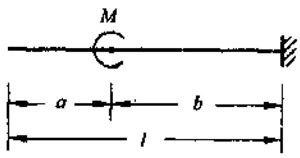
$$\delta_{dq}^{(1)} = -\frac{\alpha b^2 l^2}{6EI_0}q$$

④集中力矩(附图 1-13)

$$\delta_{dq}^{(1)} = 0$$



附图 1-12



附图 1-13

(4) 截面条件简化时公式(附 1-40)的处理

1) 当不是变截面杆时

$$\eta_0 = \eta_1 = \eta_2 = 1, \gamma_0 = 0$$

公式(附 1-40)中各项定积分均等于 0。

2) 当不考虑剪切变形的影响时

$$\alpha = 0, \delta_{dq}^{(1)} = 0$$

3) 当为普通等截面杆时

$$\eta_0 = \eta_1 = \eta_2 = 1, \gamma_0 = 0, \alpha = 0, \delta_{dq}^{(1)} = 0,$$

各项定积分均等于 0。

容易证明,此时按这里所给的公式算出的单元刚度矩阵与前面的公式(附 1-6)完全一致。

(二) 主从节点关系与带刚域的杆件

1. 引言

在实际的工程问题中,经常遇到需将某些杆件的刚度设为很大的情况,或者会遇到某些杆件的端部带有刚性很大的区域。一种简单的办法是将这些刚性区域一律看成刚性很大的杆件,除去将单元刚度矩阵的元素设成很大的数值以外,其余的处理方法不需作任何变化。

这样写程序比较方便,但会产生很大的计算误差。即使在程序中采用双倍精度计算,在许多情况下误差还是无法容忍,甚至在输出结果中第一位有效数字就不正确。这样形成的总刚度矩阵在计算数学中称为"病态矩阵",计算结果并不可靠。

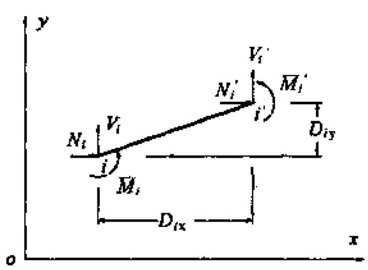
采用主从节点关系或带刚域的杆件来处理这类问题,可以有效地避开"病态矩阵",从而明显地改善计算精度。

2. 主从节点关系

(1) 主从节点的概念

主节点的位移是独立位移,它与普通节点相同。从节点用刚臂与主节点相连。从节点的位移不是独立的,是主节点位移的相关位移。这里仅讨论从节点的全部位移都是相关位移的情形。

为方便计算机程序的编写,主节点的独立位移与从节点的相关位移仍可按统一顺序分别编号。式(附 1-27)的矩阵位移法方程中只有主节点位移起作用,从节点的相关位移在式(附 1-27)中不起作用。从节点位移通过主从关系的变换来间接计算。从节点对总刚度矩阵的贡献是通过主节点实现的,因此总刚度矩阵应作必要的处理,否则将导致解方程组失败。可以令总刚度矩阵中与从节点位移对应的主对角线元素等于 1,即能正常求解。应该指出此时从节点位移必须根据对应的主节点位移按公式(附 1-43)求解。



附图 1-14

(2) 主从节点间的刚臂变换

在附图 1-14 中 i 是主节点,i'是从节点,ii'是一段刚臂,图中所示方向为节点力的正方向。

由节点力的等价条件得

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ V_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -D_{iy} & D_{ix} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_i' \\ V_i' \\ M_i' \end{Bmatrix} \tag{附 1-42}$$

由刚体运动的条件得

$$\begin{Bmatrix} u_i' \\ v_i' \\ \theta_i' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -D_{iy} \\ 0 & 1 & D_{ix} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \tag{附 1-43}$$

式中　u_i', v_i', θ_i'——从节点 i' 处总体座标系的节点位移；

u_i, v_i, θ_i——主节点 i 处总体座标系的节点位移。

(3) 节点力向量及节点位移向量的主从关系

1) 与主节点对应的节点力向量及节点位移向量的表达式为：

$$\left.\begin{aligned} \{F_i\}^{\mathrm{T}} &= [N_i \quad V_i \quad M_i] \\ \{D_i\}^{\mathrm{T}} &= [u_i \quad v_i \quad \theta_i] \end{aligned}\right\} \tag{附 1-44}$$

2) 与从节点对应的节点力向量及节点位移向量的表达式为：

$$\left.\begin{aligned} \{F_i'\}^{\mathrm{T}} &= [N_i' \quad V_i' \quad M_i'] \\ \{D_i'\}^{\mathrm{T}} &= [u_i' \quad v_i' \quad \theta_i'] \end{aligned}\right\} \tag{附 1-45}$$

3) 主从节点变换矩阵

$$[T_{ei}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -D_{iy} \\ 0 & 1 & D_{ix} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{附 1-46}$$

4) 节点力向量的主从关系式

$$\{F_i\} = [T_{ei}]^{\mathrm{T}}\{F_i'\} \tag{附 1-47}$$

5) 节点位移向量的主从关系式

$$\{D_i'\} = [T_{ei}]\{D_i\} \tag{附 1-48}$$

3. 带刚性区域的杆件

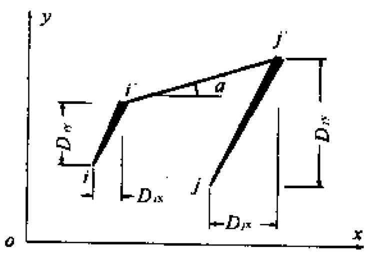
(1) 带刚性区域杆的概念

带刚性区域杆指的是，杆件的一端或两端带有刚性很大的区域。刚性区域的连线可以是杆件轴线的延伸线，也可以与杆件轴线有一个交角。

例如，在将剪力墙视为考虑剪切变形的杆件时，连系梁在剪力墙范围内的一部分可以视为刚性区域，一般是在杆件轴线的延伸线上；又如，在单层排架结构中，当上、下柱的中心线不在一条直线上时，为了能自动处理上、下柱的偏心作用可将上、下柱交界处看作有一小段刚性区域，此刚性区域与杆件轴线有 90°的交角；它既可附在上柱的下面，也可附在下柱的上面。

附图 1-15 所示为两端刚域杆的一般形式。ii' 及 jj' 区段为刚性区域，可视为刚臂。$i'j'$ 区段为杆件的弹性部分，其截面特性与普通杆的表达方式一致。单元的端节点为 i 与 j，内节点(或称弹性端点)为 i' 及 j'。内节点的相关位移不在总体座标系的节点位移号中出现。

单元的局部座标系是 $i'j'$ 区段所对应的局部座标系。单元的总体座标系是 i 与 j 节点对应的总体座标系。



附图 1-15

(2) 带刚性区域杆变换的步骤及公式(附图 1-15)

1) 对弹性区段 $i'j'$ 形成局部座标系的单元刚度矩阵 $[K_e]$。

2) 参照式(附 1-7)形成弹性区段 $i'j'$ 的座标变换矩阵

$$[T_{e0}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & & & \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ & \mathbf{0} & & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(附 1-49)

3) 将 i' 视为 i 的从节点，j' 视为 j 的从节点，参照式(附 1-46)计算并综合之后，得

$$[T_{e1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -D_{iy} & & & \\ 0 & 1 & D_{ix} & & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & 1 & 0 & -D_{jy} \\ & \mathbf{0} & & 0 & 1 & D_{jx} \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{附 1-50}$$

4) 与 i、j 节点对应的总体座标系单元刚度矩阵

$$[K_\gamma] = [T_{e1}]^T[T_{e0}]^T[K_e][T_{e0}][T_{e1}] \tag{附 1-51}$$

令 $[T_e]=[T_{e0}][T_{e1}]$，则有

$$[T_e] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & D_{ix}\sin\alpha - D_{iy}\cos\alpha & & & \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & D_{ix}\cos\alpha + D_{iy}\sin\alpha & & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & \cos\alpha & \sin\alpha & D_{jx}\sin\alpha - D_{jy}\cos\alpha \\ & \mathbf{0} & & -\sin\alpha & \cos\alpha & D_{jx}\cos\alpha + D_{jy}\sin\alpha \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(附 1-52)

此时，式(附 1-51)可改写为

$$[K_\gamma] = [T_e]^T[K_e][T_e] \tag{附 1-53}$$

与式(附 1-11)具有同样的形式。

5) 节点力向量及节点位移向量的变换关系

$$\left.\begin{aligned} \{F_\gamma\} &= [T_e]^T\{F_e\}; \\ \{D_e\} &= [T_e]\{D_\gamma\}; \end{aligned}\right\} \tag{附 1-54}$$

式中　$\{F_e\}$——以弹性端点 i'、j' 为基准的局部座标系等价节点力向量；

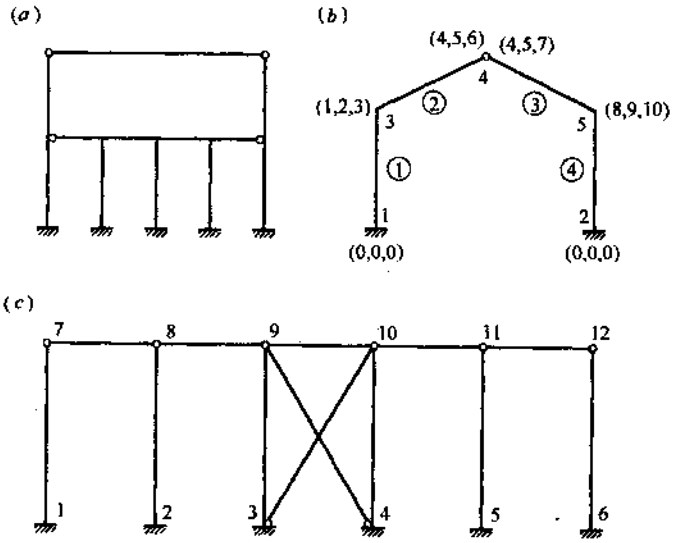
$\{F_\gamma\}$——与节点 i、j 对应的总体座标系等价节点力向量；

$\{D_e\}$——在局部座标系中对应于弹性端点 i'、j' 的位移向量；

$\{D_{ij}\}$——在总体座标系中对应于节点 i、j 的位移向量。

（三）杆件间的连接

1．在平面杆件系统中，除去附图 1-3 所示的平面刚架计算简图外，还经常会出现如附图 1-16 所示的结构计算简图。



附图 1-16

此时，有些节点为刚接节点，如附图 1-16*b* 中的节点 5。有些节点为铰接节点，如附图 1-16*b* 中的节点 4 与附图 1-16*c* 中的节点 9。

在刚接节点中，总体座标系下的节点位移数等于 3。例如在附图 1-16*b* 中节点 5 处的位移表为(8,9,10)。

在铰接节点中，总体座标系下的节点位移数大于 3。例如附图 1-16*b* 中节点 4 处的节点位移数等于 4，其中转角位移有 2 个，它们在总位移向量中的序号分别为 6 与 7。又如附图 1-16*c* 中节点 9 处的节点位移数等于 6，其中转角位移有 4 个。

这些都是需要在杆件间的连接中解决的问题。

2．与杆件间连接有关的实施步骤

(1) 计算结构总位移向量 $\{D\}$ 中的序号

在 $\{D\}$ 的位移序号中应包括铰接节点处增加的转角位移。例如，在附图 1-16*b* 中就表达了这种位移号的排列顺序，此时位移号的总数是 10。如果没有铰接节点，它的位移号总数应该是 9。

(2) 生成各杆件的位移序号对照表

带有铰接节点的杆件位移序号对照表，需根据铰接节点的实际情况确定。例如，对于附图 1-16*b* 所示的结构，杆件②的位移序号对照表为(1,2,3,4,5,6)，杆件③的位移序号对照表为(4,5,7,8,9,10)。

(3) 确定了位移号的对应关系后，就可以按照与前面同样的“对号入座”规则，叠加单元刚度矩阵和叠加杆件的等价节点力。

3. 杆件位移序号对照表的算法以及结构总位移向量$\{D\}$中增加转角位移的算法，可以有不同的技巧，它们涉及到编写程序的细节，这里不再赘述。

4. 也可以在同一节点处用几个节点编号来处理铰接节点。此时，需要选定一个节点作主节点，其他节点作从节点，通过约束信息描述主从节点关系，据此生成杆件的节点位移序号对照表。

这种方法的优点是每个编号节点仍可用三个位移表达，程序编写比较方便。缺点是象附图 1-16c 中的节点 9 需要 4 个节点编号，原始数据的准备比较复杂。特别是在修改计算时，若需在原结构上增加铰接节点，将使原始数据中的节点编号有较大的变动，难于修改。这里不介绍这种方法。

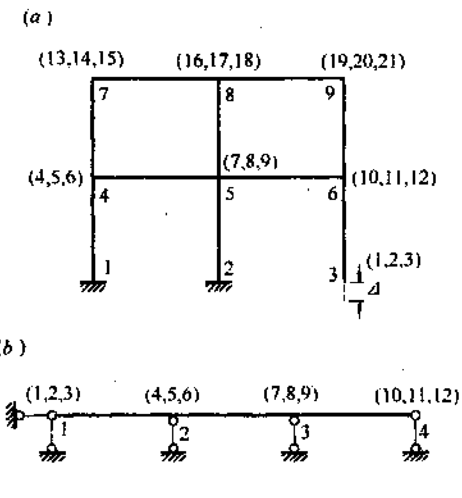
5. 采用这里介绍的杆件间的连接技巧时，若在原结构上增设铰接节点，则不需改变原始数据中的节点编号，易于修改。

采用此法还可以很方便地用平面刚架单元去求解平面铰接桁架，不需另行构造平面桁架单元。

（四）支座沉降与限制节点位移

1. 在平面杆件系统中会遇到某些节点的位移值是已知的情况，此时要求计算这些位移值给定时的内力。

当计算支座相对沉降或限制节点位移时就会遇到这种情况。下面是两个典型的例子：附图 1-17a 中表示了节点 3 有支座沉降 Δ 的情形；附图 1-17b 表示了所有的节点均限制竖向位移为 0，节点 1 处同时限制水平位移为 0 时的情形。



附图 1-17

2. 所有的支座沉降均可用限制节点位移来表达。例如，为了表达附图 1-17a 中节点 3 的支座沉降 Δ，可用限制节点位移的办法采取下列措施：

(1) 撤消节点 3 的约束，即节点 3 不能视为固定端。

(2) 将结构总位移向量$\{D\}$中第 2 号位移（节点 3 的竖向位移）限制为 Δ。

(3) 为了保持节点 3 的嵌固特性，还需将$\{D\}$中第 1 号位移（节点 3 的水平位移）与第 3 号位移（节点 3 的转角位移）限制为 0。

3. 对于附图 1-17b 所示的连续梁，可采取如下措施：

(1) 将连续梁的 4 个节点全部视为非约束节点。

(2) 将结构总位移向量$\{D\}$中第 2、5、8、11 号位移（分别对应节点 1、2、3、4 的竖向位移）限制为 0，将$\{D\}$中第 1 号位移（节点 1 的水平位移）限制为 0。

4. 限制节点位移的处理方法

限制节点位移可以通过修改结构的总刚度矩阵$[K]$与修改结构的总位移向量$\{F\}$来完成。

当需将总位移向量$\{D\}$中第 i 号位移限制为 Δ 时，实现的思路如下：

(1) 将式（附 1-27）改写成下面的形式

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots\cdots & k_{1i} & \cdots\cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots\cdots & k_{2i} & \cdots\cdots & k_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ k_{i1} & k_{i2} & \cdots\cdots & k_{ii} & \cdots\cdots & k_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots\cdots & k_{ni} & \cdots\cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_i \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_i \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad \text{(附 1-55)}$$

(2) 将总刚度矩阵中的元素 k_{ii} 乘以一个大数,例如 10^{20},此时元素 k_{ii} 被改为 $10^{20}\cdot k_{ii}$。将总外力向量中的元素 f_i 改为 $10^{20}\cdot k_{ii}\cdot\Delta$。

(3) 此时,式(附 1-55)所代表的联立方程组中第 i 个方程将变为

$$k_{i1}d_1 + k_{i2}d_2 + \cdots\cdots + 10^{20}\cdot k_{ii}\cdot d_i + \cdots\cdots + k_{in}d_n = 10^{20}\cdot k_{ii}\cdot\Delta$$

上式的左部除 $10^{20}\cdot k_{ii}\cdot d_i$ 一项外其余均可略去不计;从而有近似等式

$$10^{20}\cdot k_{ii}\cdot d_i = 10^{20}\cdot k_{ii}\cdot\Delta$$

由此可知,解方程的结果是 $d_i=\Delta$,只要编制程序时按上述处理方法实施,就能达到第 i 号位移限制为 Δ 的目标。

5. 注意事项

(1) 限制位移值 Δ 应该与结构总位移向量 $\{D\}$ 中的对应分量有相同的量纲。

(2) 限制位移值 Δ 应带正负号,正号方向与位移的正方向相同。由此可见,附图 1-17a 的 Δ 值前应冠以负号。

(3) 当在斜方向限制位移时,可对限制位移值实行分解,求出它在该节点的水平分量与垂直分量。然后分别作为对应位移上的限制位移值去作进一步的处理。

(4) 支座沉降与限制节点位移的处理方法,已经修改了原有的结构总刚度矩阵。因此,支座沉降计算不能与其他荷载同时作组合计算。

6. 采用这里介绍的限制节点位移方法,可以很方便地用平面刚架单元去求解连续梁,不需另外构造连续梁单元。

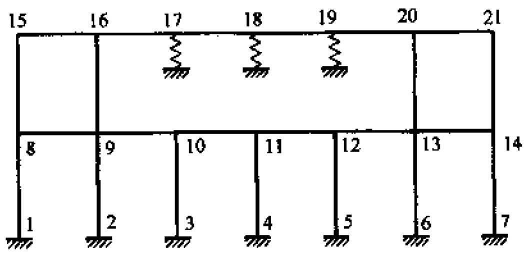
(五) 弹性支座

1. 在平面杆件系统的计算简图中,有时会遇到弹性支座,附图 1-18 就是其中的一种。

在附图 1-18 的 17、18、19 节点处有另一方向的梁作为支撑,对 17、18、19 节点来说,这些支撑可以用弹簧来代替,因而可简化成弹性支座。

在这种情况下,弹簧刚度 k 的定义是,另一方向的梁在相交节点处沿竖向产生单位位移时所需施加的力。

作为例子,对于另一方向的梁讨论了两种情况,如附图 1-19 所示。在这两种情况中,梁的抗弯刚度均为 EI,节点 C 均居于 AB 杆的中点。



附图 1-18

在附图 1-19a 中,当产生单位位移 $\Delta=1$ 时,$P=\dfrac{192EI}{l^3}$,即弹簧刚度 $k=\dfrac{192EI}{l^3}$。

在附图 1-19b 中当产生单位位移 $\Delta=1$ 时，$P=\frac{48EI}{l^3}$，即弹簧刚度 $k=\frac{48EI}{l^3}$。

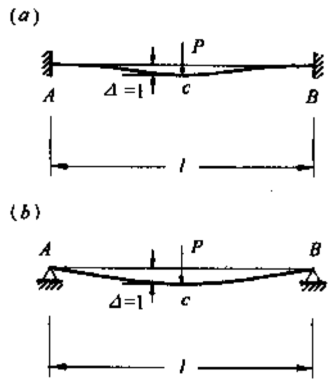
在普通的情况下，弹簧刚度常介于这两者之间。可根据实际情况取一近似的弹簧刚度 k。

2. 弹性支座的处理方法

(1) 当某一节点有弹性支座时，在该节点的弹性支座方向不得设置约束。

(2) 若在结构总位移向量 $\{D\}$ 的第 i 个位移 d_i 的方向上，具有弹性支座且其弹簧刚度为 k，只需在结构总刚度矩阵的第 i 个主元素 k_{ii} 上加弹簧刚度 k，即将 k_{ii} 改为 $k_{ii}+k$。

(3) 若有多个弹性支座时，可用同样的方法在各自的主元素处加上相应的弹簧刚度。



附图 1-19

3. 注意事项

(1) 弹簧刚度 k 应该与总刚度矩阵中对应的主元素有相同的量纲。当长度单位采用 m，力的单位采用 kN 时，弹簧刚度的量纲应为 kN/m。此时在计算弹簧刚度 k 时，弹性模量 E 的量纲应化为 kN/m^2，截面惯性矩 I 的量纲应为 m^4。

(2) 弹簧刚度均为正值。

(3) 当弹性支座为斜方向时，先求得弹簧刚度 k 在水平方向与竖直方向的分量 k_x 与 k_y，然后在总刚度矩阵中与这些分量对应的主元素上叠加各自的弹簧刚度分量 k_x(或 k_y)即可。

4. 当弹性支座约束的是节点的扭转位移时，相当于在节点上加了一个扭簧。其扭转刚度的叠加方法与前面的说明相似，但需注意扭簧扭转刚度的量纲是 kN·m。在实际工程中很难遇到需要设置扭簧的情况，所以这里只是简单地提一下。

附录二　求解矩阵位移法方程的广义平方根法及与其相关的问题

一、总刚度矩阵的平方根分解及变带宽存储

（一）实对称矩阵正定性的判定

1．实数矩阵$[A]=[A]^{T}$时称为实对称矩阵。

2．若对于$\{x\}\neq\{0\}$的一切实向量$\{x\}$，恒有

$$\{x\}^{T}[A]\{x\}>0$$

且$[A]$为实对称矩阵，则$[A]$为对称正定矩阵。

3．若$[A]$为实对称矩阵，则有

$$[A]\{x\}=\lambda\{x\},$$

其中λ为$[A]$的任一特征值，$\{x\}$为对应的特征向量；并且每一个特征值均为实数，其特征向量也为实特征向量。

4．若实对称矩阵$[A]$所有的特征值都是正的，则$[A]$是对称正定矩阵。

（二）总刚度矩阵的对称正定性

1．由互等定理可知，在总刚度矩阵$[K]$中恒有$k_{ij}=k_{ji}$，即$[K]$是实对称矩阵。

2．在静力稳定结构体系中，任意节点力向量作用下的变形位能恒为正值，据此可以证明$[K]$的所有特征值都是正的。此时，静力稳定结构的总刚度矩阵是对称正定矩阵。

3．附录一中所讨论的结构都是静力稳定的，其中所形成的总刚度矩阵都是对称正定矩阵。

（三）总刚度矩阵的平方根分解及方程组的求解

1．对称正定矩阵$[K]$可以实现如下的平方根分解：

$$[K]=[G]^{T}[G];\qquad(附2\text{-}1)$$

式中　$[G]$为上三角矩阵。

2．此时式(附1-27)所代表的矩阵位移法方程可以用下二式表达：

$$[G]^{T}\{Y\}=\{F\};\qquad(附2\text{-}2)$$

$$[G]\{D\}=\{Y\}.\qquad(附2\text{-}3)$$

3．$[G]^{T}$是下三角矩阵，由式(附2-2)可以正向逐步代入求解$\{Y\}$。$[G]$是上三角矩阵，在已解得$\{Y\}$后由式(附2-3)可以反向逐步回代求解$\{D\}$。经过正向与反向两次代入，即可完成式(附1-27)的求解。

4．可以证明，系数矩阵为对称正定矩阵的线性代数方程组用消去法求解时不必选主元，此时顺序消去法是稳定的。平方根法是由顺序消去法演变而来，所以静力稳定结构的矩阵位移法方程可以用平方根法求解。

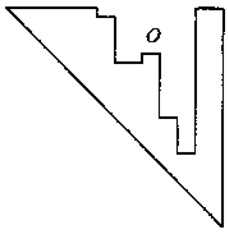
5. 在计算机程序中由于浮点运算(实数运算)有舍入误差,当方程组的病态程度增加时解方程组的误差也随之增大。可以采用两种减少误差的措施:一是采用双倍精度算法以减少舍入误差;二是能用主从关系的变换或刚性区域来代替刚性杆时尽量不用刚性杆,必须用刚性杆时也要将其相对刚度的上界加以控制,这样可以降低方程组的病态程度,从而能够减少运算误差。

(四) 总刚度矩阵的变带宽存储

1. 总刚度矩阵是对称矩阵,只需存储上三角矩阵。

2. 总刚度矩阵是稀疏矩阵,在变带宽范围之外有许多零元素不需存储(见附图 2-1)。可以证明,在平方根分解的过程中变带宽范围外的零元素仍为零元素。

3. 在计算机程序中,可以用一维数组按列的顺序存储上三角矩阵变带宽范围内的全部总刚度矩阵元素,再用一个对角线元素位置数组来记录总刚度矩阵每一列的分界位置,据此可以确定总刚度矩阵元素 k_{ij}在一维数组中的实际位置。



附图 2-1

二、子结构与广义单元的刚度矩阵

(一) 子结构的概念

一个整体结构可以划分成若干区域并将每个区域看成一个子结构。分析子结构时假定子结构的边界节点完全固定,求出子结构对边界节点的贡献。然后,将各子结构的所有边界节点同时放松,放松过程的分析也就相当于对母结构的分析。

子结构有单重子结构与多重子结构的区分,这里只介绍最简单的单重子结构。

在多层刚架计算中,用弯矩分配法计算有侧移刚架的算法,对应的就是单重子结构算法。它首先将多层刚架每层的水平位移约束住(增设虚支座),然后作两部分弯矩分配:第一部分是在外荷载作用下无侧移的弯矩分配,进一步可求虚支座的虚反力;第二部分是一组弯矩分配,每一组对应仅一个虚支座作单位水平位移时的弯矩分配,也可求得每一组的虚反力。最后可以综合成仅与若干水平位移相关的位移法方程组。

第一部分的弯矩分配计算对应于子结构边界等价节点力的求解,将虚支座的虚反力改变正负号就是子结构边界的等价节点力;第二部分的弯矩分配计算对应于子结构边界刚度矩阵的求解,将每一组单位水平位移下的虚反力排列在一起就成为子结构的边界刚度矩阵。

在工程实践中经常见到:需将同一建筑中多榀刚架一起协同计算并假定各榀刚架在同一层楼面水平位移相同的结构分析问题。这类问题很适合使用单重子结构算法。可以先将各层水平位移全部加约束(设虚支座),将每榀刚架看成是一个子结构。此算法中母结构的求解对应于水平位移约束(虚支座)的同时放松。

(二) 广义单元的概念

广义单元是普通单元(杆件)的推广。在结构分析中可以将若干单元(杆件)的集合视为一个广义单元,广义单元与结构的其他单元(杆件)仅在节点处连接;这些节点是广义单元的边界节点。

广义单元的概念与子结构的概念很相似,前面所讨论的子结构可以看成是一个广义单元。为了叙述上的方便,在从结构上探讨时采用子结构的说法,在从单元上探讨时就采用广

义单元的说法。

为简明起见，此处仅讨论广义单元的局部座标系与结构的总体座标系相同时的算法。

广义单元的边界节点位移组成了广义单元节点位移向量$\{D_\gamma\}$，用适当的方法还可以建立广义单元刚度矩阵$[K_\gamma]$及广义单元的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$。后面将会看到，$[K_\gamma]$与$\{F_\gamma\}$可以在广义平方根法解方程组的过程中自动形成。

已知广义单元的$[K_\gamma]$、$\{F_\gamma\}$之后，可以与普通单元（杆件）在一起用相似的步骤形成整体结构的总刚度矩阵$[K]$与总外力向量$\{F\}$。

（三）子结构总刚度矩阵的分块矩阵表示法

1．子结构总刚度矩阵是与子结构的边界位移和子结构的内部位移对应的刚度矩阵。

2．设子结构的总位移为 n 阶，边界位移为 m 阶，内部位移为 $n-m$ 阶，边界位移按顺序排列在内部位移之后。

3．包括边界位移在内的子结构总刚度矩阵可以表达成

$$[K]=\begin{bmatrix}[K_{aa}] & [K_{ab}]\\ [K_{ba}] & [K_{bb}]\end{bmatrix};\qquad\text{（附 2-4）}$$

式中　$[K_{aa}]$——总刚度矩阵中与内部位移相关的矩阵，$(n-m)\times(n-m)$阶；

$[K_{bb}]$——总刚度矩阵中与边界位移相关的矩阵，$m\times m$ 阶；

$[K_{ab}]$——总刚度矩阵中边界位移与内部位移的耦合矩阵，$(n-m)\times m$ 阶；

$[K_{ba}]=[K_{ab}]^T$，$m\times(n-m)$阶。

（四）用刚度的原始定义表达子结构的广义单元刚度矩阵

在子结构分析中，可以针对全部子结构边界位移作循环（$i=1$，m）。

对于循环中的第 i 号位移，采取如下步骤计算：在全部边界位移中除第 i 个位移取为 1 外其余位移均取为 0，解方程组后得到的各边界节点力值就是广义单元刚度矩阵第 i 列的值。

对边界位移依次循环计算完毕后即可组成广义单元刚度矩阵。

（五）子结构的广义单元刚度矩阵表达式

1．由上面的定义可得子结构广义单元刚度矩阵$[K_\gamma]$的矩阵方程式

$$\begin{bmatrix}[K_{aa}] & [K_{ab}]\\ [K_{ba}] & [K_{bb}]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}[D_a]\\ [I]\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}[0]\\ [K_\gamma]\end{Bmatrix};\qquad\text{（附 2-5）}$$

式中　$[I]$——边界位移处的单位位移矩阵，$m\times m$ 阶；

$[0]$——内部位移处的零节点力矩阵，$(n-m)\times m$ 阶；

$[D_a]$——与边界单位位移对应的内部位移矩阵，$(n-m)\times m$ 阶；

$[K_\gamma]$——广义单元刚度矩阵，$m\times m$ 阶。

2．对式（附 2-5）求解可得广义单元刚度矩阵的表达式

$$[K_\gamma]=[K_{bb}]-[K_{ab}]^T[K_{aa}]^{-1}[K_{ab}]\qquad\text{（附 2-6）}$$

三、广义平方根法

（一）本节提供的广义平方根法是一种通用的方法，它既适用于子结构、母结构的计算也适用于普通结构的计算。在对子结构的总刚度矩阵作广义平方根分解的同时可以自动形

成子结构的广义单元刚度矩阵。

广义平方根法与普通平方根法相比较，编写的程序量相差不多，因此采用广义平方根法可以简化程序编写，提高运算效率。按此法编写的程序已通过大量算题的考验，并曾与常规分析方法的运算结果作过详细比较，验证了本算法的可靠性。

（二）子结构广义单元刚度矩阵的基本公式

当采用子结构算法时可根据式（附 2-4）参照式（附 2-1）对$[K_{aa}]$实行平方根分解，

$$[K_{aa}] = [G_{aa}]^T[G_{aa}]; \tag{附 2-7}$$

式中　$[G_{aa}]$——上三角矩阵。

继续对$[K_{ab}]$分解，可得

$$[K_{ab}] = [G_{aa}]^T[G_{ab}]; \tag{附 2-8}$$

式中　$[G_{ab}]$——与$[K_{ab}]$同阶的矩阵。

此时，可将式（附 2-6）改写为

$$[K_\gamma] = [K_{bb}] - [G_{ab}]^T[G_{ab}]; \tag{附 2-9}$$

式中　$[K_\gamma]$——子结构的广义单元刚度矩阵。

（三）总刚度矩阵分解的递推公式

1．广义平方根法分解总刚度矩阵的计算机程序是按照递推公式编写的。

2．对照式（附 2-4）、（附 2-7）、（附 2-8）、（附 2-9），以$[K]$中统一的行号 i 列号 j 来表达各矩阵中元素的行、列号。同时，将$[G_{aa}]$中的元素 g_{ij} 存放在$[K_{aa}]$中对应元素 k_{ij} 的位置，$[G_{ab}]$中的元素 g_{ij} 存放在$[K_{ab}]$中对应元素 k_{ij} 的位置，$[K_\gamma]$中的元素 $k_{ij}^{(\gamma)}$ 存放在$[K_{bb}]$中对应元素 k_{ij} 的位置。此时式（附 2-7）、（附 2-8）、（附 2-9）的求解可以用统一的递推公式实现。

3．递推公式

$$g_{ii} = \sqrt{k_{ii} - \sum_{l=1}^{i-1} g_{li}^2};(i = 1,2,\cdots\cdots n - m) \tag{附 2-10a}$$

$$\begin{gathered} g_{ij}^* = (k_{ij} - \sum_{l=1}^{l_e} g_{li}g_{lj})/g_{ii}'; \\ (i < j \leqslant n)(i = 1,2,\cdots\cdots n - m), \\ (i \leqslant j \leqslant n)(i = n - m + 1,\cdots\cdots n - 1, n); \end{gathered} \tag{附 2-10b}$$

式中　l_e——下标 l 的终止点，

$i \leqslant n - m$ 时 $l_e = i - 1$，

$i > n - m$ 时 $l_e = n - m$；

g_{ij}^*——递推元素名，

$i \leqslant n - m$ 时代表 g_{ij}，

$i > n - m$ 时代表 $k_{ij}^{(\gamma)}$；

g_{ii}'——递推公式中引用的元素值，

$i \leqslant n - m$ 时 $g_{ii}' = g_{ii}$，

$i > n - m$ 时 $g_{ii}' = 1$。

当为变带宽存储时，式中下标 l 的起点应取第 i 列非零元素起始行号与第 j 列非零元素起始行号的较大值。后面提供的程序已作了相应的处理。

(四) 子结构算法中的两个位移法方程组

1. 边界位移为零时的位移法方程组

$$\begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ab}] \\ [K_{ba}] & [K_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{D_a^{(1)}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_a\} \\ \{F_\gamma\} \end{Bmatrix}; \qquad (附 2\text{-}11)$$

式中　$\{F_a\}$——已知的与内部位移对应的总外力向量；

$\{F_\gamma\}$——待求的与边界零位移对应的边界节点力向量，或称子结构的广义等价节点力向量；

$\{D_a^{(1)}\}$——待求的与边界零位移对应的内部节点位移向量；

$\{0\}$——已知的边界节点零位移向量。

2. 边界位移已知时的位移法方程组

$$\begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ab}] \\ [K_{ba}] & [K_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{D_a^{(2)}\} \\ \{D_b\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_b\} \end{Bmatrix}; \qquad (附 2\text{-}12)$$

式中　$\{D_b\}$——已知的边界节点位移向量；

$\{D_a^{(2)}\}$——待求的与已知边界位移对应的内部节点位移向量；

$\{F_b\}$——与已知边界位移对应的边界节点力向量。

(五) 广义平方根法计算内部节点位移及广义等价节点力的基本公式

根据式(附 2-7)、(附 2-8)、(附 2-11)与(附 2-12)，可以得到下列基本公式：

1. $[G_{aa}]^T\{Y_a\} = \{F_a\}$；　(附 2-13)

式中　$\{Y_a\}$——运算过程中临时的中间向量。

2. $\{F_\gamma\} = [G_{ab}]^T\{Y_a\}$。　(附 2-14)

3. $[G_{aa}]\{D_a\} = \{Y_a\} - [G_{ab}]\{D_b\}$；　(附 2-15)

式中　$\{D_a\} = \{D_a^{(1)}\} + \{D_a^{(2)}\}$——子结构内部节点位移向量。

(六) 求解内部节点位移及广义等价节点力的递推公式

1. 对照式(附 2-13)、(附 2-14)、(附 2-15)，以式(附 2-11)方程组右端项中$\{F_a\}$、$\{F_\gamma\}$各元素的排列顺序为标准，统一表达各个列矩阵元素的顺序号。同时，将$\{Y_a\}$中的元素 y_i 存放在$\{F_a\}$中对应元素 f_i 的位置，$\{D_a\}$中的元素 d_i 也存放在$\{F_a\}$中对应元素 f_i 的位置。此时，外力向量与位移向量在程序中占有同样的区域，式(附 2-13)、(附 2-14)、(附 2-15)的求解可以用统一的递推公式实现。

2. 递推公式

(1) 式(附 2-13)、(附 2-14)的递推公式

$$\left.\begin{aligned} y_i &= \Big(f_i - \sum_{l=1}^{i-1} g_{li} f_l\Big)/g_{ii}, (i = 1,2,\cdots\cdots,n-m) \\ f_i &= \sum_{l=1}^{n-m} g_{li} y_l, (i = n-m+1,\cdots\cdots,n-1,n) \end{aligned}\right\} \qquad (附 2\text{-}16)$$

该递推公式代表的计算过程称为对方程组右端项的化约。

(2) 式(附 2-15)的递推公式

$$d_i = \Big(y_i - \sum_{l=i+1}^{n} g_{il} d_l\Big)/g_{ii}, (i = n-m,\cdots\cdots,2,1) \qquad (附 2\text{-}17)$$

该递推公式代表的计算过程称为对方程组右端项的回代。

四、广义平方根法的 FORTRAN 源程序

(一) 子结构总刚度矩阵分解的过程

1. 符号说明

A——按变带宽存放总刚度矩阵的一维数组；

IA——总刚度矩阵对角元位置数组，在 *IA*(*J*+1)中存放总刚第 *J* 列主对角线元素在数组 *A* 中的位置号，且 IA(1)=0；

N——总刚度矩阵的阶数；

M——边界刚度矩阵的阶数；

KNI、*KNJ*——第 *I* 列(或第 *J* 列)的变带宽；

IK——第 *I* 列与第 *J* 列处于同一行的元素在 *A* 中位置序号的差值。

2. 源程序

```
      SUBROUTINE  GTGKB(A,IA,N,M)
      DOUBLE  PRECISION  A(1),S
      DIMENSION  IA(1)
      N0=N-M
      DO  400  I=1,N
      KNI=IA(I+1)-IA(I)
      NNJ=I-KNI+1
      DO  400  J=NNJ,I
      JJB=IA(J+1)
      KNJ=JJB-IA(J)
      K1=JJB-MIN0(KNJ,KNI-I+J)+1
      K2=JJB-MAX0(1,J-N0)
      S=0D0
      IJ=IA(I+1)-I+J
      IF(K1.GT.K2)GOTO  200
      IK=IJ-JJB
      DO  100  K=K1,K2
  100 S=S+A(K)*A(K+IK)
  200 S=A(IJ)-S
      IF(I.EQ.J)GOTO  300
      IF(J.LE.N0)S=S/A(JJB)
  250 A(IJ)=S
      GOTO  400
  300 IF(J.GT.N0)GOTO  250
      IF(S.GE.1.0D-20)GOTO  310
      K0=20
      GOTO  320
```

```
310  X=A(IJ)/S
     K0=ALOG10(X)
     IF(K0.LT.5)GOTO  350
320  WRITE(*,1000)'Error  101:',K0
350  A(IJ)=DSQRT(S)
400  CONTINUE
1000 FORMAT(1X,A,4X,I3)
     RETURN
     END
```

（二）右端项的化约过程与回代过程

1. 符号说明：

A——按变带宽存放总刚度矩阵的一维数组；

B——存放右端项的一维数组；

IA——总刚度矩阵对角元位置数组，在 IA(J+1)中存放总刚第 J 列主对角线元素在数组 A 中的位置号，且 IA(1)=0；

N——总刚度矩阵的阶数；

M——边界刚度矩阵的阶数；

NB——需同时处理的右端项列数。

2. 右端项化约过程的源程序

```
     SUBROUTINE  GTGKB1(A,B,IA,N,M,NB)
     DOUBLE  PRECISION  A(1),B(1),S
     DIMENSION  IA(1)
     N0=N-M
     DO  400  I=1,NB
     DO  400  J=1,N
     JJA=IA(J+1)
     K1=IA(J)+1
     K2=JJA-MAX0(1,J-N0)
     S=0D0
     IJ=I*N-N+J
     IF(K1.GT.K2)GOTO  200
     IK=IJ-JJA
     DO  100  K=K1,K2
100  S=S+A(K)*B(K+IK)
200  S=B(IJ)-S
     IF(J.LE.N0)S=S/A(JJA)
     B(IJ)=S
400  CONTINUE
     RETURN
```

```
      END
```

3. 右端项回代过程的源程序

```
      SUBROUTINE  GTGKB2(A,B,IA,N,M,NB)
      DOUBLE  PRECISION  A(1),B(1)
      DIMENSION  IA(1)
      N0=N-M
      DO  400  J=N,1,-1
      JJA=IA(J+1)
      IK=J-JJA
      K1=IA(J)+1
      K2=JJA-MAX0(1,J-N0)
      DO  200  K=K2,K1,-1
      NIJ=J
      NIK=IK
      DO  100  I=1,NB
      IF(JJA-1.EQ.K.AND.J.LE.N0)B(NIJ)=B(NIJ)/A(JJA)
      B(K+NIK)=B(K+NIK)-A(K)*B(NIJ)
      NIJ=NIJ+N
100   NIK=NIK+N
200   CONTINUE
      IF(K1.NE.JJA.OR.J.GT.N0)GOTO  400
      JJ=J
      DO  300  I=1,NB
      B(JJ)=B(JJ)/A(JJA)
300   JJ=JJ+N
400   CONTINUE
      RETURN
      END
```

五、广义平方根法及其程序的应用步骤

(一) 广义平方根法解矩阵位移法方程的步骤

1. 第一轮，对每一个子结构执行下列步骤：

(1) 按式(附 2-4)中的排列顺序，用各单元刚度矩阵$[K_\gamma]$组装形成子结构总刚度矩阵$[K]$；

(2) 按式(附 2-11)所示的排列顺序，用各单元的等价节点力向量$\{F_\gamma\}$及子结构的外力向量$\{P\}$，通过组装形成与子结构内部位移对应的总外力向量$\{F_a\}$；

(3) 由式(附 2-7)求得$[G_{aa}]$；

(4) 由式(附 2-8)求得$[G_{ab}]$；

(5) 由式(附 2-9)求得子结构的广义单元刚度矩阵$[K_\gamma]$；

(6) 由式(附 2-13)计算临时中间向量$\{Y_a\}$;

(7) 由式(附 2-14)计算子结构的广义等价节点力向量$\{F_\gamma\}$。

2. 第二轮,对母结构执行下列步骤

(1) 按照"对号入座"的原则,将各子结构的广义单元刚度矩阵$[K_\gamma]$叠加到母结构的总刚度矩阵$[K]$中去,母结构不存在边界位移,所以$[K]=[K_{aa}]$;

(2) 按照"对号入座"的原则,将各子结构的广义等价节点力向量$\{F_\gamma\}$叠加到母结构的总节点力向量$\{F\}$中去,母结构不存在边界位移,所以$\{F\}=\{F_a\}$;

(3) 由式(附 2-7)求得母结构的$[G_{aa}]$;

(4) 由式(附 2-13)计算母结构的临时中间向量$\{Y_a\}$;

(5) 由式(附 2-15)计算母结构的节点位移向量$\{D_a\}$,母结构不存在边界位移,所以公式中的$[G_{ab}]\{D_b\}$项并不存在,应予取消,同时还有$\{D\}=\{D_a\}$。

第二轮结束时已经求得母结构的总位移向量$\{D\}$。

3. 第三轮,对每一个子结构执行下列步骤

(1) 按照"对号入座"的原则,将母结构总位移向量$\{D\}$中相关的位移传送到子结构的边界位移$\{D_b\}$处;

(2) 由式(附 2-15)计算子结构的$\{D_a\}$。

由于$\{D\}=\begin{Bmatrix}\{D_a\}\\\{D_b\}\end{Bmatrix}$,所以第三轮结束时已经得到每一子结构的总位移向量$\{D\}$,从而完成了矩阵位移法方程的求解。

(二) 广义平方根法子程序的调用步骤

1. 第一轮,在母结构中建立与总刚度矩阵$[K]$对应的一维数组 AA 及与总外力向量$\{F\}$对应的一维数组 BB,并将各元素的值预置为 0。

2. 第二轮,对每一个子结构执行下列步骤

(1) 将子结构的总刚度矩阵$[K]$存放在一维数组 A 中;

(2) 将子结构的总外力向量$\{F_a\}$存放在一维数组 B 中;

(3) 调用子程序 GTGKB,对子结构的总刚度矩阵$[K]$完成广义平方根分解,同时程序自动形成子结构的边界刚度矩阵(广义单元刚度矩阵)$[K_\gamma]$,子程序调用后一维数组 A 中原先所代表的子结构总刚度矩阵$[K_{aa}]$、$[K_{ab}]$、$[K_{bb}]$中的元素,已分别被$[G_{aa}]$、$[G_{ab}]$、$[K_\gamma]$的元素代替;

(4) 保存一维数组 A,供第四轮调用;

(5) 将广义单元刚度矩阵$[K_\gamma]$按照"对号入座"的原则叠加到母结构的总刚度矩阵(一维数组 AA)中去;

(6) 调用子程序 GTGKB1,对方程组的右端项(一维数组 B)完成广义平方根法的化约,形成临时中间向量$\{Y_a\}$,同时程序自动形成子结构的边界节点力向量(广义等价节点力向量)$\{F_\gamma\}$;

(7) 保存一维数组 B,供第四轮调用;

(8) 将广义等价节点力向量$\{F_\gamma\}$按照"对号入座"的原则叠加到母结构的总外力向量$\{F\}$(一维数组 BB)中去。

3. 第三轮,对母结构执行下列步骤

(1) 设母结构总刚度矩阵的对角线元线位置数置为 IAA，调用子程序 GTGKB(AA, IAA, M, 0)，对母结构的总刚度矩阵完成平方根并分解；

(2) 调用子程序 GTGKB1(AA, BB, IAA, M, 0, NB)，对母结构的右端项进行化约；

(3) 调用子程序 GTGKB2(AA, BB, IAA, M, 0, NB)，对母结构的右端项进行回代，回代后即可得到母结构的总节点位移向量$\{D\}$，它在一维数组 BB 中。

4. 第四轮，对每一个子结构执行下列步骤

(1) 取回在第二轮中为该子结构保存的数组 A 与数组 B，其中在本轮计算中需要使用的有$[G_{aa}]$、$[G_{ab}]$及$\{Y_a\}$，它们分别按原定顺序排列在数组 A 及 B 中；

(2) 将数组 B 中原子结构的广义等价节点力向量$\{F_Y\}$所占位置转给边界节点位移向量$\{D_b\}$使用，按照“对号入座”的原则将母结构的总节点位移向量$\{D\}$(一维数组 BB)中对应的位移传送到$\{D_b\}$中；

(3) 调用子程序 GTGKB2，在已知边界节点位移$\{D_b\}$的条件下，回代得到子结构的内部位移$\{D_a\}$。

*5. 所有步骤完成后即可得到*全部子结构的位移$\{D\}$，从而完成了矩阵位移法方程的求解。

(三) 为了扩大解题规模，可以进一步采用多重子结构算法，同时对每个子结构要采用分块的广义平方根算法。这种算法已在运行多年的应用程序中经受了考验。此时，程序的复杂程度相应增加，需要采用一些新的技巧，同时还要相应增加几个程序段。由于篇幅的限制，本书不作详细介绍。

附录三　考虑剪切变形杆件的截面形状系数 μ

一、概　　述

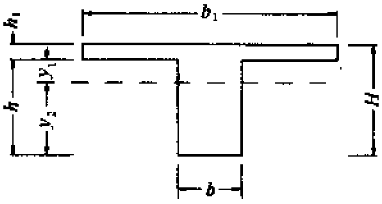
在高层及多层建筑中，经常采用钢筋混凝土剪力墙结构。在平面杆件系统的计算中需要考虑剪切变形的影响。求剪切变形时应考虑剪应力在截面上分布的不均匀性。此时要引用截面形状系数 μ，它代表用平均剪应力计算时的剪切变形修正系数。μ 值与截面大小无关，仅与截面形状有关，且

$$\mu = \frac{A}{I^2}\int_A \frac{S^2(y)}{b(y)}dA \qquad (附 3\text{-}1)$$

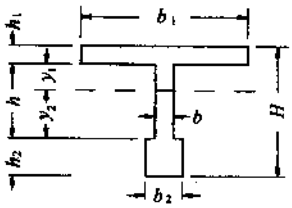
当为矩形截面时 $\mu = 1.2$。对于 T 形、任意工字形、任意十字形等截面可按后面推导的公式计算。

二、计　算　公　式

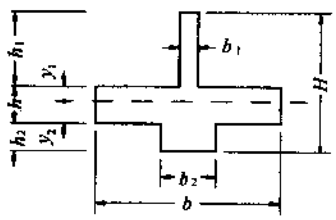
（一）T 形、任意工字形、任意十字形截面的计算图形见附图 3-1、3-2、3-3。



附图 3-1



附图 3-2



附图 3-3

（二）有关参数

$$\beta_i = \frac{b_i}{b}, i = 1,2$$

$$\gamma_i = \frac{h_i}{h}, i = 1,2$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\beta_1\gamma_1(1+\gamma_1) - \beta_2\gamma_2(1+\gamma_2)}{\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + 1}\right]$$

$$\alpha_2 = 1 - \alpha_1$$

$$\alpha = \frac{1}{12}(\beta_1\gamma_1^3 + \beta_2\gamma_2^3 + 1) + \frac{1}{4}(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + \sum_{i=1}^{2}\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right)^2$$

$$\eta_i = \frac{2}{15}\alpha_i^5 + \beta_i\gamma_i\left[\frac{2}{3}\alpha_i^3\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right) + \alpha_i\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right)^2 + \gamma_i^2\left(\frac{\alpha_i^2}{3} + \frac{5}{12}\alpha_i\gamma_i + \frac{2}{15}\gamma_i^2\right)\right], i = 1,2$$

(三) μ 值的计算

1. 截面积 A

$$A = b_1h_1 + b_2h_2 + bh = bh(\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + 1)$$

2. 面积矩 S

计算原点取在中段的中点,向上为正。

$$S = b_1h_1\left(\frac{h}{2} + \frac{h_1}{2}\right) - b_2h_2\left(\frac{h}{2} + \frac{h_2}{2}\right) = bh^2\left\{\frac{1}{2}[\beta_1\gamma_1(1+\gamma_1) - \beta_2\gamma_2(1+\gamma_2)]\right\}$$

3. 形心位置

$$y_1 = \frac{h}{2} - \frac{S}{A} = h\cdot\frac{1}{2}\left[1 - \frac{\beta_1\gamma_1(1+\gamma_1) - \beta_2\gamma_2(1+\gamma_2)}{\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + 1}\right] = \alpha_1 h$$

$$y_2 = h - y_1 = \alpha_2 h$$

4. 惯性矩

$$I = \frac{b_1h_1^3}{12} + \frac{b_2h_2^3}{12} + \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{y_1 - y_2}{2}\right)^2 + \sum_{i=1}^{2} b_ih_i\left(y_i + \frac{h_i}{2}\right)^2$$

$$= bh^3\left[\frac{1}{12}(\beta_1\gamma_1^3 + \beta_2\gamma_2^3 + 1) + \frac{1}{4}(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + \sum_{i=1}^{2}\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right)^2\right] = \alpha bh^3$$

5. $S(y)$的计算

$S(y)$代表 y 以上面积对中和轴的面积矩,可以证明:

(1) 当 y 在区间$[y_i, y_i + h_i]$内时,

$$S(y) = \frac{bh^2}{2}\beta_1\left[(\alpha_1 + \gamma_1)^2 - \frac{y^2}{h^2}\right]$$

(2) 当 y 在区间$[0, y_i]$内时

$$S(y) = \frac{bh^2}{2}\left[\alpha_i^2 + 2\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right) - \frac{y^2}{h^2}\right]$$

6. μ 值

可以证明,μ 值的计算能够利用积分的相似形式,即

$$\mu = \frac{A}{I^2}\int_A \frac{S^2(y)}{b^2(y)}\mathrm{d}A = \frac{A}{I^2}\sum_{i=1}^{2}\left\{\frac{1}{b_i^2}\int_{y_i}^{y_i+h_i}\frac{b^2h^4}{4}\beta_i^2\left[(\alpha_i + \gamma_i)^2 - \frac{y^2}{h^2}\right]^2 b_i\mathrm{d}y\right.$$

$$\left.+ \frac{1}{b^2}\int_0^{y_i}\frac{b^2h^4}{4}\left[\alpha_i^2 + 2\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right) - \frac{y^2}{h^2}\right]^2 b\mathrm{d}y\right\}$$

$$= \frac{A}{I^2}bh^4\sum_{i=1}^{2}\left\{\frac{\beta_i}{4}\int_{\alpha_i h}^{(\alpha_i+\gamma_i)h}\left[(\alpha_i + \gamma_i)^2 - \frac{y^2}{h^2}\right]^2\mathrm{d}y\right.$$

$$\left.+ \frac{1}{4}\int_0^{\alpha_i h}\left[\alpha_i^2 + 2\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right) - \frac{y^2}{h^2}\right]^2\mathrm{d}y\right\}$$

计算定积分后可得

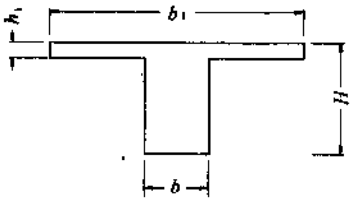
$$\mu = \frac{A}{I^2}bh^5\sum_{i=1}^{2}\left\{\frac{2}{15}\alpha_i^5 + \beta_i\gamma_i\left[\frac{2}{3}\alpha_i^3\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+ \alpha_i\beta_i\gamma_i\left(\alpha_i + \frac{\gamma_i}{2}\right)^2 + \gamma_i^2\left(\frac{\alpha_i^2}{3} + \frac{5}{12}\alpha_i\gamma_i + \frac{2}{15}\gamma_i^2\right)\right]\right\}$$

$$= \frac{\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + 1}{\alpha^2}\sum_{i=1}^{2}\eta_i \qquad \text{(附 3-2)}$$

三、计 算 用 表

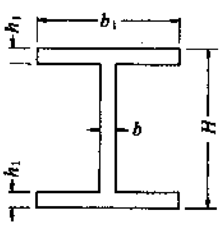
(一) T 形截面形状系数 μ 值表



附表 3-1

H/h_1 \ b_1/b	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
2	1.200	1.279	1.392	1.492	1.575	1.643	1.741	1.802	1.840	1.862	1.872	1.875	1.873
4	1.200	1.379	1.582	1.790	1.998	2.204	2.605	2.991	3.362	3.717	4.057	4.383	4.695
6	1.200	1.334	1.491	1.655	1.821	1.988	2.322	2.655	2.984	3.310	3.632	3.951	4.267
8	1.200	1.299	1.420	1.548	1.679	1.812	2.080	2.348	2.616	2.883	3.149	3.414	3.677
10	1.200	1.275	1.371	1.474	1.581	1.690	1.910	2.131	2.353	2.575	2.796	3.017	3.238
12	1.200	1.259	1.336	1.422	1.511	1.603	1.788	1.976	2.164	2.352	2.541	2.729	2.917
14	1.200	1.247	1.311	1.384	1.460	1.538	1.698	1.860	2.023	2.186	2.350	2.513	2.677
16	1.200	1.238	1.293	1.355	1.420	1.489	1.629	1.771	1.914	2.058	2.203	2.347	2.491
18	1.200	1.232	1.278	1.332	1.390	1.450	1.574	1.701	1.829	1.957	2.086	2.215	2.344
20	1.200	1.227	1.267	1.314	1.365	1.419	1.530	1.644	1.759	1.875	1.991	2.108	2.225
22	1.200	1.223	1.258	1.300	1.346	1.394	1.494	1.597	1.702	1.807	1.913	2.020	2.126
25	1.200	1.219	1.248	1.283	1.322	1.363	1.450	1.540	1.632	1.725	1.819	1.912	2.006
30	1.200	1.214	1.236	1.263	1.294	1.327	1.398	1.472	1.547	1.624	1.702	1.780	1.859
35	1.200	1.211	1.228	1.250	1.275	1.302	1.360	1.423	1.487	1.552	1.619	1.685	1.753
40	1.200	1.208	1.222	1.240	1.261	1.284	1.333	1.386	1.442	1.498	1.556	1.614	1.673
45	1.200	1.207	1.218	1.233	1.251	1.270	1.313	1.359	1.407	1.457	1.507	1.559	1.611
50	1.200	1.206	1.215	1.228	1.243	1.259	1.296	1.337	1.379	1.424	1.469	1.515	1.561

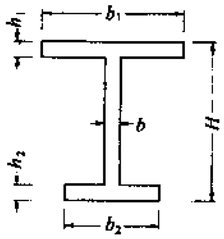
(二) 对称工字形截面形状系数 μ 值表



附表 3-2

H/h_1 \ b_1/b	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.200	1.548	1.936	2.337	2.742	3.149	3.969	4.791	5.615	6.439	7.264	8.090	8.915
6	1.200	1.455	1.743	2.042	2.345	2.651	3.267	3.886	4.506	5.127	5.749	6.371	6.993
8	1.200	1.386	1.603	1.831	2.063	2.299	2.774	3.252	3.732	4.213	4.694	5.176	5.658
10	1.200	1.340	1.511	1.692	1.878	2.067	2.450	2.837	3.225	3.614	4.004	4.394	4.785
12	1.200	1.310	1.447	1.596	1.750	1.907	2.227	2.550	2.874	3.200	3.527	3.854	4.181
14	1.200	1.288	1.402	1.527	1.658	1.792	2.064	2.341	2.619	2.899	3.179	3.460	3.742
16	1.200	1.272	1.369	1.476	1.588	1.704	1.941	2.183	2.426	2.671	2.916	3.162	3.409
18	1.200	1.260	1.343	1.436	1.535	1.636	1.846	2.059	2.275	2.492	2.710	2.929	3.148
20	1.200	1.251	1.323	1.405	1.492	1.582	1.769	1.960	2.154	2.349	2.545	2.742	2.939
22	1.200	1.244	1.307	1.379	1.457	1.538	1.707	1.879	2.055	2.232	2.410	2.588	2.767
25	1.200	1.236	1.288	1.350	1.416	1.486	1.632	1.783	1.936	2.091	2.247	2.404	2.561
30	1.200	1.226	1.267	1.315	1.367	1.424	1.542	1.665	1.791	1.919	2.048	2.178	2.309
35	1.200	1.220	1.252	1.291	1.334	1.380	1.479	1.583	1.689	1.798	1.907	2.018	2.129
40	1.200	1.216	1.242	1.274	1.310	1.349	1.433	1.521	1.613	1.707	1.802	1.898	1.995
45	1.200	1.213	1.234	1.261	1.292	1.325	1.398	1.475	1.555	1.637	1.721	1.805	1.891
50	1.200	1.211	1.229	1.252	1.278	1.307	1.370	1.438	1.509	1.582	1.656	1.732	1.808

（三）不对称工字形截面形状系数 μ 值表 a



附表 3-3

H/h_1 \ b_1/b	$h_2=h_1, b_2=0.8b_1$											
	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.475	1.819	2.177	2.539	2.905	3.641	4.379	5.119	5.860	6.602	7.344	8.086
6	1.402	1.657	1.923	2.194	2.469	3.021	3.577	4.135	4.693	5.252	5.811	6.371
8	1.346	1.538	1.740	1.948	2.159	2.585	3.014	3.445	3.877	4.310	4.743	5.177
10	1.310	1.460	1.620	1.786	1.955	2.298	2.645	2.993	3.343	3.693	4.044	4.395
12	1.286	1.406	1.537	1.674	1.814	2.100	2.389	2.681	2.973	3.267	3.560	3.855
14	1.269	1.368	1.478	1.594	1.713	1.956	2.204	2.453	2.704	2.956	3.209	3.461
16	1.256	1.340	1.433	1.533	1.636	1.847	2.063	2.281	2.501	2.721	2.942	3.163
18	1.247	1.318	1.399	1.486	1.576	1.763	1.954	2.147	2.341	2.537	2.733	2.930
20	1.240	1.301	1.372	1.449	1.529	1.695	1.866	2.039	2.214	2.390	2.566	2.743
22	1.234	1.288	1.351	1.419	1.491	1.640	1.794	1.951	2.109	2.269	2.429	2.589
25	1.227	1.273	1.325	1.384	1.445	1.574	1.708	1.845	1.984	2.124	2.264	2.405
30	1.220	1.254	1.295	1.342	1.391	1.495	1.605	1.717	1.831	1.947	2.063	2.180
35	1.215	1.242	1.275	1.313	1.353	1.440	1.532	1.626	1.723	1.821	1.920	2.019
40	1.212	1.234	1.261	1.292	1.326	1.400	1.478	1.559	1.643	1.727	1.813	1.900
45	1.210	1.228	1.250	1.277	1.306	1.369	1.437	1.508	1.581	1.655	1.731	1.807
50	1.208	1.223	1.242	1.265	1.290	1.345	1.405	1.467	1.532	1.598	1.665	1.733

续表

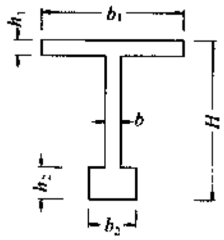
b_1/b \ H/h_1	$h_2=h_1, b_2=0.6b_1$											
	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.408	1.708	2.022	2.342	2.664	3.314	3.967	4.622	5.277	5.934	6.590	7.247
6	1.354	1.576	1.810	2.049	2.291	2.780	3.272	3.766	4.261	4.757	5.253	5.749
8	1.313	1.479	1.656	1.839	2.025	2.401	2.781	3.163	3.546	3.930	4.314	4.699
10	1.285	1.414	1.554	1.700	1.849	2.152	2.458	2.767	3.076	3.387	3.698	4.010
12	1.266	1.370	1.484	1.604	1.727	1.979	2.235	2.492	2.751	3.011	3.272	3.533
14	1.253	1.338	1.434	1.535	1.639	1.854	2.072	2.293	2.515	2.738	2.962	3.186
16	1.243	1.315	1.396	1.483	1.573	1.759	1.949	2.142	2.336	2.531	2.727	2.923
18	1.236	1.297	1.367	1.443	1.522	1.686	1.854	2.024	2.196	2.369	2.543	2.718
20	1.230	1.283	1.344	1.411	1.481	1.627	1.777	1.930	2.084	2.240	2.396	2.552
22	1.226	1.272	1.326	1.385	1.448	1.579	1.714	1.853	1.992	2.133	2.275	2.417
25	1.221	1.259	1.305	1.355	1.409	1.522	1.640	1.760	1.882	2.006	2.130	2.255
30	1.215	1.244	1.280	1.319	1.362	1.453	1.549	1.648	1.748	1.850	1.953	2.056
35	1.212	1.234	1.263	1.295	1.330	1.405	1.486	1.569	1.654	1.740	1.827	1.915
40	1.209	1.227	1.251	1.277	1.307	1.370	1.439	1.510	1.583	1.658	1.733	1.810
45	1.208	1.222	1.242	1.264	1.289	1.344	1.403	1.465	1.529	1.595	1.661	1.728
50	1.206	1.219	1.235	1.254	1.276	1.323	1.375	1.430	1.487	1.545	1.604	1.664

b_1/b \ H/h_1	$h_2=h_1, b_2=0.4b_1$										
	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.610	1.879	2.154	2.432	2.994	3.558	4.124	4.691	5.259	5.827	6.395
6	1.509	1.710	1.917	2.126	2.550	2.978	3.407	3.838	4.269	4.701	5.133
8	1.431	1.584	1.742	1.903	2.230	2.560	2.892	3.226	3.560	3.895	4.230
10	1.379	1.500	1.626	1.755	2.018	2.284	2.552	2.822	3.092	3.364	3.635
12	1.342	1.441	1.545	1.652	1.871	2.093	2.317	2.542	2.769	2.995	3.223
14	1.316	1.399	1.487	1.577	1.764	1.953	2.145	2.339	2.533	2.727	2.923
16	1.297	1.367	1.443	1.521	1.682	1.848	2.015	2.184	2.354	2.524	2.695
18	1.282	1.343	1.408	1.477	1.619	1.765	1.914	2.064	2.214	2.365	2.517
20	1.270	1.323	1.381	1.442	1.569	1.699	1.832	1.967	2.102	2.238	2.374
22	1.261	1.308	1.359	1.414	1.527	1.645	1.766	1.887	2.010	2.133	2.257
25	1.250	1.289	1.333	1.380	1.478	1.581	1.686	1.792	1.900	2.008	2.116
30	1.237	1.268	1.302	1.340	1.419	1.503	1.589	1.676	1.765	1.854	1.944
35	1.229	1.253	1.281	1.312	1.378	1.448	1.520	1.594	1.669	1.745	1.822
40	1.223	1.243	1.266	1.292	1.347	1.407	1.469	1.533	1.598	1.664	1.730
45	1.219	1.236	1.255	1.277	1.324	1.376	1.430	1.486	1.543	1.601	1.660
50	1.216	1.230	1.247	1.265	1.307	1.352	1.400	1.449	1.500	1.551	1.604

续表

b_1/b \ H/h_1	$h_2=h_1, b_2=0.2b_1$								
	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.998	2.230	2.697	3.165	3.633	4.102	4.571	5.040	5.509
6	1.821	2.000	2.360	2.722	3.085	3.449	3.813	4.178	4.543
8	1.679	1.818	2.098	2.381	2.664	2.947	3.231	3.516	3.801
10	1.581	1.693	1.921	2.150	2.380	2.610	2.841	3.072	3.303
12	1.511	1.605	1.795	1.988	2.181	2.374	2.568	2.762	2.956
14	1.460	1.540	1.703	1.868	2.034	2.201	2.368	2.535	2.702
16	1.420	1.490	1.633	1.777	1.923	2.069	2.215	2.362	2.508
18	1.390	1.451	1.577	1.706	1.835	1.965	2.095	2.226	2.356
20	1.365	1.420	1.533	1.648	1.764	1.881	1.999	2.116	2.234
22	1.346	1.394	1.496	1.600	1.706	1.813	1.919	2.026	2.133
25	1.322	1.364	1.452	1.543	1.636	1.730	1.823	1.918	2.012
30	1.294	1.328	1.399	1.474	1.550	1.628	1.706	1.784	1.863
35	1.275	1.302	1.362	1.424	1.489	1.555	1.622	1.689	1.756
40	1.261	1.284	1.334	1.388	1.444	1.501	1.559	1.617	1.675
45	1.251	1.270	1.313	1.360	1.409	1.459	1.510	1.561	1.613
50	1.243	1.260	1.297	1.338	1.381	1.426	1.471	1.517	1.563

（四）不对称工字形截面形状系数 μ 值表 b



附表 3-4

b_1/b \ H/h_1	$h_2=2h_1, b_2=2b$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.279	1.445	1.621	1.800	1.978	2.156	2.507	2.851	3.188	3.517	3.839	4.154	4.462
6	1.381	1.514	1.663	1.818	1.975	2.132	2.447	2.760	3.072	3.383	3.691	3.998	4.302
8	1.379	1.469	1.581	1.701	1.825	1.950	2.202	2.456	2.709	2.962	3.215	3.467	3.718
10	1.357	1.421	1.508	1.604	1.703	1.805	2.012	2.221	2.430	2.640	2.849	3.058	3.268
12	1.334	1.383	1.452	1.530	1.613	1.698	1.872	2.049	2.226	2.404	2.582	2.760	2.938
14	1.315	1.353	1.410	1.476	1.546	1.618	1.768	1.920	2.074	2.228	2.383	2.537	2.692
16	1.299	1.330	1.377	1.433	1.494	1.557	1.688	1.822	1.957	2.093	2.229	2.366	2.502
18	1.286	1.311	1.352	1.400	1.453	1.509	1.625	1.744	1.864	1.986	2.108	2.230	2.353
20	1.275	1.297	1.332	1.374	1.421	1.470	1.574	1.681	1.790	1.900	2.010	2.121	2.231
22	1.266	1.285	1.315	1.353	1.395	1.439	1.533	1.630	1.729	1.829	1.929	2.030	2.131
25	1.255	1.270	1.296	1.328	1.363	1.402	1.483	1.568	1.655	1.743	1.832	1.921	2.011
30	1.242	1.254	1.273	1.298	1.326	1.357	1.423	1.493	1.565	1.638	1.712	1.787	1.862
35	1.234	1.242	1.258	1.277	1.300	1.326	1.381	1.440	1.501	1.563	1.627	1.691	1.755
40	1.227	1.234	1.247	1.263	1.282	1.303	1.350	1.400	1.453	1.507	1.563	1.618	1.675
45	1.222	1.228	1.238	1.252	1.268	1.286	1.327	1.371	1.417	1.464	1.513	1.562	1.612
50	1.219	1.224	1.232	1.244	1.258	1.273	1.309	1.347	1.388	1.430	1.474	1.518	1.563

续表

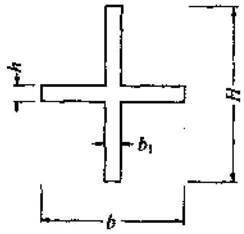
H/h_1 \ b_1/b	$h_2=3h_1, b_2=2b$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
6	1.279	1.424	1.574	1.724	1.872	2.019	2.312	2.601	2.888	3.172	3.455	3.735	4.014
8	1.367	1.471	1.590	1.712	1.836	1.960	2.208	2.456	2.703	2.949	3.194	3.439	3.682
10	1.386	1.457	1.548	1.646	1.746	1.848	2.054	2.261	2.468	2.675	2.882	3.088	3.294
12	1.379	1.431	1.502	1.581	1.664	1.750	1.923	2.099	2.275	2.451	2.627	2.804	2.980
14	1.365	1.404	1.461	1.527	1.597	1.670	1.819	1.970	2.123	2.276	2.429	2.582	2.736
16	1.349	1.380	1.427	1.483	1.543	1.606	1.736	1.869	2.003	2.138	2.273	2.408	2.544
18	1.334	1.359	1.399	1.447	1.499	1.554	1.669	1.787	1.907	2.027	2.148	2.269	2.391
20	1.321	1.342	1.376	1.417	1.463	1.512	1.615	1.721	1.828	1.937	2.046	2.156	2.266
22	1.309	1.327	1.356	1.393	1.434	1.478	1.570	1.666	1.764	1.863	1.962	2.062	2.162
25	1.294	1.308	1.333	1.363	1.398	1.436	1.516	1.600	1.685	1.773	1.860	1.949	2.037
30	1.275	1.285	1.304	1.327	1.355	1.385	1.450	1.518	1.589	1.662	1.735	1.809	1.883
35	1.261	1.269	1.283	1.302	1.325	1.349	1.403	1.461	1.521	1.583	1.645	1.708	1.772
40	1.250	1.257	1.268	1.284	1.303	1.323	1.369	1.418	1.470	1.524	1.578	1.633	1.689
45	1.242	1.247	1.257	1.270	1.286	1.304	1.343	1.386	1.431	1.478	1.526	1.575	1.624
50	1.236	1.240	1.249	1.260	1.273	1.288	1.323	1.360	1.401	1.442	1.485	1.529	1.573

H/h_1 \ b_1/b	$h_2=2h_1, b_2=3b$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
4	1.392	1.578	1.757	1.931	2.102	2.272	2.606	2.934	3.256	3.573	3.884	4.191	4.493
6	1.591	1.729	1.880	2.033	2.187	2.341	2.649	2.956	3.261	3.564	3.866	4.167	4.466
8	1.582	1.667	1.776	1.893	2.014	2.136	2.382	2.629	2.876	3.123	3.370	3.617	3.862
10	1.537	1.594	1.676	1.767	1.863	1.962	2.163	2.365	2.569	2.773	2.977	3.182	3.386
12	1.491	1.532	1.596	1.670	1.749	1.831	1.999	2.170	2.342	2.515	2.688	2.862	3.035
14	1.452	1.483	1.535	1.596	1.663	1.732	1.876	2.024	2.172	2.322	2.472	2.622	2.773
16	1.420	1.444	1.487	1.539	1.596	1.656	1.782	1.911	2.041	2.173	2.305	2.438	2.571
18	1.393	1.413	1.449	1.494	1.544	1.596	1.707	1.822	1.938	2.056	2.174	2.292	2.411
20	1.371	1.388	1.419	1.458	1.501	1.548	1.647	1.750	1.855	1.961	2.068	2.175	2.282
22	1.352	1.366	1.393	1.428	1.467	1.509	1.598	1.691	1.786	1.883	1.980	2.078	2.176
25	1.329	1.341	1.363	1.392	1.426	1.462	1.539	1.620	1.704	1.789	1.875	1.961	2.048
30	1.301	1.310	1.327	1.350	1.376	1.405	1.467	1.534	1.603	1.674	1.746	1.818	1.891
35	1.282	1.288	1.302	1.320	1.341	1.365	1.417	1.474	1.532	1.593	1.654	1.716	1.778
40	1.267	1.273	1.284	1.299	1.316	1.336	1.381	1.429	1.480	1.532	1.585	1.639	1.694
45	1.256	1.261	1.270	1.283	1.298	1.315	1.353	1.395	1.439	1.485	1.532	1.580	1.629
50	1.248	1.252	1.259	1.270	1.283	1.298	1.331	1.368	1.407	1.448	1.490	1.533	1.577

续表

b_1/b \ H/h_1	$h_2=3h_1, b_2=3b$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
6	1.392	1.567	1.730	1.885	2.035	2.181	2.465	2.743	3.017	3.288	3.556	3.823	4.088
8	1.564	1.681	1.806	1.931	2.055	2.178	2.423	2.665	2.905	3.143	3.381	3.617	3.853
10	1.598	1.671	1.761	1.858	1.957	2.058	2.260	2.462	2.663	2.864	3.065	3.266	3.466
12	1.582	1.630	1.698	1.775	1.856	1.939	2.108	2.279	2.450	2.622	2.793	2.964	3.136
14	1.552	1.586	1.639	1.702	1.769	1.839	1.983	2.130	2.278	2.427	2.576	2.725	2.874
16	1.521	1.546	1.589	1.641	1.698	1.758	1.883	2.011	2.141	2.272	2.403	2.535	2.666
18	1.491	1.510	1.546	1.590	1.639	1.691	1.801	1.915	2.030	2.147	2.264	2.382	2.499
20	1.464	1.480	1.509	1.547	1.590	1.637	1.734	1.836	1.940	2.045	2.150	2.256	2.363
22	1.441	1.453	1.479	1.512	1.550	1.591	1.678	1.770	1.864	1.960	2.056	2.153	2.250
25	1.410	1.420	1.441	1.468	1.500	1.535	1.611	1.691	1.773	1.857	1.942	2.027	2.113
30	1.371	1.377	1.393	1.414	1.439	1.467	1.528	1.593	1.661	1.730	1.801	1.872	1.943
35	1.341	1.346	1.358	1.375	1.396	1.418	1.469	1.523	1.581	1.640	1.700	1.761	1.822
40	1.319	1.323	1.333	1.346	1.363	1.382	1.425	1.472	1.521	1.572	1.624	1.677	1.731
45	1.301	1.305	1.313	1.324	1.339	1.355	1.391	1.432	1.475	1.520	1.566	1.613	1.660
50	1.288	1.290	1.297	1.307	1.319	1.333	1.365	1.401	1.439	1.479	1.520	1.562	1.604

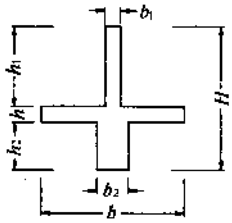
（五）对称十字形截面形状系数 μ 值表



附表 3-5

b/b_1 \ H/h	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
3	1.200	1.127	1.177	1.248	1.320	1.387	1.505	1.600	1.675	1.735	1.782	1.818	1.847
5	1.200	1.173	1.254	1.358	1.470	1.583	1.807	2.023	2.228	2.422	2.605	2.778	2.942
7	1.200	1.188	1.264	1.360	1.464	1.571	1.788	2.003	2.216	2.426	2.631	2.832	3.029
9	1.200	1.195	1.261	1.345	1.436	1.530	1.721	1.914	2.106	2.298	2.488	2.676	2.863
13	1.200	1.199	1.251	1.315	1.385	1.458	1.606	1.756	1.907	2.058	2.209	2.360	2.510
17	1.200	1.201	1.242	1.294	1.350	1.408	1.527	1.648	1.770	1.892	2.015	2.137	2.259
21	1.200	1.201	1.236	1.279	1.326	1.374	1.473	1.574	1.676	1.778	1.880	1.982	2.084
25	1.200	1.201	1.231	1.268	1.308	1.349	1.434	1.520	1.607	1.695	1.782	1.870	1.957
29	1.200	1.201	1.227	1.260	1.295	1.331	1.405	1.480	1.556	1.632	1.708	1.785	1.862
33	1.200	1.201	1.224	1.253	1.284	1.316	1.382	1.449	1.516	1.583	1.651	1.719	1.787
37	1.200	1.201	1.222	1.248	1.276	1.304	1.363	1.423	1.484	1.545	1.606	1.667	1.728
41	1.200	1.201	1.220	1.244	1.269	1.295	1.348	1.403	1.458	1.513	1.568	1.624	1.679
45	1.200	1.201	1.218	1.240	1.263	1.287	1.336	1.386	1.436	1.486	1.537	1.588	1.638
49	1.200	1.201	1.217	1.237	1.258	1.280	1.325	1.371	1.418	1.464	1.511	1.558	1.604

（六）不对称十字形截面形状系数 μ 值表



附表 3-6

b/b_1 \ H/h	$h_2=0.8h_1, b_2=b_1$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
3	1.200	1.134	1.191	1.268	1.345	1.417	1.543	1.644	1.725	1.788	1.839	1.878	1.909
5	1.200	1.180	1.267	1.378	1.496	1.616	1.852	2.079	2.296	2.501	2.695	2.879	3.052
7	1.200	1.194	1.275	1.376	1.485	1.597	1.824	2.050	2.274	2.494	2.709	2.921	3.128
9	1.200	1.200	1.270	1.358	1.453	1.551	1.751	1.952	2.153	2.354	2.552	2.750	2.945
13	1.200	1.203	1.257	1.325	1.397	1.472	1.626	1.782	1.940	2.097	2.255	2.412	2.569
17	1.200	1.203	1.247	1.301	1.359	1.419	1.543	1.668	1.795	1.922	2.049	2.176	2.304
21	1.200	1.203	1.240	1.285	1.333	1.383	1.486	1.590	1.695	1.801	1.907	2.013	2.120
25	1.200	1.203	1.234	1.273	1.314	1.357	1.444	1.533	1.623	1.714	1.804	1.895	1.986
29	1.200	1.203	1.230	1.264	1.300	1.337	1.413	1.491	1.569	1.648	1.727	1.807	1.886
33	1.200	1.203	1.227	1.257	1.289	1.322	1.389	1.458	1.528	1.597	1.668	1.738	1.808
37	1.200	1.203	1.224	1.251	1.280	1.309	1.370	1.432	1.494	1.557	1.620	1.683	1.746
41	1.200	1.202	1.222	1.246	1.272	1.299	1.354	1.410	1.467	1.524	1.581	1.638	1.695
45	1.200	1.202	1.220	1.242	1.266	1.291	1.341	1.392	1.444	1.496	1.548	1.601	1.653
49	1.200	1.202	1.219	1.239	1.261	1.284	1.330	1.377	1.425	1.473	1.521	1.569	1.618

b/b_1 \ H/h	$h_2=0.6h_1, b_2=b_1$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
3	1.200	1.164	1.244	1.341	1.437	1.526	1.682	1.808	1.909	1.989	2.054	2.104	2.144
5	1.200	1.208	1.318	1.451	1.590	1.731	2.008	2.276	2.531	2.775	3.006	3.226	3.435
7	1.200	1.217	1.316	1.434	1.560	1.689	1.950	2.211	2.468	2.722	2.971	3.216	3.457
9	1.200	1.218	1.303	1.405	1.514	1.625	1.852	2.082	2.311	2.539	2.766	2.992	3.215
13	1.200	1.216	1.281	1.358	1.440	1.524	1.698	1.873	2.050	2.228	2.405	2.583	2.761
17	1.200	1.214	1.265	1.327	1.392	1.459	1.597	1.737	1.878	2.021	2.163	2.306	2.449
21	1.200	1.212	1.255	1.305	1.359	1.415	1.529	1.645	1.762	1.880	1.998	2.117	2.236
25	1.200	1.210	1.247	1.290	1.336	1.383	1.480	1.579	1.678	1.779	1.880	1.981	2.082
29	1.200	1.209	1.241	1.278	1.318	1.359	1.444	1.529	1.616	1.704	1.791	1.879	1.968
33	1.200	1.208	1.236	1.270	1.305	1.341	1.416	1.491	1.568	1.645	1.723	1.801	1.879
37	1.200	1.208	1.233	1.262	1.294	1.327	1.393	1.461	1.530	1.599	1.668	1.738	1.808
41	1.200	1.207	1.230	1.257	1.285	1.315	1.375	1.437	1.499	1.561	1.624	1.687	1.751
45	1.200	1.206	1.227	1.252	1.278	1.305	1.360	1.416	1.473	1.530	1.587	1.645	1.703
49	1.200	1.206	1.225	1.248	1.272	1.297	1.347	1.399	1.451	1.504	1.557	1.610	1.663

续表

H/h \ b/b₁	$h_2=0.4h_1,b_2=b_1$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
3	1.200	1.224	1.349	1.484	1.614	1.735	1.947	2.122	2.265	2.381	2.477	2.554	2.616
5	1.200	1.264	1.413	1.581	1.753	1.925	2.263	2.590	2.904	3.206	3.494	3.770	4.034
7	1.200	1.262	1.391	1.536	1.687	1.840	2.147	2.452	2.754	3.051	3.344	3.632	3.917
9	1.200	1.255	1.364	1.487	1.615	1.746	2.009	2.273	2.536	2.798	3.058	3.317	3.573
13	1.200	1.243	1.325	1.416	1.512	1.609	1.807	2.007	2.207	2.407	2.607	2.807	3.006
17	1.200	1.235	1.299	1.372	1.447	1.524	1.681	1.839	1.999	2.158	2.318	2.477	2.637
21	1.200	1.229	1.282	1.342	1.404	1.468	1.597	1.728	1.859	1.991	2.123	2.255	2.387
25	1.200	1.225	1.270	1.321	1.373	1.427	1.537	1.648	1.760	1.872	1.985	2.097	2.210
29	1.200	1.222	1.261	1.305	1.351	1.397	1.493	1.589	1.686	1.784	1.882	1.980	2.078
33	1.200	1.219	1.254	1.293	1.333	1.374	1.459	1.544	1.630	1.716	1.802	1.889	1.976
37	1.200	1.217	1.248	1.283	1.319	1.356	1.431	1.508	1.585	1.662	1.739	1.817	1.894
41	1.200	1.216	1.244	1.275	1.308	1.341	1.409	1.478	1.548	1.618	1.688	1.758	1.829
45	1.200	1.214	1.240	1.269	1.299	1.329	1.391	1.454	1.518	1.581	1.645	1.710	1.774
49	1.200	1.213	1.237	1.263	1.291	1.319	1.376	1.434	1.492	1.551	1.610	1.669	1.728

H/h \ b/b₁	$h_2=0.2h_1,b_2=b_1$												
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
3	1.200	1.313	1.491	1.672	1.844	2.004	2.292	2.537	2.745	2.923	3.073	3.201	3.309
5	1.200	1.336	1.522	1.717	1.912	2.106	2.487	2.858	3.216	3.564	3.900	4.225	4.540
7	1.200	1.318	1.472	1.634	1.798	1.962	2.289	2.613	2.933	3.249	3.562	3.872	4.177
9	1.200	1.299	1.428	1.562	1.699	1.836	2.110	2.383	2.655	2.924	3.193	3.459	3.725
13	1.200	1.274	1.368	1.467	1.568	1.669	1.871	2.074	2.276	2.477	2.677	2.878	3.077
17	1.200	1.259	1.332	1.410	1.489	1.568	1.728	1.888	2.047	2.206	2.364	2.523	2.681
21	1.200	1.248	1.309	1.372	1.437	1.503	1.634	1.765	1.897	2.028	2.159	2.289	2.420
25	1.200	1.241	1.292	1.346	1.401	1.456	1.568	1.679	1.791	1.903	2.014	2.125	2.236
29	1.200	1.236	1.280	1.326	1.374	1.422	1.519	1.616	1.713	1.810	1.907	2.003	2.100
33	1.200	1.231	1.270	1.312	1.353	1.396	1.481	1.567	1.653	1.738	1.824	1.909	1.995
37	1.200	1.228	1.263	1.300	1.337	1.375	1.451	1.528	1.605	1.682	1.759	1.835	1.912
41	1.200	1.225	1.257	1.290	1.324	1.358	1.427	1.497	1.566	1.636	1.705	1.775	1.844
45	1.200	1.223	1.252	1.282	1.313	1.344	1.407	1.471	1.534	1.598	1.661	1.725	1.788
49	1.200	1.221	1.248	1.276	1.304	1.333	1.391	1.449	1.507	1.566	1.624	1.683	1.741

参 考 文 献

[1]建筑工程部设计局组织编写:建筑结构设计手册(第一篇) 数学力学荷载.北京.中国工业出版社.1963

[2]建筑工程部设计总局汇编:结构静力计算图表.北京.建筑工程出版社.1958

[3]中国人民解放军总后方勤务部营房管理部编.结构计算图表集(第Ⅰ部).北京.建筑工程出版社.1959

[4]金宝桢、杨式德、朱宝华合编:结构力学.北京.高等教育出版社.1958

[5]钱令希著:超静定结构学.北京.科学技术出版社.1957

[6]同济大学材料力学教研组编著:材料力学教程.上海.上海科学技术出版社.1959

[7]魏琏著:超静定圆拱分析.北京.科学出版社 1958

[8]蔡方荫著:变截面刚构分析.上海.上海中国科学图书仪器公司.1954

[9]赵超燮编:结构矩阵分析原理.北京.人民教育出版社.1983

[10]建筑结构设计手册编辑组编:建筑结构设计手册 排架计算(只限国内发行).北京.中国工业出版社.1971

[11]C.S.德赛,J.F.阿贝尔著,江伯南、尹泽勇译,徐芝编校:有限元素法引论.北京.科学出版社.1978

[12]钟万勰著:计算结构力学微机程序设计.北京.水利电力出版社.1986

[13]南京大学数学计算数学专业编:线性代数计算方法.北京.科学出版社.1979

[14]A.C.卡尔曼诺克著,屈家溢、区汉梁译:薄板结构力学.北京.建筑工程出版社.1959

[15]G.卡尼著,程积高译:多层刚架计算.北京.中国建筑工业出版社.1972

[16]Г.Ю.詹涅里杰、Я.Г.巴诺夫可著,胡海昌、解伯民译:弹性薄壁杆件的静力学.北京.科学出版社.1955

[17]Des Ingenieurs Taschenbuch. Hütte(I). Theoretische Grundlagen. Berlin, 1955

[18]万能数表编集委员会编.集成万能数表.日本.森北出版株式会社.昭和30

[19]И.И.Улицкии:Желзобетонные Конструкции(расчет и конструирование).Киев.1972

[20] А.А Уманскии: Справочник Проектированика Промышленных, Жилых и Общественных ЗДанийи иСооружений(расчетно-теоретическцй), Москва.1972

[21]А.С.Калманок:Расчет Пластинок, Справочное Посбие. Москва. ГостехизДат.1959

[22]Kurt Beyer: Die Statik im Stahlbetonbau. ein Lehr und Handbuch Der Baustatik(Zweite Auflage).Neudrueck.1958

[23]Raymond, J. Roark: Formulas for stress and strain. Fourth edition. 1965

[24]S. Timoshenko, S. Woinowsky-krieger: Theory of Plates and Shells. Newyork. 1959

[25]Valerin Leontovich. Frames and Arches. Newyork. 1959

[26]M. W. Olszak. M. A. Sawczuk. Theorie De La Capacite Portante Des Constructions Nonhomogenes et Orthotropes. Annales De L'institut Technique Du Batiment et Des Travaux Publics, Mai 1960. No149